



---

BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM  
HIDAK ÉS SZERKEZETEK TANSZÉK

# Újszerű faszerkezeti tervezés optimalással

Készítette:

**Iván Szabolcs Ferenc**

Neptun kód: G20TC2

*építőmérnök hallgató*

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Konzulens:

**Dr. Koris Kálmán**

*egyetemi docens*

Budapesti Műszaki és  
Gazdaságtudományi Egyetem  
Hidak és szerkezetek tanszék

2023. november

## Tartalomjegyzék

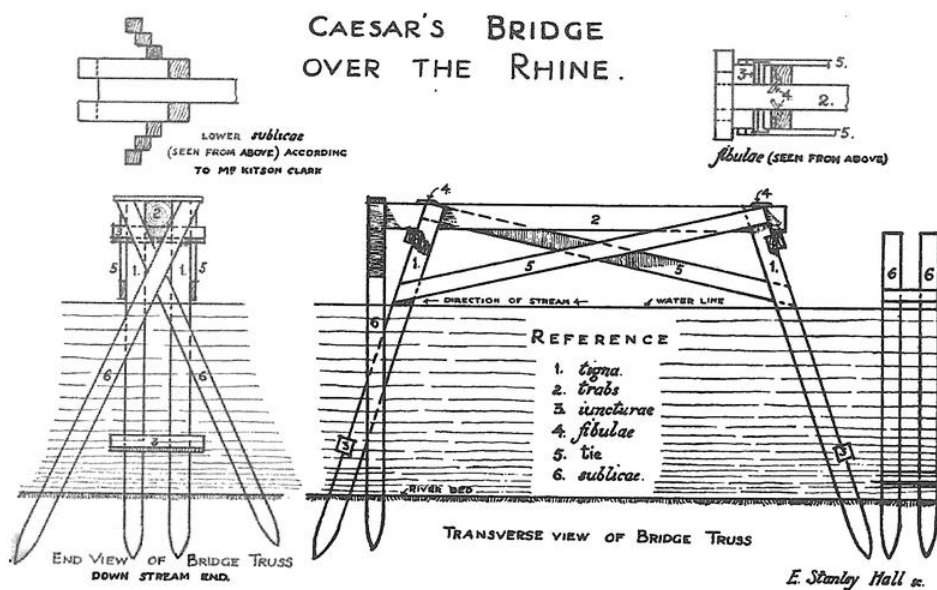
1.	Fahidak történeti áttekintése.....	3
1.1.	Fahidak az ókortól napjainkig .....	3
1.2.	Fahidak a jelenben .....	5
1.3.	Fahidak a jövőben.....	6
2.	A faanyag sajátosságai .....	8
2.1.	A faanyag összetétele.....	8
2.2.	A faszerkezetek sajátosságai.....	10
3.	Faszerkezetek tartóssága .....	12
3.1.	A tartósság biztosítása .....	12
3.2.	A kapcsolatok és szerkezeti elemek tartóssága.....	12
4.	Faszerkezetek költséghatékonysága .....	16
4.1.	Különböző anyagok kivitelezési sajátosságai.....	16
4.2.	Az anyagköltség optimalálása .....	17
5.	Az optimalálás bemutatása.....	20
5.1.	Az optimalálási alapfeladat .....	20
5.2.	A szerkezetoptimalálás bemutatása .....	21
5.3.	Egyszerű optimalálási feladatok megoldása.....	22
5.4.	Több-dimenziós feladatok .....	23
6.	Optimáló algoritmusok bemutatása.....	25
6.1.	Optimáló algoritmusok fajtái.....	25
6.2.	Egy algoritmus bemutatása – a WaOA .....	26
7.	Szerkezetoptimalálási példa .....	29
7.1.	WaOA algoritmus verifikációja – nyomott oszlop optimalálása .....	29
7.2.	Szerkezetoptimalálási példa leírása .....	31
7.3.	Tervezési paraméterek .....	32
7.4.	Feladat függvényének meghatározása .....	33
7.5.	Statikai analízis verifikálása .....	38

7.6.	Célfüggvény megfogalmazása.....	39
7.7.	Az optimalási feladat megoldása.....	40
7.8.	Optimált eredmény összehasonlítása.....	42
7.9.	Paraméteres szerkezetmodellezés.....	44
8.	Összegzés.....	46
9.	Források.....	48
9.1.	Ábrajegyzék.....	49
9.2.	Táblázatjegyzék.....	51

# 1. Fahidak történeti áttekintése

## 1.1. Fahidak az ókortól napjainkig

Az emberiség történetében az egyik legelső építőanyag a fa volt. Sok helyen rendelkezésre állt, és egyszerű kőeszközökkel is jól meg lehetett munkálni. Bár rengeteg féle építményt építettek és építenek fából a mai napig, e dolgozat a fahidakkal foglalkozik elsődlegesen.

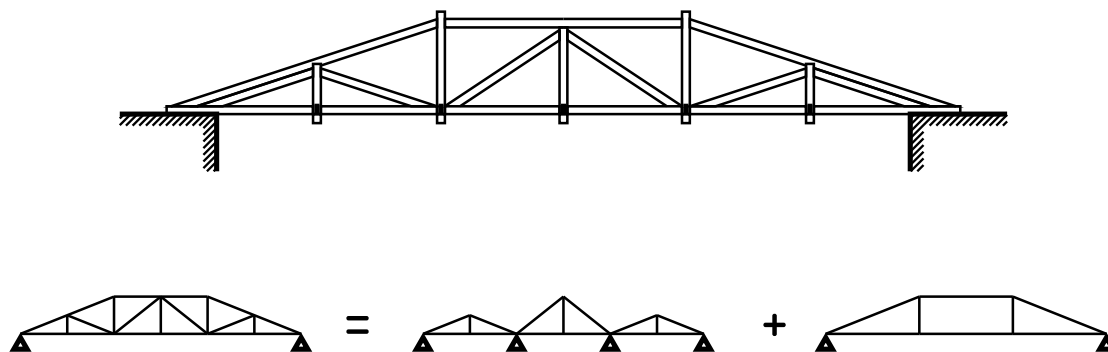


1. ábra: Caesar Rajna hídjának keresztmetszete (forrás: [1])

Kisebb vízfolyásokat és szakadékokat már az ősember is hidalt át egyszerű szálfa hidakkal, bürükkel. Részletesebb dokumentáció fahidakról a római korból maradt fent. Egy volt közülük a Kr. e. 55-ben épített Rajna-híd, melyet Julius Caesar épített a galliai háború alatt. A híd pillérjeit befolyási oldalon jégtörők védték, kifolyásin pedig egy fadúccal megtámasztották árral szemben (1. ábra). Már alkalmazták a római hadimérnökök a cölöpözést, a pillérek is ilyen módszerrel készültek [1], [2].

A világtörténelem során azok a népek építettek fából, akiknek rendelkezésre állt kellő mennyiségű faanyag, és az ezek megmunkálásához szükséges eszközök. Az Inka Birodalomnak a 14-15. században kiterjedt infrastruktúrája volt. A faanyag megmunkálásához szükséges eszközökkel viszont nem rendelkeztek, így a szurdokok áthidalására kötél függőhidakat építettek. Ezek növényi rostokból font kötelekből álltak, a járófelületet szintén füvekből font szövetekkel takarták le [3].

A 15. században tevékenykedett Tibetben Thangtong Gyalpo buddhista szerzetes is, aki pályafutása során 58 függőhidat épített Tibet és Bhután hegyeiben. Ezek az Inka hidakhoz hasonlóan merevítőtartó nélküli függőhidak voltak (a szakma ezek után nevezte el ezt a hídtypust tibeti függőhídnak). A tibetiek ismerték a fém megmunkálás eszközeit is, viszont faanyag csak korlátozott mennyiségben állt rendelkezésükre. Ezért ezek a hidak kovácsolt vas lánchidak voltak, a kisebb függesztő köteleket jakszörből fonták, a hidak pályáját pedig állati bőrökkel fedték le [4].



2. ábra: Függesztőműves fahíd a Cismon folyó fölött (Andrea Palladio rajza alapján, forrás: [5])

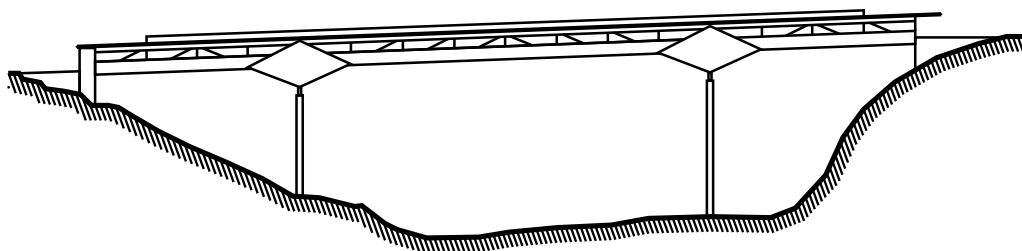
1570-ben Itáliában Andrea Palladio építész megírta a *Négy Könyv az Építészetéről* című művét, melyet az egyik első építészetéről szóló könyvnek tartunk számon. Palladio könyve részletesen foglalkozik az útépítéssel, és ezen belül a hídépítéssel is. Említ egy példát, amelynél az időszakos árvíz mindig elsodorta a kőből épített híd pilléreit egy kisvárosban, a Cismon folyó partján. A helyiek ezért nem kőből építették újjá a hídjukat, hanem fából (2. ábra). Ezzel nagyobb támaszközt tudtak elérni, nem volt szükség közbenső pillérre a folyó medrében. Az átkelő kb. 30 méter széles volt. Érdekes megfigyelni, hogy már ekkor, a 16. századi Itáliában is ismerték mind az egyszerű, mind a kettős függesztőmű rendszerét, hiszen a híd ezek alapján épült: három kisebb, egyszerű függesztőműből áll, és ezek szükséges közbenső két támaszát szolgálja a külső, nagyobb, kettős függesztőmű (2. ábra) [5].

A feszítő és függesztőműves szerkezetek tervezését később svájci, német, valamint orosz mesterek tökéletesítették. A híres svájci hídépítő Grubenmann család az íves és rácsos tartószerkezetek kombinációjával voltak képesek nagy (50-60 méteres) támaszközü fahidakat építeni. Az íveik a rétegelt ragasztott fatartók elődjének számítottak, hasonlóan kisebb szelvényekből álltak, de még nem ragasztó tartotta össze őket, hanem kovácsolt vas kapcsolóelemek [2], [6].

A 19. század első felében a nagy vasúti építkezések, valamint Culmann, Ritter és Navier tartószerkezetek elméletével foglalkozó munkái felgyorsítják a faszerkezetek fejlődését [6].

A század végén megjelennek az acélszerkezetek, amelyekkel eleinte a faszerkezetek szerkesztési szabályainak megfelelő, de később már sokkal gazdaságosabb és tartósabb hidakat tudtak építeni. A 20. században a vasbeton térhódításával a fahidak jelentősége tovább csökkent [6].

## 1.2. Fahidak a jelenben



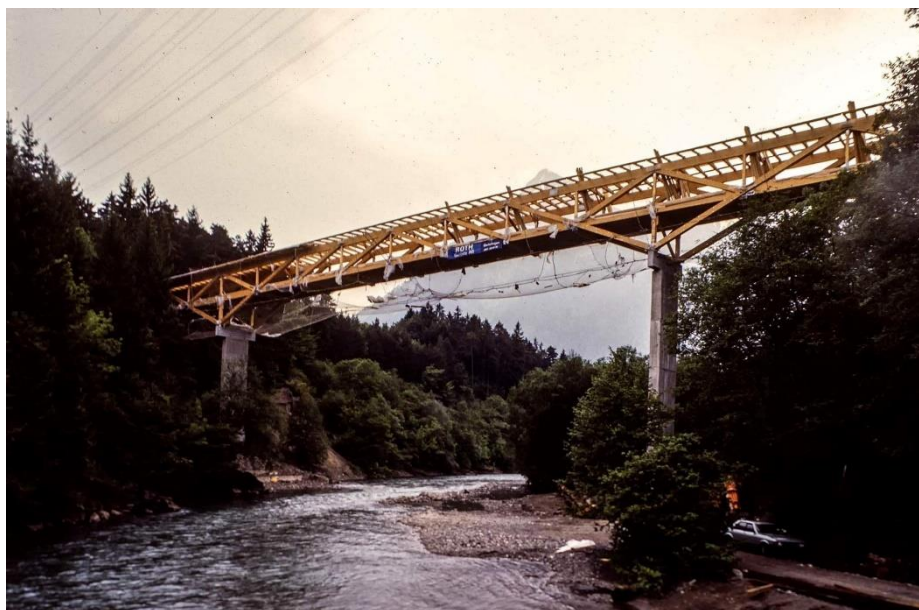
3. ábra: Rácsos tartós fahíd a Simme folyó fölött (Wimmis, 1989)

Az egyik oka annak, hogy kisebb és nagyobb hidakat a mai napig építünk fából, a faalapú építőanyagok és építési technikák fejlődése. Az 1.1 pontban említett Grubenmann, valamint a De L'Orme és Emy féle lamellás ívek továbbfejlesztett változatai a 20. században jelentek meg. Egyik úttörő tervezőjük Otto Hetzer német ácsmester volt, akinek szabadalmi között már található a nyomatéki ábrát lekövető, parabolikus vonalvezetésű ragasztott fabetéttel ellátott gerendát is [6], [7].

Míg a fa természetes tulajdonságai bizonyos esetekben kedvezőtlenek a tartószerkezeti viselkedés szempontjából, addig a rétegelt ragasztott fa tartók ezeket a negatívumokat próbálják kiküszöbölni. A fából a hibás (pl. göcsös) részeket ki tudják vágni, és a kisebb szelvényeket össze tudják ragasztani. Míg a fűrészelt faanyagok keresztmetszeti méretét jelentősen lekorlátozza a fa keresztmetszete, amelyből kifűrészelik őket, addig rétegelt-ragasztott fa tartókat lehet nagyobb keresztmetszetűre is gyártani. További előnyei a homogenitás növelése, amely miatt kisebb anyag oldali biztonsági tényezőt is alkalmazhatunk rá tervezés során, valamint a tartó geometriájának kötetlensége, akár íves tartók is készíthetők belőle. Viszont helyszíni gyártása nem lehetséges, mindenképp üzemben kell elkészíteni [8], [9].

A rétegelt-ragasztott fa tartókkal nagy távolságokat tudunk áthidalni. Egy jól megválasztott szerkezeti rendszer ezt jelentősen megkönnyíti. Ilyen szerkezeti rendszer például a rácsos tartó, amelyet felfedezhetünk az 1989-ben épített wimmis-i Simme folyó fölött átívelő hídban (3. ábra, 4. ábra). A híd mezőközépen 24 méter magasan van a folyó fölött. A három

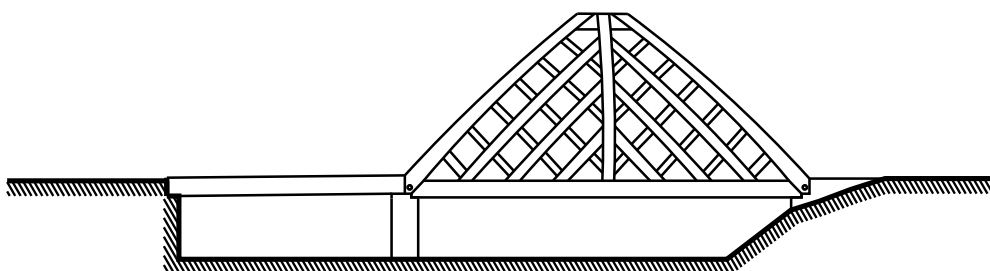
támaszköze 27-54-27 méter, ezzel pedig a második legnagyobb támaszközű fahíd Svájcban. A híd fedett, így a forgalma és szerkezeti elemei az időjárástól védve vannak [8].



4. ábra: wimmis-i híd építés közben, a csupasz rácsos tartóval (forrás: cbs-cbt.com)

### 1.3. Fahidak a jövőben

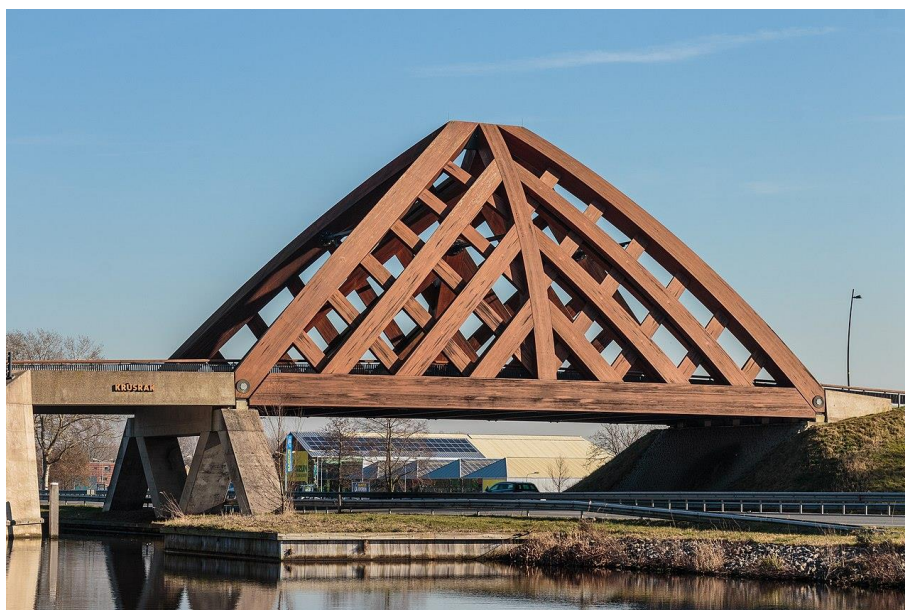
A 21. században a faalapú építőanyagok kutatása nagyobb lendületet vett. Az egyszerű rétegelt ragasztott fa tartók mellett megjelentek más, új anyagok is. Ilyen a CLT (cross laminated timber), amely a rétegelt ragasztott fa tartókhoz hasonló lemezszerű anyag, az egyes rétegeknek egymásra merőleges a száliránya, valamint vékonyabbak is. A PSL (paralell strand laminated) faanyag inkább gerendagyártásra alkalmas, ennél hosszirányú, vékony szálakra bontják a faanyagot, és így préselik össze, műgyantával összeragasztva [8].



5. ábra: Rácsmű szerű fahíd az A7 autópálya fölött (Sneek, 2008)

A faalapú építőanyagok előállításának technológiája mellett kutatják a fa alapanyag különböző kezeléseinek hatását is. Ezek közül az egyik a fa acetiles kezelésével foglalkozik. A kezeléssel elérhető, hogy a fában található hidroxil csoportok nagyrésze acetyl csoportra cserélődjön. Mivel a hidroxil csoportok felelősek a cellulóz nedvesség felvételéért, ezért a

kezelés után a faanyag nedvességtartalma csökken, nő a szerkezeti stabilitása (nem vetemedik), valamint a gombafajok is kevésbé támadják meg, hiszen szükségük van egy bizonyos nedvességtartalomra. A holland Accsys cég foglalkozik ilyen termékek előállításával, az acetilezett fenyő anyaguk neve Accoya, amelyből Hollandiában már közúti forgalom számára készült hidat is építettek. Ez a híd Sneekben, Hollandiában található, az A7-es autópálya fölött (5. ábra, 6. ábra). Szerkezeti rendszere a régi rácsműves hidakat idézi, melyek sokszorosan határozatlan, sok elemes rácsos tartók. A híd 32 méter hosszú, 16 méter magas és 14 méter széles. A tervező Achterbosch Architectuur és Onix cégek számításai szerint az Accoya fa felhasználása 50 % -al csökkentette a híd szén-dioxid lábnyomát [10], [11].



6. ábra: Rácsmű szerű fahíd az A7 autópálya felett (Sneek, 2008, forrás: [wikimedia.commons](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Sneekbrug.jpg))

A 21. században a leggyakrabban használt építőanyagainak nyersanyagai fogynak, az acél és a beton előállítása pedig rendkívül sok szén-dioxidot termel. A klímavédelem az élet minden területén fontos kell, hogy legyen. Ezért az építőiparban is a megújuló, kis szén-dioxid lábnyommal rendelkező megoldások alkalmazását kell sürgetnünk. Egyre fontosabb szerepet kell kapjon a régi szerkezetek felújítása, ha pedig mindenképpen szükséges új szerkezet építése, az ott felhasznált anyagoknak és technológiáknak is a környezet védelmét kell szem előtt tartania. A fa ilyen szempontból tökéletes építőanyag, ha fenntartható forrásból szerezzük be.

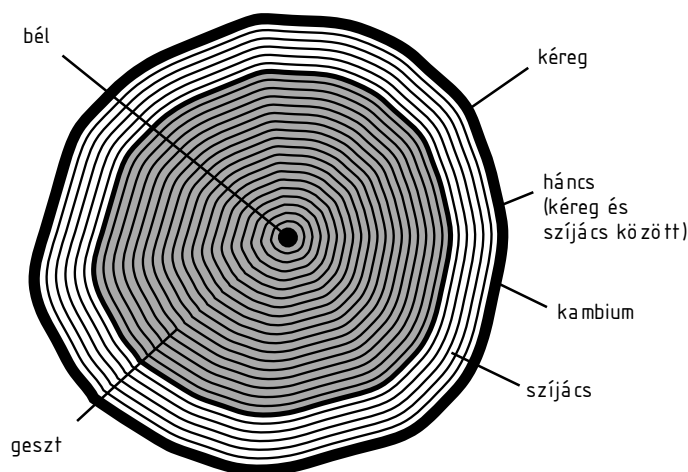
A jövő fahídépítésének nagy figyelmet kell fordítania a szerkezetek tartósságára, és gazdaságosságára. A tartósságot elérhetjük, ha megfelelő anyagból építjük a szerkezeti elemeinket, és kialakításukkal biztosítjuk, hogy a faanyag nagyrészt szárazon maradjon. A fenntartási költségeket nagyban csökkenti a szerkezet tartóssága. A kezdeti költségek csökkenését pedig a szerkezet anyagfelhasználásának optimalálásával érhetjük el.



## 2. A faanyag sajátosságai

### 2.1. A faanyag összetétele

A fa természetes anyag, nem bányászat útján állítják elő, mint az acélt vagy a betont. Természetes anyag lévén a fa inhomogén, ellenben az acéllal és a betonnal, amelyek közelítőleg homogénnek tekinthetők. Inhomogén volta annak köszönhető, hogy a fa egy élőlény, amelynek testét, a többi élőlényhez hasonlóan sejtek alkotják. Ezek a sejtek szabad szemmel nem, vagy alig látható kis testecskék, amelyek egymással kapcsolódva építik fel a fa anyagi szerkezetét. Ezek a sejtek felelősek a fa létfolyamataiért is, így egyes sejtek például a vízszállításért felelnek, míg mások a fa törzsének szerkezeti stabilitását adják. A fa a természetben két főbb mechanikai hatásnak van kitéve: az önsúlya által nyomásnak, valamint a lombkoronájába kapaszkodó szél okozta terhelés általi nyomtatéknak. A faanyag ezért erre a két hatásra a legellenállóbb [6], [12].



7. ábra: Fa keresztmetszete

Kémiaailag a fa sejteinek legnagyobb része szénből, hidrogénből és oxigénből álló szénhidrátokból áll. A legfontosabb fajtája ezeknek a szénhidrátoknak a cellulóz, amely sok iparág alapanyaga. Ezen kívül a szükséges tápanyagokat, mint a nitrogént, a foszfort, a káliumot stb., a gyökerein vagy a levelén keresztül fotoszintézis során szerzi be [6].

A fában található sejtek legnagyobb része hosszirányú, a fa tengelyével párhuzamos. A sejtek ilyen rendszere miatt a faanyag függőleges irányban a legszilárdabb. A mechanikában a hasonló anyagokat anizotropnak hívják, általában egy kitüntetett főiránnyal (fa esetében ez a hossz tengely iránya, a rostirány) ahol az anyag fizikai tulajdonságai, mint a szilárdsága és a rugalmassága a legkedvezőbbek. A fa ortogonálisan anizotrop, mert a viselkedése merőleges

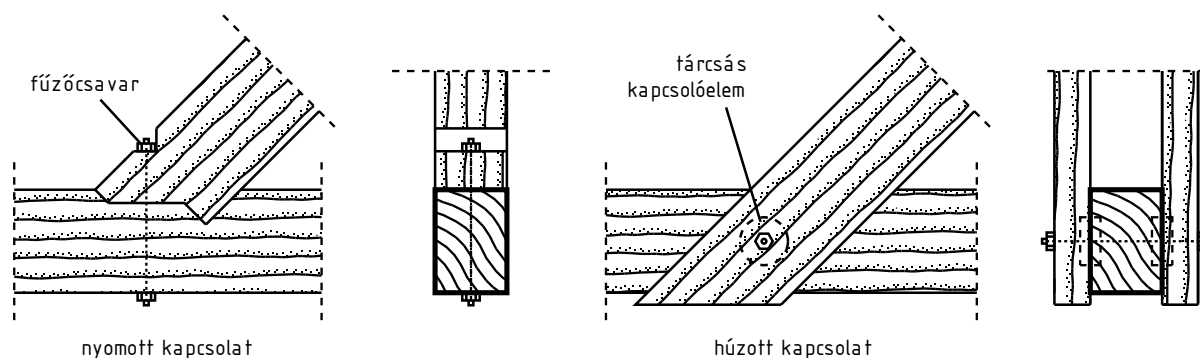
síkokban változik a legtöbbet, így a fánál különbséget kell tennünk rostirányú, és rostirányra merőleges irányú fizikai jellemzők között [6], [8].

Az öregebb fák belső magja már nem élő szövet. A növekedés kifelé történik, a belső szövetrétegek fokozatosan elhalnak a fa növekedése közben. A külső rétegek közül a kambiumban történik a fa életfunkcióinak nagyrésze. Itt jönnek létre az új sejtek, valamint itt képződik a fa élő szöveteit védő háncs és kéreg (7. ábra). A kambiumtól befelé indulva a fa sejtszelei egyre kevesebb életfunkciót látnak el. A külső rétegek még részt vesznek a vízszállításban, ezt a részt szíjácsnak hívjuk (7. ábra). A legbelső, sokszor színben is különböző szövetek vízszállító csatornái már bedugultak, csak a fa szerkezeti stabilitását biztosítják. Ez a geszt rész, és az ide beépülő lignin, fagumi, cersav és más anyagok hatására ellenállóbb a gombákkal szemben is, a kis nedvességtartalomnak és a korlátozott nedvszívóképességnek köszönhetően (7. ábra). A geszt nagysága és alakja az egyes fafajoknál változó, ezért háromféle fát különböztetünk meg ebben a vonatkozásban: Az első a szíjácdfa, amely keresztmetszetének nagyrésze szíjácsként viselkedik, nem jellemző rá a vízvezető csatornák eltömődése, így a gesztesedés. Ilyen fák a bükk, a gyertyán, a nyír, a juhar és a nyárfa. A második csoport a gesztfák csoportja, amelyeknél jellemző is a keresztmetszet belsejének gesztesedése, valamint valamilyen szintű elszíneződést is tapasztalhatunk ezen a területen. A gesztfák közé tartozik a tölgy, a szil, a kőris, az akác, valamint az erdei- és vörösfenyő. A színfák azon maradék fafajtaakat jelentik, amelyeknél fennáll a csatornák eltömődése, viszont elszíneződést nem tapasztalhatunk. Ide tartoznak az építőipar legfőbb fafajtaí: a luc- és a jegenyefenyő. A gesztfák tartósabbak és legtöbb esetben erősebbek is mint a szíjácsfák, míg a színfák a két csoport között helyezkednek el ezen tulajdonságok alapján [6].

A faanyagok fontos jellemzője a nedvességtartalmuk. Az élő, valamint a frissen kivágott fák nedvességtartalma 40-55%-os is lehet, amely a kivágás, és a sejtüregekben kötetlenül található vizek távozása után eléri a rosttelítettségi állapotot. Ekkor a sejtfalak telítve vannak, ez fafajtatól függően 24-36%-os nedvességtartalmat jelent. A szabad víz mozgása nem okoz alak vagy szilárdságváltozást a fában. A sejtfalak telítődése és száradása viszont a faanyag térfogatváltozásával jár. A duzzadás mértéke 10-12%-os is lehet. A szerkezetekbe épített fáknál ez nagyon lényeges, főleg a fahidaknál, amelyek periodikus nedvességtartalom-változása követi a környezet változását. Ezeknél a szerkezeteknél különös figyelemmel kell lennünk a szerkezeti elemek kapcsolatánál a megfelelő dilatációs hézagok kialakítására. A nedvességtartalom ingadozása száradási repedéseket is okozhat a faanyagban. Ezek általában nem összefüggő, rostirányú repedések, amelyek károsan hatnak a fa tartószerkezeti elem nyírási és hajlítási teherbírására, valamint a merevségére [6], [13].

## 2.2. A faszerkezetek sajátosságai

A faanyagú szerkezetek fontos elemei a kapcsolatok. A faanyag ortogónálisan anizotrop tulajdonságai miatt a különböző irányú erők átadása a szerkezeti elemekre nehéz feladat. A faanyag nyomó- és húzószilárdsága közel azonos, a húzószilárdság valamivel kisebb. A kapcsolatokban viszont ezt a húzóerőt jellemzően acél kapcsolóelemmel (pl. szeg, csavar, tárcsa) tudjuk átadni a húzott elemnek, amelyek teherbírása általában töredéke a fa elem húzószilárdságának (8. ábra). A nyomóerőket át tudjuk adni kontakt nyomással, ami az anyag viselkedése szempontjából kedvező, viszont általában itt is szükség van fűzőcsavarra (8. ábra). A nyomott elemeknél figyelembe kell vennünk a fa elem kihajlási ellenállását is [6], [8].



8. ábra balra: Nyomott kapcsolat csomópontja, jobbra: Húzott kapcsolat csomópontja

A faanyagban jelentős károkat tudnak tenni a biológiai kártevői. Ezek között lényegesek a gombák és a rovarok. A rovarok közvetlen a kéreg alatt, vagy mélyebben is károsíthatják a fát. Általában jó védelmet nyújt ellenük a fa külső, kevésbé tömör szíjácsának eltávolítása a beépítés előtt, valamint a különböző rovarvédő szerek. A gombák a faanyagok leggyakoribb károsítói. Általában szükségük van egy bizonyos nedvességtartalomra, hőmérsékletre és savas közegre a szaporodáshoz. A különböző penészgombák nem jelentenek nagy veszélyt a faanyagra, viszont jelzik a gombáknak szükséges ideális körülményeket. A nedvességtartalom szükséges szintje alá csökkenve a legtöbb farontó gombafaj elpusztul. Kivétel ezek alól az egyik legveszélyesebb, a könnyező házigomba, amely a fában található cellulózt bontja fel vizet nyerve belőle. Nincs szüksége így folyamatos nedvességre, csak a kezdetekben. A gombák ellen kétféleképpen lehet védekezni, általában ezek közül mindkettő szükséges: a faanyagot gombavédő szerekkel kell kezelni vagy felületileg, vagy mélytelítéssel, valamint a faszerkezet nedvességtartalmát a lehető legkisebb szinten kell tartani. Ha mégis nedvesség éri a faanyagot, akkor biztosítani kell a megfelelő szellőzést a gyors száradásért [6], [8], [12].

Az építőanyagok közül a fának nagyon kedvező a tömeg/szilárdság, valamint a tömeg/merevség aránya. Így viszonylag könnyű építményeket tudunk belőle építeni, mialatt a hasznos terhek aránya magas lesz. Figyelnünk kell ellenben a szerkezet tartósságára, amely gondos tervezés nélkül rövid. Előírhatunk rendszeres és sűrű karbantartást a szerkezetre, vagy az adott feladathoz illő, kellően tartós vagy megfelelően kezelt faanyagot alkalmazunk, és figyelünk a szerkezetünk gondos kialakítására. Ezzel a feladattal a konstruktív favédelem foglalkozik, amely a faanyag szárazon tartását oldja meg különböző épületszerkezeti kialakításokkal [8], [12].

A fenntartható fagazdaságok folyamatosan új erdőket létesítenek. Az ilyen faanyag szén-dioxid mérlegében el lehet könyvelni azt a szén-dioxid mennyiséget, amelyet a fa még az élete során kötött meg a levegőből, így a mérleg akár negatív is lehet: A fa több szén-dioxidot vont ki a levegőből, mint amennyit a feldolgozásával és beépítésével a levegőbe juttattunk [8].



9. ábra: A borgundi fatemplom (12. század, forrás: wikimedia.commons)

### 3. Faszerkezetek tartóssága

Az időjárási viszonyoknak kitett, szabadban lévő faszerkezetek, így a fahidak esetén is a hosszú távú, gazdaságos üzemeltetés egyik fontos feltétele a megfelelő tartósság. A faszerkezetű hidak tartóssága többféle módon növelhető, ezeket tekintjük át röviden a következőkben.

#### 3.1. A tartósság biztosítása

A közvélemény a faanyagú szerkezeteket kevésbé tartja tartósnak, mint a vasbetonból vagy acélból készületeket. Ez egy rosszul megtervezett, vagy nem megfelelően karbantartott faszerkezetenél így is van. Ha az építmény nincs felkészítve a természeti hatások viselésére, a kültéri faszerkezetek gyorsan használhatatlanná válhatnak. Viszont ezt a tervezés közben figyelembe lehet venni. Jó példa egy tartós faanyagú építményre a kb. 800 éves borgundi fatemplom, amelyben az építés óta is nagyrészt az eredeti faanyag található (9. ábra). Bár sokat segített a fennmaradásban a helyi klíma alacsony páratartalma, de a szerkezeti kialakítás, és a faanyagválasztás is kedvező a templom élettartama szempontjából. A faszerkezetek tartósságának elsődleges szabálya a beépített faanyag szárazon tartása.

A fa szárazon tartása három módon érhető el [12]:

- A faanyagot csak minimális vízmennyiség érheti, minden víz által támadott oldalról védeni kell.
- Ha víz éri, a lehető leggyorsabban el kell vezetni ezt a vizet.
- A víz eltávolítása után biztosítani kell a maradó víz elpárolgását, jól szellőztetett kapcsolatokat kell létrehozni.
- Megfelelő vegyszeres kezeléssel meg lehet akadályozni a nedvesség bejutását a fába, ezt a védelmet viszont időről időre meg kell újítani.

#### 3.2. A kapcsolatok és szerkezeti elemek tartóssága

A szerkezet megfelelő tartósságának elérése érdekében a kapcsolatok kialakítása rendkívül fontos. Itt alakulhat ki olyan rés, amelyben meg tud ülni a víz, valamint itt található a legtöbb esetben a fa elem bütös vége is, amelynél a faanyag a legtöbb vizet fel tudja szívni. A

tervezés folyamán érdemes először a kapcsolatokkal foglalkozni, és a faanyag, valamint a kezelés megválasztásával később. Egy jól kialakított csomópontban akár kevésbé tartós faanyag is beépíthető, így összességében gazdaságosabb kialakítást kaphatunk. A szerkezet élettartama során a ráfordított fenntartási költségek is kevesebbek [12].

A faanyagú szerkezeti elemek öt osztályba sorolhatók a természeti hatások általi kitettségük szerint [12].

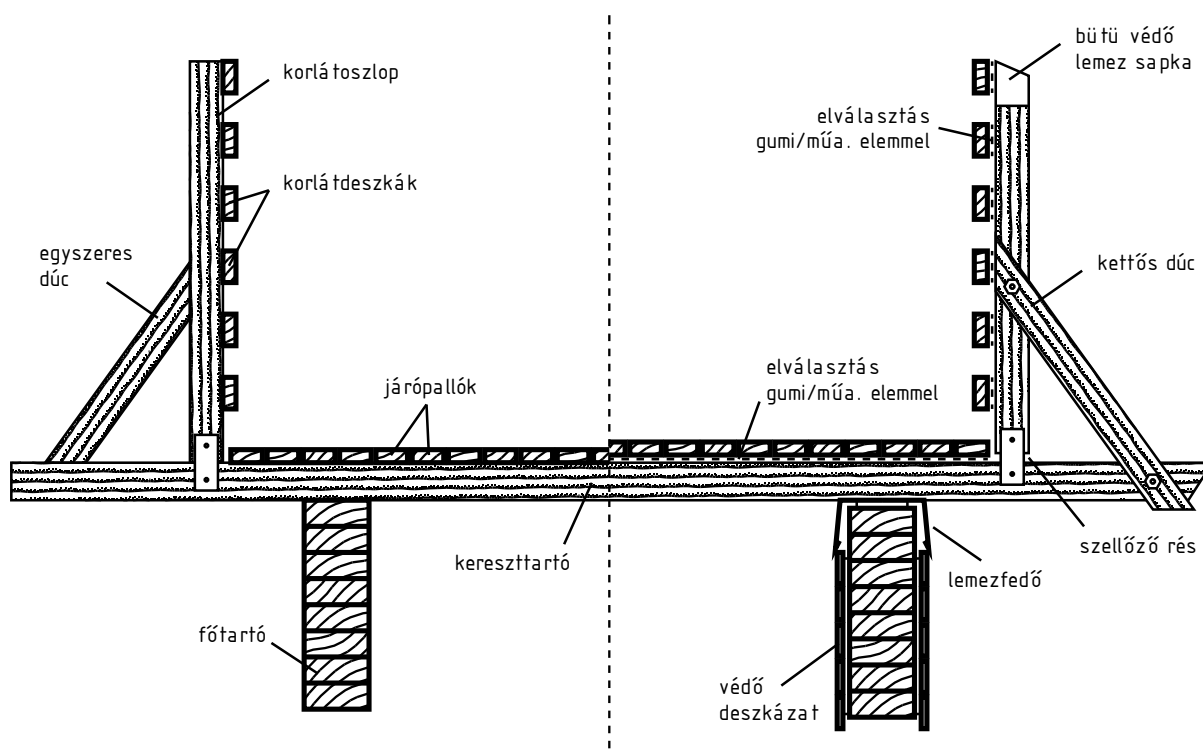
1. Az első osztályba a beltéri faszerkezetek elemei kerülnek. Ezt az osztályt a hídépítésben nem használjuk.
2. A második osztály azon kültéri szerkezeti elemeket foglalja magában, amelyek védve vannak az időjárástól. Ebbe az osztályba tartoznak a fedett hidak szerkezeti elemei. Ide lehet még azokat az elemeket is sorolni, amelyek fedetlen hidakban találhatóak, de a felső és kétoldali síkjuk védve van az esőtől.
3. A harmadik osztály a hídépítésben két alosztályra oszlik. Az egyik a közepesen erős kitettségű (3a), míg a másik az erős kitettségű (3b) szerkezeti elemek. A 3a alosztályba egyedül a nagyobb gerendák és szerkezeti elemek oldalsó síkjainak védelmére szolgáló deszkázat tartozik. Ezek élettartama nem egyezik a teljes szerkezettel, általában sokkal rövidebb (25 év), gyakori felülvizsgálatot, és esetleges cserét is elő kell rájuk írni. A 3b alosztályba a jó vízvezetéssel rendelkező, általában lejtésben lévő, védelem nélküli elemek kerülnek.
4. A negyedik a védelem nélküli, vízszintes elemek osztálya. Ide a járópallók kerülnek, valamint a járópallók alatti párnafák. Ha vannak fa elemek az alépítményben, amelyek vízzel, földdel vagy betonnal érintkeznek, azokat is ebbe az osztályba kell sorolni.
5. Az ötödik osztály a tengervízzel közvetlenül érintkező szerkezeti elemeket foglalja magában.

A kitettség osztályok segítenek kiválasztani az elem tartósságához szükséges faanyagot. Különböző szerkezeti kialakításokkal az egyes elemek osztálya változtatható, így a szükséges faanyag minősége és kezelése is változhat [12].

Az egyik legegyszerűbb ilyen fajta védelmi rendszer a teljes hidat lefedő tető készítése (3. ábra). Ha a függőlegestől számított 30 fokos csapóesőtől védve vannak a szerkezeti elemeink, akkor fedett elemnek számítanak. A védőtető lehet klasszikus tetőszerkezet, vagy a pályalemez is, megfelelő vízszigeteléssel ellátva.

A pályalemez alatt található szélső gerendákat közüti hidaknál viszont nem tekinthetjük védettnek, figyelembe véve a járművek elhaladásával keletkező vízpermetet is. Ha a szerkezetünk védett, a második kitétségi osztályba tartozik [12].

A többi szerkezeti kialakítást érdemes egy példán bemutatni. A példa egy egyszerű, két főtartós gyalogos gerendahíd (10. ábra). A főtartók rétegelt ragasztott gerendák, a kereszttartó, a hosszirányú járópadló, valamint a korlát elemei egyszerű fa elemek. Az ábra bal oldalán hagyományos, rossz kialakítású kapcsolatok láthatók, a jobb oldalon pedig olyan kapcsolatok, amelyek a szerkezet tartósságának maximalizálása érdekében lettek kialakítva.



10. ábra balra: Egyszerű kialakítású fahíd, jobbra: Konstruktív favédelem szerint kialakított fahíd

A járda, és a korlát pallói alá érdemes valamilyen elválasztó elemet tenni, így növelve a rést a két érintkező fa elem között. Ezzel jobb a kapcsolat szellőzése, és a víz is könnyebben távozik. Ezek a szerkezeti elemek a kedvező kialakítás ellenére továbbra is a negyedik kitéti osztályba tartoznak, viszont mérséklődött a gombatámadás esélye [12], [14].

A korlát oszlopának és dúcának csatlakozásait át kell szellőztetni, hogy ne állhasson meg bennük a víz. Ezt egy csatlakozó acél elemmel lehet megtenni az oszlopnál, amely kis mértékben eltartja a kereszttartótól. A felső bütüs vég csapadék elleni védelme megoldható egy lemez sapkával. A korlát dúcánál, ha a csatlakozó elemek mellett vezetjük, és egy csapos, távtartóval ellátott kapcsolattal adjuk át a keletkező erőket, szintén tartós kapcsolatot kapunk. Ez a két szerkezeti elem besorolása, a szükséges szerkezeti kialakítással negyedik osztályból harmadik osztályba változhat, ezzel megengedve a faanyag kedvezőbb kiválasztását [12], [14].

A keresztartó változtatások nélkül a negyedik osztályba sorolható.

A főtartó gerenda a kedvezőtlen kialakítással negyedik osztályú. Ha viszont a felső és az oldalsó síkjait védjük, akkor fedett szerkezeti elemnek számít, így a második kitéti osztályba fog kerülni. Bár a védelem bizonyos költségekkel jár, a faanyag kiválasztásában ez a költség megtérül. A főtartót fenyő anyagból a negyedik osztályban csak mélytelítés árán használhatnánk, de második osztályban nem szükséges, csak rovarok ellen védeni felületi kezeléssel. Az egyes kitéti osztályoknak más-más faanyag a megfelelő (1. táblázat) [12].

A kezeletlen faanyagok szíjácsrészét el kell távolítani beépítés előtt, mert ezt a részt könnyebben megtámadják a gombák és a rovarok. A gesztrészt viszont nehezebb kezelni. A mélykezelés toxikussá teszi a fát, így az épület élettartama után, a bontáskor óvintézkedések szükségesek. Pontosabb számítást is végezhetünk a szerkezeti elemek élettartamának meghatározására. A kitétség mérőszáma az 1. képlettel számítható [14]:

$$D_{Ek} = k_{E1} \cdot k_{E2} \cdot k_{E3} \cdot k_{E4} \cdot D_{E0} \cdot c_a \quad (1.)$$

Az előző képletben  $k_{E1}$  a lokális klímához és csapadékviszonyhoz rendelt változó, míg  $k_{E2}$  az elem fedettségétől,  $k_{E3}$  a földtől való távolságtól,  $k_{E4}$  pedig a kapcsolat csapadéktartó kialakításától függ.  $D_{E0}$  a referencia szint,  $c_a$  pedig a környezetben vett példaktól függő kalibrációs szám. A fenti példában (10. ábra) a védtelen főtartó gerenda  $k_{E4}$  változója 1,5 lenne, míg a védett gerendáé 0,8, ezzel nagyjából felére csökkentve a kitétség mérőszámát [14].

1. táblázat: felhasználható faanyagok kitétségi osztályok szerint

Kitéti osztály	Szerkezeti elemek	Lehetséges faanyagok kezeletlenül	Lehetséges faanyagok kezelve
2.	tető alatt lévő elemek, fedett-jól szellőztetett elemek	borovi fenyő, tölgy (geszt rész)	luc- és jegenyefenyő (felületi kezeléssel: rovar)
3a.	védődeszkázat	borovi és vörösfenyő (geszt rész)	luc- és jegenyefenyő (felületi kezeléssel: gomba+rovar)
3b.	közúti hidgerendák pályalemez alatt, nagy lejtésű, védtelen elemek	borovi és vörösfenyő, tölgy (geszt rész)	luc- és jegenyefenyő (mélykezeléssel: gomba+rovar)
4.	járópallók, vízszintes vagy gyengén lejtett elemek	tölgy (geszt rész)	luc- és jegenyefenyő (mélykezeléssel: gomba+rovar)
5.	tengervízben álló elemek	egzotikus fafajok	jegenyefenyő (mélykezeléssel: gomba+rovar)



## 4. Faszerkezetek költséghatékonysága

### 4.1. Különböző anyagok kivitelezési sajátosságai

A faanyag versenyképességének növeléséhez a tartósságán kívül a teljes életciklusra vetített költségeit is javítanunk kell. A tartószerkezetek költségeinek jelentős részét sokszor nem az alapanyag ár, hanem az építéshez szükséges idő és élőmunka igény emészti fel.

Vasbeton szerkezeteknél ez meglehetősen nagy, főleg, ha monolit szerkezetről beszélünk. A zsaluzás, a vasszerelés majd a betonozás, a kötés és a kizsaluzás mind sok időbe telik, és sok helyszíni munkát igényel. Ennek javítása érdekében az építőiparban a mai vasbeton szerkezetek jelentős részét előregyártással készítik, és a helyszínen csak a félmonolit kapcsolatokat készítik el.



11. ábra: Az első Traversina híd (forrás: subtilitas.site)

Az acélszerkezetek kevésbé helyszíni munkaigényesek. Itt is csak a kapcsolatokat készítik el a helyszínen, a nagyobb gyártási egységeket az üzemből a helyszínre tudják szállítani. A kapcsolatokhoz pedig nem szükséges semmilyen nedves technológia: kapcsolóelemekkel, vagy hegesztéssel készülnek. A faanyag hasonló tulajdonságokkal rendelkezik, mint az acél.

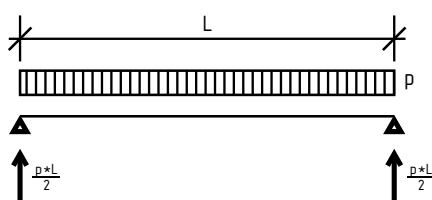
A fából készült szerkezetek is készülhetnek üzemben, majd a helyszínre szállítva őket egyszerű kapcsolóelemes kapcsolatokkal össze tudják őket szerelni. A fa elemek súlyuk miatt

sokszor kézzel is könnyedén szállíthatók. A faszerkezeteket ezen tulajdonságaik miatt sokkal kedvezőbb kivitelezni.

A fának kiváló tömeg/merevség, valamint tömeg/szilárdság aránya van. Így olyan szerkezetek építhetők belőle, amelyeknél az önsúly és a hasznos terhek aránya nagyon alacsony, ezért sokszor alkalmazzák gyalogos hidak építéséhez. Az alacsony tömeg miatt az extrémebb terepen történő építés is könnyebb, amire jó példa az első Traversina híd, amelyet két darabban emeltek a helyére helikopter segítségével (11. ábra).

A faanyagú hidaknál tekintettel kell lenni arra, hogy ezek a szerkezetek jóval gyakoribb karbantartást igényelnek, mint a vasbeton vagy acél anyagú hidak, így hasonló elvárt élettartam esetén ezeknek költségesebb lehet a fenntartása. Ezt a konstruktív favédelem szem előtt tartásával jelentősen csökkenthetjük. Jelen dolgozatban a fenntartási költségekkel nem foglalkozunk, viszont a fahidak anyagköltségeinek tartószerkezet optimalizálás segítségével történő csökkentésével igen.

#### 4.2. Az anyagköltség optimalálása



12. ábra: Kéttámaszú híd statikai váza, vonalmenti megoszló terheléssel

A szerkezetünk költségét optimalálással is csökkenteni tudjuk azáltal, hogy egy adott szerkeztípushoz tartozóan a lehető legkevesebb anyagot igénylő tartószerkezeti megoldást keressük meg. A szabványok alapján épített szerkezeteknek meg kell felelniük a teherbírasi és használhatósági határállapotokra. Ezeket a kikötéseket teljesítve is végtelen sok szerkezeti megoldás lehetséges. Az optimalálással kapunk egy olyan megoldást, amely valamely szempont szerint a végtelen lehetséges szerkezet közül a legmegfelelőbb. Ezen szempontok közül a legáltalánosabb a tömeg szerinti optimalálás. Ennek bemutatására érdemes a megoszló terheléssel terhelt kéttámaszú hidat vennünk, mint példát (12. ábra).

Ennél a problémánál két pont között kell összeköttetést létrehozni, közbenső támasz nélkül. Az egyszerűség kedvéért két szerkezeti rendszert vizsgálunk, mint lehetséges megoldást: a gerendahidat (13. ábra) és az ívhidat (14. ábra). Ha közepén szétválasztjuk mindkét szerkezetet, majd csak az egyik felet vizsgálva a középső keresztmetszetbe redukáljuk

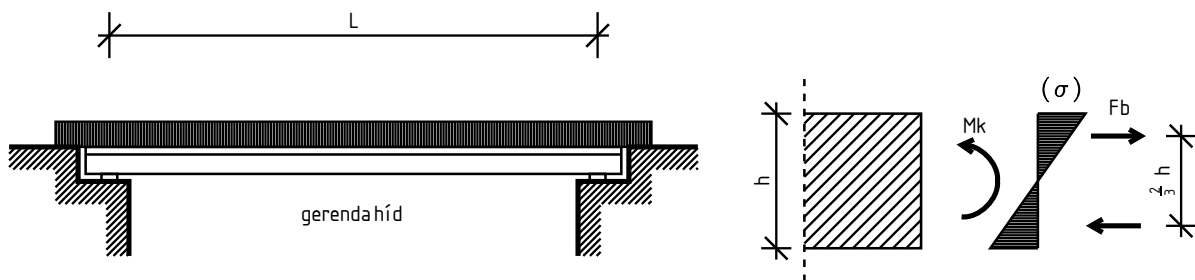
a külső erőket, megkapjuk a szerkezetet terhelő igénybevételeket. Ez jelen esetben egy nyomaték lesz, melyet a 2. képlettel számolhatunk.

$$M_K = \frac{p \cdot L}{2} \cdot \frac{L}{2} - p \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{L}{4} = \frac{p \cdot L^2}{4} - \frac{p \cdot L^2}{8} = \frac{p \cdot L^2}{8} \quad (2.)$$

A nyíróerő értéke a középső keresztmetszetben zérus (3.)

$$V_K = \frac{p \cdot L}{2} - \frac{p \cdot L}{2} = 0 \quad (3.)$$

Az egyetlen, nyomatéki igénybevételt így a belső erőknek kell egyensúlyban tartania, amelyek a szerkezeti elemekben ébrednek feszültség formájában. Ha kis elmozdulásokkal számolunk, az egyensúlyi egyenleteket az eredeti geometriára kell felírnunk. Így a gerendahídnál a külső terheket a vízszintes gerendának kell hordania. Ezt belső nyomatékokkal tudja megtenni, így a gerenda keresztmetszetének felső része nyomott, az alsó húzott lesz.



13. ábra: Gerendahíd, a keresztmetszetben keletkező feszültségekkel

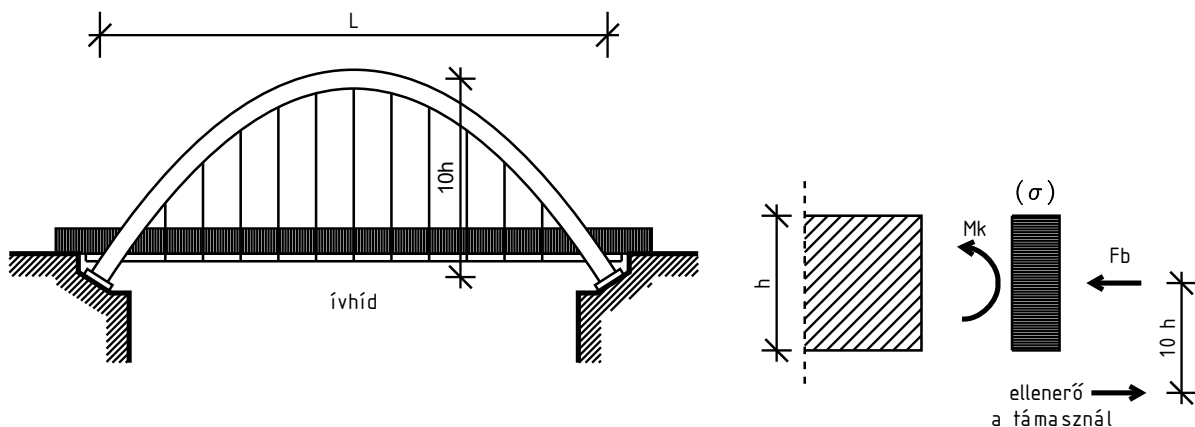
A gerenda keresztmetszetének belső hajlítófeszültségeloszlása háromszög alakú (13. ábra), így a belső erők (amelyek a feszültségek eredői) erőkarja a keresztmetszet magasságának 2/3-a. Ha a középső keresztmetszetben ébredő nyomatékot, amelynek egyeznie kell a belső erők erőkarjával, elosztjuk a gerenda magasságának kétharmadával, megkapjuk az egyik eredő erőt a gerenda keresztmetszetében (4.).

$$F_{belső} = \frac{M_K}{\frac{2}{3} \cdot h} = \frac{p \cdot L^2 \cdot 3}{16 \cdot h} \quad (4.)$$

Mivel ez az erő egyenlő a keresztmetszetben keletkező negatív vagy pozitív normálfeszültség eredőjével, ezért egyenlő a feszültségábrán látható háromszögekkel. Így a maximális feszültség könnyen kiszámítható (5.)

$$\sigma_{max} = F_{belső} \cdot 2 \cdot \frac{2}{h} = \frac{p \cdot L^2 \cdot 12}{h^2 \cdot 16} = \frac{p \cdot L^2}{h^2} \cdot \frac{3}{4} \quad (5.)$$

Ha az ívhídát vizsgáljuk, a belső erő az ív keresztmetszetében keletkezik, amely jelen esetben a vízszintes pálya fölött  $10h$  magasságban található (14. ábra). Az ívhidak támaszában fel kell tudnunk venni a keletkező vízszintes erőt, így itt a belső erők erőkarja nem csak a keresztmetszeten belül létezik, hanem a teljes ívmagasság, tehát  $10h$ .



14. ábra: Ívhíd, a keresztmetszetben ébredő feszültségekkel

Mivel a terhelés nem változott, ezért a belső erőknek ugyanazt a nyomatékot kell felvenniük, mint a gerendahídnál. A belső erők erőkarja viszont sokkal nagyobb, mint azt a 6. képletben láthatjuk:

$$F_{belső} = \frac{M_K}{10 \cdot h} = \frac{p \cdot L^2}{80 \cdot h} \quad (6.)$$

Tegyük fel, hogy az ív keresztmetszetének magassága egyezik a gerenda magasságával. Míg a hajlított gerenda feszültség eloszlása lineáris, addig jelen esetben a nyomott ívé egyszerű konstans feszültségekkel terhelt. Ezért a maximális feszültséget a 7. képlettel számolhatjuk:

$$\sigma_{max} = F_{belső} \cdot \frac{1}{h} = \frac{p \cdot L^2}{h^2 \cdot 80} = \frac{p \cdot L^2}{h^2} \cdot \frac{1}{80} \quad (7.)$$

Ebből látható, hogy az ívhíd mechanikai modellje sokkal kedvezőbb, mint a gerendahídé, sokkal kevesebb a keletkező maximális feszültség. Mindkét híd típus teljesíti a szükséges feltételeket, hogy hídnak nevezhessük őket: összeköttetést létesítenek két pont között, egy adott megoszló terhelést átvezetve az útvonalon. Ha a feladatba foglalunk két másik feltételt, mely szerint a keresztmetszetben keletkező feszültségek nem érhetnek el egy bizonyos szintet (az egyszerűség kedvéért legyen ez a szint a gerendahídban keletkező maximális feszültség), valamint a tömeget is minimalizálni szeretnénk, az ívhíd lesz az optimális kialakítás. Bár jelen esetben az íves geometria, és a hasonló szelvény miatt nagyobb a tömege, mint a gerendahídnak, viszont a benne keletkező feszültség sokkal kisebb (8.). Így a keresztmetszet csökkenthetjük, mely mellett a tömege is drasztikusan csökkenni fog.

$$\frac{p \cdot L^2}{h^2} \cdot \frac{3}{4} = \delta_{max.ger} > \delta_{max.iv} = \frac{p \cdot L^2}{h^2} \cdot \frac{1}{80} \quad (8.)$$

A valóság ennél sokkal bonyolultabb. A hidak szerkezeti rendszerének választásánál az egyik legfontosabb szempont mindig az altalaj minősége. Az ívhíd vízszintes erőket felvenni képes alapozását nem lehet minden talajon létrehozni, az alaptest pedig sokkal nagyobb költség, mint egy gerendahíd alapteste. A példában a teherbírás határállapotokból is csak a keresztmetszet teherbírását vettük figyelembe, az ívhidakat és gerendahidakat is fenyegető stabilitási tönkremeneteleket nem. Ahhoz, hogy az optimális megoldást kapjuk egy adott feladathoz, érdemes minél több korlátozó és minimalizálandó tényezőt is figyelembe vennünk. Ha egyszerre szeretnénk több eredményt, például a tömeget és a CO<sub>2</sub> lábnyomot is minimalizálni, ezeket egy célfüggvényben, általában valamilyen súllyal vehetjük figyelembe.

## 5. Az optimalás bemutatása

### 5.1. Az optimalási alapeladat

Az optimalás jobb megértéséhez először érdemes megvizsgálnunk az optimalási alapeladatot. Meg kell adnunk kezdeti változókat, amelyeket érdemes egy paraméter-vektorba rendeznünk (9.) [15], [16]:

$$\bar{p} = [B_1, B_2 \dots B_n, k_1, k_2 \dots k_m, i_1, i_2 \dots i_j] \quad (9.)$$

A kezdeti paramétereink három félék lehetnek. A felső vektorban  $B$ -vel vannak jelölve a folytonos paraméterek, amelyek 0 és 1, vagy 0 és egy maximális érték között szabadon változhatnak. A diszkrét paraméterek  $k$ -val vannak jelölve, ezek is egy minimális és maximális érték között változnak, viszont nem folytonosan, hanem diszkrét lépésekben. A harmadik fajta logikai paraméter lehet, ezek  $i$ -vel vannak jelölve.

Az optimalizáló feladatot ezután le kell írunk egy függvénnyel (10.). Az  $F(\bar{x})$  függvény annyi változóval rendelkezik, ahány tagú a  $\bar{p}$  paraméter-vektorunk, és annyi kimenetei értéket ad, amennyit figyelembe szeretnénk venni az optimalizálás során [15], [16]:

$$F(\bar{p}) = \bar{c} \quad \text{melyben} \quad \bar{c} = [c_1, c_2 \dots c_t] \quad (10.)$$

A kimeneti értékeket, ha többet szeretnénk vizsgálni, érdemes szintén vektorban kezelni. Az optimalizálást egyszerű esetben egy értékre tudjuk elvégezni, ezért a kimeneti értékeket egy célfüggvény segítségével egy értékbe kell összevonnunk. Ez általában valamilyen súlyozott átlagot jelent (11.) [15], [16]:

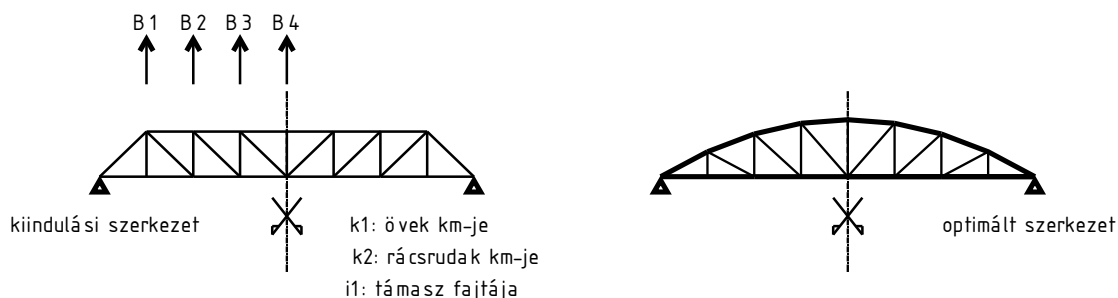
$$C(\bar{c}) = X \quad \text{melyben} \quad C(\bar{x}) = x_1 \cdot s_1 + x_2 \cdot s_2 + \dots x_t \cdot s_t \quad (11.)$$

Az optimalizálás elvégzése során a bemeneti  $\bar{p}$  vektor elemeit addig változtatjuk, amíg  $X$  keresett érték minimális lesz.

## 5.2. A szerkezetoptimalizálás bemutatása

A szerkezetoptimalizálás során meg tudjuk fogalmazni az egyes tagokat pontosabban is. A folytonos paraméterekkel a szerkezetek geometriáját tudjuk változtatni. A bemutatott példán (15. ábra) a  $B_1$ - $B_4$  paraméterekkel a rács csomópontok magasságát tudjuk változtatni a szimmetrikus rácsostartóban. Ha létrehozunk egy keresztmetszet adatbázist, a diszkrét változókkal például az egyes szerkezeti elemek keresztmetszetét tudjuk változtatni, sorszámként kezelve őket. A logikai paraméterekkel a példában a rácsos tartó második

támaszának vízszintes szabadságfokát tudjuk állítani, amely vagy egyszerű csuklós támasz, vagy görgős.



15. ábra balra: A felparaméterezett, optimalandó szerkezet, jobbra: Az optimalt szerkezet

A tömegek minimalizálása mellett, egy megengedett maximális lehajlás betartásával lefuttathatjuk az optimalálást. Ekkor a folytonos paramétereink egy klasszikus vonalvezetésű, nyomatéki ábrának megfelelő rácsos tartó alakját veszik fel (15. ábra). A diszkrét paraméterek az öveknek nagyobb keresztmetszetet adnak, mint a belső rácsrudaknak, valamint a lehajlás minimalizálása miatt a második támasz se fog tudni vízszintesen elmozdulni, így az azt vezérlő logikai változó hamis lesz.

### 5.3. Egyszerű optimalási feladatok megoldása

Az optimalási feladatok megértése után a megoldásukkal is foglalkoznunk kell. Ha a feladatunk egy változós, és egy célértéket szeretnénk minimalizálni, általában egyszerűen deriválással megkaphatjuk az eredményt. Legyen a feladatunk változója  $x$ , a célérték  $y$ , melynek változását az  $f(x)$  függvény írja le (12.).

$$f(x) = (x + 2)^2 - 5 \quad (12.)$$

A függvény deriváltja egyenlő a függvény meredekségével az egyes értékekben (13.).

$$f'(x) = (x^2 + 4x - 1)' = 2x + 4 \quad (13.)$$

Ha a függvény meredeksége zérus, vagyis vízszintes a haladása, akkor a függvényben egy lokális vagy globális minimum vagy maximum van ezen a helyen. Ha egyenlővé tesszük az  $f'(x)$ -re kapott függvényt 0-val, megkapjuk ezt a pontot (14.).

$$f'(x) = 2x + 4 = 0 \rightarrow x = -2 \quad (14.)$$

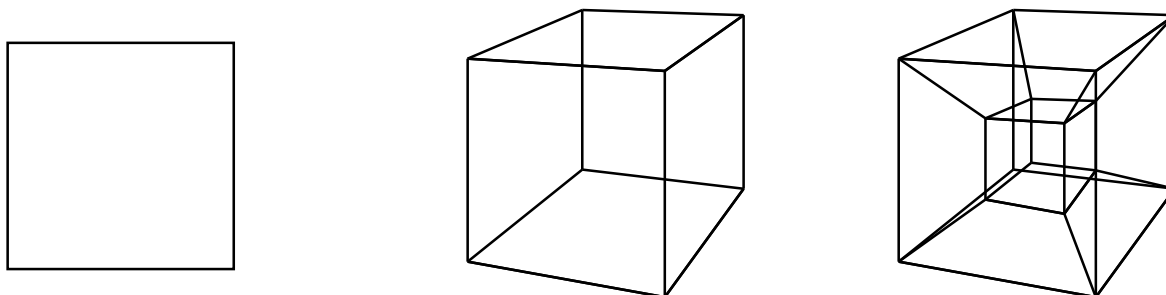
Az, hogy ez a pont maximum vagy minimum a függvény konvexitásától függ, amelyet a függvény második deriváltjával számolhatunk ki. Ha a második derivált az adott pontban pozitív, a meredekségének változása pozitív, a függvény konvex, és a pont minimum pont. Mivel ennek a függvénynek a második deriváltja egy konstans pozitív szám (15.), ezért minden pontjában konvex, így a szélsőérték helye minimum hely.

$$f''(x) = (2x + 4)' = 2 \quad (15.)$$

A problémánk függvénye viszont nagyon ritka esetben ilyen egyszerű. Sokszor több lokális minimuma is van, és a folytonossága sincs biztosítva a teljes paramétertartományon. A rácsos tartó optimalálásánál például előfordulhat olyan geometria (az 5.2 pontban említett példánál  $B_1-B_4=0$ ) amelynél az összes rácsrúdra merőlegesek a külső erők, így végtelen nagy elmozdulások jönnek létre. A bonyolultabb optimalási feladatok megoldásával a 6. pontban részletesebben foglalkozunk.

#### 5.4. Több-dimenziós feladatok

Tartószerkezetek tervezése során az egyes variánsok mind egy-egy pontot jelentenek egy térben, amelynek dimenzióit a tervezési paraméterek feszítik ki. A tervezés során a feladatunk, hogy ebben a tervezési térben adott kényszereket figyelembe véve, egy megfogalmazott célfüggvény szerint megtaláljuk a feladat optimális megoldását. Az 5.1 pontban bemutatott  $\bar{p}$  vektor a tervezési feladat terének egy koordinátáját adja meg, így egy



16. ábra: 2D-s négyzet, 3D-s kocka, 4D-s hiperkocka



lehetséges szerkezetet. Tehát amennyi paramétert használunk a tervezési feladat leírásához, annyi dimenziós lesz az optimalási feladatunk [17].

Ennek a jelentőségét egy egyszerű példán szemléltethetjük. A tervezési tér mindig egy két egységnyi oldalhosszúságú négyzet. A tervezési paraméterek az X és az Y koordináta. Ha bármely célfüggvény esetén véletlenszám-generálással keresnénk a megoldás értékét, a „találati” esélyünk a négyzet területével lenne arányos (16.). Ez lenne a feladatunk tervezési tere.

$$A_{tér} = 2^2 = 4 \quad (16.)$$

Ha a dimenziók számát eggyel növeljük, a tervezési tér a harmadik dimenzió lesz, tehát egy két egységnyi oldalhosszúságú kocka (17.). A tervezési paraméterek száma eggyel nő, az új paraméter a Z koordináta.

$$V_{tér} = 2^3 = 8 \quad (17.)$$

A negyedik dimenzióban a kockák hiperkockává alakulnak, és bejön még egy tervezési paraméter, amelyet nevezhetünk T koordinátának (18.).

$$\hat{V}_{tér} = 2^4 = 16 \quad (18.)$$

A tervezési terek méretéből látszik, hogy a dimenziók számának növelésével egyre kevesebb az esélyünk, hogy egy véletlenszámokon alapuló megoldási módszerrel az optimális megoldásra jussunk. A szerkezetoptimalási feladatokban pedig általában sok tervezési paramétert kell kezelnünk, így a tervezési tér is nagy dimenziójú. Ezért az ilyen feladatok megoldásához szükségünk van egy optimaló algoritmusra.

## 6. Optimáló algoritmusok bemutatása

### 6.1. Optimáló algoritmusok fajtái

Az egyszerűbb optimalási feladatok megoldásához lokális optimáló algoritmusokat tudunk használni. Ezek általában a feladat függvényének deriválásával vagy a derivált közelítésével keresik a szélsőértéket, hasonlóan a 5.3 pontban említett megoldáshoz [15].

Többdimenziós függvényeknél is használhatók, viszont nem tudnak különbséget tenni lokális és globális optimum között [15].

Ha a globális minimumot szeretnénk megkeresni a teljes tervezési térben, egy globális optimáló algoritmust kell használnunk. A globális algoritmusok két alfaja a determinisztikus és heurisztikus algoritmusok [15], [16].

A determinisztikus algoritmusok használata során adott bemenő adatok mindig ugyanazt az értéket adják az algoritmus eredményeképpen, ami a feladat tényleges minimuma lesz. Ez a fajta algoritmus akkor eredményes, ha a feladat minimuma létezik, és jól elkülöníthető [15].

Ha az egzakt megoldás nem létezik, vagy nehéz elkülöníteni, heurisztikus algoritmusokat kell alkalmaznunk. Ezek az algoritmusok mindig adnak eredményt, de ezekről nem mondhatjuk biztosra, hogy az adott feladat tényleges megoldásai.

A heurisztikus algoritmusok egyik fajtája az evolúciós algoritmus. Ezekben nem egy paraméter vektort változtatunk, hanem eleve többet kezelünk. Ezek összességét az optimaláláskor populációnak nevezünk [16].

Ezeket az algoritmusokat általában valamilyen természeti folyamat matematikai modellezése alapján írták, amely az iterációk során eszközölt változások fajtájában nyilvánul meg. A leghíresebb ilyen algoritmust Darwin evolúciós törvényei alapján írták, a neve *Genetic Algorithm* (Holland, 1975). Ennél az egyes iterációkban a legrátermettebb fennmaradásának törvénye érvényesül, a paraméter vektorainkat tekintve az egyes evolúciós ágaknak. Az iterációk között pedig a jól teljesítő gének tovább öröklődnek a következő generációnak [15], [16].

További híres evolúciós algoritmusok a *PSO* (*Particle Swarm Optimization*, Kennedy és Eberhardt, 1995), a *Genetic Programming* (Koza, 1992), a *Harmony Search* (Geem, Kim és Loganathan, 2001). Ezekon kívül sok másik algoritmus létezik még [15], [16].

## 6.2. Egy algoritmus bemutatása – a WaOA



17. ábra: Rozmár (*Odobenus rosmarus*, forrás: [wikimedia.commons](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Walrus.jpg))

A természet ihlette, evolúciós, heurisztikus algoritmusok sokszínűségének illusztrálására a jelen dolgozat végén található példa is egy ilyen algoritmussal került optimalásra. A felhasznált algoritmus a *WaOA*, vagyis *Walrus Optimization Algorithm*, amelyet 2023-ban készített Pavel Trojovský és Mohammad Dehghani a Hradec Králové-i Egyetemen, és amely a rozmárok szociális viselkedésén alapul [18].

Cikkükben három viselkedési formát mutatnak be [18]:

Az első a rozmárok hierarchiájáról szól. Jellegzetes ismertetőjegyük a két hosszú agyar (17. ábra). Ezeket a harcon kívül élelemszerzésre használják, oly módon, hogy a tenger fenekén kutatnak az iszapban velük puhatestűek után. A leghosszabb agyarú rozmár dominálni tudja a többi fajtársát harcban és kinézetben is, így a rozmárcsapat vezetőjévé válik.

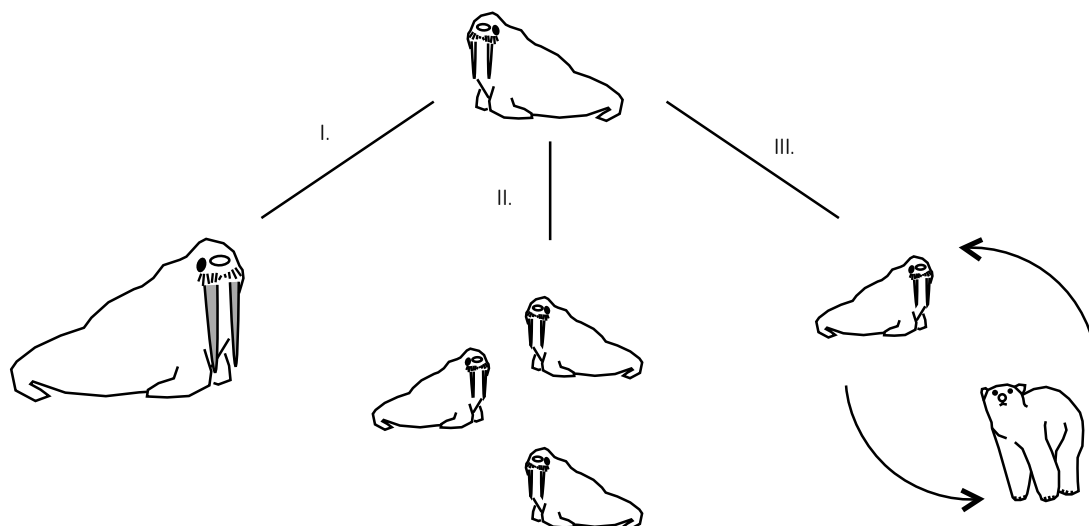
A második a rozmárok időszakos vándorlása. Amikor késő nyáron elolvad a jég, a rozmárok partmenti bokrosokhoz és sziklás tengerpartokhoz vándorolnak, hogy ott várják meg újra a hidegebb időt.

A harmadik a harc a rozmár természetes ellenségeivel. Bár a rozmár nagytestű ragadozó állat, viszont nem csúcsragadozó. Két természetes ellensége van, a jegesmedve (*ursus maritimus*) és a kardszárnyú delfin (*orcinus orca*). A jegesmedvével harcoló rozmár sok sérülést tud okozni a medvének az agyaraival, a harc általában kimerítő mindkét fél számára. A kardszárnyú delfin ellen nincs sok esélye a rozmárnak, általában ez a küzdelem rövid.

Ezt a három viselkedési formát, kis mértékben módosítva alkalmazták az optimaló algoritmus alaptörvényeinek megfogalmazására (18. ábra) [18]:

1. Egyes rozmárok szívesen vadásznak ugyanazon a területen, mint a leghosszabb agyarú rozmár.
2. A rozmárok együtt vándorolnak, egyes rozmárok szívesen vándorolnak olyan területre, ahol más rozmárok tartózkodnak.
3. A ragadozókkal történő harc közben a rozmárok sokat mozognak kis területen belül.

E három törvény matematikai leírása alapján működik a *Walrus Optimization Algorithm*. Az algoritmus lépései a következők:



18. ábra: A WaOA három működési fázisa

A WaOA evolúciós algoritmus, ezért nem egy paraméter vektort kezel, hanem egy populációt ezekből. Ezek a paraméter vektorok ( $\vec{p}$  a 5.3 pontban) egyeznek meg a leíráshoz használt rozmárokkal. Ezért először meg kell adnunk a populáció számát,  $N$ -et. Ezt nem érdemes túl nagyra vennünk, mivel minden egyes iterációban végig kell mennünk a teljes populáción, egy nagyobb szám bár nem sokkal javítaná a végeredményünk konvergálását, a számítási időt jelentősen meghosszabbítaná [18].

A következő érték az iterációk száma,  $T$ . A WaOA egy heurisztikus algoritmus, tehát mindenképpen ad egy eredményt, ha ez nem is a globális probléma megoldása. A megadott iterációs szám elérése után ezért nem bizonyos, hogy a kapott eredmény a feladat teljes megoldása. Ezt a  $T$  értéket fel lehet venni dinamikusan változóra is, ekkor addig iterál a feladat amíg két egymást követő végérték különbsége nem megy egy bizonyos szám alá [18].

A populációt az algoritmus kezdetén véletlenszám generálással hozzuk létre. Érdemes egy mátrixban kezelnünk a rozmárokat (paraméter vektorokat), amely mátrix sorainak száma egyezik a populáció,  $N$  számával (19.). A mátrix oszlopainak száma megegyezik a tervezési paraméterekkel, vagyis egy rozmár annyi dimenziós, ahány tervezési paraméterünk van [18].

$$\overline{RZMR} = \begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N1} & \cdots & x_{Nj} \end{bmatrix} \quad \text{melyben } j \text{ a tervezési paraméterek száma} \quad (19.)$$

Ez után leírhatjuk egy iteráció felépítését:

Az első lépés a legerősebb rozmár kiválasztása. Ezt úgy tehetjük meg, hogy lefuttatjuk a véletlenszámokkal feltöltött populációnk minden tagjára a feladat függvényét, és a célfüggvénynek legjobban megfelelő tagot elmentjük [18].

Ez után az élelemszerzés fázisa következik. Az iterációk alatt minden rozmár minden dimenzióját vizsgáljuk. Az első fázisban a vizsgált dimenziót a legerősebb rozmár ugyanazon dimenziójával hasonlítjuk össze. Ha az adott dimenzió koordinátája különbözik, az algoritmus közelíti a legerősebbhez egy véletlenszámoktól függő aránnyal. Ez után újra számolja a feladat függvényét a közelített dimenzióval, és ha kedvezőbb, megtartja a változtatást. Ezzel, ha adott rozmárnak kedvezőbb, közelebb kerülhet a legerősebb rozmárhoz [18].

A második fázis a migráció fázisa. Ennél az adott dimenziót egy véletlenszámok által választott másik rozmár dimenziójával hasonlítjuk össze. Ha a véletlenszámok által választott rozmár jobban teljesítette a célfüggvényt, a vizsgált rozmár közelíthet felé, ha rosszabbul akkor távolodhat felőle (hasonlóan véletlenszám-generált aránnyal). De csak akkor érvényesek ezek a változtatások is, ha a vizsgált rozmár így jobb eredményt ér el [18].

A harmadik fázis a harc fázisa. Ebben azt szimulálva, ahogy kis területen küzdenek egymással a rozmárok és a jegesmedvék, az adott rozmár dimenzióinak koordinátái is változhatnak kis mértékben. Ezek a változtatások is csak az eredmények javulása mellett lépnek érvénybe [18].

Az első fázis segít az algoritmusnak a nagy tervezési térben megtalálni a kisebb, lokális optimumokat. A harmadik fázis pedig a lokális optimum szűkítésében segít. Ezért érdemes ezt az igazítást dinamikusan változóra felvenni, hiszen az iterációk végén már nincs szükségünk nagy ugrásokra [18].

Az iterációk végén elmenthetjük az éppen aktuális legjobban teljesítő rozmárt, így megfigyelhetjük az iterációk múlásával a legjobb eredmény változását. Az utolsó iteráció végén elmentett legjobb megoldás fogja adni az adott feltételek mellett az algoritmus által talált legjobb kvázi-optimális megoldást. Az egyes fázisokat az adott feladatokhoz hozzá tudjuk hangolni, ehhez az algoritmus rendelkezik ezeket kezelő paraméterekkel [18].

Az optimalási feladatunk megoldásához a feladat fajtája szerint kell algoritmust választanunk. A heurisztikus algoritmusok alkalmasabbak lehetnek szerkezetoptimalási feladatok elvégzéséhez, hiszen ezeknél sok tervezési paraméterrel kell számolnunk, valamint a paraméterek és megoldások közötti összefüggés is bonyolult. Számítanunk kell sok lokális optimumra is. A WaOA egy kortárs algoritmus, amelyben a három fázis a globális és lokális optimum megkeresésének könnyítésére lett megírva. Az algoritmust így sikeresen alkalmazhatjuk szerkezetoptimalási feladatokra.

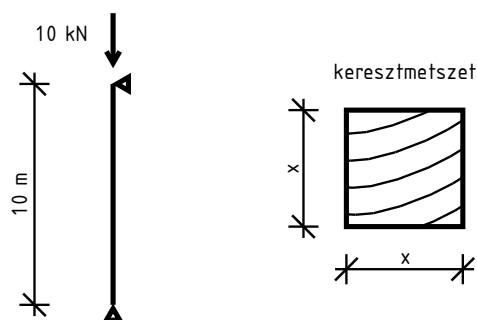
A következő pontban egy fahíd tartószerkezetének optimalási példája kerül bemutatásra a fenti algoritmus alkalmazásával. Az optimaláshoz és statikai számításhoz felhasznált kódot *Matlab 2023 academic* szoftverben írtuk.

## 7. Szerkezetoptimalási példa

### 7.1. WaOA algoritmus verifikációja – nyomott oszlop optimalása

Az algoritmust használat előtt érdemes verifikálnunk. Ezt egy olyan problémával tudjuk a legegyszerűbben, amelynek ismerjük a megoldását, vagy könnyen kiszámolhatjuk egy másik megoldási módszerrel. A választott példa egy négyzet keresztmetszetű fa oszlop kihajlása.

A példánál egy tervezési paraméterünk van, tehát a feladat egy dimenziós. Ez a paraméter a négyzet-keresztmetszet szélessége. A példában az oszlop 10 méter magas, 10 kN erő hat rá, az anyaga pedig GL24h rétegelt-ragasztott fa (19. ábra).



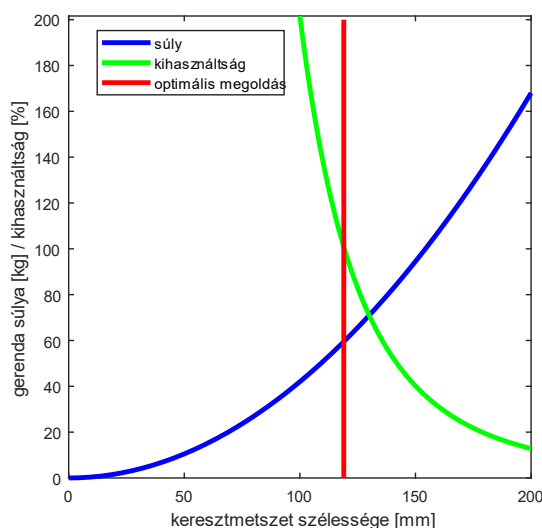
19. ábra: Nyomott oszlop statikai váza, keresztmetszete

A stabilitási ellenőrzést az MSZ EN 1995-1-1 (Eurocode 5) képletei alapján végeztük el [19]. A feladat függvényének eredményei a faoszlop súlya kilogrammban, valamint a kihajlási kihasználtság.

Ha a kihajlási kihasználtság eléri az 100%-ot, a célfüggvény az adott gerenda súlyát a kihasználtság kimerülésével arányosan megnöveli. Az algoritmust így arra kényszerítjük, hogy tovább keresse az optimális megoldást. A megoldás ott lesz, ahol a kihasználtság pont 100%, hiszen addig folyamatosan csökken a tömeg a mesterséges növelés miatt, utána pedig nő a keresztmetszet növekedése miatt.

Az optimalálást a 6.2 pontban bemutatott WaOA algoritmussal hajtottuk végre. A számítás 30-as populációszámmal, és 50 iterálással történt. Az így kapott optimális szelvényméret 119,26 mm, a gerenda tömege 59,7 kg, a kihajlási kihasználtság 100%.

A verifikációra azért ezt a feladatot választottuk, mert egy dimenziós, így könnyen felrajzolhatók a feladat függvényének végértékei egyszerű vonaldiagramban (20. ábra). Ha ábrázoljuk a gerenda tömegét (az ábrán kézzel jelölve), láthatjuk, hogy a tömeg négyzetesen növekszik, a keresztmetszet növekedésével arányosan. A kihajlási kihasználtság (az ábrán zölddel jelölve) a kis keresztmetszeti értékekre nagy számokat eredményez. Mivel a kihasználtság a szélesség növekedésével folyamatosan csökken, a gerenda tömege pedig folyamatosan nő, ott lesz az optimális megoldásunk, ahol a gerenda már pont megfelel kihajlásra. Ez ennél a módszernél is a 119,2 mm, a gerenda súlya pedig itt is 59 kg (az ábrán piros vonallal). A fentiek alapján elmondható, hogy a választott optimalálási algoritmus megfelelően működött a bemutatott egyszerű tartószerkezeti probléma esetén.



20. ábra: Nyomott oszlop grafikus optimalálása

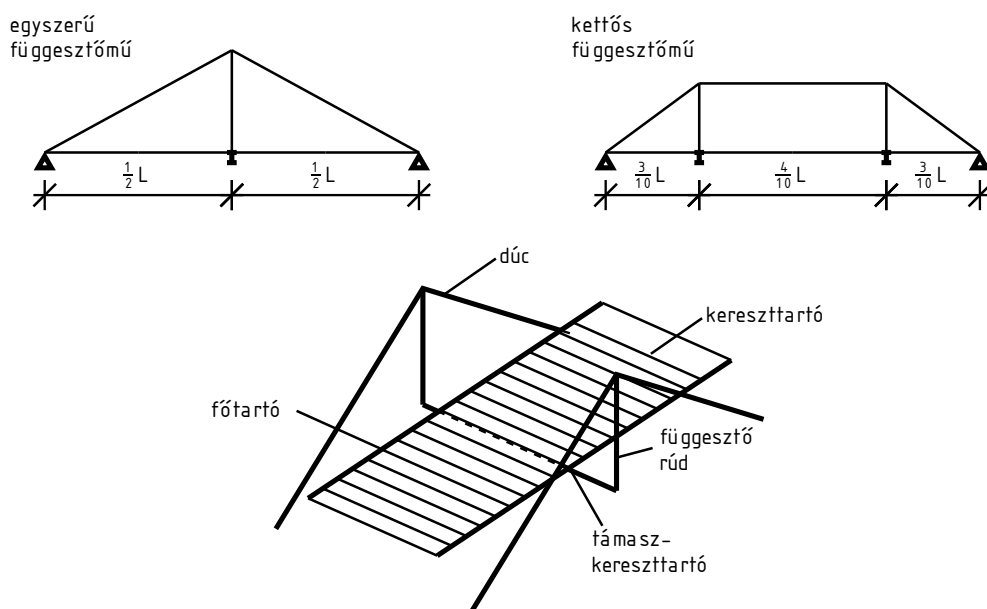
## 7.2. Szerkezetoptimalálási példa leírása

A verifikáció után használhatjuk az algoritmust bonyolultabb feladatok megoldására is. A példánkban egy  $L = 10$  méter támaszközü, esetleges járműforgalommal terhelt gyalogos hídszerkezetet vizsgálunk.

Az optimalálást egy híd tervezése során a tervezés elején érdemes elvégeznünk. A híd tervezésének a végén, kiviteli szinten már túl sok tervezési paraméterünk lenne ahhoz, hogy hatásosan el tudjuk végezni a feladatot. Ezért jelen példában is a kitűzött részletesség az engedélyezési terv szintje.

A fa gyalogoshidakra az Eurocode 5 szabvány  $q_{fk} = 5 \text{ kN/m}^2$  egyenletesen megoszló hasznos gyalogos terhet ír elő. Amennyiben a hídon gépjármű megjelenésére is számítani lehet, akkor egy két tengelyből álló tehermodellt kell működtetni a hídra,  $Q_{serv1} = 80 \text{ kN}$  és  $Q_{serv2} = 40 \text{ kN}$  tengely súlyokkal. A megoszló  $q_{fk}$  és koncentrált  $Q_{serv}$  terhek közül a szabvány szerint egyszerre csak egyet kell a hídra működtetni.

Ezekre a fajta hidakra (például erdei ösvények fahídjain) általában csak ritkán járnak járművek, tehát az egyszerűsítés kedvéért csak a  $5 \text{ kN/m}^2$  hasznos terhet működtettük a hídon. A pálya szélessége 5 méter. A híd anyaga alapvetően rétegelt-ragasztott fa, GL24h szilárdsági osztállyal.



21. ábra balra: egyszerű függesztőmű statikai váza, jobbra: kettős függesztőmű statikai váza, alul: egyszerű függesztőmű szerkezeti elemei

A támaszköz függvényében különböző statikai vázak lehetnek a mechanikailag kedvezőbbek, így az optimalálás folyamán az egyszerű, és kettős függesztőművet is vizsgálni



fogjuk (21. ábra). A dúcoknak, és a kettős függesztőműnél található középső támasztó rúdnak ugyan az a szelvénye, az alsó főtartó gerendáé ezektől különbözhet. A pálya alatt átfutó, majd a függesztő rúdca csatlakozó támasz-kereszttartó általában egy merev acél szelvényből készül, így a feladat során a főtartó gerenda és a függesztő rudak közötti kapcsolatot csuklósnak tekintjük, nem vesszük figyelembe a támasz kereszttartó rugalmasságát. A függesztő rúd anyagát a program változtathatja, fa (GL24h) vagy acél (S235) között.

### 7.3. Tervezési paraméterek

A feladat 7 dimenziós, ugyanennyi a tervezési paramétereink száma. Az első, és legfontosabb paraméter a függesztőművek magassága. Ez lesz a paraméter vektor első eleme. A populációt véletlenszám-generálással töltjük fel. Ehhez meg kell adnunk a tartomány maximális magasságát. Az algoritmus az iterációk során egymáshoz közelíti vagy távolítja az egyes értékeket, ezért ennél a magasságnál nem lesz egyik populáció tagunk sem sokkal nagyobb az iterációk végén.

Az algoritmus alap esetben csak a folytonos paramétereket tudja kezelni. Ahhoz, hogy a keresztmetszetek diszkrét paramétereit is kezelje, valahogy át kell alakítanunk ezekké a folytonos változókat. Esetünkben feltételezzük, hogy a rétegelt-ragasztott fatartókat 4 cm-es magassági, és 2 cm-es szélességi lépésekben gyártják, így kapva nagyobb keresztmetszeteket. A beállítás, amellyel az optimalálás el lett végezve a következő: A program véletlenszám-generál egy számot az magassági értékekre 0 és 10 között, majd a szélességi értékekre 0 és 5 között, veszi a számok egészrészét, ezt a magasságnál beszorozza 4 cm-el, a szélességnél pedig 2 cm-el, és hozzáadja a kezdeti értékekhez, amelyek 4 és 8 cm-ek. Így a keresztmetszetek geometriai méreteit az algoritmus egységnyi lépésekkel tudja változtatni. Ezek a paraméter vektor 2-5. elemei, sorrendben a dúcok magassága, szélessége és a főtartó gerenda magassága és szélessége.

A 6. elem azt mondja ki, hogy a függesztő rúd acélból vagy fából készül-e. Ez egy logikai változó, a program egy véletlenszámot generál hozzá 0 és 1 között, és ha a szám kisebb, mint 0.5, akkor a rúd faanyagú. A függesztő rúd keresztmetszeti méretét a paraméter vektor 7. eleme szolgáltatja, ennél ez egy négyzet alakú a keresztmetszet, és 1 cm-es az egyes lépések nagysága mindkét irányban. Mivel acélanagnál felesleges 1 cm-ként változtatni a keresztmetszeti méretet, ezért ennél a beállításnál a lépések nagysága is lecsökken 1 mm-re.

#### 7.4. Feladat függvényének meghatározása

A szerkezetek statikus analízise során azt kell kiszámolnunk, hogy a szerkezetben a terhek hatására milyen elmozdulások jönnek létre. Ezt egy mechanikai és számítási modell kombinációjával tudjuk megtenni. A mechanikai modellel a szerkezet fizikai viselkedését tudjuk egyszerűsíteni. Ilyen mechanikai modell az Euler-Bernoulli-Navier gerenda, amely a rugalmas vonal differenciálegyenletén alapszik. Ezzel vonalszerű, hajlított elemeket tudunk vizsgálni, amilyen a feladatban megfogalmazott függesztőművek főtartó gerendája is. A másik modell a rácsrúd elem, amellyel a dúcokat, és függesztő rudakat tudjuk modellezni [20] [21].

Számítási modellnek a végeelem módszert, azon belül pedig a mátrix elmozdulásmódszert választottuk. Ezzel a folytonos, kontinuum mechanikai modelleket tudjuk diszkrét méretű elemekre bontani. Ezzel a felbontással már tudja őket kezelni és számolni a számítógép [21].

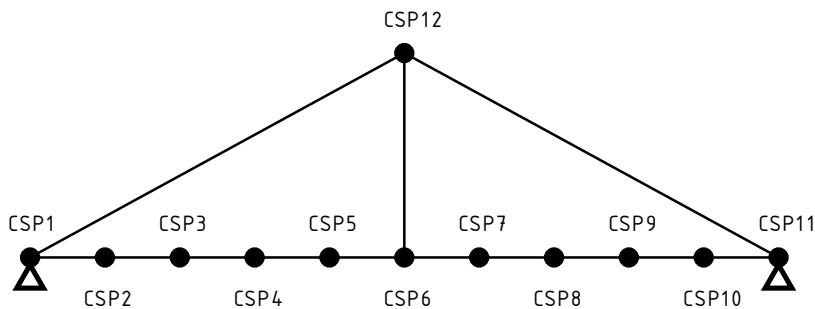
Sok kereskedelemben kapható szerkezettervező szoftver létezik, amelyek ezeket a számításokat könnyedén el tudják végezni. E szoftverekben viszont nem lehet, vagy nehézkes a kívánt optimáló algoritmus létrehozása. Így jelen dolgozatban mind az optimálást, mind a statikai számítás *Matlab 2023 academic* szoftverben végeztük. Az optimáló algoritmust a WaOA-t leíró cikk alapján írtuk [18], a statikai számítást a mátrix-elmozdulás módszer alapján végeztük [21].

A számítás végeredményeként kapott elmozdulásokból később igénybevételeket számoltunk, amelyekkel le tudtuk ellenőrizni az egyes elemek megfelelőségét teherbírási határállapotban, így a gerendát kifordulásra és hajlításra, a dúcokat kihajlásra és nyomásra, a függesztő rudat szakadásra. Magát a főtartó gerenda lehajlását is ellenőriztük használhatósági határállapotban.

Terhek tekintetében figyelembe kell vennünk a hídon működtetett hasznos terhet, valamint a szerkezeti elemek önsúlyát, amely a dúc, a függesztő rúd és a gerenda esetében a tervezési paraméterek függvénye. A tartószerkezeti elemekhez egy kiegészítő önsúlyt is figyelembe vettünk. Ez a kiegészítő teher a konstruktív favédelem szabályai szerint kialakított csomópontok többletsúlyát veszi figyelembe. Ilyen teher az elemek fölött található lemeztető, és az oldalukon a védő deszkázat súlya. A feladatban az MSZ EN 1990 (Eurocode 0) szabvány szerinti teherkombinációkkal számoltunk [22].

Mivel a kiválasztott szerkezetekre nem jellemző a bonyolult térbeli erőjáték, ezért síkbeli modellel vizsgáltuk őket, csak az egyik oldali főállást számolva.

A terhekből elmozdulásokat a merevségi mátrix segítségével kaphatunk. Ehhez először fel kell bontanunk a szerkezetünket csomópontokra, és megvizsgálni, hogy ezek a csomópontok milyen szerkezeti elemekkel csatlakoznak egymáshoz (22. ábra). A szerkezeti elemek merevségéből kiszámolhatjuk a csomópontok interakcióját, ezek összegzéséből pedig megkaphatjuk a teljes szerkezet viselkedését [21].



22. ábra: Egyszerű függesztőmű csomópontokra bontása

A szerkezeteinkben külön kell kezelnünk a különböző fajta szerkezeti elemeket. A dúcok és függesztő rudak egyszerű erőjátékú, két végén csuklós rácsrudak. Ezeket elég a két végükön ellátnunk csomópontokkal. A főtartó gerenda ellenben bonyolultabb erőjátékú, hajlított rúd, a közepén egy vagy két rugalmas támasszal. Ezért ezt a szerkezeti elemet érdemes több kisebb elemre felosztanunk, hogy könnyebben tudjuk követni a viselkedését. Jelen esetben 1 méterenként osztottuk fel, így 10 részre. Az egyszerű függesztőműnél 12 csomópontot kapunk, a kettősnél pedig 13-at [21].

A szerkezeteink vizsgálata során a fentebb említett, kombinált rácsrúd-hajlított síkbeli rúd elemmel dolgoztunk. Ezt a szerkezet szabadságfokai miatt választottuk. Az egyes csomópontok a síkban szabadon mozoghatnak két koordináta mentén, a hajlított gerenda miatt pedig az elfordulásukat is kezelnünk kell. A rúdelemnek összesen 6 szabadságfoka van, mert a kétirányú elmozdulást és elfordulást a rúd mindkét végén figyelembe kell vennünk [21].

Az egyes rudaknak létre tudjuk hozni az elemi merevségi mátrixát (20.).

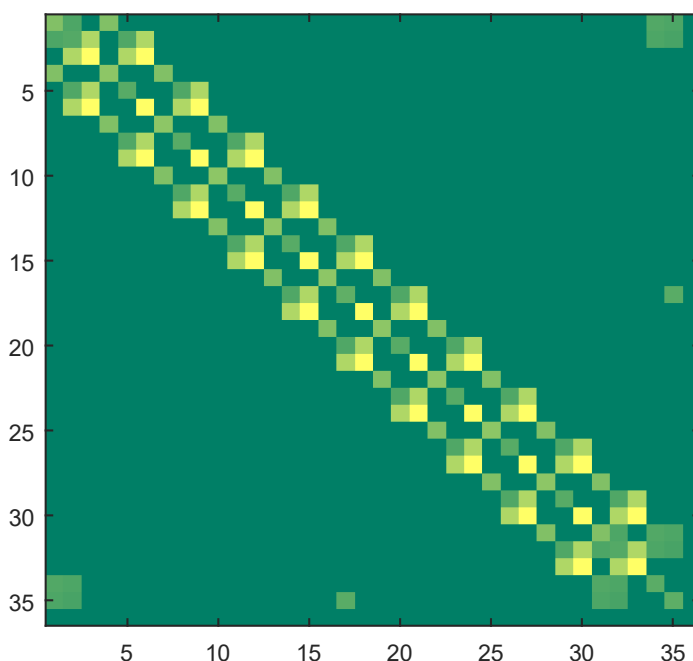
$$K_{loc} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (20.)$$

Ez a vízszintesen orientált rudakra vonatkozik. A fenti képletben  $L$  a rudak hosszát,  $E$  a rugalmassági modulust,  $A$  és  $I$  pedig a keresztmetszeti területet és inerciát jelzi. Az elemi merevségi mátrixban oszloponként láthatjuk, hogy az adott szabadságfok egységnyi pozitív elmozdulása során mekkora erők keletkeznek a sorok szerinti szabadságfokokban. A szabadságfokok sorrendben a vízszintes elmozdulás, függőleges elmozdulás és elfordulás az elem elején, majd ilyen sorrendben az elem végén. Az elmozdulási szabadságfokban a keletkező erő koncentrált erő (a szabadságfok irányában), az elfordulásiban nyomaték [21].

A rácsrudak mindkét végükön csuklósak, így nyomatékot nem tudnak közvetíteni, csak rúd irányú erőket. Ezért a rácsrudak elemi merevségi mátrixában a függőleges és elfordulási szabadságfokok ki vannak húzva, csak a vízszintes szabadságfokok dolgoznak [21].

A szerkezetben sok rúd nem vízszintes, hanem ferde. Ezeknél egy transzformációs mátrixal a megfelelő irányba kell forgatnunk az egyes merevségeket [21].

A teljes szerkezet merevségi mátrixa ezen (megfelelő irányba forgatott) elemi merevségi mátrixokkal felépíthető. Ez a mátrix elmozdulás módszer alapja. A teljes szerkezet mátrixa négyzetes, az összes szabadságfokkal egyenlő oldalhosszúságú lesz (23. ábra). Ez az egyszerű függesztőműnél  $12 \times 3 = 36$ , míg a kettős függesztőműnél  $13 \times 3 = 39$ . A szerkezet merevségi mátrixának felépítéséhez az elemi merevségi mátrixok adott csomópontokhoz tartozó blokkjait kell hozzáadnunk a globális csomóponti blokkokhoz [21].



23. ábra: Egyszerű függesztőmű merevségi mátrixának ábrázolása

Felépítésében meglehetősen ritka mátrix, hiszen a gerendát átölelő 11 szabadságfok közül nagyrészt csak a szomszédos szabadságfokok lépnek interakcióba egymással, ezeket kötik össze a főtartó gerenda elemei. Az egyszerű függesztőmű (22. ábra) rácsrúd elemei az 1., a 6., a 11., és a 12., szabadságfokokat kötik össze, így a rácsrúd elemek hatását a szerkezet merevségi mátrixában is csak ezeken a helyeken láthatjuk. A merevségi mátrix felépítését a 23. ábra szemlélteti. A zöld elemek a 0 értékű helyeket jelölik, az értékek fokozatos növekedésével a színük sárgára vált.

Az elmozdulások számításához létre kell még hoznunk a redukált csomóponti tehervektort. Ebben az egyes szabadságfokainkra ható erők találhatók, amelyeket a külső erőkből kaphatunk, és amelyek a merevségi mátrix erőihez hasonlóan a szabadságfokok fajtáitól függenek [21].

A merevségi mátrix és a redukált tehervektor után már számíthatjuk az elmozdulások vektorát a 21. képlet átrendezésével:

$$\bar{q} = \bar{K} \cdot \bar{v} \rightarrow \bar{K}^{-1} \cdot \bar{q} = \bar{v} \quad (21.)$$

A csomóponti elmozdulások vektorából pedig számítani tudjuk a gerenda minden elmozdulását, és az egyes szerkezeti elemek igénybevételeit is.

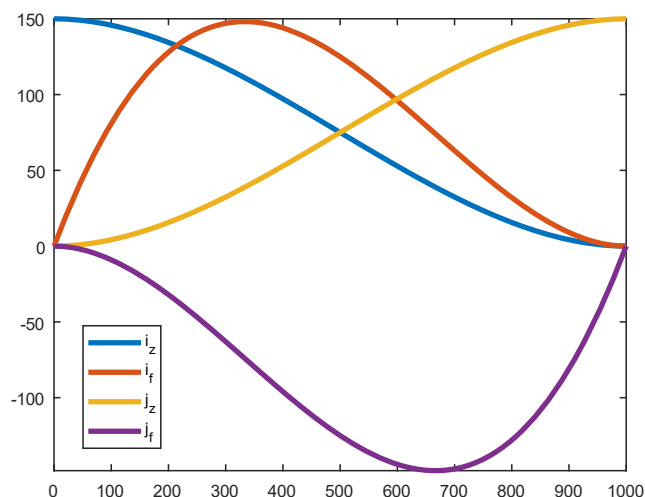
A nyomatékot a hajlított gerendában a rugalmas vonal differenciálegyenletének segítségével kaphatjuk, a lehajlásfüggvény második deriváltjával arányosan (22.) [20]:

$$M = \kappa \cdot EI = -y'' \cdot EI \quad (22.)$$

A rácsrudak normálereje az egyes rudak összenyomódásával, és normálmerevségével lesz arányos. Ezt a 23. képlet alapján tudjuk számolni [20]:

$$N = \varepsilon \cdot EA = \frac{\Delta L}{L} \cdot EA \quad (23.)$$

A hajlított gerenda csomópontok közötti lehajlását bázisfüggvényekkel tudjuk közelíteni (24. ábra). Ezeket használhatjuk a merevségi mátrix (20.) elemeinek levezetéséhez, ha a feladatot végeselem módszerrel oldanánk meg. A mátrix elmozdulás módszerben a lokális merevségi mátrixot leíró képleteket adottnak vesszük.



24. ábra: Bázisfüggvények ábrázolása ( $i =$  kezdő csp.,  $j =$  vég csp.)

A hat szabadságfokú rúdelemnél a geometria leírását hat függvény segítségével tehetjük meg. Mivel a hajlított gerendánk normáligénybevételnek nincs kitéve, ezért a hosszirányú nyúlást leíró függvényekkel nem kell foglalkoznunk, ilyen irányú elmozdulása a gerendának nem lesz. A maradék négy bázisfüggvény a két csomópont függőleges elmozdulását, és elfordulását írja le, ezeken a helyeken egységnyi értéket felvéve. A számítás során a csomóponti elmozdulások vektorából ezeket az egzakt értékeket az egyes gerenda elemekre tudjuk, így az értékeinkkel beszorozva a függvényeket, és összegezve őket megkaphatjuk a gerenda alakját. A nyomaték képletéhez (22.) is ezt az alakot kell alkalmaznunk.

A hasonló algoritmizált számításoknak általában adnak eredményt akkor is, ha a bemeneti adataink rosszak. Ezért érdemes az optimalálás elvégzése előtt verifikálnunk a statikai számításunkat.

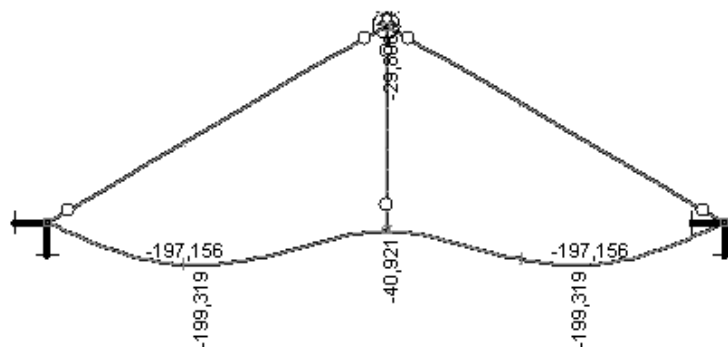
## 7.5. Statikai analízis verifikálása

Az analízist érdemes egy kifejezetten erre a célra fejlesztett szoftverrel verifikálnunk. A kísérleti szerkezet adatait a 2. táblázat foglalja össze.

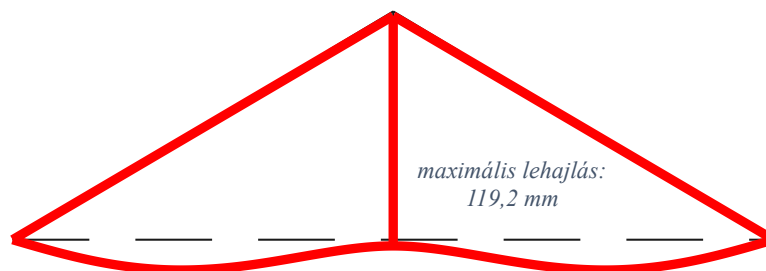
2. táblázat: Kísérleti szerkezet adatai

$h_{ger}$	gerenda magassága	15	[cm]
$b_{ger}$	gerenda szélessége	7,50	[cm]
$h_{duc}$	dúc magassága	5	[cm]
$b_{duc}$	dúc szélessége	5	[cm]
---	függesztő rúd acélból készül	igen	---
$h_{fug}$	függesztő rúd szélessége	1	[cm]
$m$	függesztőmű magassága	4	[m]

A statikai analízis elvégzéséhez az *AxisVM Light* célszoftvert alkalmaztuk. A verifikációhoz leegyszerűsítettük a modellt és egy egyszerű megoszló terhelést tettünk a gerendára. A hajlított gerenda mind a saját mátrix elmozdulás-módszeres számításban, mind a célszoftver számításában hasonló alakot vett fel a terhelés hatására. Az eredmények összehasonlítását a 3. táblázat tartalmazza.



25. ábra: A tartó deformált alakja AxisVM szoftverben számolva



26. ábra: A tartó deformált alakja Matlab szoftverben számolva

3. táblázat: A két számítás eredményeinek összehasonlítása

		AxisVM	Matlab		Különbség [%]
$V_{\max}$	legnagyobb lehajlás	119,3	119,2	[mm]	0,08
$N_{\text{duc}}$	dúc normálerő	75,46	75,18	[kN]	0,37
$N_{\text{füg}}$	függesztő rúd n. erő	77,65	77,65	[kN]	0,00
$M_{\text{ger}}$	gerenda nyomaték	37,87	36,82	[kNm]	2,85

Lehajlás és igénybevételek tekintetében két számítás eredményeinek maximális eltérése 3 % alatt van, így kijelenthető, hogy a *Matlab* szoftveren belül írt statikai számítás megfelelő pontosságú az optimalizációs feladat elvégzéséhez.

## 7.6. Célfüggvény megfogalmazása

Az optimalizációs feladatunk során a célfüggvény szerint keressük azokat a megoldásokat, amelyek az optimálisak. A feladatunk függvényének eredményeit ebbe tápláljuk be, és a célfüggvény eredményét minimalizáljuk. Ezért ennek tartalmaznia kell minden megkötést, amelyet a feladat köré állítottunk fel.

Jelen feladatban a célfüggvényt a 24. képlettel írhatjuk le:

$$z = C(M_{\text{tomeg}}, \mu_{\text{duc}}, \mu_M, \mu_{\text{füg}}, \mu_{\text{lehajl}}) \quad (24.)$$

A fenti összefüggésben  $M_{\text{tomeg}}$  a szerkezet tömege,  $\mu_{\text{duc}}$  a dúc kihajlási kihasználtsága,  $\mu_M$  a gerenda kihajlási kihasználtsága,  $\mu_{\text{füg}}$  a függesztő rúd húzási tönkremenetelének kihasználtsága,  $\mu_{\text{lehajl}}$  pedig a maximális lehajlás és a megengedett lehajlás közötti arány. A képletben  $z$ -vel van jelölve a függvény eredménye. Ez normál esetben egyszerűen megegyezik  $M_{\text{tomeg}}$ -el (25.).

$$z = M_{\text{tomeg}} \quad (25.)$$

Ez abban az esetben nem igaz, ha valamelyik kihasználtság nagyobb 100%-nál. Ekkor a függvény értéke a következő (26.).

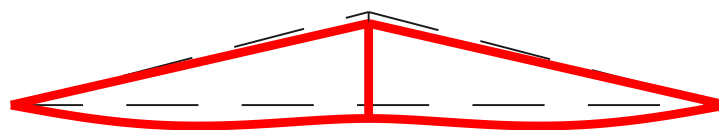


$$z = M_{tomeg} + 10^3 + (\mu - 1) \cdot 10^3 \quad (26.)$$

Ezt a fajta függvényt az optimalálásban büntetőfüggvénynek hívják. A tömeg után szereplő első tag jelzi az algoritmusnak, hogy ez a megoldás nem megfelelő. Ennél egy konstans 1000-es értéket adunk a szerkezet tömegéhez. Az utána következő tag egy dinamikusan változó tag, ezzel az algoritmust a jó irányba tereljük, hiszen ez fokozatosan csökken, ahogy haladnak a paraméterek a jó irányba. A stabilitási, szilárdsági és lehajlási kritériumokat a program az MSZ EN 1995-1-1 (Eurocode 5) szabvány alapján számolja [19]. A stabilitási kritériumok teljesülése jelen szabványban magában hordozza a szilárdsági kritériumok teljesülését is. Ez a hajlított gerendánál a gerenda kifordulása, míg a nyomott elemeknél a kihajlás. A lehajlási kritériumot  $L / 300$ -ban állapítottuk meg (Az MSZ EN 1995-2 szabvány alapján ez az értéke  $L/200$ - $L/400$  között változhat [23]). Az optimaláló algoritmus lefutása alatt lehetőségünk van minden iterációban elmenteni a legjobban teljesítő megoldást, így figyelemmel kísérhetjük a szerkezetünk tömegének változását az iterációk alatt.

### 7.7. Az optimalálási feladat megoldása

Az optimalálást 30-as populációszámmal, és 50 iteráció alatt végeztük el. Az egyszerű függesztőműre (27. ábra) és a kettős függesztőműre (28. ábra) is lefuttattuk a számítást. Az optimalálási eredményeket a 4. táblázat foglalja össze. Ebben csak a fél szerkezet, az egyik oldali főállás szerkezeti tömege szerepel.



27. ábra: Egyszerű függesztőmű optimált alakjának lehajlása

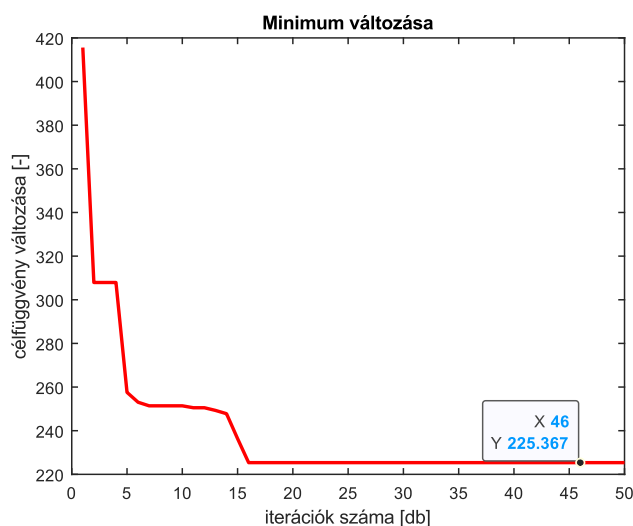


28. ábra: Kettős függesztőmű optimált alakjának lehajlása

4. táblázat: Optimalási eredmények összefoglalása

		Egyszerű füg.	Kettős füg.	
$h_{ger}$	gerenda magassága	32	24	[cm]
$b_{ger}$	gerenda szélessége	12	10	[cm]
$h_{duc}$	dúc magassága	16	16	[cm]
$b_{duc}$	dúc szélessége	16	16	[cm]
	függesztő rúd acélból készül	igen	igen	
$h_{füg}$	függesztő rúd szélessége	1,6	1,3	[cm]
$m$	függesztőmű magassága	1,30	1,91	[m]
$\mu_{duc}$	dúc kihasználtsága	98	99	[%]
$\mu_M$	gerenda kihasználtsága	79	71	[%]
$\mu_{füg}$	függesztő rúd kihasználtsága	97	94	[%]
$v_{max}$	legnagyobb lehajlás	14,6	14,9	[mm]
$M_{tomeg}$	fél szerkezet tömege	275	225	[kg]

A 7.6 pontban megfogalmazott célfüggvény alapján a tökéletesen optimális szerkezetnek egyszerre minimális a tömege, valamint minden kihasználtsága maximális, egyenlő 100%-kal. A vizsgált szerkezetek kihasználtsága azt mutatja, hogy az optimalás sikeres volt. A kihasználtságok bár nem tökéletesen egyenlők 100%-kal, de kellőképpen megközelítik azt. A keresztmetszeti méretek kötöttsége miatt a teljes egyenlőség nem is lehetséges. A tökéletesen optimális szerkezetnek ezen méretei általában nem egész centiméterek, ami viszont a rétegelt-ragasztott fatartók gyártástechnológiája miatt nem lehetséges [9].



29. ábra: Kettős függesztőmű tömegének változása az iterációk alatt

A kettős függesztőmű gerendájának lényegesen kisebb a keresztmetszete, de a kihasználtsága még így is alacsonyabb, mint az egyszerű függesztőműnek. Ebből láthatjuk, hogy a két közbenső támasszal rendelkező kettős függesztőmű ilyen fesztávolságon gazdaságosabb, hiszen a szerkezetek tömegének nagyrésztét a főtartó gerendájuk teszi ki. A

végső tömegekben a kettős függesztőmű 50 kilogrammal könnyebb a társánál (ez csak a fél szerkezetek tömegét jelenti). Az 50 iteráció során a szerkezet tömege majdnem a felére csökkent a kiinduló szerkezethez képest (29. ábra).

A dúcok és a függesztő rudak kihasználtságai és méretei, valamint a lehajlások hasonlóak mindkét szerkezeti rendszer esetében. A kettős függesztőmű jóval, mintegy 47%-kal magasabb lett az egyszerű függesztőműnél.

## 7.8. Optimált eredmény összehasonlítása

A következő pontokban csak az optimálisabb kettős függesztőművel foglalkozunk. Az optimalálásunk sikerességét le tudjuk úgy is ellenőrizni, ha összehasonlítjuk egy nem optimalált, a gyakorlatban használt keresztmetszetekkel rendelkező híddal, melynek tervezése a hagyományos tervezési gyakorlat szerint történt.

Ehhez meg kell adnunk néhány paramétert, amellyel le tudjuk futtatni a statikai számításunkat. A kiinduló geometriai adatok, hogy értelmezhető legyen az összehasonlítás, azonosak: a támaszköz 10, a híd szélessége 5 méter.

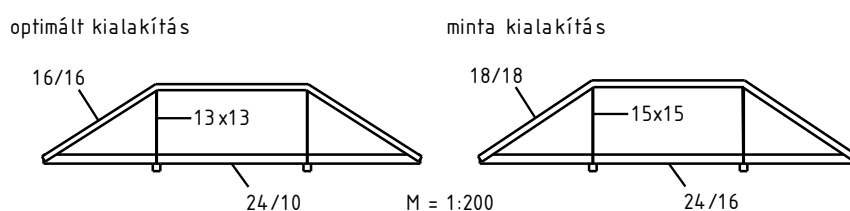
A függesztőmű magasságára egy átlagos magasságot választottunk, 2 métert. A nyomott szelvényeket hasonló kültéri faszerkezetekben nem szokták  $18 \times 18$  centiméternél kisebb szelvényből készíteni, ezért az összehasonlított szerkezetben ezt vettük fel a dúcok és a támaszgerenda keresztmetszetének. A gerenda keresztmetszete  $24 \times 16$ -os, az acél anyagú függesztő rúd  $15 \times 15$  milliméteres.

A két szerkezet eredményeit a 5. táblázat foglalja össze.

5. táblázat: Optimált és általános kettős függesztőmű összehasonlítása

		Optimált sz.	Általános sz.	
$h_{ger}$	gerenda magassága	24	24	[cm]
$b_{ger}$	gerenda szélessége	10	16	[cm]
$h_{duc}$	dúc magassága	16	18	[cm]
$b_{duc}$	dúc szélessége	16	18	[cm]
	függesztő rúd acélból készül	igen	igen	
$h_{füg}$	függesztő rúd szélessége	1,3	1,5	[cm]
$m$	függesztőmű magassága	1,91	2,00	[m]
$\mu_{duc}$	dúc kihasználtsága	99	63	[%]
$\mu_M$	gerenda kihasználtsága	71	42	[%]
$\mu_{füg}$	függesztő rúd kihasználtsága	94	70	[%]
$v_{max}$	legnagyobb lehajlás	14,9	10,4	[mm]
$M_{tomeg}$	fél szerkezet tömege	225	321	[kg]

A kültéri faszerkezetek karbantartása általában nem elég rendszeres. Az ilyen szerkezeteket könnyen megtámadják a 2.2 pontban említett biológiai támadók, mint például egy farontó gomba. Sokszor a rendszertelenség miatt (amire rásegít a híd elhelyezkedése, ha például erdei fahídról van szó) a problémát csak sok idő elteltével tudják észlelni. Ekkorra a farontó gomba által keltett korhadás teherhordásra alkalmatlanná teheti az elemek keresztmetszetének nagyrészét. Ezért ezt a faszerkezetek tervezésekor is figyelembe szokták venni, az elemek kihasználtsága ritkán közelíti meg a 100%-ot. Az összehasonlításhoz felhasznált minta hídnál is ezt szerettük volna érzékeltetni, ezért csak 70% körüli a maximális kihasználtság. Így a gombatámadás során a keresztmetszet 30%-a elkorhadhat, és csak utána megy tönkre a szerkezeti elemünk.



30. ábra: Az optimált és minta kialakítású függesztőmű 1:200-as méretarányban

Az optimális kialakítás elemei ezzel szemben megközelítik a 100%-os kihasználtságot. E miatt a gombatámadások elleni biztonsága lényegesen kisebb. Ezeknél a szerkezeteknél ezért nem engedhetjük meg a korhadás kialakulását. Ezt a szerkezet tervezése során a konstruktív favédelem szabályainak betartásával és a faanyag kellő kezelésével biztosíthatjuk. Ezeket a 3. pontban részletesen bemutattuk. E nélkül az optimált, magas kihasználtságú szerkezetünk túl kockázatos.

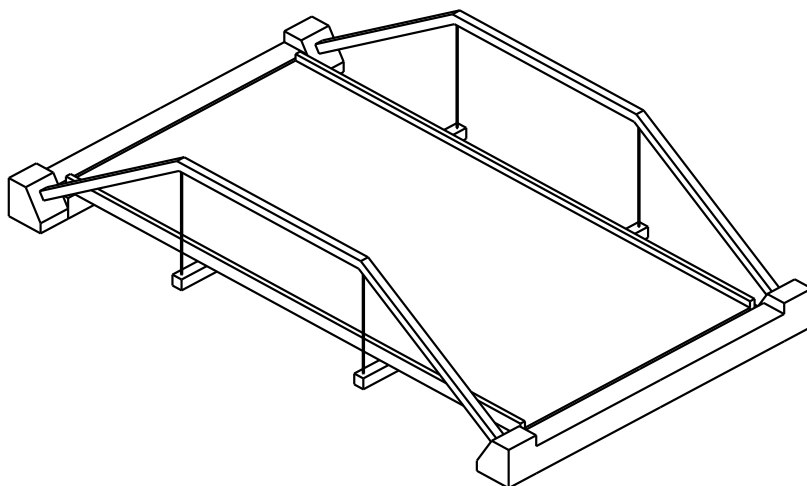
Az optimált kialakításunk fél szerkezeti tömege 96 kilogrammal könnyebb, mint a minta szerkezeté. Ez 30%-os tömeg- és költségcsökkenést jelent. Ez nagy arányú csökkenés ahhoz képest, hogy a minta híd és az optimális kialakítás között nincs sok különbség (30. ábra). Az acél függesztőrúd változása elhanyagolható, így a 96 kilogramm változás a rétegelt-ragasztott szerkezeti elemeinkben következik be. Ennek a költsége kb. 152 000 Ft a teljes szerkezetre vetítve (RR fa tartó árának forrása: [www.fatelep.hu](http://www.fatelep.hu), hozzáférés dátuma: 2023.11.05).

Fentebb kijelentettük, hogy az optimált szerkezet csak akkor építhető meg, ha különös figyelmet szentelünk a faanyag tartósságára. Bár a szerkezetek építése során figyelemmel kell lennünk a 3. pontban bemutatott konstruktív favédelmi és kezelési szabályokra, amelyek ekkor plusz költséget jelentenek, de a szerkezet fenntartása során kevesebb karbantartást igényel.

A hagyományosan tervezett faszerkezetek korhadó elemeit sürgősen cserélni kell az észlelés után. Ez a csere pedig jelentős költségekkel járhat egy nagyobb szerkezeti elemnél.

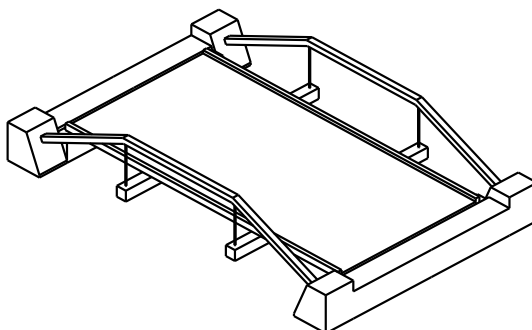
## 7.9. Paraméteres szerkezetmodellezés

A feladat során egy egyszerű és kettős függesztőmű statikai vázának 7 dimeziós tervezési terét vizsgáltuk, amelyben megtalálható az összes lehetséges szerkezeti kialakítás. Ezek közül választottuk ki a megfogalmazott célfüggvény szerinti optimális megoldást a WaOA algoritmus segítségével. Az optimális szerkezetet a paraméter vektorával tudjuk leírni, ami 7 elemű, így a 7 dimenzió egy-egy koordinátáját adja meg.



31. ábra: Kettős függesztőmű modell a 7.7 pontban bemutatott optimális paraméterekkel

Egy valós szerkezet tervezése során sokszor kell a kiinduló adatokban változásokat eszközölnünk. Ilyenek például a csatlakozó út tengelyének változása, a híd forgalmi terhének változása, a szükséges hídszélesség változása vagy egy újabb felmérés során pontosított geodéziai vagy geotechnikai adatok. A paraméteres szerkezetleírásunk előnye, hogy ekkor a kiinduló adatok frissítése után egyszerűen újra futtathatjuk az optimalást, és így megkaphatjuk az új adatoknak megfelelő optimális szerkezet paramétereit.



32. ábra: Kettős függesztőmű modell az új, 6 méteres fesztávolságú optimális paraméterekkel

A paramétekkel leírt szerkezetek absztrakt fogalmak. Egy megfogalmazott szerkezeti típus összes lehetséges kialakítását tudjuk velük kezelni. Ha a szerkezet paramétereit optimalálással kapjuk meg a tervezés elején, a modellezés és rajzkészítés fázisában is érdemes paraméterezést használnunk. Ha létre tudunk hozni egy olyan algoritmust, amely hasonló változók mentén bontja szét a szerkezeti típust, mint az optimaló algoritmusunk, és ezeket a változókat felhasználva meg tudja modellezni a szerkezetünket, felhasználhatjuk az optimalás során kapott paramétereket a modellkészítéshez. Így a kiinduló adatok megadása után egyből az optimalt szerkezet modelljét kapjuk. Ha esetleg változtatnunk kell a célfüggvényen, a modell így követi az optimális kialakítás változását.

A paraméteres modellezés egyre több tervezőprogramban támogatott. A legszélesebb körökben használt ilyen szoftver a *Rhinoceros 3D* általános tervezőprogram *Grasshopper* segédprogramja.

Az eredmények ábrázolása érdekében létrehoztunk egy ilyen paraméteres háromdimenziós modellt ebben a szoftverben, melynek paramétereit egyeznek az optimaló algoritmus által kezelt paraméterekkel. A 7.7 pontban megoldott példa paramétereit alapján rajzolt kettős függesztőművet a 31. ábra mutatja.

Annak szemléltetésére, hogy a kiinduló adatok változását rugalmasan tudjuk kezelni, lefuttattunk egy másik optimalást. Ekkor a fesztávolság 6, a híd szélessége pedig 3 méter volt. A kapott eredmények szerint a függesztőmű 79 centiméter magas, a gerenda keresztmetszete  $12 \times 8$ , a dúcé  $12 \times 10$  centiméteres. A függesztő rúd maradt  $13 \times 13$  milliméteres négyzetacél. A 32. ábraán látható függesztőmű modell paramétereit ez a számítás szolgáltatta.

A paraméteres modellünk jelentősen megkönnyíti a szerkezet tervezése során szükséges műszaki rajzok készítését. A további felhasználást segítik a *Grasshopper* szoftver segédalkalmazásai. Ezek közül a *Rhino.Inside.Revit v1.0* a paraméteres modellezést teszi lehetővé *Autodesk Revit* szoftverben, amely egy kereskedelmi BIM szoftver [24]. Így az optimalás után egyből egy BIM szoftverekkel kompatibilis *ifc* fájlt kaphatunk, amelyet a kereskedelemben lévő összes BIM szoftver tud olvasni.

A *Grasshopper* rendelkezik saját optimaló algoritmussal. Ez a *Genetic Algorithm (Holland, 1975)* módszerén alapul. Ha ez nem felelne meg számunkra, és speciális algoritmust szeretnénk használni (mint jelen dolgozatban a *WaOA* algoritmust), megtalálhatók benne programozható modulok is. Ezeket *Python* vagy *C++* kódnyelven lehet programozni, így akár a szoftveren belül is megoldhatjuk a választott algoritmus lefuttatását.

Ha a szerkezetünk túl bonyolult ahhoz, hogy saját kód alapján számoljuk ki a statikáját, a *Grasshopper*-t egy segédalkalmazás segítségével össze tudjuk kötni a fentebb említett *AxisVM* tervezőszoftverrel is [25]. Ezzel már bonyolultabb szerkezetek statikai analízise is elvégezhető, viszont nem veszítjük el a *Grasshopper* paraméteres modellezési lehetőségeit sem. Így könnyedén figyelembe vehetjük a szerkezetünk optimalása során a célfüggvényben a kapcsolatok teherbírását, vagy az elemek globális stabilitását. A *Rhinoceros 3D* szoftver ezen kívül rendelkezik a tervezett épületek esztétikus ábrázolásához szükséges grafikus eszközökkel is, így könnyen készíthetünk látványtervet a modellezett szerkezetről (33. ábra).



33. ábra: Látványterv a 7.7 pontban optimalt szerkezetről

## 8. Összegzés

Jelen dolgozat a fahidak újszerű tervezésével foglalkozik, amelyben a faszerkezet anyagköltségének optimalással történő csökkentése, és ezzel egyidejűleg a faanyag tartósságának növelése a célunk.

Az első fejezetben áttekintettük a fahidak történetét, beleértve a szerkezetek és a faalapú építőanyagok fejlődését is. Három fahidat részletesebben bemutattunk.

A második fejezetben bemutattuk a fa sajátosságait. Először a faanyag felépítésével foglalkoztunk. Ide tartozik a szálirány meghatározása, a fa keresztmetszetének részei, a kémiai felépítés és még mások. Ezután a faszerkezetek sajátosságai következtek, amelyben a fa

kapcsolatok nehézségeit vizsgáltuk, valamint bemutattuk a fa biológiai támadóit is, a rovarokat és gombákat.

A harmadik fejezetben a fa tartósságával foglalkoztunk. Ebben a faszerkezeti elemek szárazon tartásának és tartósságuk növelésének lehetséges módjait tárgyaltuk. Bemutattuk az öt kitettségi osztályt, egy példa keresztmetszeten. Az osztályokhoz meghatároztunk szükséges fafajtákat és kezeléseket.

A negyedik fejezetben a fa gazdaságosságával foglalkoztunk. Ebben először összehasonlítottuk a többi építőanyaggal a kivitelezési nehézségek szempontjából. Majd a faszerkezetek anyagköltségével foglalkoztunk. Bemutattuk a szerkezetoptimalálást egy példán keresztül, ahol összehasonlítottuk a gerenda és ívhidak anyagköltségét egy azonos fesztávolság és terhelési séma esetén.

Az ötödik fejezetben bemutattuk az optimalálás fogalmát. Először az optimalálási alapfeladatot írtuk fel. Majd bemutattuk a szerkezetoptimalálás egy rövidebb példáját. Ezután megmutattuk, hogy egy egydimenziós, egyszerű függvényt hogyan tudunk optimalálni a deriváltjai segítségével. Végül a több-dimenziós feladatokat vizsgáltuk.

A hatodik fejezetben az optimaláló algoritmusok fajtáival foglalkoztunk. A heurisztikus algoritmusok közül a WaOA algoritmus működését részletesen bemutattuk. Később ez az algoritmus alapján írtunk egy programot *Matlab* szoftverben, amelyet a dolgozatban bemutatott későbbi példákhoz használtunk fel.

A hetedik fejezetben az optimalálási példát közöltük. Ebben először verifikáltuk a WaOA algoritmus alapján írt programunkat egy egyszerű, egydimenziós optimalálási feladat megoldásával. Ezután bemutattuk a példát, amely egy 10 méteres fesztávolságú fahíd optimalálása volt, egyszerű és kettős függesztőműves szerkezetet is vizsgálva. Az optimalálási feladat felírását a tervezési paraméterek meghatározásával kezdtük. Ezek a főtartó gerenda, a dúcok és a függesztő rudak keresztmetszeti méretei, valamint a függesztőmű magassága voltak. Ez után a feladat függvénye következett, amely a szerkezet elmozdulásait adja eredményül. Ehhez mátrix-elmozdulásmódszert használtunk, a kódot a számításhoz szintén *Matlab* szoftverben írtuk. Az utolsó lépés a célfüggvény meghatározása volt, amely a szerkezet elmozdulásaiból számolja az elemekben ébredő igénybevételeket, és ellenőrzi őket teherbírási határállapotban az MSZ EN 1995 1:1 szabvány képletei alapján. Ha megfelelnek az elemek, a célfüggvény értéke egyenlő a szerkezet tömegével. Ezek után lefuttattuk az optimalálást, amelynek eredményeit közöltük. Utána összehasonlítottuk az optimalált kialakítást egy általános keresztmetszetekből felépített szerkezettel, és a különbségeket vizsgálva kijelentettük, hogy az optimalálás sikeres volt. Tárgyaltuk az optimalált szerkezetek szükséges tervezési feltételeit.



Ezután bemutattuk, hogy az optimalálás végeredményeit hogyan lehet felhasználni, és közöltünk két ábrát és egy látványtervet a paraméterek alapján.

Az optimaláló algoritmus *Matlab* kódja a dolgozat végén, a függelékben található.

## 9. Források

- [1] J. Caesar, C. Iuli Caesaris Commentarii rerum in Gallia gestarum VII A. Hirti Commentarius VIII, T. R. Holmes, Szerk., 1914.
- [2] G. Ákos, „Fahíd szerkezetek ókortól napjainkig,” *Magyar Építőipar*, %1. számLII. 1-2 kötet, 2002.
- [3] B. S. Bauer, „Suspension Bridges of the Inca Empire,” in *Andean Archaeology III: North and South*, 2006.
- [4] M. Gerner, Chakzamp Thangtong Gyalpo: Architect, Philosopher and Iron Chain Bridge builder, The Centre for Bhutan Studies, 2007.
- [5] A. Palladio, *I quattro libri dell'architettura*, 1570.
- [6] E. Hilvert, Faszerkezetek, Budapest: Tankönyvkiadó vállalat, 1956.
- [7] C. Müller, *Entwicklung des Holzleimbaues unter besonderer Berücksichtigung der Erfindungen von Otto Hetzer - ein Beitrag zur Geschichte der Bautechnik*.
- [8] T. Herzog, J. Natterer, R. Schweitzer, M. Volz és W. Winter, Timber Construction Manual, Basel: Birkhäuser Architecture, 2004.
- [9] S. S. How, S. H. Sik és M. K. A. Uyup, „An Overview of Manufacturing Process of Glued-Laminated Timber,” *Timber Technology Bulletin*, 2016.
- [10] „Acetylation Process,” Accsys, [Online]. Available: <https://www.accoya.com/uk/why-accoya/#our-process>. [Hozzáférés dátuma: 14. október 2023].
- [11] M. Jett, „Sneek Bridge / Achterbosch Architectuur with Onix,” Archdaily, 19. november 2011. [Online]. Available: <https://www.archdaily.com/184653/sneek-bridge-achterbosch-architectuur-with-onix>. [Hozzáférés dátuma: 23. október 2023].
- [12] SETRA, Technical Guide - Timber Bridges - How to ensure their durability, Cerema, 2007.
- [13] E. Dulácska, J. Korda és Körmöczi Ernő, TSZ 01-2013 Műszaki Szabályzat - Épületek megépült teherhordó szerkezeteinek erőtani vizsgálata és tervezési elvei.

- [14] Research Institutes of Sweden, Durable Timber Bridges - Final Reports and Guidelines, Skellefteå: RISE, 2017.
- [15] G. Venter, „Review of Optimization Techniques,” *Encyclopedia of Aerospace Engineering*, 2010.
- [16] G. Tejani, V. Savsani és S. Bureerat, Truss Topology Optimization: A review, Beau Bassin: Scholar's Press, 2018.
- [17] A. Meskó, Tartószerkezetek Gépi Számítása - A véges Elem Módszer (VEM) alapjai.
- [18] P. Trojovsky és M. Dehghani, „A new bio-inspired metaheuristic algorithm for solving optimization problems based on walruses behavior,” *Scientific Reports*, 2023.
- [19] MSZ EN 1995-1-1 Faszerkezetek tervezése - Általános előírások és az épületekre vonatkozó szabályok.
- [20] S. Kaliszky, M. Kurutzné Kovács és G. Szilágyi, Szilárdságtan, Budapest: Nemzeti tankönyvkiadó, 2000.
- [21] I. Bojtár és Z. Gáspár, Végeselemmódszer építőmérnököknek, Budapest: TERC, 2003.
- [22] MSZ EN 1990 A tartószerkezetek tervezésének alapjai.
- [23] MSZ EN 1995-2 Faszerkezetek tervezése - Hidak.
- [24] Rhinoceros 3D, „Rhino.Inside.Revit v1.0,” [Online]. Available: <https://www.rhino3d.com/inside/revit/1.0/>. [Hozzáférés dátuma: 04. november 2023.].
- [25] food4Rhino, „GRASSHOPPERTOAXISVM (by AXISVM),” InterCAD Kft., [Online]. Available: <https://www.food4rhino.com/en/app/grasshoppertoaxisvm>. [Hozzáférés dátuma: 04. november 2023.].

## 9.1. Ábrajegyzék

1. ábra: Caesar Rajna hídjának keresztmetszete (forrás: [1]) _____	3
2. ábra: Függesztőműves fahíd a Cismon folyó fölött (Andrea Palladio rajza alapján, forrás: [5]) _____	4
3. ábra: Rácsos tartós fahíd a Simme folyó fölött (Wimmis, 1989) _____	5
4. ábra: wimmis-i híd építés közben, a csupasz rácsos tartóval (forrás: cbs-cbt.com) _____	6

<a href="https://cbs-cbt.com/es/actualites/Los-archivos-de-Julius-Natterer-2-0-186">https://cbs-cbt.com/es/actualites/Los-archivos-de-Julius-Natterer-2-0-186</a> (letöltés: 2023.10.28)	
5. ábra: Rácsmű szerű fahíd az A7 autópálya fölött (Sneek, 2008)	6
6. ábra: Rácsmű szerű fahíd az A7 autópálya felett (Sneek, 2008, forrás: <a href="https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kr%C3%BAsrak,_brug_over_A7_%28Sneek%29_%28d.j.b.%29_01.jpg">wikimedia.commons</a> )	7
<a href="https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kr%C3%BAsrak,_brug_over_A7_%28Sneek%29_%28d.j.b.%29_01.jpg">https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kr%C3%BAsrak,_brug_over_A7_%28Sneek%29_%28d.j.b.%29_01.jpg</a> (letöltés: 2023.10.28)	
7. ábra: Fa keresztmetszete	8
8. ábra balra: Nyomott kapcsolat csomópontja, jobbra: Húzott kapcsolat csomópontja	10
9. ábra: A borgundi fatemplom (12. század, forrás: <a href="https://commons.wikimedia.org/wiki/File:2018_Borgund_Steve_Church.jpg">wikimedia.commons</a> )	11
<a href="https://commons.wikimedia.org/wiki/File:2018_Borgund_Steve_Church.jpg">https://commons.wikimedia.org/wiki/File:2018_Borgund_Steve_Church.jpg</a> (letöltés: 2023.10.28)	
10. ábra balra: Egyszerű kialakítású fahíd, jobbra: Konstruktív favédelem szerint kialakított fahíd	14
11. ábra: Az első Traversina híd (forrás: <a href="https://www.subtilitas.site">subtilitas.site</a> )	16
<a href="https://www.subtilitas.site/post/1536114775/j%C3%BCrg-conzett-traversiner-1-viamala-1996">https://www.subtilitas.site/post/1536114775/j%C3%BCrg-conzett-traversiner-1-viamala-1996</a> (letöltés: 2023.10.28)	
12. ábra: Kéttámaszú híd statikai váza, vonalmenti megoszló terheléssel	17
13. ábra: Gerendahíd, a keresztmetszetben keletkező feszültségekkel	18
14. ábra: Ívhíd, a keresztmetszetben ébredő feszültségekkel	19
15. ábra balra: A felparaméterezett, optimalandó szerkezet, jobbra: Az optimált szerkezet	22
16. ábra: 2D-s négyzet, 3D-s kocka, 4D-s hiperkocka	23
17. ábra: Rozmár ( <i>Odobenus rosmarus</i> , forrás: <a href="https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Walrus_%28Odobenus_rosmarus%29_on_Svalbard.jpg">wikimedia.commons</a> )	26
<a href="https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Walrus_%28Odobenus_rosmarus%29_on_Svalbard.jpg">https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Walrus_%28Odobenus_rosmarus%29_on_Svalbard.jpg</a> (letöltés: 2023.10.28)	
18. ábra: A WaOA három működési fázisa	27
19. ábra: Nyomott oszlop statikai váza, keresztmetszete	29
20. ábra: Nyomott oszlop grafikus optimalálása	30
21. ábra balra: egyszerű függesztőmű statikai váza, jobbra: kettős függesztőmű statikai váza, alul: egyszerű függesztőmű szerkezeti elemei	31
22. ábra: Egyszerű függesztőmű csomópontokra bontása	34
23. ábra: Egyszerű függesztőmű merevségi mátrixának ábrázolása	35
24. ábra: Bázisfüggvények ábrázolása ( $i = \text{kezdő csp.}$ , $j = \text{vég csp.}$ )	37
25. ábra: A tartó deformált alakja AxisVM szoftverben számolva	38
26. ábra: A tartó deformált alakja Matlab szoftverben számolva	38
27. ábra: Egyszerű függesztőmű optimált alakjának lehajlása	40
28. ábra: Kettős függesztőmű optimált alakjának lehajlása	40
29. ábra: Kettős függesztőmű tömegének változása az iterációk alatt	41
30. ábra: Az optimált és minta kialakítású függesztőmű 1:200-as méretarányban	43
31. ábra: Kettős függesztőmű modell a 7.7 pontban bemutatott optimális paraméterekkel	44
32. ábra: Kettős függesztőmű modell az új, 6 méteres fesztávolságú optimális paraméterekkel	44
33. ábra: Látványterv a 7.7 pontban optimált szerkezetről	46

## 9.2. Táblázatjegyzék

1. táblázat: felhasználható faanyagok kitettségi osztályok szerint	15
2. táblázat: Kísérleti szerkezet adatai	38
3. táblázat: A két számítás eredményeinek összehasonlítása	39
4. táblázat: Optimálási eredmények összefoglalása	41
5. táblázat: Optimált és általános kettős függesztőmű összehasonlítása	42



---

BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM  
HIDAK ÉS SZERKEZETEK TANSZÉK

# Újszerű faszerkezeti tervezés optimalással

## Függelék - kódok

Készítette:

**Iván Szabolcs Ferenc**

Neptun kód: G20TC2

*építőmérnök hallgató*

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Konzulens:

**Dr. Koris Kálmán**

*egyetemi docens*

Budapesti Műszaki és  
Gazdaságtudományi Egyetem  
Hidak és szerkezetek tanszék

2023. november

```
clc; clear all; close all

% Alapadatok

N=30;
T=50;
n=7;
RZM=zeros(N,n);
RZM(:,1)=rand(N,1);
RZM(:,6)=rand(N,1);
RZM(:,2)=randi(8,N,1);
RZM(:,3)=randi(9,N,1);
RZM(:,4)=randi(8,N,1);
RZM(:,5)=randi(9,N,1);
RZM(:,7)=randi(10,N,1);

kezfels=10;
kezals=1;

% Célfüggvény számítás

for i=1:N
    Fi(i)=celfug(RZM(i,:));
end

% Külső iteráció

for t=1:T

    % Legerősebb rozmár

    [~,EZ]=min(Fi);

    % Belső iteráció

    for i=1:N

        % Rozmáron belüli iteráció évéshez

        for j=1:n

            % i rozmár j dimenziójának újraszámolása

            xjP1=RZM(i,j)+rand*(RZM(EZ,j)-randi(2)*RZM(i,j));

            % Ellenőrzés javulásra

            XP1=RZM(i,:);
            XP1(j)=xjP1;
            Fiell=celfug(XP1);

            if Fiell < Fi(i)

                % Ha teljesül, felülírás

                RZM(i,j)=xjP1;

            end

        end

    end

end
```

```

        for i=1:N
            Fi(i)=celfug(RZM(i,:));
        end
    end
end

% Vándorlási célpont választása

Rk=randi(30);

% Rozmáron belüli iteráció vándorláshoz

for j=1:n

    % i Rozmár j dimenziójának újraszámolása

    if Fi(i)<Fi(Rk)
        xjP2=RZM(i,j)+rand*(RZM(i,j)-RZM(Rk,j));
    else
        xjP2=RZM(i,j)+rand*(RZM(Rk,j)-randi(2)*RZM(i,j));
    end

    % Ellenőrzés javulásra

    XP2=RZM(i,:);
    XP2(j)=xjP2;
    Fiell=celfug(XP2);

    if Fiell < Fi(i)

        % Ha teljesül, felülírás

        RZM(i,j)=xjP2;
        for i=1:N
            Fi(i)=celfug(RZM(i,:));
        end
    end
end

% Rozmáron belüli iteráció harchoz

for j=1:n

    % i Rozmár j dimenziójának újraszámolása

    lokkezals=kezals;
    lokkezfels=kezfels;

    xjP3=RZM(i,j)+(lokkezals+(lokkezfels-rand*lokkezals));

    % Ellenőrzés javulásra

    XP3=RZM(i,:);
    XP3(j)=xjP3;
    Fiell=celfug(XP3);

    if Fiell < Fi(i)

        % Ha teljesül, felülírás

```

```

        RZM(i,j)=xjP3;
        for i=1:N
            Fi(i)=celfug(RZM(i,:));
        end
    end

    end

    % Rozmárok bezárása
    end
    disp(num2str(t)+" iteráció");

F_ido(t)=Fi(EZ);

% Iteráció bezárása
end

[~,EZ]=min(Fi);
optimalo_diagram(F_ido,T)
vegfuggveny(RZM(EZ,:))

function z=celfug(x)

[v_max,nu_duc,nu_der,nu_fug,nu_M,M_tomeg,gerenda_teljes,L,s,v]=fuggesztomu_ketszer
es_statika(x);

%z=(M+1000*U(4,2))/(s);
z=M_tomeg;

if abs(v_max)>(L/300)
    z=z+1e3+(v_max-L/300)*1e5;
end

if nu_duc>(1)
    z=z+1e3+(nu_duc-1)*1e5;
end

if nu_der>(1)
    z=z+1e3+(nu_der-1)*1e5;
end

if nu_fug>(1)
    z=z+1e3+(nu_fug-1)*1e5;
end

if nu_M>(1)
    z=z+1e3+(nu_M-1)*1e5;
end

if abs(s)<(1e-10)
    z=1e50;
end

```



```
z=abs(z);
```

```
function z=vegfüggvény(x)
```

```
[v_max,nu_duc,nu_der,nu_fug,nu_M,M_tomeg,gerenda_teljes,L,s,v]=függesztomu_ketszer  
es_statika(x);
```

```
m=abs(x(1))*10000;
```

```
plottolas(L,m,v,gerenda_teljes);
```

```
nu_duc
```

```
nu_der
```

```
nu_fug
```

```
nu_M
```

```
m=abs(x(1))*10000/1000
```

```
x=abs(x);
```

```
h_duc=(floor(x(2)))*40+40
```

```
b_duc=(floor(x(3)))*20+80
```

```
h_ger=(floor(x(4)))*40+40
```

```
b_ger=(floor(x(5)))*20+80
```

```
if x(6)<0.5
```

```
    fug_ac=0
```

```
else
```

```
    fug_ac=1
```

```
end
```

```
if fug_ac==1
```

```
    h_fug=(floor(x(7)))*1+10
```

```
    b_fug=h_fug
```

```
elseif fug_ac==0
```

```
    h_fug=(floor(x(7)))*5+20
```

```
    b_fug=h_fug
```

```
end
```

```
function x=optimalo_diagram(F_ido,T)
```

```
figure Name 1_ábra
```

```
plot(1:T,F_ido,LineWidth=2,Color='r');
```

```
hold off
```

```
xlabel('iterációk száma [db]')
```

```
ylabel('célfüggvény változása [-]')
```

```
title('Minimum változása')
```