



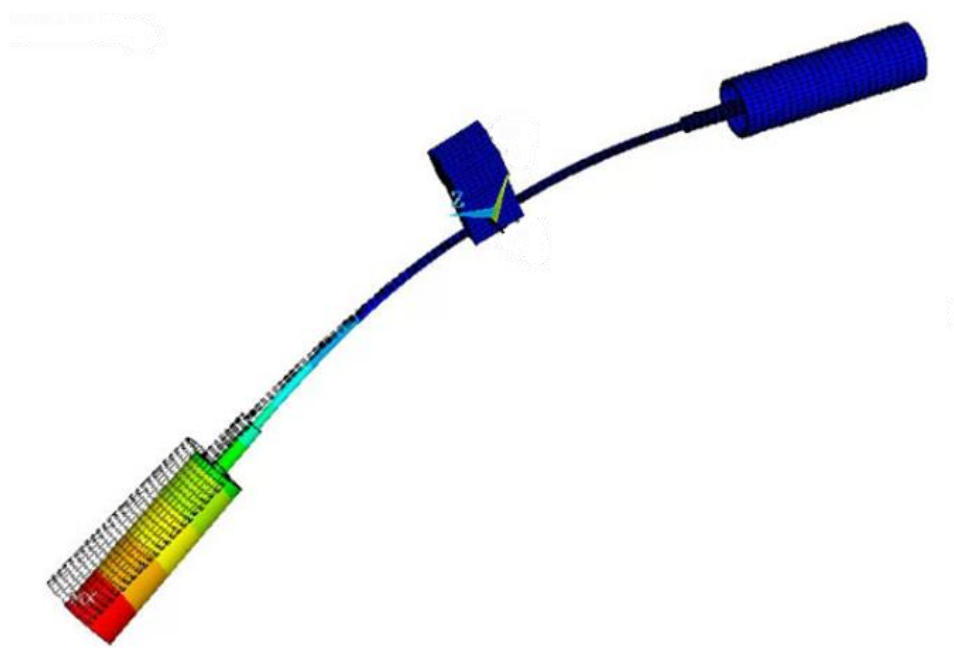
M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Építőmérnöki Kar
Hidak és Szerkezetek Tanszék

Hazai fejlesztésű „Stockbridge damper” csillapítóberendezés paramétervizsgálata

TDK dolgozat

Olosz Adél



Konzulensek:

Dr. Kövesdi Balázs, egyetemi docens

Dr. Hegyi Péter, adjunktus

Budapest, 2023

Köszönetnyilvánítás

Szeretném megköszönni konzulenseimnek, Dr. Kövesdi Baláznak, valamint Dr. Hegyi Péternek, hogy a kutatás alatt segítették a munkámat, hasznos szakmai tanácsokkal láttak el, illetve bármikor fordulhattam hozzájuk, ha kérdésem merült fel. Továbbá köszönöm Dr. Kachichian Mansournak, hogy a laboratóriumi mérések összeállításában és lebonyolításában segítségemre volt. Emellett szeretném megköszönni bátyámnak, Olosz Baláznak, hogy a teljes dolgozat elkészítése során bármilyen technikai problémával, vagy értelmezésbeli kérdéssel fordulhattam hozzá.

Tartalomjegyzék

Köszönetnyilvánítás.....	1
Ábrajegyzék	4
1. Absztrakt.....	6
2. Summary	7
3. Előzmények.....	8
3.1. Hídszerkezet bemutatása	8
3.2. Híd próbaterhelése.....	10
4. Szakirodalmi áttekintés.....	11
4.1. Ferdekábeles-, és függőhidak kábeleinek tipikus rezgési jelenségei	11
4.1.1. Turbulens örvényleválás (von Kármán-féle örvények).....	11
4.1.2. Galopp.....	12
4.1.3. Parametrikus gerjesztés	12
4.2. Kábelcsillapítók főbb típusai	13
4.2.1. Viszkózus csillapító.....	13
4.2.2. Viszkózus nyírási csillapító.....	14
4.2.3. Sűrűlódásos csillapító	14
4.2.4. Nagy csillapítású gumi csillapító	15
4.2.5. TMD csillapítók.....	15
4.3. „Stockbridge damper” csillapítók	16
4.3.1. Történeti áttekintés	17
4.4. Stockbridge csillapítók mechanikai modelljei	19
4.4.1. „Fél csillapítóelem” elkülönített vizsgálata.....	19
4.4.2. Ekvivalens rugó – viszkózus csillapító – tömeg rendszer	21
4.4.3. Kettős – gerenda modell.....	21
4.4.4. Messenger kábel nemlineáris viselkedése	21
5. Kifejlesztett csillapítóelem bemutatása	23
6. Laboratóriumi vizsgálatok	25
6.1. Kábelmerevség meghatározása	25
6.2. Csillapítási mérték meghatározása	28
7. Függesztőkábel – csillapító rendszerszintű vizsgálata	31
7.1. Globális modell bemutatása	31
7.2. Csillapítás hatékonyságának vizsgálata, elhangolás kérdése	32
7.3. Csillapítóelem hosszmenti elhelyezésének vizsgálata	35
7.4. Rezgő tömeg megváltoztatásának hatása.....	36
7.5. Csillapítás hatékonysága	38

8. Csillapítóelem paramétervizsgálata – lokális modell	40
8.1. Numerikus modell bemutatása	40
8.2. Modell validálása	41
8.3. Paramétervizsgálat szakirodalmi eredmények és dimenzióanalízis alapján	44
8.3.1. Szakirodalmi eredmények alapján megfogalmazott feltételezés	44
8.3.2. Feltételezés átfogalmazása a numerikus modellbeli paraméterekre	44
8.3.3. Numerikus futtatások eredményei	45
8.4. Paraméterbecslés MATLAB segítségével	47
8.4.1. Módszer bemutatása	47
8.4.2. Paraméterek szög-függésének vizsgálata	49
8.4.3. Sajátfrekvencia számítására adott ajánlás	51
8.5. Ajánlott összefüggés megbízhatóságának ellenőrzése	51
9. Összefoglalás, megállapítások	53
Irodalomjegyzék	55

Ábrajegyzék

1. ábra: A híd környezetének felülnézete [2].....	8
2. ábra: Felszerkezet alulnézete [3]	9
3. ábra: Hídszerkezet a hátrahorgonyzó kábelek bekötésével [3].....	10
4. ábra: Von Kármán-féle örvényleválás jelensége [6]	11
5. ábra: Illusztráció a "galopp" és parametrikus gerjesztés jelenségéhez [8 alapján].....	12
6. ábra: Viszkózus csillapító és mechanikai modellje [9 alapján].....	13
7. ábra: Viszkoelasztikus csillapító a gyakorlatban, valamint mechanikai modellje [9 alapján]	14
8. ábra: Súrlódásos csillapító és modellje [9 alapján]	14
9. ábra: HDR - csillapítók mechanikai modellje és gyakorlati megjelenése [9 alapján].....	15
10. ábra: TMD - csillapító mechanikai modelljével [9 alapján].....	15
11. ábra: Kombinált csillapítók valós hídszerkezeteken [9 alapján]	16
12. ábra: Az első "Stockbridge damper" csillapító [10 alapján].....	17
13. ábra: Monroe és Templin kialakítása [10 alapján]	17
14. ábra: Modern aszimmetrikus "Stockbridge damper" [13 alapján]	18
15. ábra: Stockbridge csillapítók típusai [13 alapján]	18
16. ábra: Elkülönített "fél csillapítóelem" [15 alapján]	19
17. ábra: Lehetséges rezgésmódok [15 alapján].....	19
18. ábra: Ekvivalens rugó - viszkózus csillapító - tömeg modell [7 alapján].....	21
19. ábra: Kettős - gerenda modell [7 alapján]	21
20. ábra: Acélsodrony és jellemző hajlítónyomaték-görbület grafikon [7 és 18 alapján]	22
21. ábra: Acél sodrony hiszterézis hurka [18].....	22
22. ábra: A legyártott csillapító	23
23. ábra: Csillapítóelem axonometrikus ábrája	24
24. ábra: Hídra felszerelt csillapító.....	24
25. ábra: Merevségmérés kísérleti elrendezése	25
26. ábra: Messenger kábel jellemző erő-elmozdulás diagramja.....	26
27. ábra: Messenger kábel helyettesítő rugalmassági modulusa a szabadonfutó pászmahossz függvényében	27
28. ábra: Mért gyorsulás - idő diagram	28
29. ábra: Két szakaszra bontott csillapodási folyamat.....	29
30. ábra: Logaritmikus dekrementum számított értékei - kis amplitúdójú rezgés esetén.....	29
31. ábra: Logaritmikus dekrementum számított értékei - nagy amplitúdójú rezgés esetén.....	30
32. ábra: Függesztőkábel - csillapító rendszerének globális modellje	31
33. ábra: Kábelközép amplitúdója a frekvencia függvényében.....	33
34. ábra: Csillapítóelem amplitúdója a frekvencia függvényében.....	33
35. ábra: Kábelerő változásának hatása.....	34
36. ábra: Csillapítóelem elhelyezésének hatása a kábel amplitúdóra	35
37. ábra: Csillapítóelem elhelyezésének hatása a csillapító tömegpontjainak amplitúdójára	36
38. ábra: Tömeg hatása a kábelközép amplitúdójára.....	37
39. ábra: Tömeg hatása a csillapító alsó ágának amplitúdójára	37
40. ábra: Tömeg hatása a csillapító felső ágának amplitúdójára	38
41. ábra: Csillapítás hatékonysága különböző paraméterek mellett.....	39
42. ábra: Csillapítóelem lokális modellje és a kialakított VE háló.....	41
43. ábra: Csillapító deformációja önsúly hatására.....	41
44. ábra: Validálási eljárás - kísérleti elrendezés	42
45. ábra: Validálás - 200 mm hosszúságú kábel.....	42
46. ábra: Validálás - 300 mm hosszúságú kábel.....	43
47. ábra: Validálás - 400 mm hosszúságú kábel.....	43

48. ábra: Sajátfrekvencia tömeg függése.....	45
49. ábra: Sajátfrekvencia kábelhossz függése	46
50. ábra: Sajátfrekvencia átmérő függése.....	46
51. ábra: Számított és szimulációs eredmények közötti eltérés.....	49
52. ábra: Számított és szimulációs eredmények közötti eltérés különböző szögek esetén.....	50
53. ábra: Paraméterek szög-függése	50
54. ábra: Paraméterek szög-függése	51
55. ábra: Számított és szimulációból adódó sajátfrekvenciák összehasonlítása.....	52

1. Absztrakt

Napjainkban a technológiai fejlődéssel és társadalmi igényekkel összhangban egyre elterjedtebbek a karcsú, könnyű acélszerkezetek az építőipar minden területén, így a hídépítésben is. Az ilyen típusú szerkezetek tervezésének egyik kulcskérdése a dinamikai viselkedés elemzése, ezen belül kiemelt problémakör a gyalogosok által gerjesztett rezgések vizsgálata. Sok esetben a megrendelő által előírt gyalogos komfortfokozat eléréséhez utólagos csillapítóberendezések elhelyezésére van szükség. Ezek igen sokfélék lehetnek, azonban a hazai gyakorlatban általánosan elterjedt, hogy a nemzetközi piacon elérhető termékek kerülnek beépítésre, erre irányuló magyarországi fejlesztés a korábbiakban nem történt.

A Budapesti Atlétikai Stadion beruházás keretében megépült osztószigeti ferdekábeles híd esetében szintén szükségesnek bizonyult, hogy kábelcsillapító elemeket helyezzenek el, ezek azonban teljes mértékben hazai fejlesztésű és gyártású „Stockbridge damper” típusú berendezések, melyek az Acélhidak Kft, a BME Hidak és Szerkezetek Tanszék, a Hídépítő Zrt., valamint a Speciálterv Építőmérnöki Kft. együttműködésében készültek.

Már a tervezés korai szakaszában megmutatkozott, hogy a csillapítóelem hatékonyságát számos paraméter befolyásolja (messenger kábel típusa, hossza, névleges átmérője; a csillapító tömeg értéke, a berendezés kábeleken való pozicionálása stb.), melyek mértékéről és pontos jellegéről jelen geometriai kialakítás esetén nem állt rendelkezésre szakirodalmi eredmény. Kutatásom során fő célom a kifejlesztett „Stockbridge damper” típusú csillapító paramétervizsgálata, azaz annak elemzése, hogy mely szabad bemenő adatok és milyen módon befolyásolják az elem hatékonyságát, alkalmazhatóságát; ezzel elősegítve a termék adaptálását más hídszerkezetekre, valamint támogatva az erre irányuló további hazai fejlesztéseket.

Ehhez dolgozatom első részében röviden ismertettem a „Stockbridge damper” családba tartozó csillapítóberendezések működési elvét, valamint áttekinttem az ilyen típusú elemek tervezésével, hatékonyságával foglalkozó nemzetközi szakirodalom legfontosabb eredményeit. Ezekből kiindulva a paramétervizsgálathoz kétféle vége-selemes modellt dolgoztam ki. Az egyik egy pontos testelemes lokális modell, melyet a csillapítóelem sajátfrekvenciájának meghatározására használtam. A másik egy (az Osztószigeti-híd példáján alapuló) globális modell, a csillapítóelem és a ferdekábel alkotta rendszer együttes viselkedésének tanulmányozására. A kiválasztott paraméterhalmaz vizsgálatát ezen két modellen numerikus szimulációkkal, valamint kiegészítő laboratóriumi mérésekkel támogatva hajtottam végre.

2. Summary

Nowadays, in line with technological advances and societal demands, slender, lightweight steel structures are becoming increasingly common in all areas of building industry, including bridges too. One of the key issues in the design of this type of structure is the analysis of the dynamic behaviour, with a particular focus on the vibrations generated by pedestrians. In many cases, to achieve the level of pedestrian comfort required by the client, it is necessary to install damping devices afterwards. These can be very diverse, but it is common practice in Hungary to use products available on the international market, and there have been no developments in Hungary in this area in the past.

It was also necessary to install cable damping elements in the case of the Osztósziget cable-stayed bridge of the Budapest Athletics Stadium project, but these were entirely of the "Stockbridge damper" type, developed and manufactured in Hungary, in cooperation with Acélhidak Kft, the Department of Bridges and Structures of BME, Hídépítő Zrt. and Speciálterv Építőmérnöki Kft.

Already at an early stage of the design it was shown that the effectiveness of the damper is influenced by a number of parameters (type, length and nominal diameter of the messenger cable; mass of the damper, positioning of the device on the cables, etc.), the extent and exact nature of which were not available in the literature for the present geometry. The main objective of my research is the parameter analysis of the developed "Stockbridge damper", i.e. to analyse which free input data and in which way they influence the efficiency and applicability of the element, thus facilitating the adaptation of the product to other bridge structures and supporting further domestic developments in this field.

To this end, in the first part of my thesis, I briefly described the principle of operation of the "Stockbridge damper" family of damping devices and reviewed the most important results of the international literature on the design and efficiency of this type of devices. On this basis, I developed two types of finite element models for parameter analysis. One is an exact body element local model, which I used to determine the natural frequency of the damper. The other one is a global model (based on the example of the Osztósziget cable-stayed bridge) to study the combined behaviour of the damper and the cable system. The selected parameter set was investigated using numerical simulations on these two models, supported by additional laboratory measurements.

3. Előzmények

2018. december 4-én Budapest elnyerte a 2023. évi Atlétikai Világbajnokság rendezésének jogát. A rangos világeseményhez kapcsolódóan komplex beruházási program kezdődött a fővárosban, melynek keretén belül megépítésre került a Nemzeti Atlétikai Stadion, a hozzá tartozó atlétikai edzőpálya Csepel-szigeten, valamint a két létesítmény közötti kapcsolatot biztosító Osztószigeti-híd [1].

3.1. Hídszerkezet bemutatása

A műtárgy a Ráckevei (Soroksári)-Duna-ág felett létesült a Kvassay zsilip és a Duna torkolata között, az 1. ábrán látható módon. Ezen a szakaszon helyezkedik el az Osztószigetnek nevezett mesterséges sziget, mely a Ráckevei-Duna-ágot a zsilip előtt kettéosztja, itt került kialakításra a híd pilonjának befogására alkalmas tartószerkezet [1].



1. ábra: A híd környezetének felülnézete [2]

A szerkezet kéttámaszú, egypilonos, ferdekábeles gyalogoshíd, acélszerkezetű merevítőtartókkal és pályalemezzel. Támaszköze 168,00 m, a felszerkezet hossza 168,90 m. A pályalemez kétsíkú felfüggesztő rendszerrel, 6,00 m-kénti felfüggesztési ponttal csatlakozik a pilonhoz, mely az Osztószigeten került elhelyezésre [1]. Az acélszerkezetű pilon a felszerkezetet 90,0 – 78,0 m arányban osztja fel, a gyalogút helyszínrajzi ívének külső oldalán létesült. Tengelye a hídtól kifelé dől, a függőlegessel 9°-os szöget zár be. Magassága a

cölöpösszefogó gerenda felső síkjától $65,00\text{ m}$, abszolút magassága $166,60\text{ m}$. A szerkezet kör keresztmetszetű, mind felfelé, mind lefelé kónuszosan szűkül, maximális átmérője $2,00\text{ m}$. A pilon belseje kibetonozott, mely az acélső nyomási teherbírásának növelését szolgálja [1].

A felszerkezet $275,0\text{ m}$ sugarú (az úttengely vonalában értelmezve) tiszta ívben helyezkedik el, teljes szélessége $12,71\text{ m}$. A pályalemez két darab főtartóval rendelkezik, melyek egyenként egy 711 mm átmérőjű acél félcsőből, 30 mm -es felső övből, 40 mm -es alsó övből és egy belső; 30 mm -es függőleges gerincből kialakított szekrénytartók. A főtartók között ortotróp acél pályalemez készült, 40 cm -ként hosszbordával merevítve, $6,00\text{ m}$ -ként elhelyezett alul íves, 90 cm magas, sugárirányban haladó keresztartókkal (2. ábra).



2. ábra: Felszerkezet alulnézete [3]

A gyalogos úrszelvény magasságának biztosításához szükséges volt, hogy a függesztőkábelek a főtartókon kívül kerüljenek bekötésre. Ennek érdekében a hídpálya mellett, mindkét oldalon 610 mm átmérőjű acélsövet helyeztek el, melyeket $6,00\text{ m}$ -ként a hídpályába (a keresztartók folytatásaként) bekötötték. Az ív belső oldalán a peremtartó tengelye a főtartó tengelyétől $3,00\text{ m}$ -re, míg külső oldalán $1,50\text{ m}$ -re helyezkedik el. Mind a főtartó, mind a peremtartó acél csövei, a pilonhoz hasonlóan, kibetonozásra kerültek [1].

A pályalemez kétsíkú kábelezéssel van felfüggesztve a pilonhoz, $6,00\text{ m}$ -kénti villás bekötéssel a peremtartókba, illetve $1,50\text{ m}$ -kénti csatlakozással a pilon esetében. Összesen 53 db függesztőkábel került beépítésre, melyek névleges átmérője 35 és 65 mm között változik, 5 mm -es lépcsőkben. A pilon hátrahorgonyozása 3 db 100 mm átmérőjű kábellel valósul meg,

melyek bekötése a pilontól 25,00 m-re elhelyezett közbenső támaszba történik a 3. ábrán látható módon.



3. ábra: Hídszerkezet a hátrahorgonyzó kábelek bekötésével [3]

3.2. Híd próbaterhelése

A szerkezet statikus és dinamikus próbaterhelését a BME Hidak és Szerkezetek Tanszék hajtotta végre: a statikus mérést 2022.10.23-24-én, a dinamikus mérést 2022.10.27-én [4].

A dinamikus próbaterhelés során összesen 33 különböző futamban vizsgálták a híd viselkedését (különböző sebességű és létszámú csoportokkal, melyek rendezett lépésben haladtak át a felszerkezeten). Mindegyik csoportlétszám esetén 3 különböző sebességű futamot elemeztek: gyaloglás, kocogás és futás; melyek jellemzően 3-4 km/h, 6-7 km/h, illetve 10-12 km/h tervezett áthaladási sebességeknek feleltek meg. A dinamikus futamok során négy komfortérzékelő értékelte mindegyik sorozatban a szerkezet viselkedését komfortosság szempontjából. A Sétra [5] kiértékelési sémája alapján a híd komfortfokozata átlagos. A vizsgálatban résztvevők megítélése szerint a dinamikus futamok során a pályaszerkezeten keletkezett rezgések jellemzően egyáltalán nem, vagy csak kismértékben voltak zavarók (a 0-10-ig terjedő skálán a legkedvezőtlenebb osztályzat a 6-os volt), mely részben a hídszerkezetre ebből a célból előzetesen beépített Maurer típusú TMD csillapító berendezéseknek volt köszönhető [1].

Ugyanakkor a dinamikus próbaterhelés alatt a komfortfokozat érzékelők megfigyeltek egy másodlagos hatást, miszerint több futam során a pályaszerkezeten elhelyezett lámpatartó oszlopok, valamint néhány függesztőkábel is rezegni kezdett. Ennek következtében a Tervező (Speciálterv Építőmérnöki Kft.) és Kivitelező (Hídépítő Zrt.) úgy döntött, hogy ezen kábelekre

csillapítóelemeket kell elhelyezni, melyek csökkenteni tudják a kábelrezgéshez tartozó amplitúdó nagyságát. A két fél megállapodott, hogy nem késztermékként a piacon elérhető csillapítóelemet építenek be, hanem a BME Hidak és Szerkezetek Tanszék közreműködésével Magyarországon első alkalommal saját fejlesztésű csillapítót készítenek [4], jelen dolgozat az ebből a célból megvalósult „Stockbridge damper” típusú berendezéssel foglalkozik.

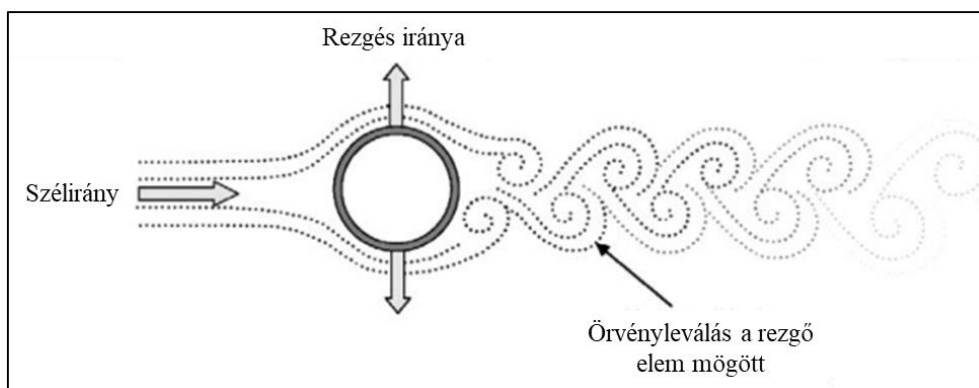
4. Szakirodalmi áttekintés

Mindennapjaink során számos mérnöki területen előkerülnek nem kívánatos szerkezeti és kábelrezgések, legyen szó függőhidakról, ferdekábeles szerkezetekről, vagy akár távvezetésekről. Ezen rezgéseket korlátozni kell a stabilitásvesztés, a szerkezeti elemek fáradttörésének, illetve a használatot zavaró hatások elkerülése érdekében. Dinamikus gerjesztő erő alapvetően háromféle forrásból származhat: jármű/gyalogosteherből, szeizmikus mozgásból és szélhatásból. Az egyes esetekben a kialakuló rezgéstípusok egymástól igen különbözőek lehetnek a kiváltó ok alapján, a továbbiakban erről szeretnék egy rövid áttekintést adni függő-, és ferdekábeles hidak kábeleinél előforduló jelenségekre fókuszálva.

4.1. Ferdekábeles-, és függőhidak kábeleinek tipikus rezgési jelenségei

4.1.1. Turbulens örvényleválás (von Kármán-féle örvények)

A jelenség lényege, hogy a turbulens széláramlásba helyezett test két oldalán periodikusan vagy szabálytalanul leváló örvények a testet az áramlás irányára merőlegesen gerjesztik a 4. ábrán látható módon. A rezgés frekvenciája még kisebb szélesebesség esetén is a magasabb rezgéstartományba esik, ugyanakkor amplitúdója jellemzően nem haladja meg a kábel átmérőjének másfélszeresét [7]. A kialakuló rezgés frekvenciájára egy elfogadott közelítés $f \approx 0,2 \cdot v/D$, ahol v a szélesebesség, D pedig a kábel átmérője [8].



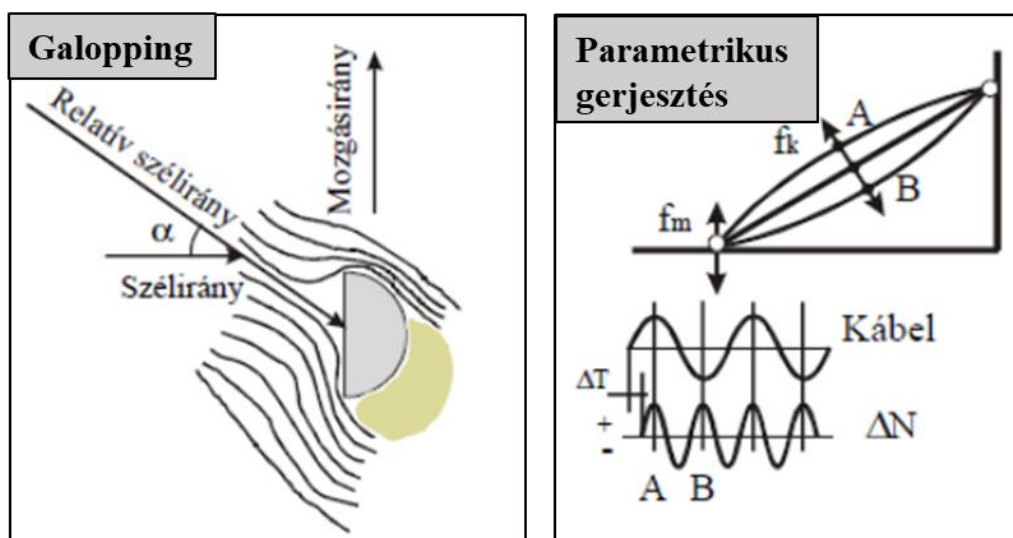
4. ábra: Von Kármán-féle örvényleválás jelensége [6]

4.1.2. Galopping

A „galopping” lényegében egy áramlástanai instabilitás okozta gerjesztés, amelyet a körüláramlott test mozgása hoz létre és tart fenn. A jelenség mélyebb megértéséhez tekintsünk egy egyszerű példát az 5. ábra alapján. Tételezzük fel, hogy a nyugvó keresztmetszetre merőlegesen hat az áramlás. Ekkor, ha a testet a szélirányra merőlegesen felfelé kimozdítjuk (ez a kismértékű kezdeti kimozdulás adódhat a keresztmetszet aszimmetriájából, mely származhat a keresztmetszet felületén kialakuló jegesedésből, vagy csapóesőből), a relatív szélirány α szöggel megváltozik, így a keresztmetszet alsó éle mentén örvényleválás jön létre, ebben a zónában továbbra is az atmoszférikus nyomás uralkodik, azonban a keresztmetszet felső éle mentén (ahol áramvonalak lefelé görbülnek) az atmoszférikusnál kisebb a nyomás. Ez a nyomáskülönbség a mozgással egyező irányú, felfelé ható erőt eredményez, amivel szemben a szerkezet rugalmas ellenállása és belső csillapítása hat [8]. Ez a rezgés tipikusan alacsony frekvenciájú ($f \approx 0,08 - 3 \text{ Hz}$) és nagy amplitúdójú (a kábel átmérőjének 5 – 300-szorosa is lehet) [7].

4.1.3. Parametrikus gerjesztés

Kis belső csillapítású kábel esetén a kábel és a merevítőtartó sajátfrekvenciáinak bizonyos aránya esetén a merevítőtartó rezgése is gerjesztheti a függesztőkábeleket. A kiváltó ok, hogy a merevítőtartó rezgése a kábel feszítőerejének periodikus változását eredményezi. Mivel a feszítőerő maximuma a kétirányú, maximális amplitúdójú kitérésekhez tartozik, könnyen belátható, hogy a rezonancia jelensége akkor lép fel, ha a normálerő változásának frekvenciája éppen egész páros számú többszöröse a kábel sajátfrekvenciájának és a fáziseltolódás a két rezgés között maximum $\Delta T = T_k/8$, ahol T_k a kábel rezgésének periódusideje (5. ábra) [8].



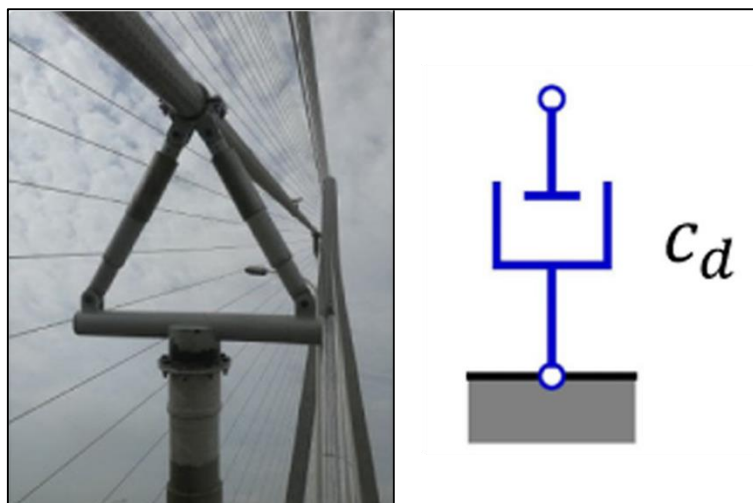
5. ábra: Illusztráció a "galopping" és parametrikus gerjesztés jelenségéhez [8 alapján]

4.2. Kábelcsillapítók főbb típusai

Az előzőekben említett dinamikai hatások által kiváltott kábelrezgések csillapítására számos lehetőség van a mérnöki gyakorlatban. Az egyik lehetséges megközelítés, ha már a tervezési fázisban egy „optimális kábelgeometriát” alakítunk ki, amely az előzetes számítások alapján nem lesz érzékeny a forgalmi/gyalogosteher, illetve a szél okozta gerjesztésekre. Előfordulhat, hogy erre egyéb követelmények kielégítése mellett nincs lehetőség, vagy már a megvalósítást követően tapasztalunk kedvezőtlen rezgéseket. Ekkor kerülnek alkalmazásra a különböző csillapító berendezések, melyek alapvető működési elvüket tekintve szintén igen sokfélék lehetnek. A továbbiakban röviden bemutatom a függő- és ferdekábeles hidakon leggyakrabban alkalmazott csillapítókat a hozzájuk tartozó egyszerűsített mechanikai modellekkel.

4.2.1. Viszkózus csillapító

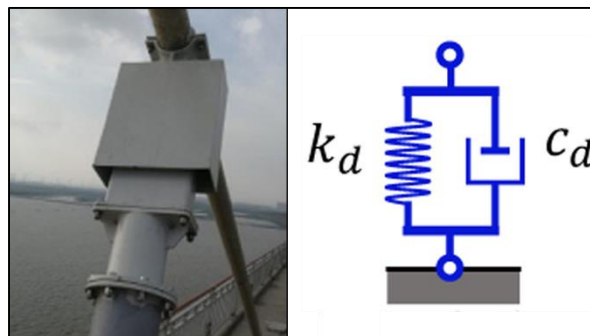
A viszkózus csillapítók a legszélesebb körben használt berendezések kábelek rezgéscsillapítására. Az elem csak a kábel hossz tengelye mentén engedi meg az alakváltozást, így csak egy irányban képes a csillapítást biztosítani. Abban az esetben, ha a kábelsíkbeli, és az arra merőleges rezgések mérséklésére is szükség van, általában legalább két berendezést rögzítenek a kábel ugyanazon pontjához. Ezen elemek csillapító hatását leggyakrabban egyetlen csillapítási tényezővel jellemezhető, folyadékkal töltött hengerrel modellezik a mérnöki gyakorlatban. Kísérleti eredmények alapján kimutatható, hogy ez a csillapítási tényező a valóságban nem állandó, hanem frekvenciafüggő, általában a rezgési frekvencia növekedésével csökken az értéke, melyet a szakirodalom alapján egy tört-viszkózus modell segítségével lehet figyelembe venni [9]. Az elem egyszerű mechanikai modelljét, és egy valós példát (kínai Sutong Bridge) mutat a 6. ábra.



6. ábra: Viszkózus csillapító és mechanikai modellje [9 alapján]

4.2.2. Viszkózus nyírási csillapító

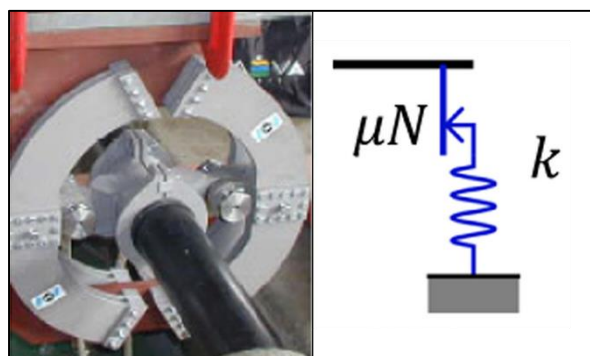
A viszkózus nyírási csillapító egy tipikus viszkoelasztikus csillapító, amely legegyszerűbben a Kelvin-modell segítségével kezelhető. A merevség és a csillapítási együtthatók a dinamikus alakváltozás amplitúdójától és frekvenciájától függenek. Ilyen csillapítókat széles körben alkalmaznak Japánban és Kínában, például a Xiazhang, a Shishou Changjiang és a Jiayu Changjiang hídon. A szakirodalomban empirikus modelleket dolgoztak ki a merevségi és csillapítási együtthatóknak a viszkózus folyadék viszkozitásával, a nyírási felülettel és a nyírási réteg vastagságával való összefüggésére [9].



7. ábra: Viszkoelasztikus csillapító a gyakorlatban, valamint mechanikai modellje [9 alapján]

4.2.3. Súrlódásos csillapító

A súrlódásos csillapítók ideális esetben frekvenciafüggetlen csillapítást biztosítanak. Már számos alkalmazás létezik, például a Sunningesund, az Uddevalla, vagy az Incheon hídon. A Coulomb-súrlódási modellt széles körben használják az elem viselkedésének leírására (8. ábra). A súrlódásos csillapítóval ellátott kábelek nagyobb maximális csillapítást mutatnak a viszkózus csillapítóhoz képest. Ennek magyarázata, hogy ez a típusú elem energiát „visz át” a magasabb rezgémódokra, így összességében gyorsabban disszipálja az energiát. Magát a súrlódásos csillapítót a „stick-slip” mozgás jellemzi. Azaz amikor a kábel és a csillapító felülete között csúszási súrlódás lép fel, a kábel rezgése hatékonyan csillapodik; míg ha a súrlódási felület tapad, a csillapító hatás meglehetősen kicsi [9].



8. ábra: Súrlódásos csillapító és modellje [9 alapján]

4.2.4. Nagy csillapítású gumi csillapító

A nagy csillapítású gumi csillapítókat (High damping rubber damper – HDR damper) széles körben használják kábelek belső csillapítóelemeként. Mechanikai modellezésük lineáris hiszteretikus csillapítási modell segítségével történhet, merevségi együtthatóval és veszteségtényezővel (9. ábra). A viszonylag nagy saját merevségi hatások miatt (melyek kis veszteségtényezőnek felelnek meg), a HDR-csillapítók által egy kábelnek biztosított maximális csillapítás értéke aránylag kicsi, azonban hatékonyan képesek mérsékelni a nagyfrekvenciás és kis amplitúdójú kábelrezgéseket, ennek köszönhető széleskörű alkalmazásuk [9].



9. ábra: HDR - csillapítók mechanikai modellje és gyakorlati megjelenése [9 alapján]

4.2.5. TMD csillapítók

A Tuned Mass Damper (TMD) – azaz hangolt tömegcsillapítók – széles körben használt eszközök felsővezetékek rezgéscsillapítására, illetve ma már függesztőkábeleken is gyakran alkalmazzák [9]. Egyszerűsített mechanikai modellje egy viszkózus csillapítóelemhez, illetve adott merevséggel jellemezhető rugóhoz kapcsolt tömeg (10. ábra). Az ilyen típusú elemek alkalmazhatósági korlátját az adja, hogy a kialakítástól függően csak néhány frekvencián képesek nagy hatékonysággal csillapítani, más frekvenciákon kevésbé hatékonyak.



10. ábra: TMD - csillapító mechanikai modelljével [9 alapján]

A fenti rendszerek mindegyikének megvannak az előnyei és hátrányai, de természetesen az egyes elemtípusok kombinálása is lehetséges egy-egy szerkezeten belül, erre mutat néhány gyakorlatban megvalósult példát a 11. ábra.



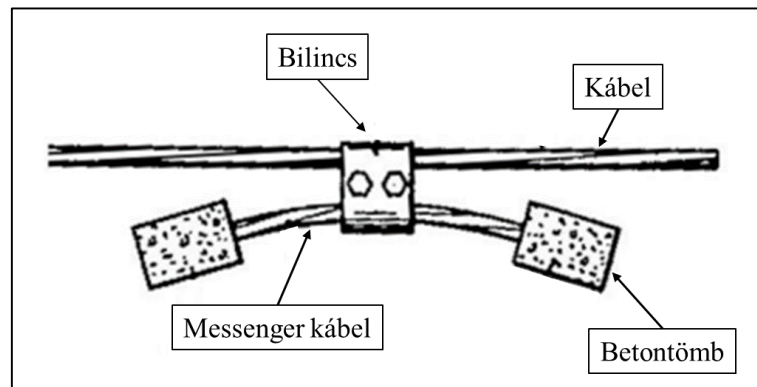
11. ábra: Kombinált csillapítók valós hídszerkezeteken [9 alapján]

4.3. „Stockbridge damper” csillapítók

Az Osztószigeti-híd esetében a próbaterhelés során tapasztalt kábelrezgésekről videófelvétel is készült, melynek elemzéséből kiderült, hogy mindegyik kábel esetében a nagy amplitúdójú rezgések az első rezgésalakhoz (fél szinuszhullám) tartozó frekvencián alakulnak ki [4]. Ez alapján a cél minden kritikus kábel esetében egy adott frekvencián (vagy az esetleges elhangolódásokat is figyelembe véve, egy adott frekvenciaérték körüli) hatékony csillapítás volt, melyhez kiválóan alkalmasak a TMD típusú elemek. Ezen belül a BME Hidak és Szerkezetek Tanszék választása (a Tervező és Kivitelező egyetértésével) az úgynevezett „Stockbridge damper” típusú csillapítóelemre esett, figyelembe véve a híd sajátosságait, valamint további szempontokat; köztük az egyszerű tervezhetőséget, az esztétikus megjelenést, a tartósságot, valamint a könnyű cserélhetőséget. A következő alfejezetekben röviden ismertetem az ilyen típusú csillapítók jellegzetességeit, valamint mechanikai viselkedésének sajátosságait.

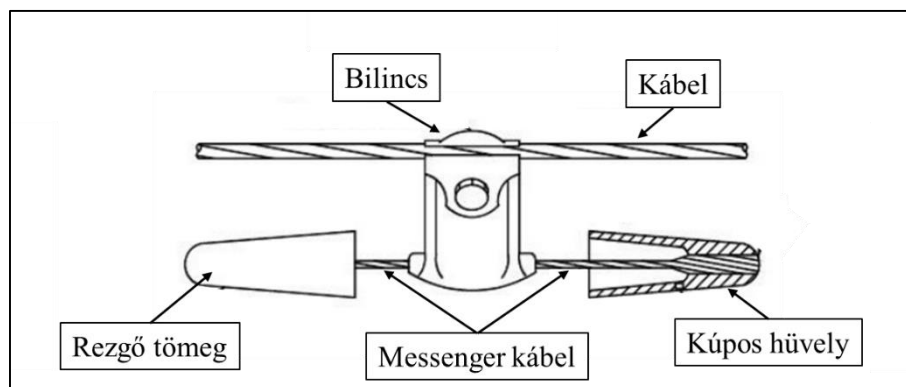
4.3.1. Történeti áttekintés

Az első „Stockbridge damper” típusú csillapítót George H. Stockbridge készítette 1924-ben, miután felfigyelt a felsővezetékek szélrezgések miatti tönkremenetelére [10]. Az eredeti kialakításban az elem egy szimmetrikus, súlyzó alakú eszköz volt, mely egy rövid (75 cm-es) rugalmas kábelből (úgynevezett messenger kábel) és a kábelvégeken elhelyezett betontömbökből állt a 12. ábrán látható módon.



12. ábra: Az első "Stockbridge damper" csillapító [10 alapján]

Monroe és Templin 1932-ben továbbfejlesztette az eredeti kialakítást a beton tömböket lecserélve acél anyagú, kúpos hüvelyekre; ezzel lehetővé téve a messenger kábel és a rezgő tömeg relatív elmozdulását [10]. Az új kialakítást a 13. ábra szemlélteti.

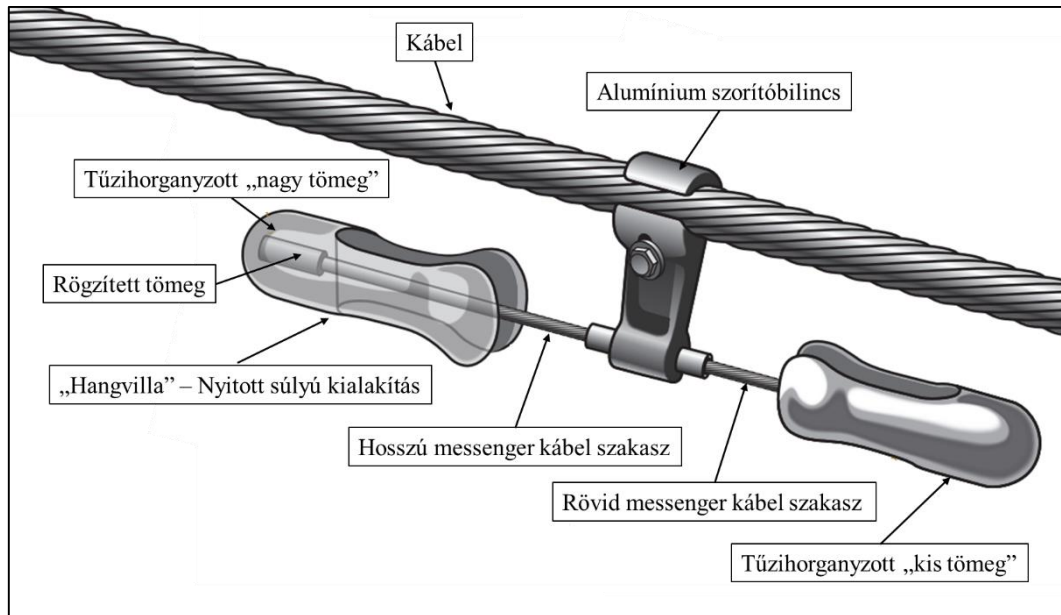


13. ábra: Monroe és Templin kialakítása [10 alapján]

A fenti elrendezés jelentette a modern „Stockbridge” csillapítók első típusának, a két szabadságfokú (másnéven szimmetrikus) elemek kiindulási alapját [10]. Ebben a kialakításban a messenger kábelhosszak, illetve a rezgő tömegek a két oldalon megegyeznek, így az elemnek két rezgésmódja van, az ezekhez tartozó frekvenciákon képes hatékonyan csillapítani.

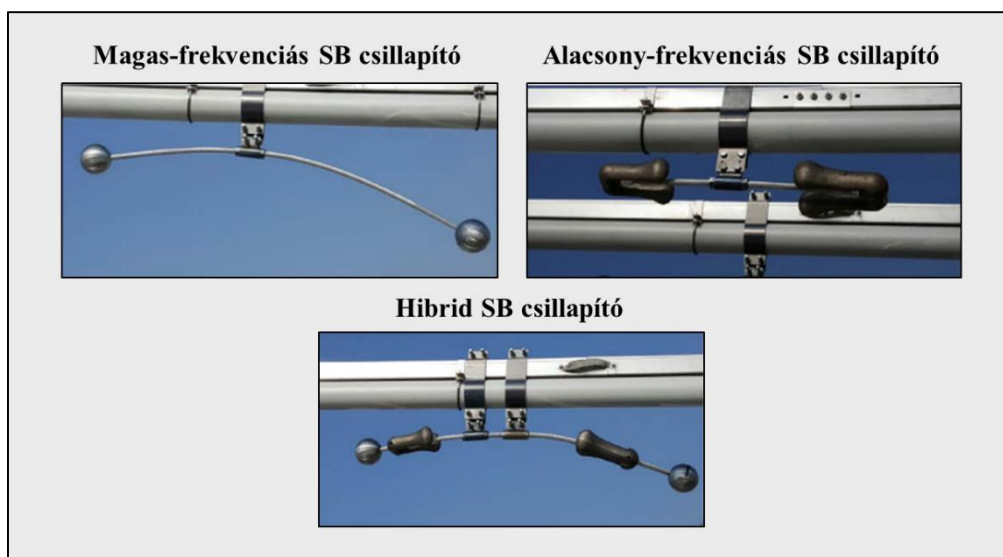
A „Stockbridge” csillapítók napjainkban alkalmazott másik fajtája a négy szabadságfokú (vagy aszimmetrikus) kialakítás, melynek első változatát Claren and Diana tanulmányozta 1968-ban

[11]. Az újdonságot a korábbiakhoz képest az jelentette, hogy a rezgő tömegek és a kétoldali messenger kábelhosszak már különbözőek voltak, ebből következően négy sajátrezgésalakja van az elemnek, így szélesebb frekvenciatartományban képes hatékony csillapítást biztosítani [12]. Egy mai tipikus elemre mutat példát a 14. ábra.



14. ábra: Modern aszimmetrikus "Stockbridge damper" [13 alapján]

A modern „Stockbridge damperek” családjában három kialakítás jellemző, melyeket a 15. ábra szemléltet. Az első elrendezés a magas frekvenciatartományban (4 – 10 Hz), a második kialakítás az alacsony frekvenciatartományban (0,5 – 4 Hz) csillapítandó rezgések csökkentésére alkalmazható. A harmadik elem kombinálja az előző kettőt, és képes mindkét frekvenciatartományban hatékonyan működni, természetesen nem egyidejűleg [14].



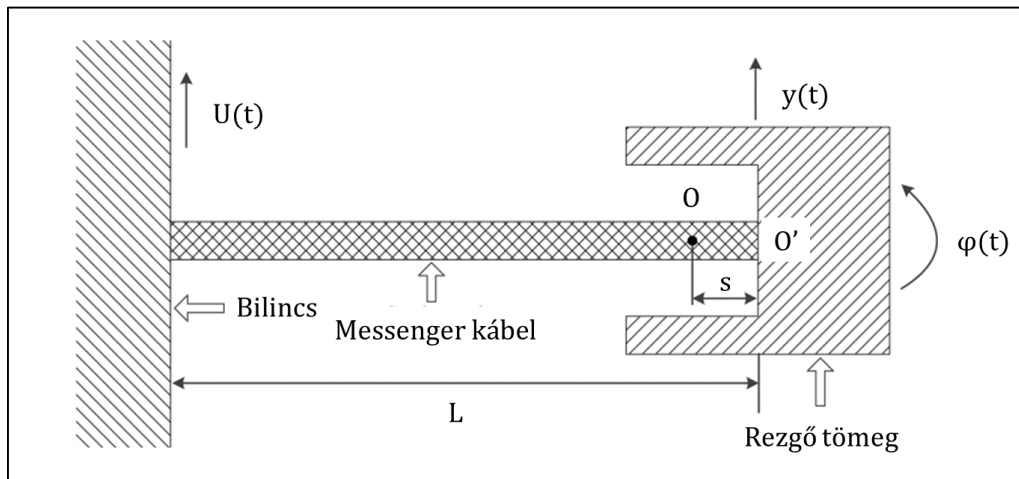
15. ábra: Stockbridge csillapítók típusai [13 alapján]

4.4. Stockbridge csillapítók mechanikai modelljei

A lehetséges szerkezeti kialakítások bemutatása után rátérnek a csillapítóelemek mechanikai viselkedésének leírási lehetőségeire. A szakirodalmat áttekintve, a „Stockbridge damper” típusú csillapítók tanulmányozására 3 főbb modell típus fordul elő nemzetközi szinten. A következőkben ezek legfontosabb gondolatait, feltételezéseit foglalom össze.

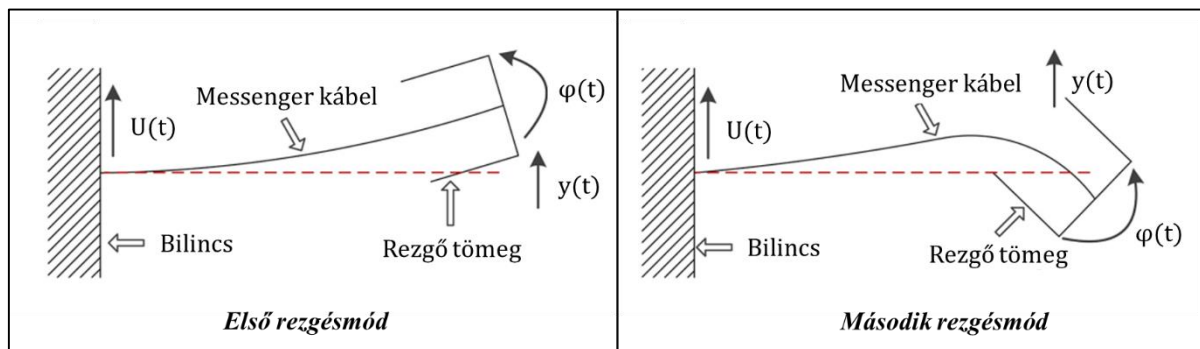
4.4.1. „Fél csillapítóelem” elkülönített vizsgálata

Az egyik lehetséges megközelítés, hogy a csillapítóelem két ágát elkülönítve vizsgáljuk; azaz a megfogó elem mentén „kettévágjuk” a messenger kábelt, és lényegében egy tökéletesen befogott, támaszrezgéssel gerjesztett rúd – tömegpont rendszerként írjuk le a viselkedést [15]. Ennek vázlatát mutatja a 16. ábra.



16. ábra: Elkülönített "fél csillapítóelem" [15 alapján]

Az ábrán feltüntetett O pont a rezgő tömeg tömegközéppontja, O' a messenger kábel és tömeg csatlakozási pontja, s a két pont távolsága, L a messenger kábel szakasz hossza, $U(t)$ pedig a csillapítandó kábel rezgéséből származó; bilincs által átadott gerjesztés. A felvázolt rendszernek két rezgésmódja lehet, melyeket a 17. ábra szemléltet.



17. ábra: Lehetséges rezgésmódok [15 alapján]

A mozgást leíró egyenletek:

$$-m\ddot{y} + sm\ddot{\varphi} - \frac{12EI}{L^3}y + \frac{6EI}{L^2}\varphi, \quad (1)$$

$$-J_{O'}\ddot{\varphi} + sm\ddot{y} - \frac{4EI}{L}\varphi + \frac{6EI}{L^2}y, \quad (2)$$

ahol E a Young-modulus, I a messenger kábel másodrendű inercianyomatéka, $J_{O'}$ pedig a rezgő tömeg inercianyomatéka az O' ponton átmenő tengelyre vonatkoztatva.

A számítás részleteit mellőzve a fenti egyenletekből a két sajátkörfrekvencia [15]:

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{6EI}{L^3(J_{O'}m - m^2s^2)} \left(\frac{1}{3}L^2m + J_{O'} - Lsm \mp \sqrt{\left(\frac{1}{3}L^2m + J_{O'} - Lsm\right)^2 - \frac{1}{3}L^2(J_{O'}m - m^2s^2)} \right). \quad (3)$$

Használjuk fel, hogy $J_{O'}$, mely a rezgő tömeg inercianyomatéka az O ponton átmenő tengelyre vonatkozóan, a Steiner-tétel segítségével $J_{O'}$ -vel kapcsolatba hozható:

$$J_{O'} = J_O + ms^2. \quad (4)$$

Ez alapján, feltételezve, hogy $O \equiv O'$ (azaz $s = 0$), valamint másodrendű Taylor-közelítést alkalmazva az egyes sajátkörfrekvenciák a következő módon becsülhetők:

$$\omega_1 \approx \sqrt{\frac{3EI}{mL^3}}, \quad \omega_2 \approx \sqrt{\frac{4EI}{J_{O'}L}}. \quad (5)$$

Innen a két sajátalakhoz tartozó frekvenciák:

$$f_1 \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{mL^3}}, \quad f_2 \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4EI}{J_{O'}L}}. \quad (6)$$

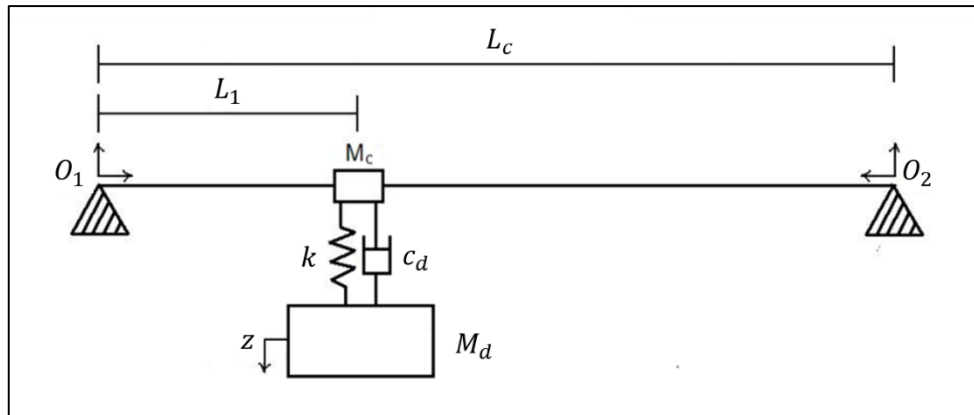
Megemlíteném, hogy acél sodronyok másodrendű inercianyomatéka kifejezhető egy elemi szál átmérőjével (d) és a szálak számával (n) [15]:

$$I = (1,4)^2 \cdot \frac{n\pi d^4}{64}. \quad (7)$$

A fentiekben bemutatott megközelítés elhanyagolja a messenger kábel tömegét, illetve a kialakításából (acél sodrony) adódó nemlineáris hiszterézis viselkedést, mely a tényleges csillapítás egy részéért felelős.

4.4.2. Ekvivalens rugó – viszkózus csillapító – tömeg rendszer

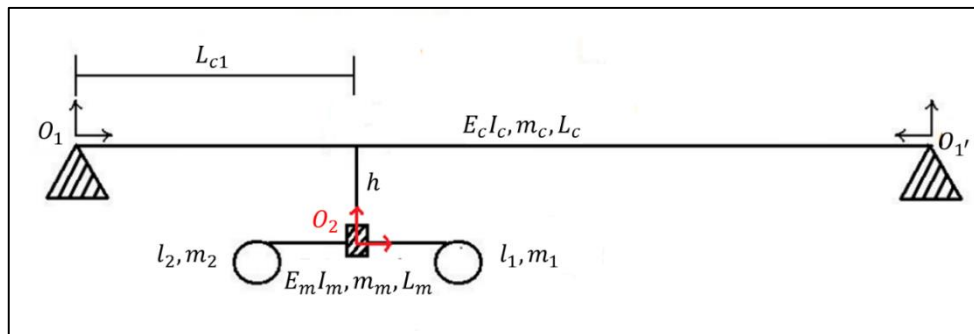
Az egyik legegyszerűbb modellezési lehetősége a Stockbridge csillapítóknak a már 4.2.5. pontban is említett megközelítés. Ennek során egy ekvivalens tömeg csatlakozik a csillapítandó kábelhez egy párhuzamosan kapcsolt lineáris karakterisztikájú rugóval és viszkózus csillapítóval (18. ábra) [16].



18. ábra: Ekvivalens rugó - viszkózus csillapító - tömeg modell [7 alapján]

4.4.3. Kettős – gerenda modell

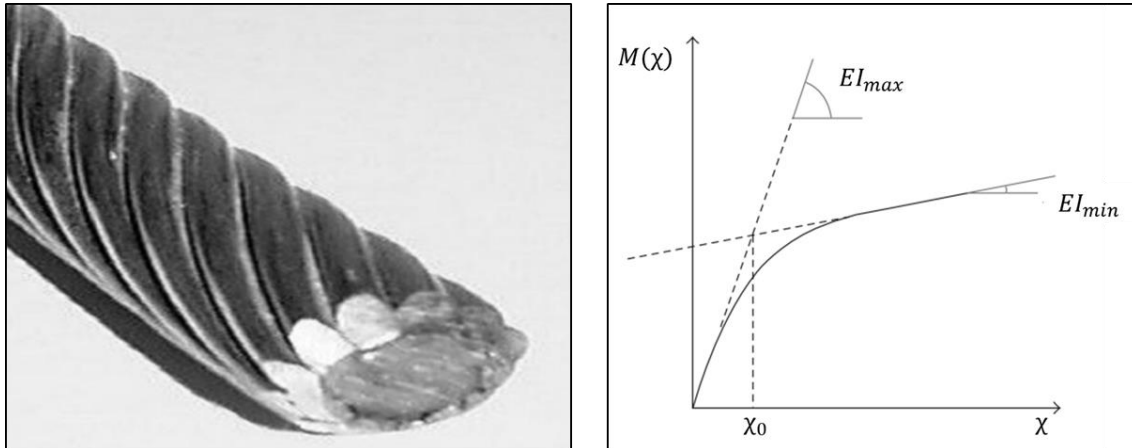
A szakirodalomban olyan mechanikai modellt is találhatunk, melynél a csillapítandó kábel, és a messenger kábel egy-egy egymáshoz kapcsolt Euler-Bernoulli gerendaként van kezelve, merev tömegpontokkal a messenger kábel két végén. Ezt az elrendezést szemlélteti a 19. ábra.



19. ábra: Kettős - gerenda modell [7 alapján]

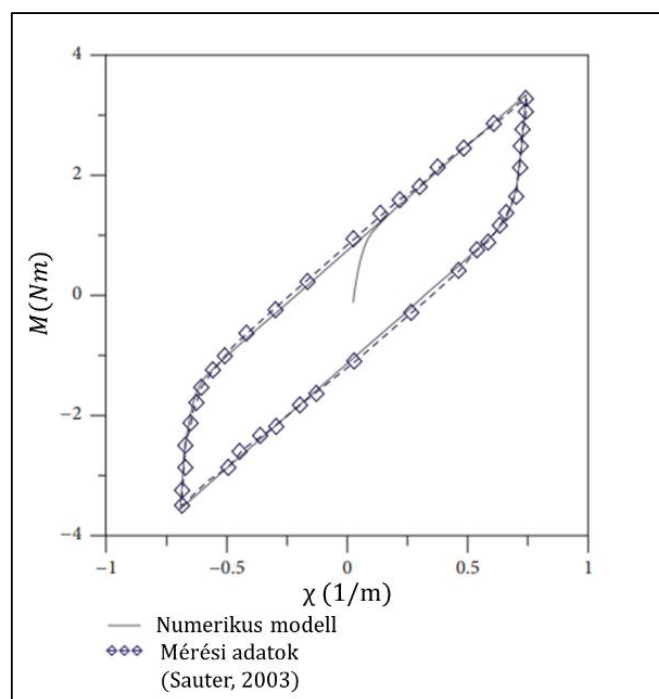
4.4.4. Messenger kábel nemlineáris viselkedése

Az előzőekben bemutatott mechanikai modellekben közös, hogy egyaránt elhanyagolják a messenger kábel nemlineáris viselkedését. A valóságban azonban ezeknek a kábelnek (melyek tipikusan acél sodronyból készülnek) jelentős nem viszkózus csillapításuk van hajlításra, ami az elemi szálak elcsavarodásának és súrlódásának nemlineáris jellegéből következik [17]. Egy tipikus messenger kábel kialakítás, valamint a hozzá tartozó jellemző hajlítónyomaték-görbület grafikon látható a 20. ábrán.



20. ábra: Acélsodrony és jellemző hajlítónyomaték-görbület grafikon [7 és 18 alapján]

Általánosságban elmondható, hogy a csillapítóelem annál hatékonyabb, minél nagyobb a messenger kábel hiszterézis hurka, hiszen annál több energiát képes elnyelni [18]. Azonban az ilyen típusú sodronyok hajlítási jellemzőinek, hiszterézis viselkedésének, valamint csillapítási arányának meghatározásával nemzetközi szinten is csak kisszámú tanulmány foglalkozik. Ebből adódóan még nem áll rendelkezésre analitikus összefüggés, vagy közvetlenül alkalmazható mérési adatsor a sodronykötelek mechanikai jellemzőinek meghatározására; ehhez saját mérések, vagy esetleg kísérletekkel támogatott numerikus szimulációk alkalmazhatók. A valóságos hiszterézis viselkedést jól követő numerikus modellre mutat példát a 21. ábra, melyen egy olasz kutatás keretében kidolgozott szimulációs és korábbi mérési eredmények összevetése látható [18].

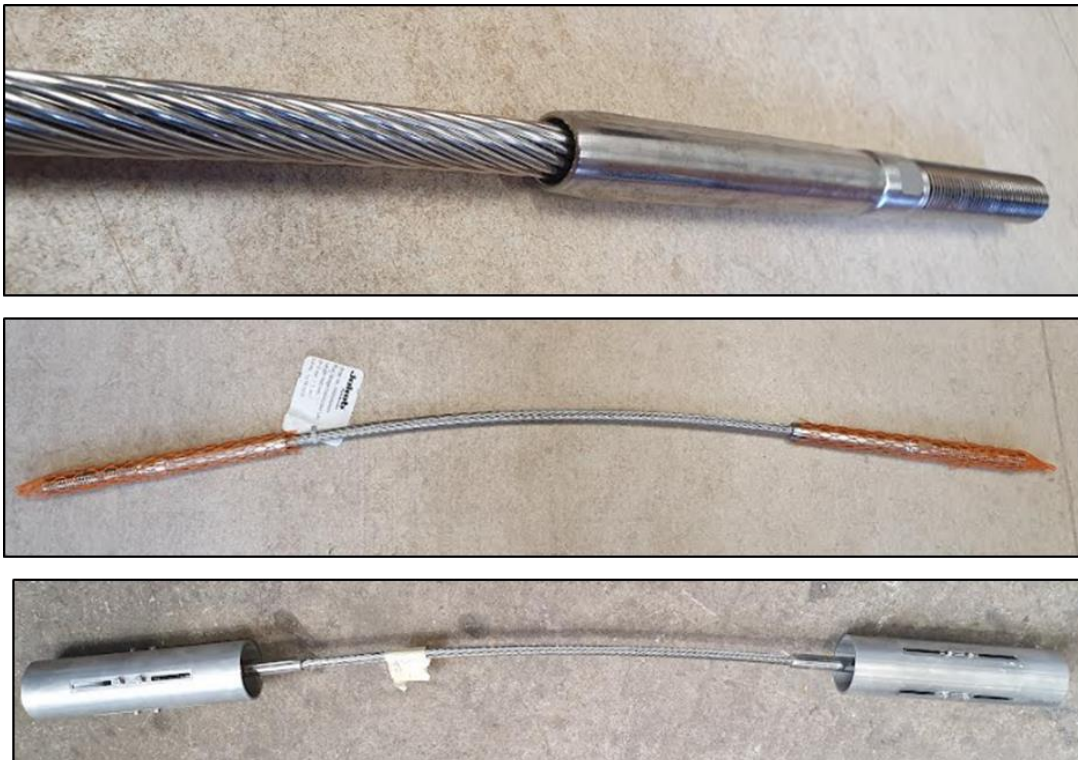


21. ábra: Acél sodrony hiszterézis hurka [18]

5. Kifejlesztett csillapítóelem bemutatása

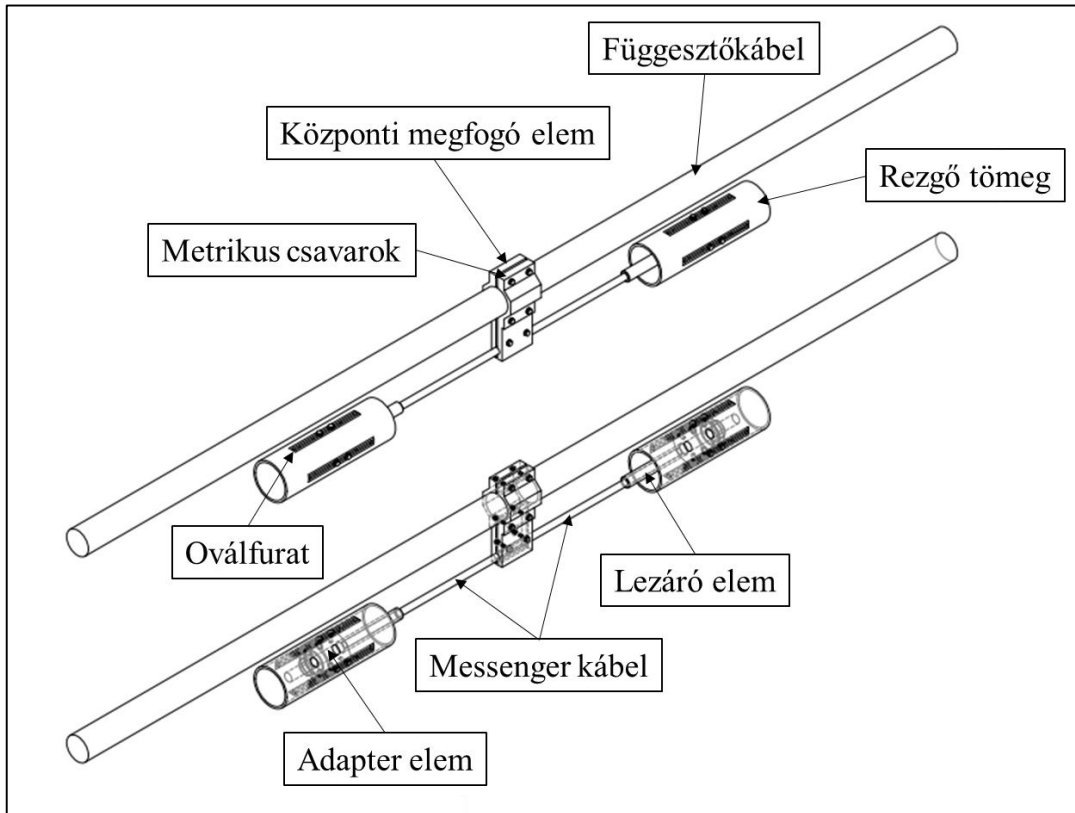
A „Stockbridge damper” típusú csillapítók mechanikai viselkedésének, valamint egyszerűsített modellezési lehetőségeinek ismertetése után, részben az eddigiekben összefoglalt megállapításokra is támaszkodva, rátérek a kifejlesztett elem felépítésének bemutatására.

Az Osztószigeteti-híd esetén a problémás kábelek sajátfrekvenciája jellemzően a 0,95 – 2,70 Hz közötti intervallumba esett [4], így a kialakítás megtervezésekor az alacsony frekvenciatartományban működő elemek felépítését kellett alapul venni (15. ábra). A tervezés során a cél egy olyan koncepció kidolgozása volt, amely az összes kritikus ferdekábel esetében alkalmazható azonos módon. Ennek érdekében az elem moduláris jellegű kialakítást kapott, a következők szerint: egy központi megfogó elem kapcsolja össze a ferdekábelt és a csillapítót, melyet metrikus csavarokkal lehet a ferdekábelre rögzíteni. A központi megfogóból két irányban indul az acél sodronyból készült messenger kábel, ennek végére egy speciális menetes véget rögzítettek sajtolással. A menetes lezáró elemre egy hengeres, középen menettel ellátott acéltömb (adapter elem) került, ezt egy-egy ellenanya pozicionálja két oldalról. A hengeres acéltömbre csőszelvényből kivágott elem helyezhető az oldalán kialakított oválfuratokon keresztül, ezzel elősegítve a csillapító pontos és finom hangolását, illetve a tömeg pozíciójának állítását. A gyárból megérkezett sodronyt a sajtolt lezáró elemmel, valamint a már összeszerelt csillapítót a 22. ábra szemlélteti.

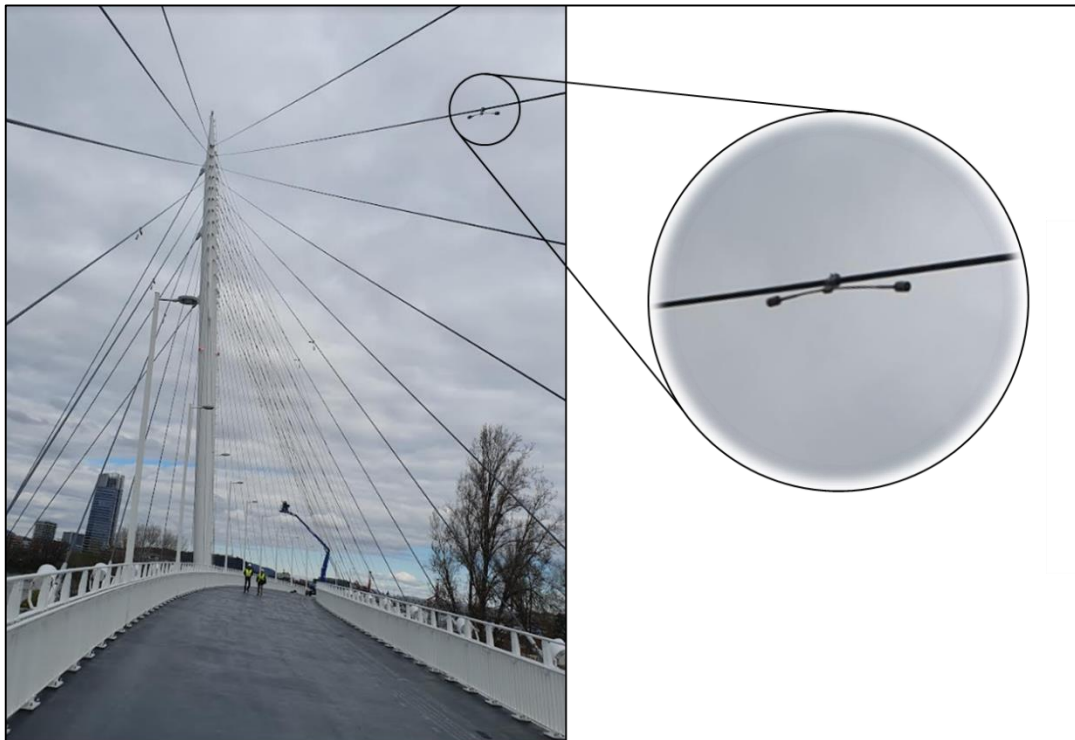


22. ábra: A legyártott csillapító

A kábelre elhelyezett csillapítóelem axonometrikus terve az egyes alkotóelemekkel a 23. ábrán; a hídra felszerelt, deformált alakú csillapító pedig a 24. ábrán látható.



23. ábra: Csillapítóelem axonometrikus ábrája – forrás: Speciálterv Kft.



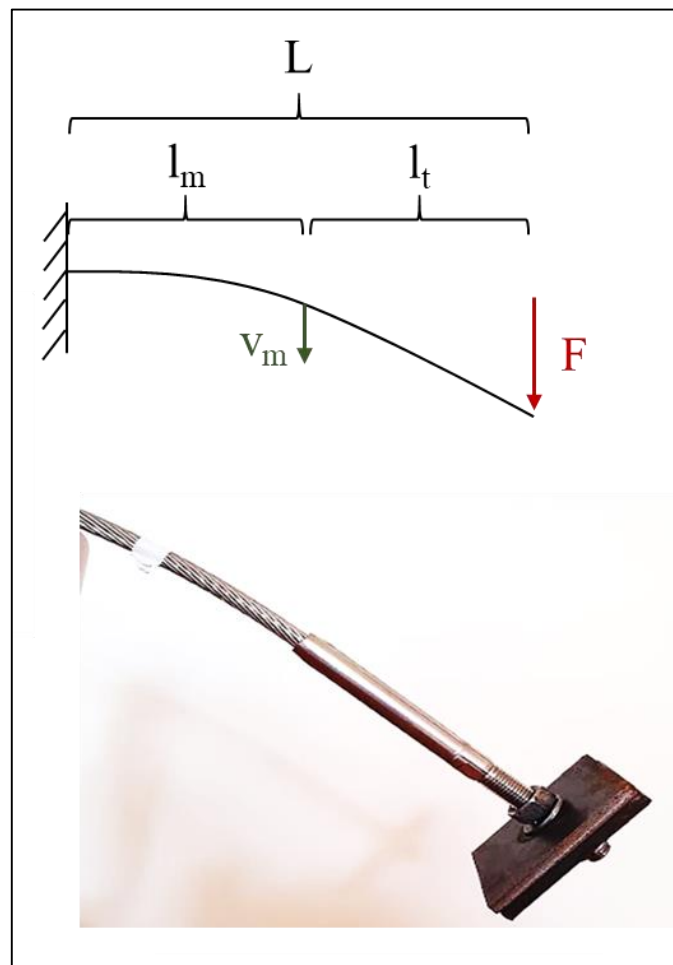
24. ábra: Hídra felszerelt csillapító

6. Laboratóriumi vizsgálatok

Az elkészült csillapítóelem mechanikai viselkedésének numerikus vizsgálatához első lépésként szükség volt a messenger kábel hajlítómerevségének, valamint csillapítási mértékének meghatározására, hiszen ezek bemenő adatai lesznek a későbbi szimulációs számításoknak.

6.1. Kábelmerektség meghatározása

A legyártott csillapítóelem messenger kábele egy 12 mm átmérőjű Jakob gyártmányú sodrony, melynek végére a kísérletek megkezdése előtt elhelyezésre került a menetes lezáró elem; mivel ennek kialakítása és az elemi szálak összefogásának mértéke jelentősen befolyásolja a sodrony hajlítási merevségét. A mérés során a kábelt hidraulikus sajtókkal mereven befogtuk, majd a menetes szár végére ismert nagyságú tömegeket (1/2/3 kg) helyeztünk, miközben HBM gyártmányú WA50 típusú induktív útdókkal mértük a sodrony és lezáró elem határán az elmozdulást. A kísérleti elrendezést és a mérés elvi vázlatát a 25. ábra szemlélteti.



25. ábra: Merevségmérés kísérleti elrendezése

A mérés során a különböző nagyságú tömegek alkalmazását a sodrony nemlineáris viselkedése indokolta. Ennek magyarázata, hogy a messenger kábel önálló pászmákból áll, melyek között súrlódási erő lép fel. Ez a tapadási súrlódás biztosítja az együttdolgozást az egyedi pászmák között, kimerülése után a sodrony látszólagos merevsége csökken. Egy jellemző teher-elmozdulás diagramot mutat a 26. ábra.



26. ábra: Messenger kábel jellemző erő-elmozdulás diagramja

A mérés során különböző konzol hosszakat is vizsgáltunk, mivel a sodrony pászmáinak együttdolgozási foka, így a helyettesítő hajlítómerevség jelentősen függ a befogás és a sajtolt végelem közötti szabad hosszától. Az alkalmazott kísérleti összeállítások paramétereit a 25. ábra jelöléseinek megfelelően az 1. táblázat foglalja össze.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
l_m [mm]	130	180	230	280	330	380	430
l_t [mm]	220						
L [mm]	350	400	450	500	550	600	650

1. táblázat: Alkalmazott kísérleti összeállítások

Minden paraméterhalmaz esetén háromszor hajtottuk végre a 26. ábrán bemutatott terhelési ciklust, majd a kapott lehajlás értékeket átlagoltuk. Látható az erő-elmozdulás diagram alapján, hogy a teher növelése csökkenti a kábel merevségét. Adott szabadonfutó pászmahossz esetén a helyettesítő rugalmassági modulust a következők szerint határoztam meg:

- Minden kísérleti összeállításhoz (1-7.) tartozik egy már átlagolt teher-lehajlás grafikon, melynek három különböző meredekségű szakasza van (visszaterhelés ágtól eltekintve).

- A három különböző teherérték mindegyikéhez meghatározható egy helyettesítő rugalmassági modulus; felhasználva, hogy egy végpontján koncentrált teherrel terhelt konzol lehajlása a befogási keresztmetszettől x távolságban a következőképpen írható:

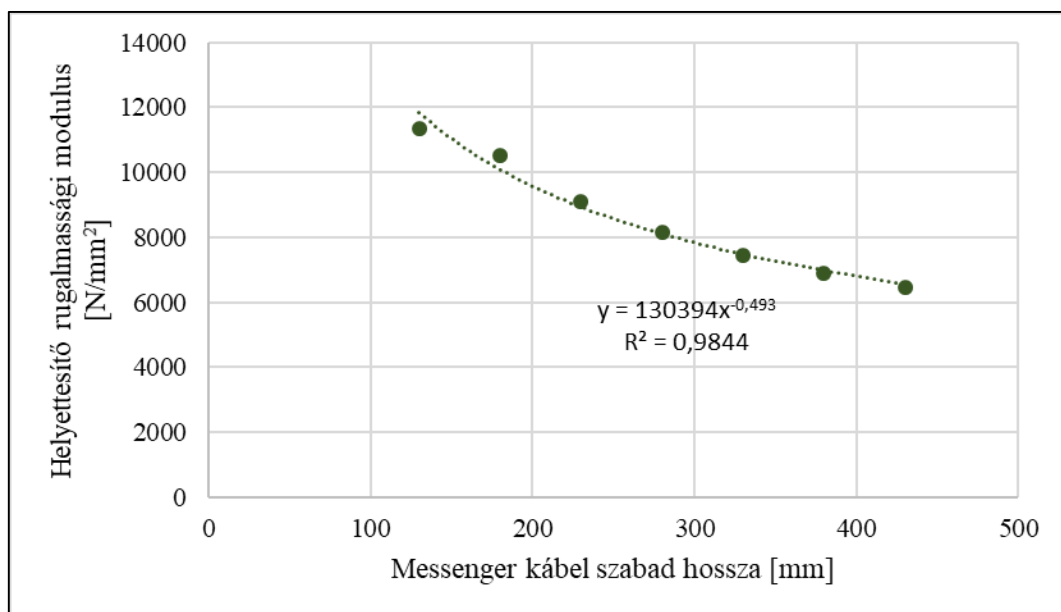
$$v(x) = \frac{F}{EI} \cdot \left(L \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right), \quad (8)$$

ahol F a koncentrált erő; E a rugalmassági modulus; I a keresztmetszet hajlítás tengelyére vonatkozó inerciája; L pedig a konzol hossza. Ezt átírva a mostani mérési paraméterekre, $R = 6 \text{ mm}$ sugarú (azaz 12 mm átmérőjű) tömör köracél keresztmetszetet feltételezve:

$$E(l_m) = \frac{F}{v(l_m)} \cdot \frac{\left(L \cdot \frac{(l_m)^2}{2} - \frac{(l_m)^3}{6} \right)}{\frac{\pi}{4} \cdot R^4}. \quad (9)$$

Adott mérési összeállításon belül a fenti kifejezés jobb oldalán álló második tört értéke konstans, az összetartozó $F - v(l_m)$ értékpárokat behelyettesítve három rugalmassági modulus érték számítható.

- A számított három rugalmassági modulus értékének átlagát tekinttem az adott messenger kábel hosszhoz tartozó helyettesítő rugalmassági modulus értékének.
- A fenti számolást elvégezve az összesen 7 féle különböző összeállításra a kapott helyettesítő merevség – szabad kábelhossz grafikont a 27. ábra szemlélteti.

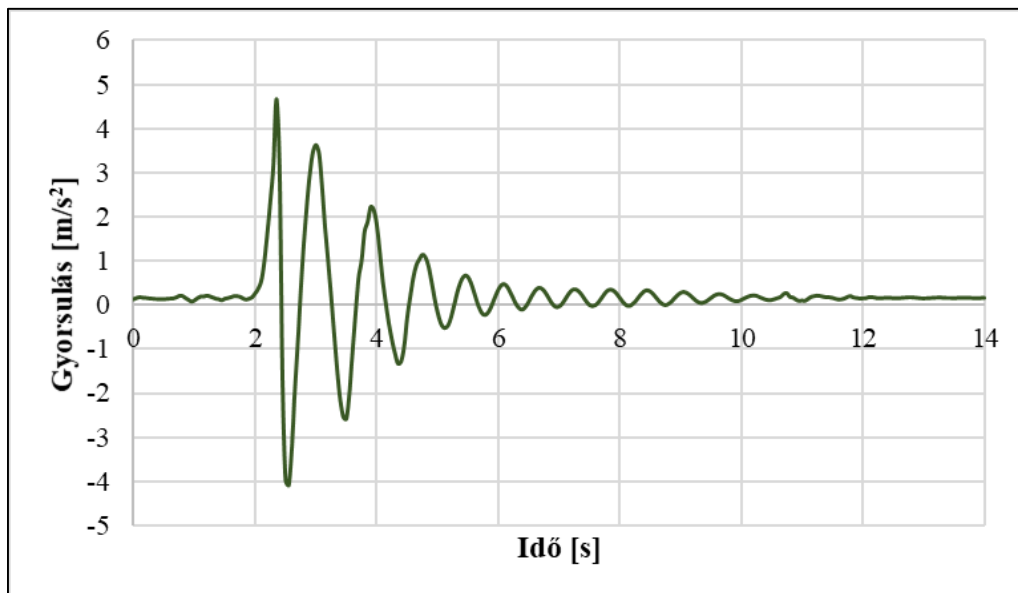


27. ábra: Messenger kábel helyettesítő rugalmassági modulusa a szabadonfutó pászmahossz függvényében

A kapott eredmények alapján megállapítható, hogy a szabad hossz növelésével a sodrony merevsége csökken. A mérési pontokra igen jó közelítéssel egy hatványfüggvény illeszthető (a 27. ábrán látható módon), mely szerint a két mennyiség között az $E \sim 1/\sqrt{l_m}$ arányosság feltételezhető a vizsgált intervallumban.

6.2. Csillapítási mérték meghatározása

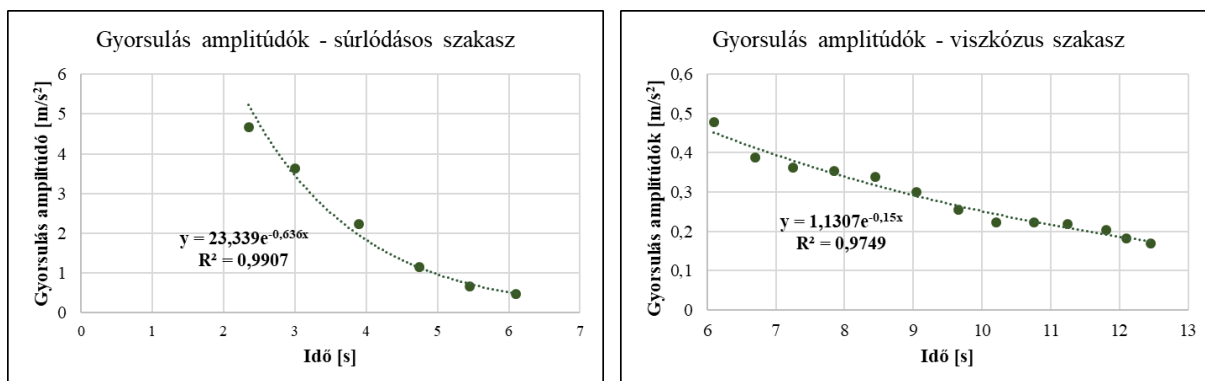
A csillapítás vizsgálatát hasonló kísérleti összeállítással végeztük el, mint a statikus merevségvizsgálatot. Az eltérést az jelentette, hogy ebben az esetben a konzolos sodrony végének tengelyre merőleges gyorsulását mértük HBM gyártmányú B12 200 típusú gyorsulásmérővel, valamint a „terhelést” egy impulzus-jellegű gerjesztés jelentette. Vagyis a mérést egy impulzus-szerűen gerjesztett kábel csillapított szabadrezgését vizsgálva végeztük el. A mért gyorsulás – idő függvényre mutat egy példát a 28. ábra.



28. ábra: Mért gyorsulás - idő diagram

A kapott függvényen jól látható, hogy a kábel csillapódása kettős viselkedést mutat. Az impulzus-gerjesztés után kialakuló nagy amplitúdójú rezgés igen hamar lecseng, ezen a szakaszon nagy csillapítással rendelkezik a sodrony. Ugyanakkor ezt követően egy kisebb amplitúdójú rezgés még megmarad, ami lassabban csillapodik le. Ez a viselkedés jól magyarázható a merevségmérésnél bemutatott modellel, vagyis a súrlódási erők változásával. Nagy amplitúdók esetén a pászmák megcsúsznak egymáson, ilyen módon hatékonyan disszipálják a rezgés energiáját, míg kisebb amplitúdó esetén a megcsúszás nem, vagy kisebb mértékben következik be, így az energiaveszteség is kisebb. Tehát a csillapodási jelenség két szakaszra bontható: egy kezdeti súrlódásos; majd egy azt követő viszkózus csillapodásra. Egy

ilyen módon kettéválasztott mérési adatsor gyorsulás amplitúdóira illesztett exponenciális görbéket szemlélteti a 29. ábra. Az illesztett függvények kitevőiből is jól látszik, hogy a két szakaszra vonatkozó csillapítási mérték igen különböző.

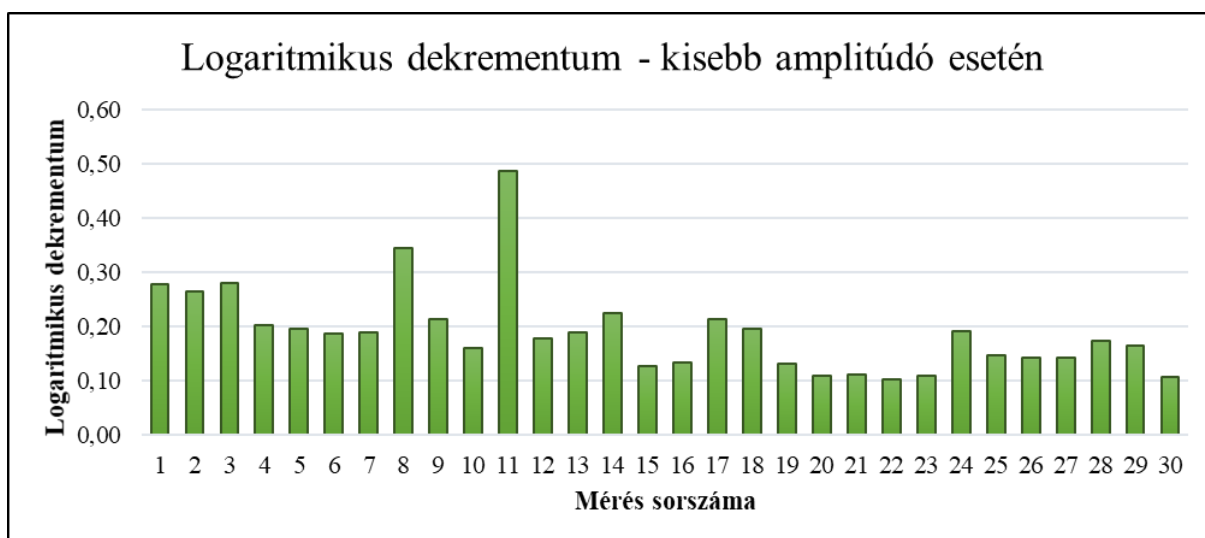


29. ábra: Két szakaszra bontott csillapodási folyamat

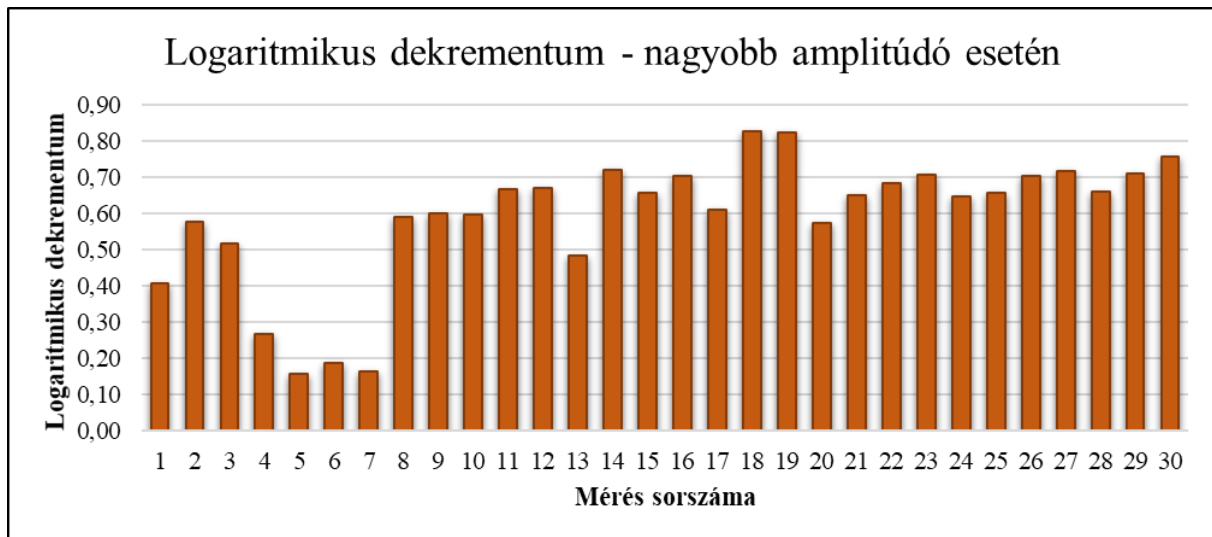
Az egymást követő gyorsulás amplitúdók hányadosának természetes alapú logaritmusaként meghatározható az adott szakaszra vonatkozó logaritmusos dekrementum értéke (ϑ), melyből (kis csillapítást feltételezve) a jellemző csillapítási mérték a következőképpen adódik:

$$\xi = \frac{\vartheta}{2\pi} \quad (10)$$

Több mérési sorozatot elvégezve különböző kísérleti konfigurációk mellett (szétválasztva a kiértékelést nagy és kis amplitúdójú mozgásokra) a számított logaritmusos dekrementum értékeket a 30. és 31. ábrán látható oszlopdiagramok foglalják össze.



30. ábra: Logaritmusos dekrementum számított értékei - kis amplitúdójú rezgés esetén



31. ábra: Logaritmikus dekrementum számított értékei - nagy amplitúdójú rezgés esetén

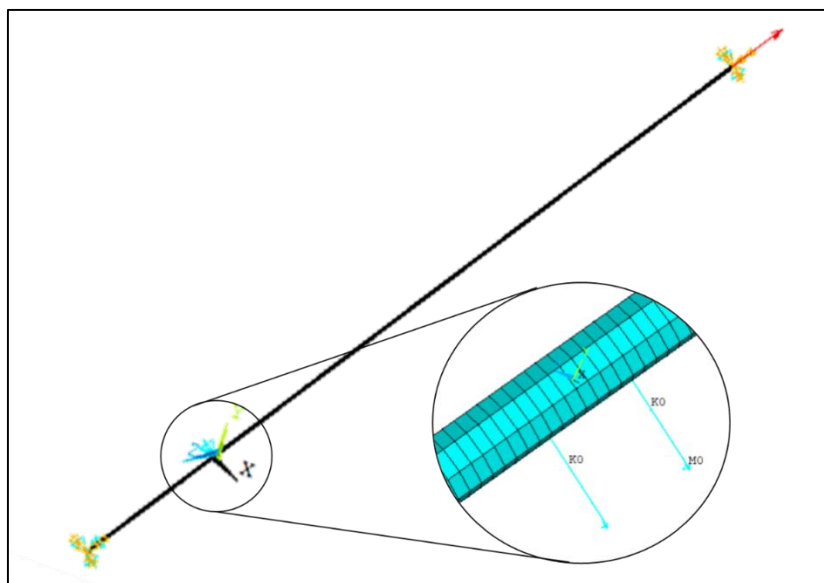
A modellezés során a biztonság javára tett közelítésként a $\vartheta = 0,11$ logaritmikus dekrementummal végeztem a számításokat, mely látható, hogy a mérések során tapasztalt minimális érték. A valóságos logaritmikus dekrementum ennél várhatóan nagyobb, nagy rezgésamplitúdók esetén jelentősen nagyobb.

7. Függesztőkábel – csillapító rendszerszintű vizsgálata

A kifejlesztett csillapítóberendezés viselkedésének mélyebb megértéséhez elsőként a ferdekábel és csillapítóelem alkotta rendszert tanulmányoztam. Ehhez egy numerikus modellt készítettem ANSYS [19] végeelemes programban, melynek segítségével a következő kérdésekre kerestem választ: milyen hatékonysággal működik a csillapító; hová érdemes pozicionálni a csillapítóelemet a kábel hossz tengelye mentén a hatékony csillapítás eléréséhez; valamint milyen sajátfrekvenciára szükséges hangolni az elem két oldalát, hogy a működés során fellépő teljes frekvenciatartományban hatékony legyen.

7.1. Globális modell bemutatása

Mivel a függesztőkábel – csillapító működését rendszerszinten vizsgáltam, elegendő volt egy egyszerűbb rúdmodellt elkészítenem. A modellben BEAM188 végelemekből építettem fel a ferdekábelt, 10 mm-es hálómérettel. A kábel hosszát, átmérőjét, ferdeségét, valamint feszítőerejét az Osztószigeti-híd terveiről vettem fel, a J07-es kábel adatait referenciaként használva ($L = 71124 \text{ mm}$, $d = 50 \text{ mm}$, $\alpha = 39^\circ$, $F = 492 \text{ kN}$). Magát a csillapítóelemet egyszerűsítésként, két tömegpontként (MASS21), és azokat a ferdekábel megfelelő pontjával összekötő rugós-viszkózus csillapító elemekként (COMBIN14 elemtípus) kezeltem, melyekre a jellemző rugóállandót és csillapítási mértéket a laboratóriumi mérések alapján definiáltam. Az alkalmazott mechanikai modell tehát megfelelt a szakirodalomban találhatókval, azzal a módosítással, hogy egy helyett két tömegpontot alkalmaztam (tulajdonéppen a 4.4.1. és 4.4.2. pontban bemutatottak kombinációját használtam), ezzel lehetővé téve a későbbi lokális vizsgálatok során a csillapító két ágának elkülönített kezelését.



32. ábra: Függesztőkábel - csillapító rendszerének globális modellje

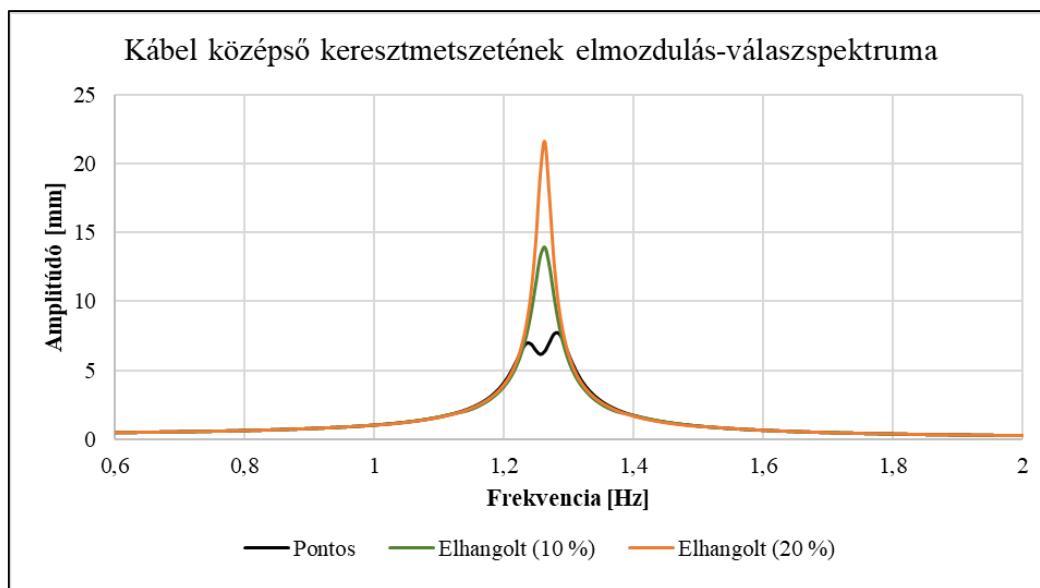
A numerikus szimuláció során a csillapítóelemek csillapítási mértékén túl szükséges volt, hogy magának a ferdekábelnek a belső csillapítását is figyelembe vegyem. Ezt az EN 1991-1-4 szabvány F melléklete [20] alapján vettem fel (spirálisan sodort kábelekre az ajánlott logaritmikus dekrementum értéke $\vartheta = 0,02$, melyből a csillapítási tényező $\xi = \vartheta/2\pi = 0,318 \%$), anyagtulajdonságként beépítve a modellbe.

A ferdekábel gerjesztéséhez egy, a kábelek végpontjait összekötő egyenesbe eső hatásvonalú, harmonikus erőt alkalmaztam. Ez az erő azért okozott a kábel tengelyére merőleges irányú rezgést, mert a kábel az önsúlya hatására belóg (melyet önsúllyal terhelt kábel és geometriailag nemlineáris számítás alkalmazásával vettem figyelembe), így a gerjesztőerő hatásvonalja nem esik egybe a ferdekábelével. A gerjesztés mértékét a helyszíni megfigyelésekhez kalibráltam, azaz olyan erőt kerestem, mely a kezdeti tranziens jelenségek lejátszódása után közel a kábel átmérőjével ($\sim 50 \text{ mm}$) megegyező rezgésamplitúdót adott csillapítatlan ferdekábel esetén, a kábel közepén mérve.

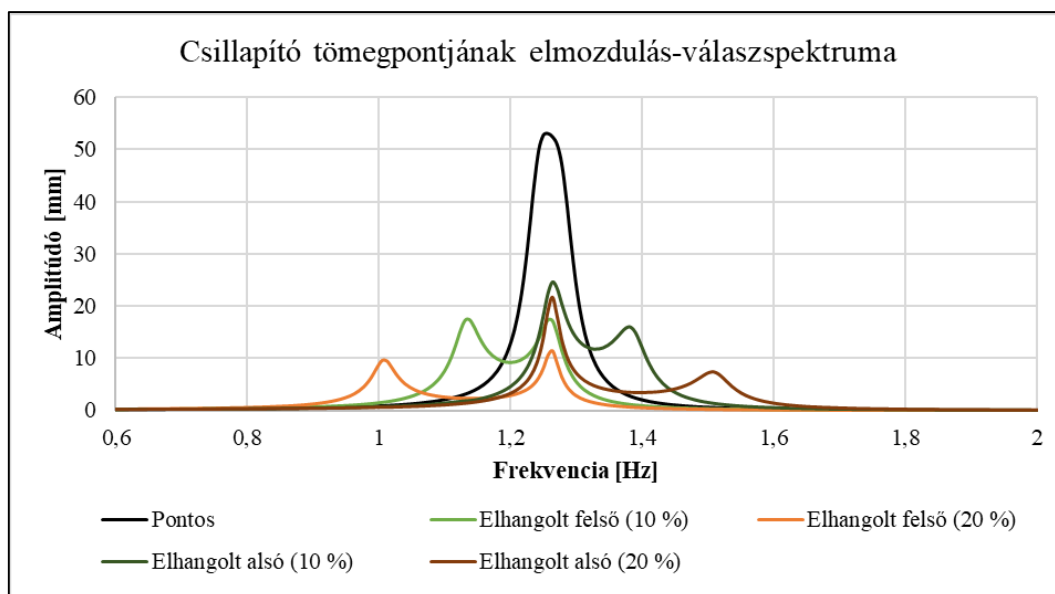
A dinamikai számítások során a numerikus modellen harmonikus analízissel határoztam meg a szerkezet gerjesztésre adott állandósult (steady state) válaszát. Ez az eljárás alkalmas arra, hogy lineárisan rugalmas szerkezetek harmonikus gerjesztésre adott válaszát jelentősen kisebb számítási igénnyel megadja, szemben például egy tranziens analízissel. Az eredmény egy válaszspektrum függvény; azaz, hogy változó frekvenciájú gerjesztőerő esetén mekkora a szerkezet elmozdulása a vizsgált pontban, állandósult rezgés mellett. Ezekon a diagramokon tisztán kivehető a rezonancia jelensége (33. ábra), hogy egy adott gerjesztő frekvencián (a szerkezet sajátfrekvenciáján) jelentősen nagyobb elmozdulások alakulnak ki, mint más gerjesztési frekvencia alkalmazásakor.

7.2. Csillapítás hatékonyságának vizsgálata, elhangolás kérdése

A „Stockbridge damper” típusú elemek működési elvéből következik, valamint a laboratóriumi mérések alapján is elmondható, hogy a csillapítóelem annál hatékonyabban működik, minél nagyobb amplitúdójú rezgést végez. Ebből kiindulva célszerűnek tűnik a csillapítóelem sajátfrekvenciáját a problémás függesztőkábel mérsékelni kívánt rezgéséhez tartozó frekvenciára hangolni, hiszen így alakulnak ki a legnagyobb amplitúdójú rezgések a csillapítóban (rezonancia jelensége). Ez látható a lenti grafikonokon is, melyek a numerikus modellből számított maximális amplitúdókat szemléltetik a frekvencia függvényében, a kábelhossz 10 %-hoz elhelyezett csillapító esetén.



33. ábra: Kábelközép amplitúdója a frekvencia függvényében



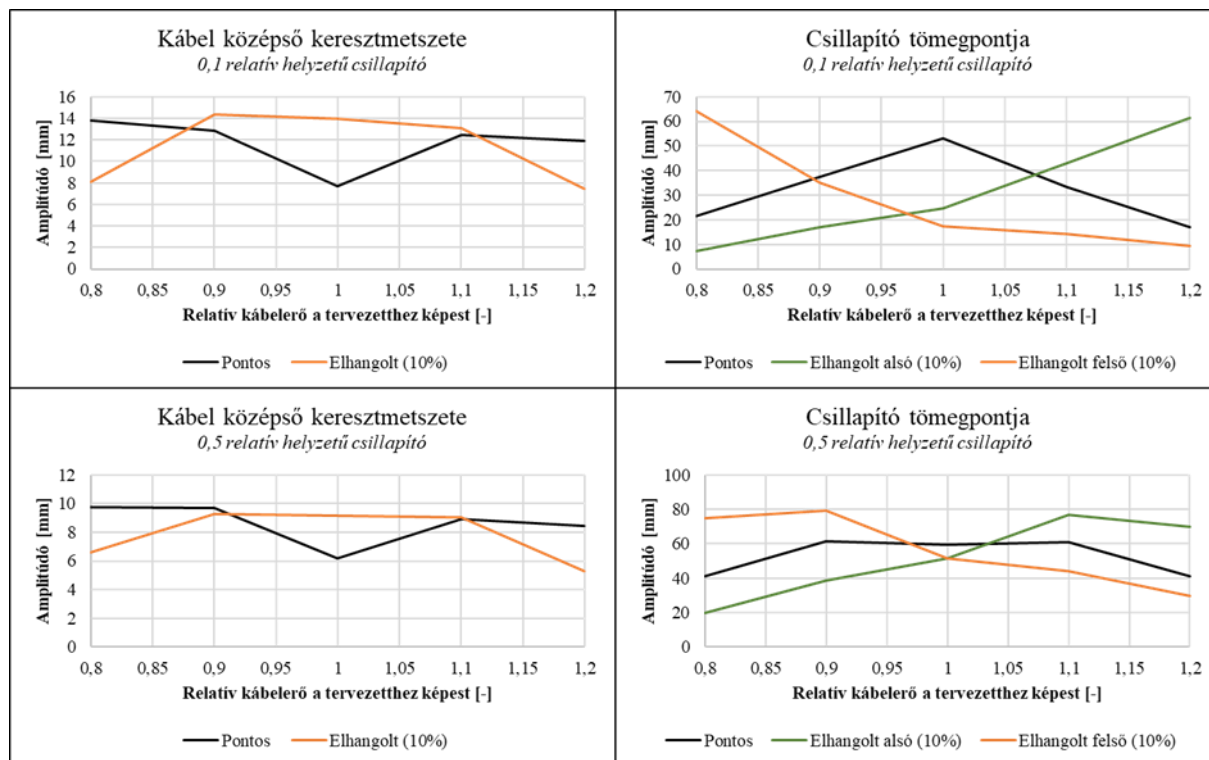
34. ábra: Csillapítóelem amplitúdója a frekvencia függvényében

A felső diagramról leolvasható, hogy az amplitúdó a kábel sajátfrekvenciájához képest 20%-kal elhangolt csillapítóelem esetén is lényegesen kisebb, mint a csillapítás nélkül kialakuló 50 mm, vagyis a csillapító jelentősen képes csökkenteni a kábelrezgést. Abban az esetben, amikor a csillapító pontosan a ferdekábel sajátfrekvenciájára van beállítva, a görbe jellege megváltozik, az egyetlen kiugró csúcs helyett két kisebb alakul ki, ez mutatja, hogy a várakozásoknak megfelelően valóban a kábel sajátfrekvenciáján a leghatékonyabb a csillapítóelem. Az elhangolt esetben kialakuló egyetlen csúcshoz nagyobb amplitúdó tartozik, mint a pontos esetben látott, vagyis a csillapító nem olyan hatékony. (Azonban megjegyzendő, hogy ebben az esetben is képes volt az amplitúdót 10%-os elhangolás esetében csaknem

negyedére, 20 % esetén pedig több mint felére csökkenteni.) A két kialakítás közötti különbség 0,1 Hz után gyakorlatilag eltűnik.

A 34. ábra alapján megállapítható, hogy a csillapító tömegpontjainak mozgása összhangban van a kábelrezgéssel. Pontos hangolt csillapító esetén a tömegpont jelentős amplitúdót mutat, a legnagyobbat a kábel sajátfrekvenciáján (ez magyarázza hatékonyságát). Elhangolt esetben is a kábel sajátfrekvenciáján mutatnak nagyobb mozgást a csillapító tömegpontjai (ez a kábel rezgéséből adódik), valamint emellett kialakul még egy-egy csúcs az alsó és felső csillapítóelem sajátfrekvenciájánál.

A fentiek alapján továbbra is a pontosan hangolt csillapítóelemek alkalmazása tűnik észszerűnek. Azonban a valóságban a hőmérsékletváltozás, illetve a változó hasznos terhelés hatására a ferdekábelben fellépő feszítőerő statikus értéke változik. Ez az ingadozás módosítja a kábel sajátfrekvenciáját is, így a csillapítóelem és a kábel sajátfrekvenciája idővel elhangolódik egymáshoz képest, ebből adódóan folyamatosan változik a csillapítás hatékonysága. Ennek a jelenségnek a vizsgálatát is elvégeztem a numerikus modellben, ± 10 , illetve 20 %-os normálerő-változást feltételezve. A kapott eredményeket a 35. ábrán látható grafikonok szemléltetik, tisztán a csillapító és ferdekábel elhangolódásából származó hatást figyelembe véve (azaz szétválasztva egymástól az elhangolódásból és kábel belazulásából-megfeszüléséből származó amplitúdó változást, utóbbit kiküszöbölve a modellből).

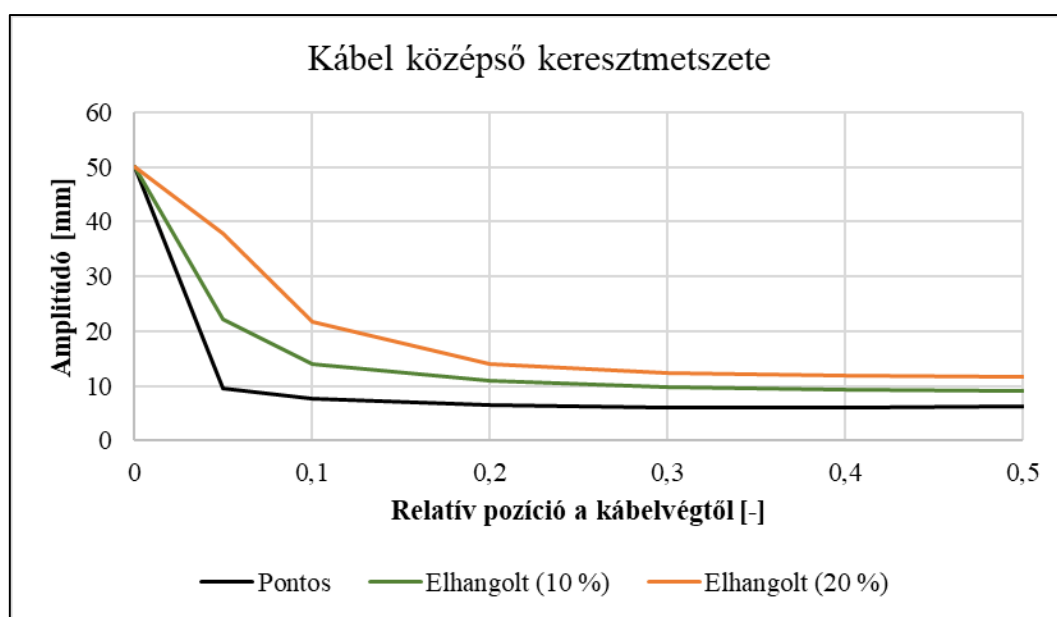


35. ábra: Kábelerő változásának hatása

A kapott diagramok alapján azt a következtetést lehet levonni, hogy a pontosan hangolt csillapító hatékonysága romlik a ferdekábel elhangolódásával, ugyanakkor az elhangolt esetben javul a csillapítóelem hatásfoka. Ebből következik, hogy az elhangolt csillapítók jóval tágabb frekvenciatartományon képesek hatékonyan működni, alkalmazásukat ez a viselkedés teszi logikussá. További észrevétel, hogy a csillapítóelemet a kábel közepe felé pozicionálva a kapott diagramok függőleges értelemben „egymásba csúsznak”, azaz ilyenkor már kisebb kábelerő változásnál is az elhangolt csillapítókkal felszerelt kábel viselkedése lesz kedvezőbb.

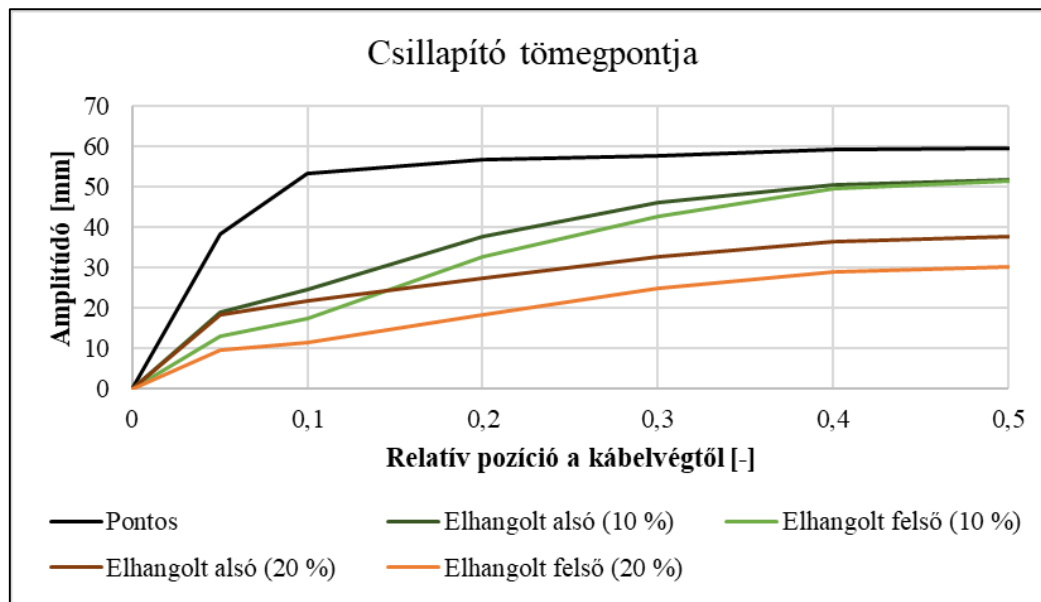
7.3. Csillapítóelem hosszmenti elhelyezésének vizsgálata

Tervezési szempontból szintén fontos kérdés, hogy a kábel hossz tengelye mentén hol érdemes elhelyezni a csillapítóelemet úgy, hogy kellő hatékonysággal működjön, ugyanakkor olyan magasságban legyen, ahová könnyen szerelhető, de a hídon közlekedők számára nem elérhető. A kábel végéhez pozicionált csillapító hatékonysága elenyésző, ugyanakkor szerelése egyszerű. Ezzel szemben működés szempontjából a leghatékonyabb a kábel felezőpontjába történő elhelyezés, hiszen a csillapítandó rezgésalak egy szinusz félhullám, mely maximális amplitúdóját középen veszi fel; ez azonban szerelési szempontból problémás lehet. A fentiek értelmében található egy olyan optimális helyzet, ahol már kellően effektív a csillapítás és a szerelés a lehető legegyszerűbben megvalósítható. Ennek vizsgálatához futtatásokat végeztem a globális modellben a ferdekábel hossza mentén különböző pozíciókba helyezett csillapítóelemekkel (a hossz 0, 5, 10, 20, 30, 40, illetve 50 %-hoz definiálva), minden helyzetet háromféle konfigurációban (hangolt csillapító, 10 %-kal, valamint 20 %-kal elhangolt esetben) elemezve. A kapott eredményeket összefoglalva a 36. és 37. ábra szemlélteti.



36. ábra: Csillapítóelem elhelyezésének hatása a kábel amplitúdóra

A 36. ábra alapján egyértelműen megállapítható, hogy a csillapító igen hatékonyan működik, az elhelyezéstől lényegében függetlenül, egy bizonyos határ felett. A pontosan hangolt esetben a kábelhossz 5 %-tól már elérjük a csillapítás maximumát, az elhangolás növelésével ugyan ez a határ kis mértékben feljebb tolódik, de a gyakorlatban nem igazán releváns 20 %-os elhangolás mellett is a kábelhossz 20 %-nál már elérjük a maximális csillapítást.



37. ábra: Csillapítóelem elhelyezésének hatása a csillapító tömegpontjainak amplitúdójára

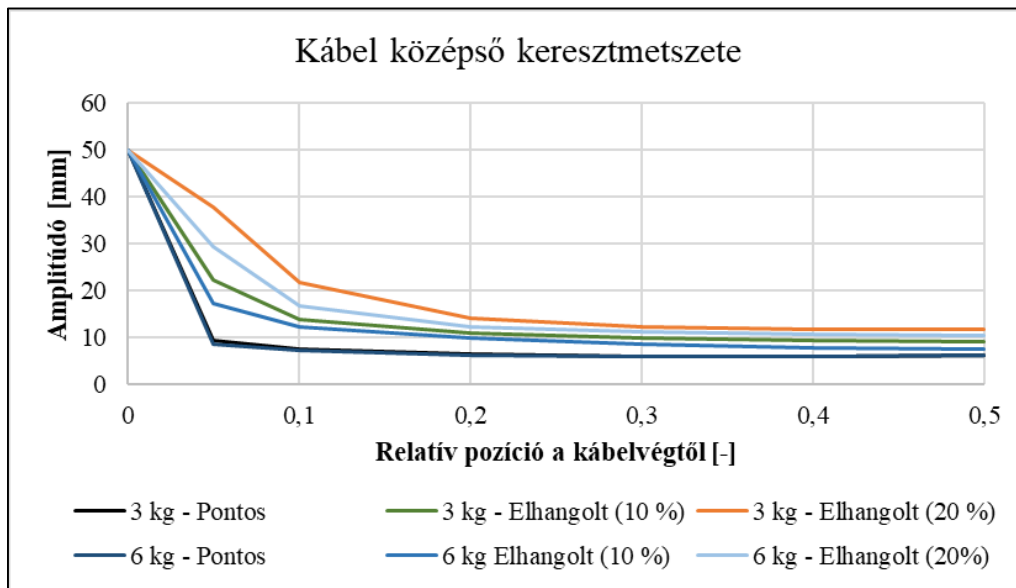
A tömegpontok mozgásának jellegét a 37. ábra szemlélteti. A pontosan hangolt esetben a kábelhossz 10 %-át meghaladó távolság már lényegében nem befolyásolja a tömegpont mozgását, az amplitúdó jelentős, közel 60 mm. Az elhangolt esetben minél közelebb van a csillapító a kábel közepéhez, annál nagyobb a tömegpontok amplitúdója, ugyanakkor az amplitúdók kisebbek, az elhangolás mértékétől függően alig érik el az 50, illetve 40 mm-t.

7.4. Rezgő tömeg megváltoztatásának hatása

Az általam alkalmazott mechanikai modellben a csillapító hossz tengely menti helyzetén, és az elhangolás mértékén túl további változtatható paraméter volt a definiált rezgő tömeg értéke. Ennek vizsgálatához lefuttattam a korábbi, 3 kg-os tömegpontokkal végzett számításokat 6 kg-os tömeg alkalmazása mellett is, a kapott kábelközép és csillapító tömegpont amplitúdókat a 38-40. ábrák szemléltetik.

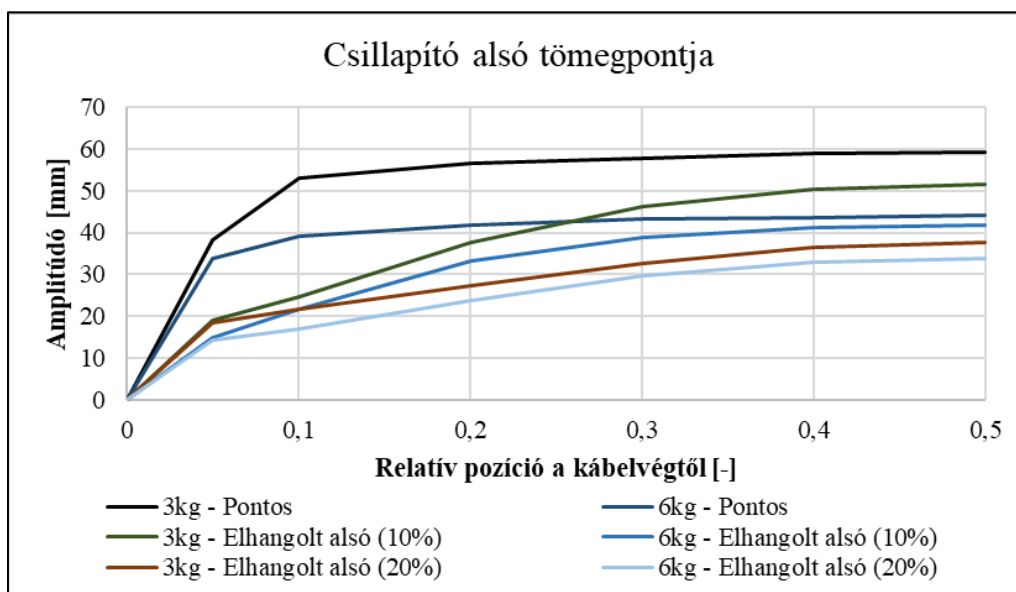
A 38. ábra alapján kijelenthető, hogy a tömeget kétszeresére változtatva általánosságban nem javult jelentősen a csillapítás hatékonysága. Pontosán hangolt csillapítók esetén gyakorlatilag semmilyen hatással nincs a tömeg változtatása a kábelközép amplitúdójára, az elhangolás mértékét növelve a nagyobb tömegű csillapító jobban képes csillapítani a rezgéseket, de ez a

különbség a csillapító helyzetét a kábelközép felé tolva egyre csökken, 20 %-os relatív pozíció felett lényegében megszűnik.

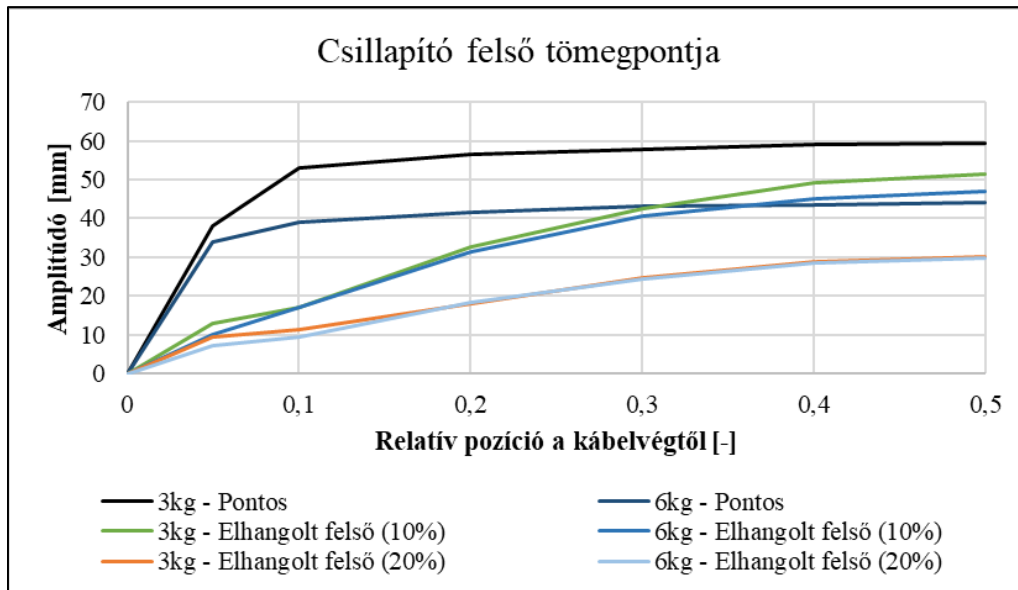


38. ábra: Tömeg hatása a kábelközép amplitúdójára

Más jellegű viselkedés tapasztalható a csillapító tömegpontjainak rezgésvizsgálata során. Pontos hangolt csillapító esetén a tömeg növelése lényegesen csökkenti a tömegpontok amplitúdóját mind az alsó, mind a felső ág esetén; a csökkentés mértéke a csillapítót a kábelközép felé mozdítva növekszik, elérve a felezőpontot akár 20 mm-rel kisebb amplitúdójú rezgést eredményez. Az elhangolás mértékének növelésével ez a különbség jelentősen mérséklődik, a 20 %-os elhangolás alkalmazása mellett a legnagyobb különbség a két tömegkonfiguráció között csupán 5 mm.



39. ábra: Tömeg hatása a csillapító alsó ágának amplitúdójára



40. ábra: Tömeg hatása a csillapító felső ágának amplitúdójára

Összességében a tömegváltoztatás során szerzett tapasztalatok alapján elmondható, hogy megfelelően pozícionált csillapítók esetén (a kábelvégtől ~ a hossz 20 %-ára, vagy messzebb helyezve) a rezgő tömeg növelése nem befolyásolja a csillapítás hatékonyságát, ugyanakkor kismértékű elhangolás mellett jelentősen képes csökkenteni a csillapító tömegpontjainak amplitúdóját. Ez a viselkedés kedvező lehet például sűrűbb kábelezésű szerkezetek esetén, ahol a csillapító mozgástere szűk (azonban megjegyezném, hogy a nagyobb tömeghez a csillapító két ágán tipikusan nagyobb kezdeti lehajlás tartozik, amely esztétikailag kedvezőtlen lehet).

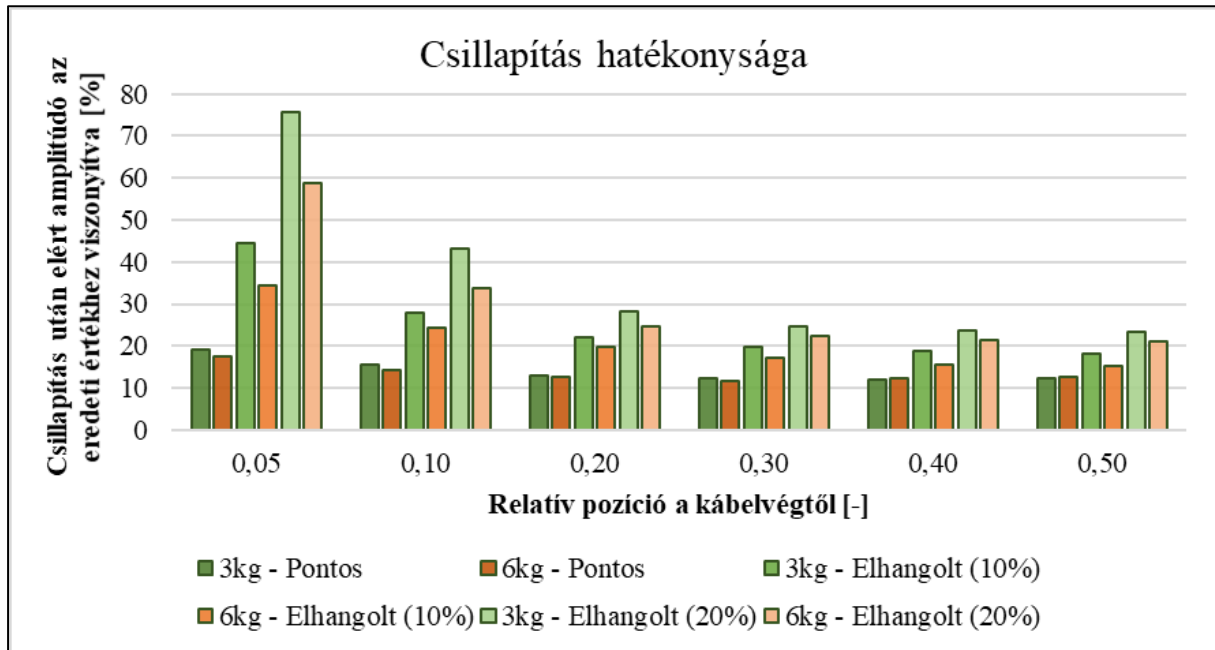
7.5. Csillapítás hatékonysága

A globális modellen végzett futtatások alapján a kábelközép csillapítatlan esethez viszonyított amplitúdóját, különböző csillapító konfigurációk mellett, a 41. ábrán látható oszlopdiagram foglalja össze. Az eredmények alapján a következő tervezési javaslatok tehetők a csillapítókra vonatkozóan:

- Csillapítás hatékonyságának szempontjából a csillapítóelemet célszerű minél közelebb helyezni a kábel középpontjához, azonban gyakorlatilag a kábelvégtől 20 %-ra pozícionált elem is képes az amplitúdót már 30 %-ára csökkenteni, és ez a hatékonyság nem változik számottevően a kábelközép felé tolva az elemet. Tehát a ~20 %-os relatív helyzet a csillapítás és elhelyezhetőség szempontjából is optimálisnak mondható.
- A 7.2. pontban bemutatottak alapján a valóságban nem állandó nagyságú kábelerők miatt célszerű bizonyos elhangolást alkalmazni a csillapítóelem hatékonyságának fenntartásához. A 41. ábra alapján látható, hogy az elhangolás mértékétől függően a tervezési sajátfrekvencián romlik a csillapítóelem hatékonysága, de a pontos és

elhangolt elemek közötti különbség a relatív pozíció kábelközép felé történő változtatásával csökken. A fentiekben javasolt ~20 %-os helyzet felett már a szélsőségesnek mondható 20 %-os elhangolás esetén is a pontos és elhangolt elem alkalmazása mellett kialakult amplitúdók között csupán 4 % különbség tapasztalható.

- A csillapító végén elhelyezett tömegek növelésével a csillapítás hatékonysága javul, ez a hatás pontosan beállított elemek esetén elenyésző, azonban az elhangolás mértékének növelésével az effektus szintén növekszik.



41. ábra: Csillapítás hatékonysága különböző paraméterek mellett

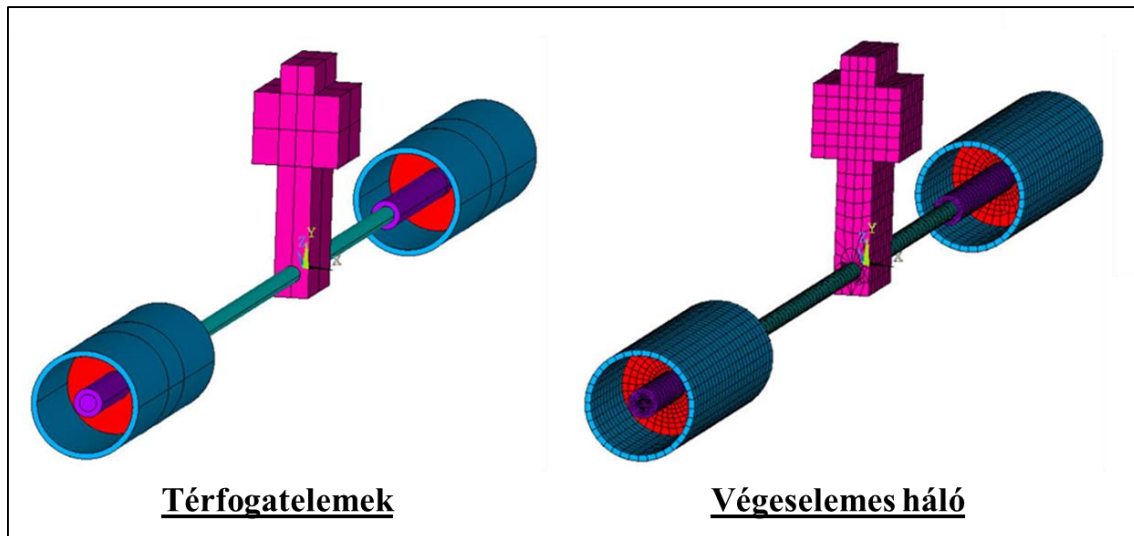
8. Csillapítóelem paramétervizsgálata – lokális modell

A globális modellen végzett vizsgálatok alapján látható, hogy az egyes kábelekre felszerelt csillapítóelemeket a szélesebb frekvenciatartományban való hatékonyság biztosítása miatt, célszerű kis mértékben elhangolni a ferdekábel sajátfrekvenciájához képest. Kábelcsillapítás tervezése esetén a gyakorlatban bemenő paraméterként tipikusan rendelkezésre állnak a csillapítandó kábelfrekvenciák (például helyszíni mérési eredményekből). Ebből kiindulva, egy becsült kábelerő ingadozás és várható hossz menti pozíció alapján felvehető egy célérték a csillapítóelem sajátfrekvenciájára. Az azonban kérdéses, hogy a kívánt sajátfrekvencia az elem mely paramétereinek és milyen módon történő változtatásával érhető el. A problémakör vizsgálatára egy fejlett testelemes modellt dolgoztam ki ANSYS programkörnyezetben, a továbbiakban ennek jellegzetességeit és a tapasztalt viselkedést szeretném bemutatni.

8.1. Numerikus modell bemutatása

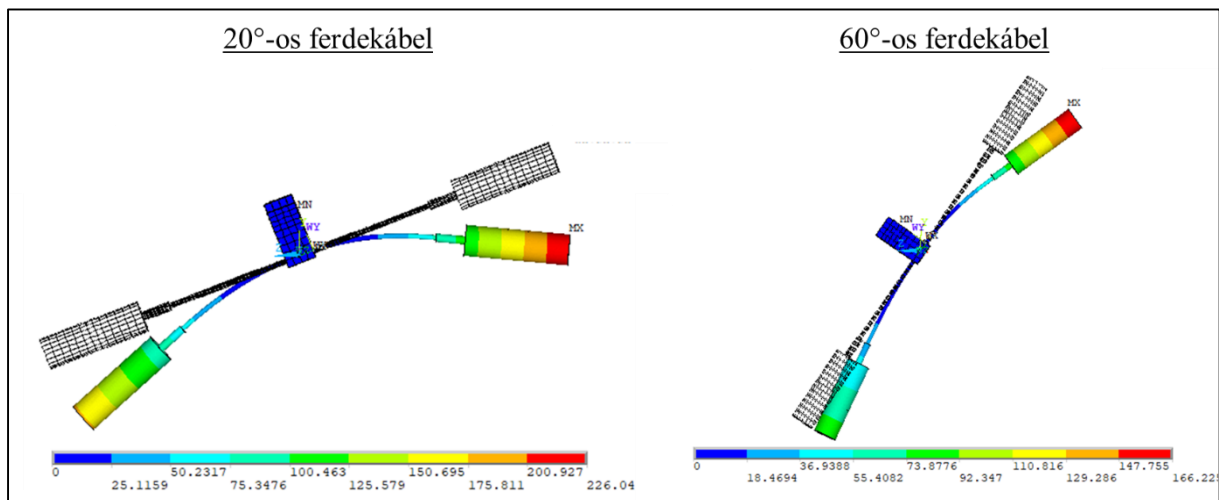
A testelemes modell felépítésekor igyekeztem a csillapító geometriájának lehető legpontosabb figyelembevételére. Mivel a berendezés működésének alapvető eleme a messenger kábel, így mechanikai jellemzőit különös körültekintéssel kezeltem. Ennek megfelelően a teljes kábelt három különböző merevségű részből állítottam össze. Magának a szabadonfutó kábelszakasznak az átmérőjét a kábel névleges átmérőjének tekintettem, a hozzá rendelt acél anyag rugalmassági modulusát pedig egy, a kábelhossz függvényében változó paraméterként definiáltam, a laboratóriumi mérések eredményei alapján kapott grafikonnal (27. ábra) összhangban. A messenger kábel végén elhelyezett ~25 cm hosszúságú lezáró elemet két részből építettem fel, a valóságnak megfelelően: egy tömör acél külső menettel ellátott részből; valamint egy acél csököpeny részből, ami ráfog a sodronyra. A lezáró elem menetes részére került a modellben az 5 cm vastag adapter elem, melyhez a lengő tömegként szolgáló csőszelvény kapcsolódik. A programban az ANSYS SOLID186 típusú, 20 csomópontú végelemeit alkalmaztam, melyek lehetővé teszik acélszerkezetek modellezését nagy elmozdulások figyelembevétele mellett. A csillapítóelemet a programban a messenger kábelt a főkábelhez kapcsoló elem ferdekábel találkozási keresztmetszetében támasztottam meg, mindhárom irányú elmozdulás ellen.

A numerikus modell felépítése során változtatható paraméterként adtam meg a messenger kábel hosszát, névleges átmérőjét, valamint a lengő tömeg nagyságát; ezzel egyszerűen és gyorsan vizsgálhatóvá vált a fenti paraméterek változtatásának hatása a kábel sajátfrekvenciájára, melyek tanulmányozására a továbbiakban fókuszálok. Az elkészült végeelemes modellt, a definiált térfogatelemekkel és a kialakított hálózással a 42. ábra szemlélteti.



42. ábra: Csillapítóelem lokális modellje és a kialakított VE háló

Mivel a csillapítóelem nagy alakváltozást szenved már az önsúly hatása miatt is, ezért a sajátfrekvenciát ún. perturbált modálanalízissel határoztam meg, mely képes figyelembe venni a szerkezet megváltozott geometriáját a sajátfrekvencia számítás során. Ezt a kezdeti alakváltozást nemcsak a három kiválasztott tervezési paraméter befolyásolja jelentősen, hanem a csillapítandó kábel dőlése is. Erre mutat példát a 43. ábra, ahol egy ugyanolyan paraméterekkel rendelkező csillapítóelem önsúly hatására történő alakváltozását láthatjuk különböző kábeldölések mellett.

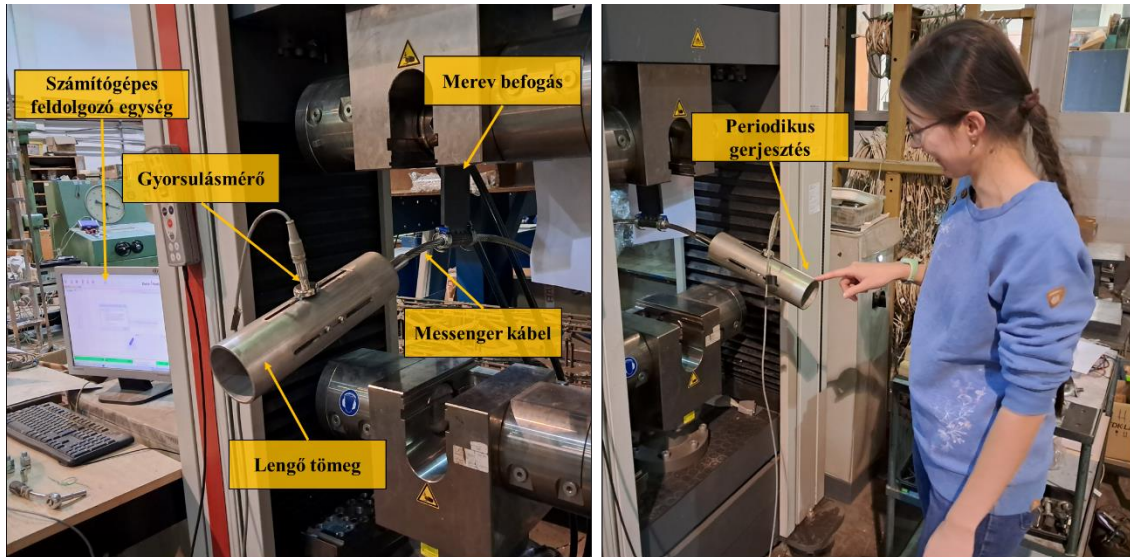


43. ábra: Csillapító deformációja önsúly hatására

8.2. Modell validálása

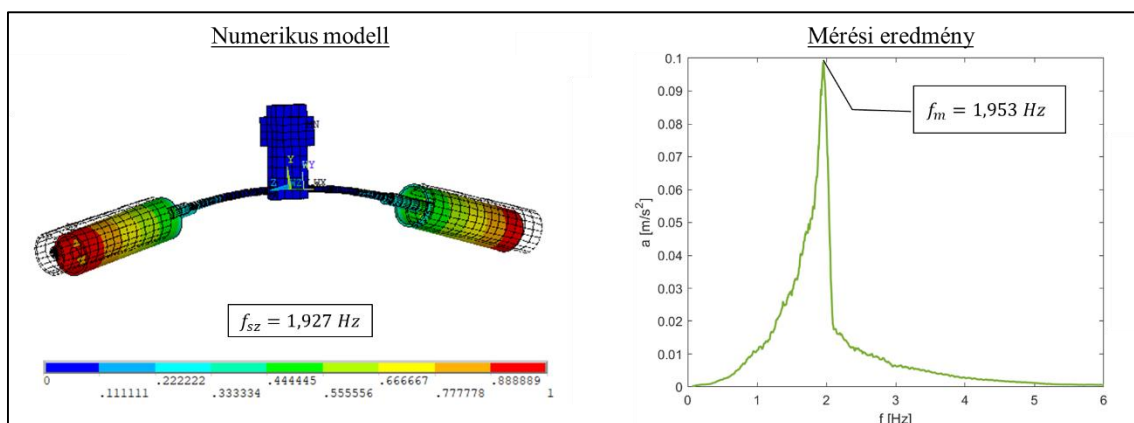
A numerikus modell elkészítése után még szükség volt annak validálási eljárására, azaz alá kellett támasztani, hogy a modellbeli viselkedés kellő pontossággal követi a valós szerkezetét. Ehhez laboratóriumi kísérleteket végeztünk, összesen három különböző paraméterezés mellett:

a lengő tömeg értékét, valamint a kábel átmérőjét állandó $m = 3 \text{ kg}$, valamint $d = 12 \text{ mm}$ értéken tartottuk, miközben a messenger kábel hosszát változtattuk három: $L = 200, 300$, valamint 400 mm érték között. A kísérlet során a kábel végén elhelyezett rezgő tömegpont gyorsulását mértük az idő függvényében, „periodikus, impulzus-szerű gerjesztést” működtetve az elem végén. A mérési elrendezést és a gerjesztés folyamatát a 44. ábra szemlélteti.

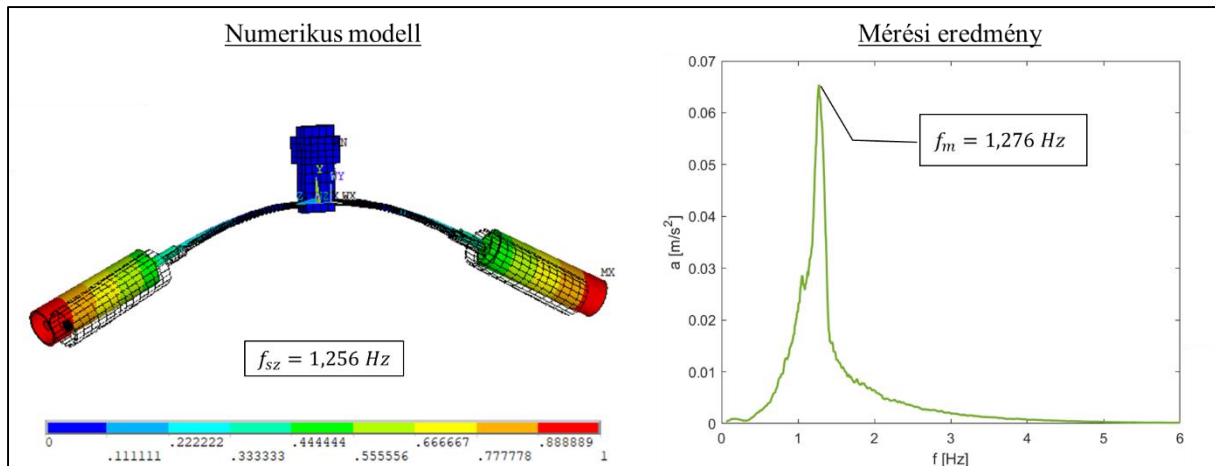


44. ábra: Validálási eljárás - kísérleti elrendezés

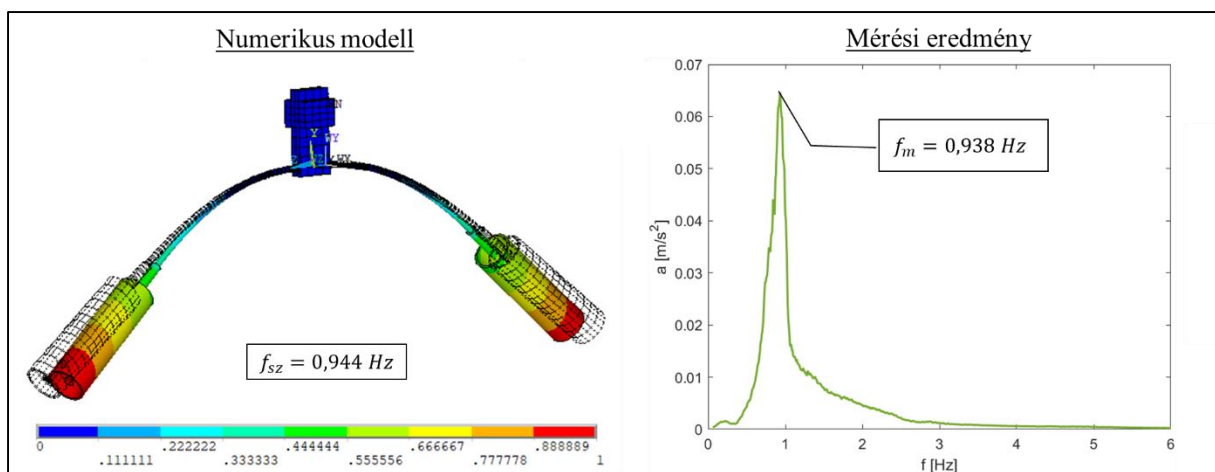
Minden elrendezés esetén 5 mérési sorozatot készítettünk 25 Hz -es mintavételi ablakkal, melyeket ezt követően számítógépes szoftver segítségével feldolgoztunk, külön-külön a három eltérő paraméterezésű csillapítóra. A Fourier-transzformáció után kapott diagramokról már egyértelműen leolvasható volt a függvény maximum helye, mely a szerkezet sajátfrekvenciájának felel meg. A mérési összeállításnak megfelelően elvégeztem a csillapítóelemek sajátfrekvenciájának meghatározását a numerikus modellben futtatott perturbált modálanalízissel is, az így kapott eredményeket hasonlítottam össze a mérésből adódott értékekkel. A kétféle módon nyert frekvenciaértékeket a 45-47. ábrák mutatják.



45. ábra: Validálás - 200 mm hosszúságú kábel



46. ábra: Validálás - 300 mm hosszúságú kábel



47. ábra: Validálás - 400 mm hosszúságú kábel

A kétféle számítás közötti százalékos eltéréseket a 4. táblázat foglalja össze. Ez alapján elmondható, hogy a szimulációs és mérési eredményekből számított sajátfrekvencia értékek közötti legnagyobb eltérés sem érte el a 2,0 %-ot, így a modell igen jól követi a tényleges szerkezeti viselkedést, tehát használható a további vizsgálatok elvégzésére.

Messenger kábel hossza [mm]	Sajátfrekvencia [Hz]		Eltérés abszolútértéke [%]
	Mérés	Szimuláció	
200	1,953	1,927	1,33
300	1,276	1,256	1,57
400	0,938	0,944	0,64

2. táblázat: Szimulációs és mérési eredmények összehasonlítása

8.3. Paramétervizsgálat szakirodalmi eredmények és dimenzióanalízis alapján

Kutatásom további részében fő célom egy, a tervezési gyakorlatban is alkalmazható összefüggés megalkotása, mellyel a kifejlesztett csillapítóberendezés sajátfrekvenciája jól becsülhető a választott tömeg, messenger kábel hossz, és névleges átmérő ismeretében.

8.3.1. Szakirodalmi eredmények alapján megfogalmazott feltételezés

A dolgozat 4.4. pontjában bemutatott szakirodalmi eredmények alapján, amennyiben eltekintünk a csillapítóelem nemlineáris viselkedésétől, az első sajátfrekvencia a következő összefüggéssel becsülhető:

$$f_1 \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{mL^3}}, \quad (11)$$

ahol E a kábel rugalmassági modulusa, I a kábel rezgés tengelyére vonatkozó inerciája, m a rezgő tömeg, L pedig a kábel hossza.

A fenti kifejezésből kiindulva keressük a jelenlegi modell esetén is az első sajátfrekvenciát a következő szorzatalakban:

$$f_1 \approx C \cdot m^\alpha \cdot L^\beta \cdot E^\gamma \cdot I^\delta, \quad (12)$$

ahol C egy dimenziótlan konstans szorzó, a hatványalapok jelentése pedig a (11) összefüggésben szereplőkkel megegyezik.

Az egyes kitevők előzetes becslésére alkalmazzuk a dimenzióanalízis módszerét! Ehhez írjuk fel mértékegységekkel a fenti „egyenletet”:

$$s^{-1} = [kg]^\alpha \cdot [m]^\beta \cdot \left[\frac{kg}{m \cdot s^2} \right]^\gamma \cdot [m^4]^\delta. \quad (13)$$

A bal oldalon szereplő s^{-1} -ből kiindulva, mivel a jobb oldalon csak a rugalmassági modulus mértékegységében szerepel idő dimenzió, $\gamma = 0,5$ rögtön következik, ebből pedig $\alpha = -0,5$ adódik. A hiányzó kitevőkre a következő egyenletnek kell teljesülnie:

$$\beta - 0,5 + 4\delta = 0. \quad (14)$$

8.3.2. Feltételezés átfogalmazása a numerikus modellbeli paraméterekre

Mivel a felépített numerikus modellben a vizsgálható és változtatható paraméterek a tömeg (m), a kábelhossz (L), és a névleges átmérő (d), így elsősorban arra vagyunk kíváncsiak, hogy ezektől a paraméterektől milyen módon függ a sajátfrekvencia. Emiatt célszerű megvizsgálni az E és I függését a választott paraméterhármastól:

- A tömeg közvetlenül nem befolyásolja sem a rugalmassági modulus, sem az inercia értékét, így a várakozások szerint a sajátfrekvencia annak $-1/2$ -edeik hatványával lesz arányos:

$$f_1 \sim m^{-0,5} \quad (15)$$

- Az előzetes laboratóriumi mérések alapján megállapítható, hogy a rugalmassági modulus a választott acél sodrony esetén függ a kábelhossztól, a 27. ábra szerint annak $-1/2$ -edik hatványával arányos. Továbbá feltehetjük, hogy a rugalmassági modulus a névleges átmérő nem befolyásolja. Ezek alapján a hossz ($\beta = 0,25$) kitevőjű hatványával lesz arányos a sajátfrekvencia:

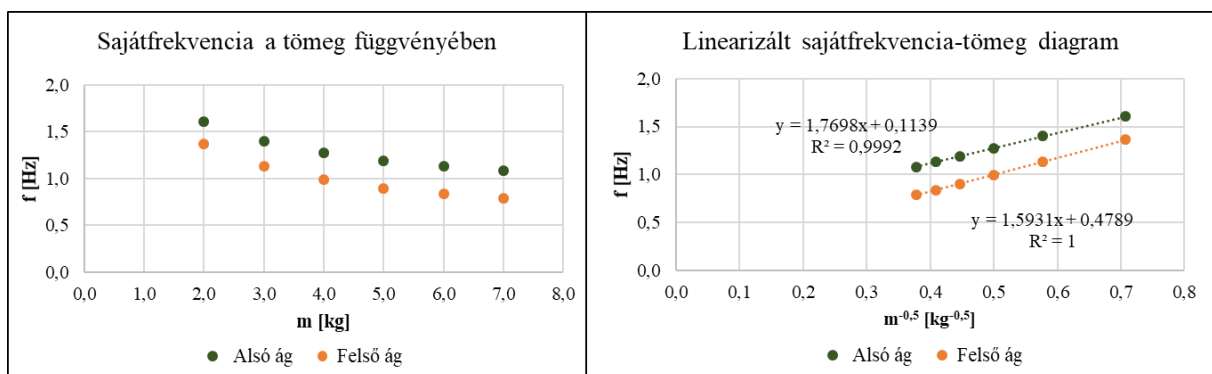
$$f_1 \sim L^{(\beta-0,25)} \quad (16)$$

- Fizikai megfontolások alapján az inerciában hossz-dimenziójú mennyiségként csak a kábel névleges átmérője szerepelhet, ebből következik, hogy ettől viszont a negyedik hatvány szerint függ, tehát összességében a sajátfrekvencia a névleges átmérő 4δ -adik hatványával arányos:

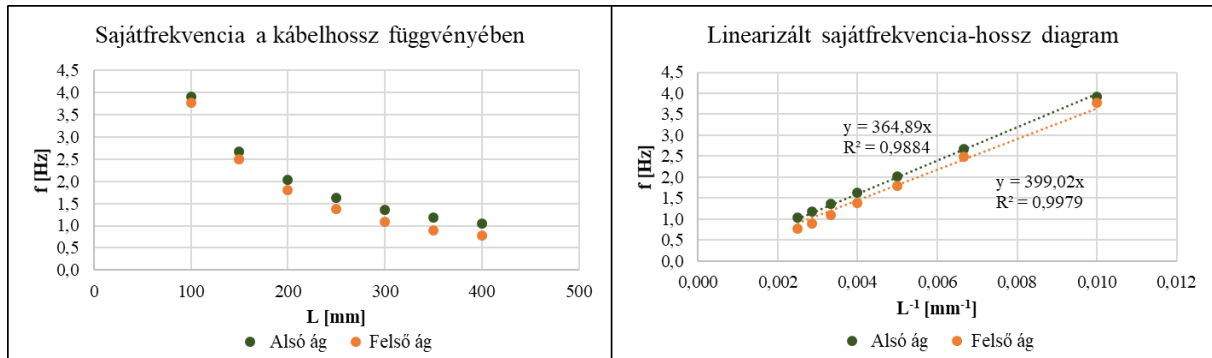
$$f_1 \sim d^{4\delta} \quad (17)$$

8.3.3. Numerikus futtatások eredményei

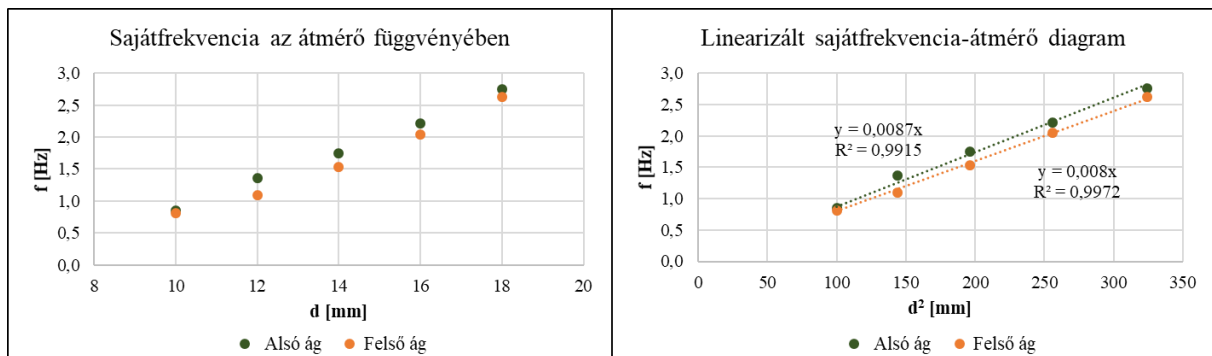
A fenti feltételezések vizsgálatához numerikus szimulációkat futtattam a felépített vége-selemes modellen, a három paraméterből kettőt rögzített értéken tartva minden sorozat esetén. Kiinduló „referencia csillapítóként” egy $m = 3 \text{ kg}$ nagyságú rezgő tömeggel, $L = 300 \text{ mm}$ hosszúságú messenger kábel szakasszal, illetve $d = 12 \text{ mm}$ névleges átmérővel rendelkező elemet választottam. A futtatásokat állandó kábeldőlés (39°) mellett hajtottam végre (ez a dőlés megfelelt az Osztószigeti-híd J07-es kábelének). A közvetlenül kapott függvényeket, valamint azok linearizált formáját a 48-50. ábrák szemléltetik.



48. ábra: Sajátfrekvencia tömeg függése



49. ábra: Sajátfrekvencia kábelhossz függése



50. ábra: Sajátfrekvencia átmérő függése

A numerikus szimulációból nyert adatsorokat megfelelően választott koordináta-rendszerben ábrázolva az eredményekre egyenes illeszthető. Mivel a függvényt szorzatalakban keressük, az illesztett egyeneseknek origón átmenő függvényeknek kell lenniük. Az egyes paraméterekre adódott eredményekből az alábbi következtetéseket vonhatjuk le:

- Tömeg esetén a dimenzióanalízisből konkrét kitevő adódott, melynek értéke $-0,5$. Ezzel az értékkel elvégezve a linearizációt az adatpontokra igen jól illeszthető egyenes, azonban ez sem az alsó, sem a felső csillapító ág esetén nem halad át az origón. Ennek oka több forrásból származhat: egyrészt magából a messenger kábel tömegéből adódik egy tulajdonképpen „redukált tömeg”, mely okozhatja a teljes görbe eltolódását (hiszen a vízszintes tengelyen ábrázolt tömeg értékben csak a kábelvégeken elhelyezett adapter és csőszelvény tömege van feltüntetve, mint „rezgő tömeg”). Másrészt a kiinduló összefüggésben eltekintettünk a kábelvégeken elhelyezett tömegek kiterjedésétől (azonban a valós csillapítóelem esetén alkalmazott 250 mm hosszúságú csőszelvény már nem elhanyagolható a teljes berendezés $\sim 800\text{ mm}$ -es hossza mellett). Ennek inerciájából származó hatás szintén okozhatja a görbe eltolódását, változását.
- A szimulációs eredmények alapján a sajátfrekvencia a messenger kábelhossz reciprokával arányos, azaz (16) összefüggés szerint a keresett kitevő értéke: $\beta = -0,75$.

- A névleges átmérő esetén az illeszthető egyenes alapján a sajátfrekvencia az átmérő négyzetével arányos, azaz $\delta = 0,5$.
- Utóbbi két pontban leírtak alapján tisztán a numerikus szimulációkból meghatároztuk a hiányzó kitevőket, most ellenőrizhetjük, hogy eleget tesznek-e a dimenzióanalízis során megfogalmazott (14) egyenletben szereplő feltételnek:

$$\beta - 0,5 + 4\delta = 0,75 \neq 0, \quad (18)$$

tehát nem teljesül az előírt egyenlet.

A fenti ellentmondásból, valamint a tömegfüggés linearizálásakor kapott eredményből látható, hogy az eredetileg feltételezett alak nem megfelelő a valós paraméterfüggés leírására.

8.4. Paraméterbecslés MATLAB segítségével

8.4.1. Módszer bemutatása

Az előző pontban bemutatottak alapján látható, hogy egy (12) egyenlet alakjában keresett összefüggés nem írja le a valós viselkedésnek megfelelően a csillapítót a dimenzióanalízisből következő kitevőknek megfelelően. A továbbiakban „részben eltekintve” a mértékegységektől, keressük az alábbi formában a megoldást (a szorzatalakot továbbra is megtartva):

$$f_1 = C_1 \cdot m^{\alpha_1} \cdot L^{\alpha_2} \cdot d^{\alpha_3}, \quad (19)$$

ahol az egyes paraméterek jelentése a korábbiakkal megegyezik, C_1 konstans dimenziójára azonban nem teszünk megkötést. Linearizáljuk a fenti kifejezést mindkét oldal természetes alapú logaritmusát véve:

$$\ln f_1 = \ln(C_1 \cdot m^{\alpha_1} \cdot L^{\alpha_2} \cdot d^{\alpha_3}), \quad (20)$$

ahonnan matematikai átalakítások után:

$$\ln f_1 = \ln C_1 + \alpha_1 \cdot \ln m + \alpha_2 \cdot \ln L + \alpha_3 \cdot \ln d. \quad (21)$$

A fenti egyenletet felírhatjuk minden egyes futtatási adathármasra (n db egyenlet), így egy túlhatározott lineáris egyenletrendszer kapunk a C_1 , α_1 , α_2 és α_3 ismeretlenekkel (melyek éppen a keresett konstans és kitevők értékei):

$$\begin{bmatrix} 1 & \ln m_1 & \ln L_1 & \ln d_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \ln m_i & \ln L_i & \ln d_i \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \ln m_n & \ln L_n & \ln d_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ln C_1 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ln f_{1,1} \\ \vdots \\ \ln f_{1,i} \\ \vdots \\ \ln f_{1,n} \end{bmatrix}. \quad (22)$$

A fenti egyenletrendszer esetén a legkisebb hibájú megoldást (maradék eltérések négyzetösszegét minimalizálva) megkaphatjuk a Moore-Penrose pszeudoinverz segítségével a következő összefüggés szerint:

$$\mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{b}, \quad (23)$$

ahol \mathbf{A} mátrix a (22) egyenlet bal oldalán szereplő, szimulációs paraméterek természetes alapú logaritmusát tartalmazó mátrix; \mathbf{b} az egyenlet jobb oldalán álló, numerikus modellből számított sajátfrekvenciák természetes alapú logaritmusát tartalmazó oszlopvektor, \mathbf{x} pedig az ismeretlen paraméterek vektora.

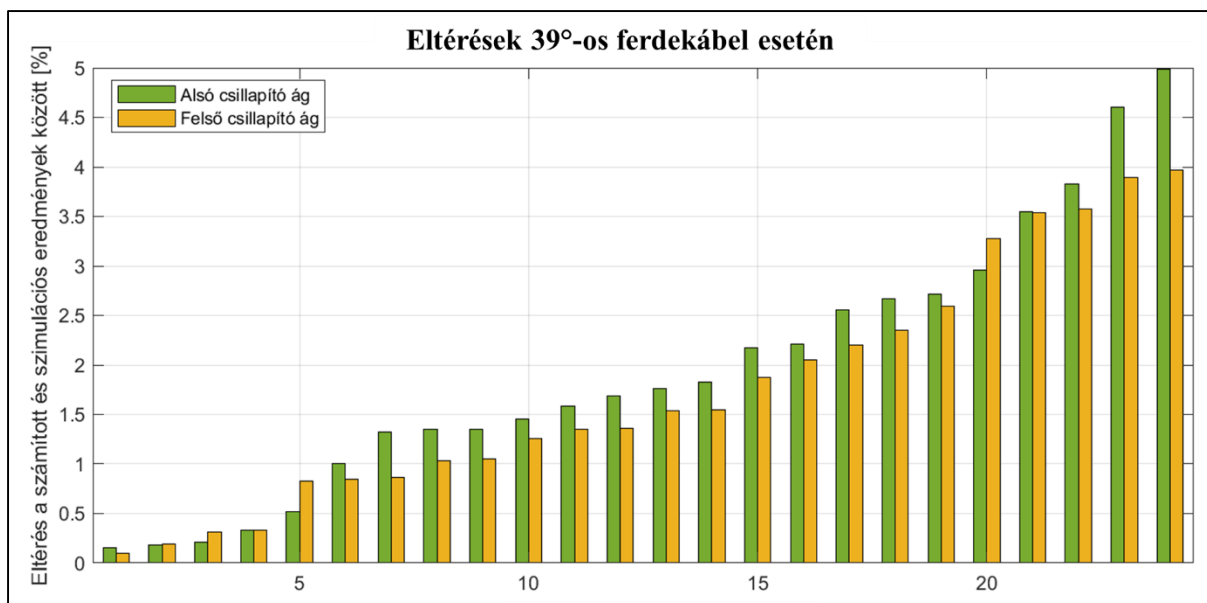
A számítást könnyedén elvégezhetjük a MATLAB [21] beépített algoritmusának segítségével. A korábbi, 39°-os ferdekábel esetén végzett szimulációs eredményeket megadva az \mathbf{A} mátrix és \mathbf{b} vektor elemeinek a 3. táblázat szerinti kitevők adódnak a számítás eredményeként a csillapító alsó, illetve felső ágára vonatkozóan.

Paraméter	Alsó ág	Felső ág
\mathbf{c}_1	7,9	6,9
α_1	-0,4	-0,5
α_2	-0,9	-1,1
α_3	1,6	2,1

3. táblázat: 39°-os kábeldőléshez tartozó paraméterek

A táblázatot tanulmányozva látható, hogy a pszeudoinverzen alapuló számítással kapott kitevők „nem állnak távol” a dimenzióanalízisből kiinduló, egy-egy mérési sorozaton alapuló eredményektől. A kitevők előjele (vagyis a „függés jellege”) minden esetben megfelelő, a számadatokat tekintve a felső ág esetén mindhárom α értékre a korábbi feltevéshez közeli eredményt kapunk, az alsó ág esetén nagyobbak az eltérések, de a hossz kitevője itt is a szimulációs eredményekből „heurisztikusan felfedezett” -1 értékhez közeli.

A számított paramétereket behelyettesítve (22)-be, meghatározható az összefüggésből kalkulált, és a numerikus szimulációból adódó sajátfrekvenciák közötti különbség, ezt szemlélteti százalékos formában (és abszolútértékben) az 51. ábra. A grafikon alapján látható, hogy a számított kitevők alkalmazásával kapott sajátfrekvenciák és a numerikus szimulációból adódó eredmények közötti legnagyobb eltérés is 5 %, mely mérnöki léptékben igen jó eredménynek mondható.



51. ábra: Számított és szimulációs eredmények közötti eltérés

8.4.2. Paraméterek szög-függésének vizsgálata

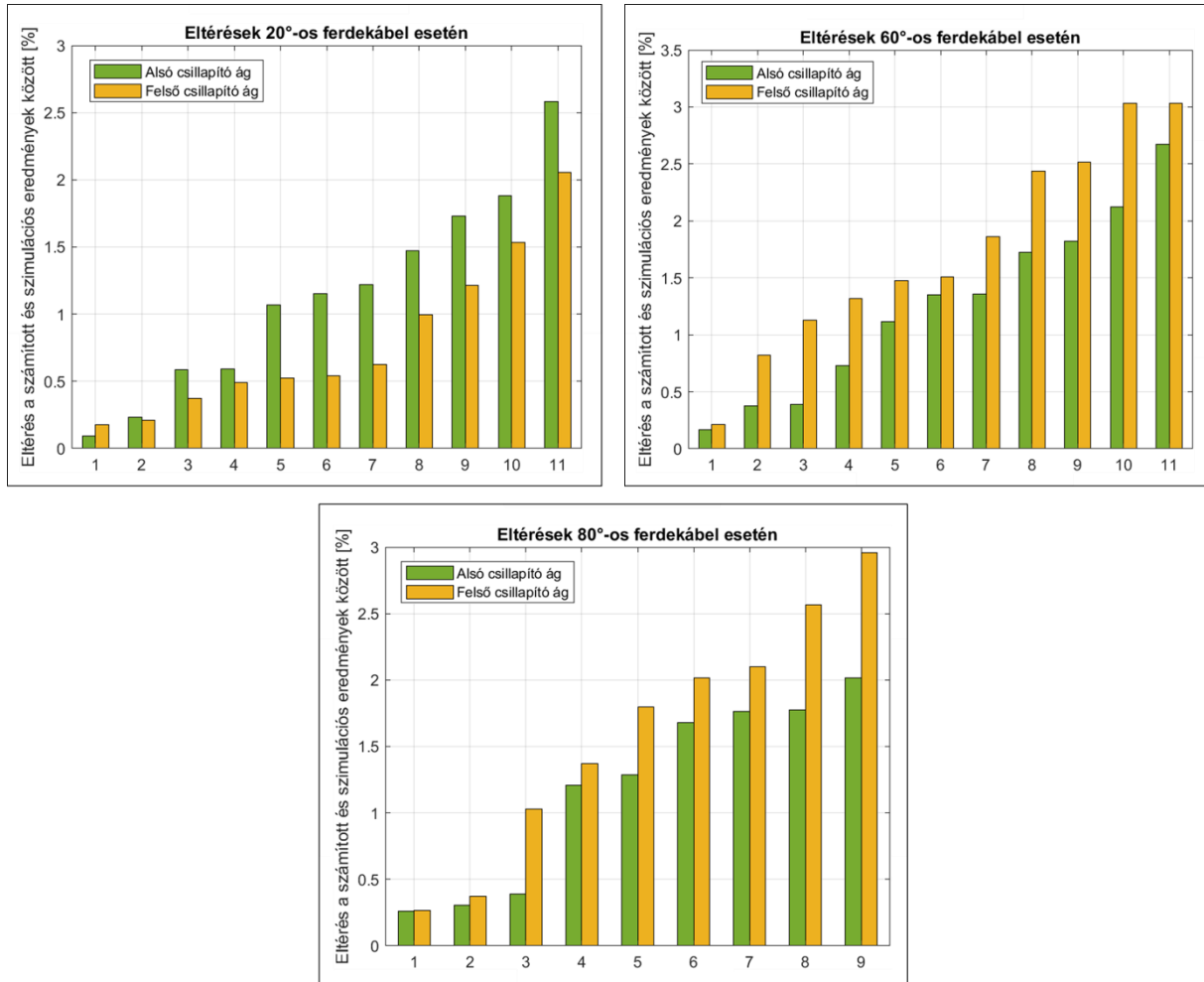
Eddig minden számítást ugyanazon ferdekábel-dőlésszög esetére (39°) hajtottam végre, azonban ahogyan azt már a korábbiakban is hangsúlyoztam, a csillapító kezdeti alakja nagy hatással van a sajátfrekvenciájára (ezért is volt szükség a szimulációk során perturbált modálanalízis végrehajtására), a kialakult kezdeti alakot pedig jelentősen befolyásolja az elem (vagyis a csillapítandó kábel) dőlésszöge. Annak vizsgálatára, hogy a szög, mint paraméter, mennyire és milyen módon befolyásolja a meghatározott kitevőket és C_1 értékét, további numerikus szimulációs sorozatokat végeztem 20° , 60° , és 80° -os ferdekábelekre. Ezt követően a bemutatott paraméterbecslési eljárással meghatároztam a kérdéses értékeket. A kapott eredményeket összefoglalva a 4. táblázat mutatja be.

Paraméter	20°		39°		60°		80°	
	Alsó ág	Felső ág	Alsó ág	Felső ág	Alsó ág	Felső ág	Alsó ág	Felső ág
C_1	12,7	11,1	7,9	6,9	13,2	7,6	5,5	13,6
α_1	-0,4	-0,5	-0,4	-0,5	-0,4	-0,5	-0,5	-0,4
α_2	-1,1	-1,2	-0,9	-1,1	-1,0	-1,1	-1,3	-1,0
α_3	1,7	1,9	1,6	2,1	1,6	2,4	2,6	1,6

4. táblázat: Paraméterek a ferdekábel dőlésszögének függvényében

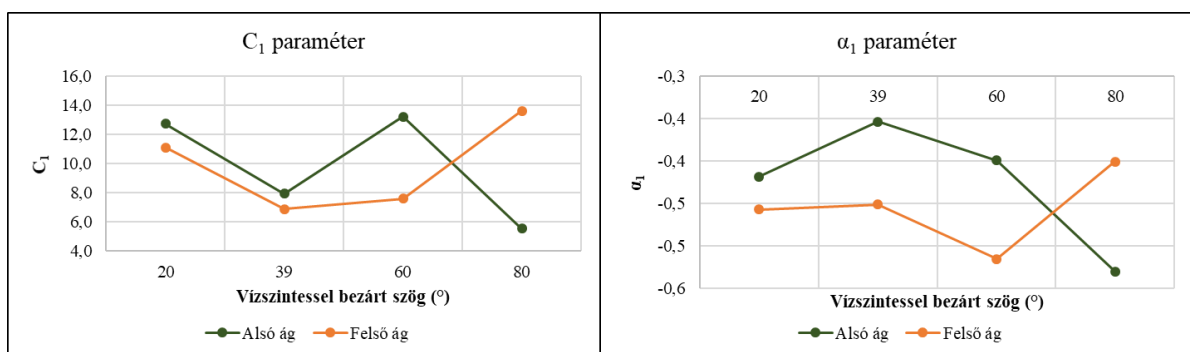
Ebben az esetben is ábrázoltam az egyes dőlésszögek mellett mekkora a számított és szimulációból adódó sajátfrekvenciák közötti eltérés, ez látható az 52. ábrán. A diagramokról leolvasható, hogy a legnagyobb eltérés egyik dőlésszög esetén sem haladta meg a 3 %-ot, mely

mutatja, hogy a paraméterbecslésből kapott „képlet”, elég jól visszaadja a numerikus szimulációk eredményeit.

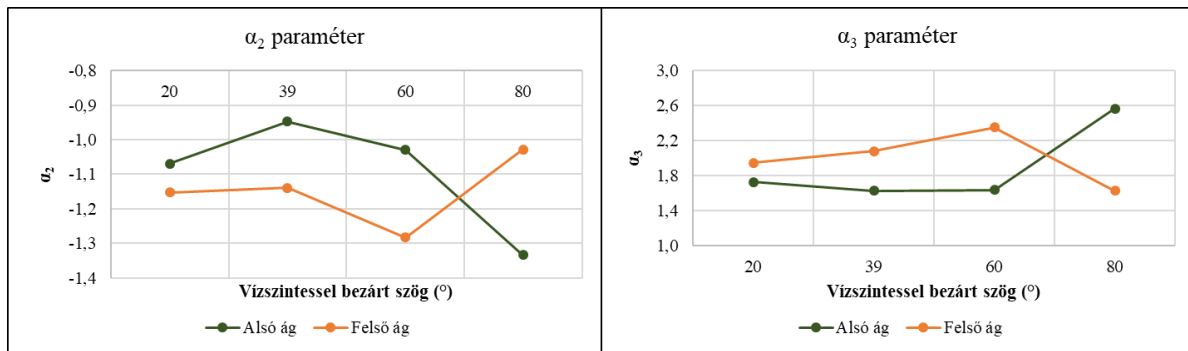


52. ábra: Számított és szimulációs eredmények közötti eltérés különböző szögek esetén

A 4. táblázatban foglalt értékek alapján látható, hogy az egyes paraméterek viszonylag jelentősen függenek a csillapítóelem dőlésszögétől. Ezt szemléltetik grafikusan az 53 és 54. ábrák, az adatpontokat töröttvonalal összekötött formában, ezzel „jelképezve” a konkrét értékek közötti lineáris interpolációra való javaslat-tételt.



53. ábra: Paraméterek szög-függése



54. ábra: Paraméterek szög-függése

8.4.3. Sajátfrekvencia számítására adott ajánlás

A kapott eredmények alapján már megfogalmazható egy kezdetleges tervezői ajánlás, hogy adott paraméterek mellett hogyan számítható a csillapítóberendezés sajátfrekvenciája. Kiindulási alapként a (24) egyenlet szolgál:

$$f_1 = C_1 \cdot m^{\alpha_1} \cdot L^{\alpha_2} \cdot d^{\alpha_3}, \quad (24)$$

- A fentiekben megadott, tulajdonképpen „dimenzióatlanított” egyenletbe be kell helyettesíteni a vizsgált csillapítóelem felvett paramétereit (m, L és d), rendre a következő mértékegységekben: kg, mm és mm .
- Az egyenletben szereplő kitevők és C_1 tényező értékeit a csillapítandó kábel dőlésszögének függvényében a 4. táblázat értékei között lineáris interpolációt végrehajtva határozhatjuk meg.
- Ezek ismeretében a sajátfrekvencia már számítható.

Az előzőekben bemutatott egyszerű eljárás az eddigi eredmények alapján igen jó közelítést ad a csillapítóelem sajátfrekvenciájára. Azonban érdemes megvizsgálni olyan paraméter-hármasokat (dőlésszöggel kiegészítve paraméter-négyeseket), melyeket nem használtunk fel közvetlenül a kitevők előállításához, így „független” adatokkal ellenőrizhető az összefüggés megbízhatósága.

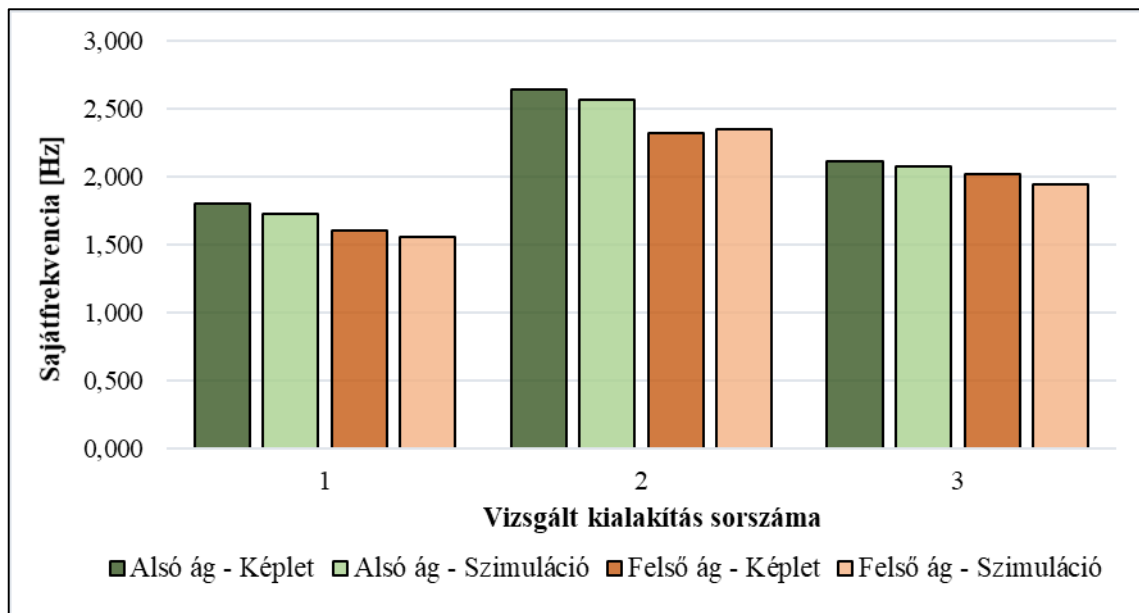
8.5. Ajánlott összefüggés megbízhatóságának ellenőrzése

A javasolt számítási eljárás megbízhatóságának, pontosságának vizsgálatához három, az eddiektől különböző paraméterezésű kábel esetén meghatároztam a sajátfrekvenciákat a numerikus modellben, illetve az általam adott összefüggés alapján. A csillapító adatainak felvételekor különös figyelmet fordítottam arra, hogy a ferdekábel dőlésszöge az előzőektől különböző legyen, ezzel a lineáris interpoláció alkalmazhatóságát is ellenőrizve. A vizsgált

kialakításokat a kétféle módon kapott sajátfrekvencia értékekkel és a köztük lévő eltéréssel az 5. táblázat és az 55. ábra foglalja össze.

Csillapító paraméterei	Sajátfrekvencia [Hz]				Eltérések abszolútértéke [%]	
	Alsó ág		Felső ág		Alsó ág	Felső ág
	Képlet	ANSYS	Képlet	ANSYS		
$\varphi = 30^\circ, m = 3 \text{ kg}$ $L = 300 \text{ mm}, d = 14 \text{ mm}$	1,806	1,728	1,608	1,559	4,51	3,12
$\varphi = 50^\circ, m = 6 \text{ kg}$ $L = 200 \text{ mm}, d = 16 \text{ mm}$	2,647	2,568	2,321	2,355	3,08	1,46
$\varphi = 70^\circ, m = 4 \text{ kg}$ $L = 350 \text{ mm}, d = 18 \text{ mm}$	2,113	2,082	2,026	1,943	1,52	4,25

5. táblázat: Számított és szimulációs eredmények közötti eltérések



55. ábra: Számított és szimulációból adódó sajátfrekvenciák összehasonlítása

A fenti eredmények alapján megállapítható, hogy a javasolt összefüggés és számítási eljárás igen jó közelítéssel visszaadja a numerikus szimulációs eredményeket, a kétféle módon meghatározott sajátfrekvenciák közötti legnagyobb eltérés nem éri el az 5 %-ot. Ezzel sikerült adni egy olyan egyszerűsített módszert, mellyel gyorsan becsülhető egy adott paraméterezésű csillapítóelem sajátfrekvenciája, kiküszöbölve a numerikus szimulációs számításokat.

9. Összefoglalás, megállapítások

Kutatásomban egy teljes egészében hazai fejlesztésű, „Stockbridge damper” típusú csillapítóberendezést vizsgáltam. Fő célkitűzésem az volt, hogy a tervezői gyakorlatban alkalmazható javaslatokat tegyek arra vonatkozóan, hogy csillapító mely szabad paraméterei és milyen módon befolyásolják az elem hatékonyságát, ezzel elősegítve a termék adaptálását más hídszerkezetekre, valamint támogatva az erre irányuló további magyarországi fejlesztéseket.

Ehhez dolgozatom első részében röviden ismertettem a „Stockbridge damper” családba tartozó csillapítóberendezések működési elvét, valamint áttekintettem az ilyen típusú elemek tervezésével, hatékonyságával foglalkozó nemzetközi szakirodalom legfontosabb eredményeit. Ezt követően laboratóriumi mérések segítségével meghatároztam az elem csillapítás szempontjából releváns mechanikai jellemzőit: a messenger kábel hajlítómerevségét, valamint csillapítási mértékét; ezzel előkészítve a numerikus szimulációkat.

A szakirodalmi modellekből kiindulva elsőként egy globális végeselemes modellt készítettem ANSYS programkörnyezetben, melynek segítségével a függesztőkábel – csillapító rendszerszintű viselkedését tanulmányoztam. A kapott eredmények alapján a következő, tervezést segítő megállapításokat fogalmazhatjuk meg:

- Csillapítás hatékonyságának szempontjából a csillapítóelemet célszerű minél közelebb helyezni a kábel középpontjához, azonban gyakorlatilag a kábelvégtől 20 %-ra pozícionált elem is képes az amplitúdót már 30 %-ára csökkenteni, és ez a hatékonyság nem változik számottevően a kábelközép felé tolva az elemet. Tehát a ~20 %-os relatív helyzet a csillapítás és elhelyezhetőség szempontjából is optimálisnak mondható.
- A valóságban nem állandó nagyságú kábelerők miatt célszerű bizonyos elhangolást alkalmazni a csillapítóelem hatékonyságának fenntartásához. Az elhangolás mértékétől függően a tervezési sajátfrekvencián romlik a csillapítóelem hatékonysága, de a pontos és elhangolt elemek közötti különbség a relatív pozíció kábelközép felé történő változtatásával csökken. A fentiekben javasolt ~20 %-os helyzet felett már a szélsőségesnek mondható 20 %-os elhangolás esetén is a pontos és elhangolt elem alkalmazása mellett kialakult amplitúdók közötti különbség gyakorlatilag elhanyagolható.
- A csillapító végén elhelyezett tömegek növelésével a csillapítás hatékonysága javul, ez a hatás pontosan beállított elemek esetén elenyésző, azonban az elhangolás mértékének növelésével a hatás növekszik.

A rendszerszintű viselkedés mélyebb megértését követően a csillapítóelem lokális tanulmányozására fordítottam a figyelmemet. Ennek során célom egy olyan összefüggés megalkotása volt, melyből megfelelő pontossággal számítható egy adott paraméterekkel (rezgő tömeggel, messenger kábel hosszal, névleges átmérővel, és dőlésszöggel) rendelkező csillapítóelem sajátfrekvenciája. Ehhez szintén ANSYS programkörnyezetben egy fejlett testelemes modellt építettem fel, melyet laboratóriumi mérések segítségével validáltam. Ezt követően felállítottam a frekvenciára vonatkozóan egy szorzat alakú kifejezést, melynek paramétereit a numerikus szimulációk adatait felhasználva, a Moore-Penrose pszeudoinverz segítségével határoztam meg, a csillapítandó kábel dőlésszögének függvényében. A kétféle módon számított sajátfrekvencia értékeket összehasonlítva bizonyítottam, hogy az ajánlott számítási módszer megfelelő pontosságú becslést képes adni a sajátfrekvenciára vonatkozóan, a legnagyobb eltérés nem haladta meg az 5 % -ot. Az javasolt számítási módszer lépései a következők:

- A csillapító sajátfrekvenciája a következő összefüggéssel számítható:

$$f_1 = C_1 \cdot m^{\alpha_1} \cdot L^{\alpha_2} \cdot d^{\alpha_3} . \quad (25)$$

- A fentiekben megadott, tulajdonképpen „dimenziótlanított” egyenletbe be kell helyettesíteni a vizsgált csillapítóelem felvett paramétereit (m, L és d), rendre a következő mértékegységekben: kg, mm és mm .
- Az egyenletben szereplő kitevők és C_1 tényező értékeit a csillapítandó kábel dőlésszögének függvényében a 4. táblázat értékei között lineáris interpolációt végrehajtva határozhatjuk meg.
- Ezek ismeretében a kérdéses sajátfrekvencia már számítható.

Összefoglalva elmondhatom, hogy a csillapítóelem nemlineáris viselkedését hűen leíró modell megalkotása egy rendkívül összetett feladat: az elem kezdeti alakjára gyakorlatilag minden vizsgált paraméter hatással van, ez pedig alapvetően befolyásolja a csillapító sajátfrekvenciáját. Ennek ellenére a dolgozat keretein belül sikerült választ találni a kezdetben feltett gyakorlati kérdésekre, mind a kábel – csillapító rendszerszintű viselkedésére, mind a berendezés sajátfrekvenciájának paraméterfüggésére vonatkozóan. Elsődleges továbblépési lehetőség a (25) összefüggésben szereplő értékek pontosítása, további numerikus szimulációk elvégzésével, részletesebben feltérképezve a paraméterek dőlésszög-függését. Emellett a tervezési gyakorlatban való alkalmazhatóságához még szükséges az elem fáradásvizsgálatának elvégzése, valamint ennek elemzése a különböző csillapító kialakítások mellett.

Irodalomjegyzék

- [1] NAPUR ARCHITECT ÉPÍTÉSZETI KFT (2019): Osztószigeti gyalogos híd. Műszaki leírás, 2019. 06. 28.
- [2] Hegedűs Gergely (2022): Így lehet világszínvonalú stadiont építeni – hármass interjú a NAS projektjéről, <https://magyarepitok.hu/aktualis/2022/10/igy-lehet-vilagszinvonalu-stadiont-epiteni-harmas-interju-a-nas-projektjerol>, letöltés időpontja: 2022. 10. 15.
- [3] Kalácska-Nagy Nóra (2022): Egy szimbólum tervezése – Szerkezetkész az atlétikai stadion melletti gyalogos híd, <https://magyarepitok.hu/mi-epul/2022/10/egy-szimbolum-tervezese-szerkezetkesz-az-atletikai-stadion-melletti-gyalogos-hid>, letöltés időpontja: 2022. 10. 15.
- [4] Dr. Dunai László, Dr. Kollár László Péter, Dr. Kövesdi Balázs, Dr. Hegyi Péter (2023): Az osztószigeti ferdekábeles gyalogos híd kábelcsillapítóinak dinamikai számítása. Szakértői jelentés: Budapest, 2023. április.
- [5] Sétra, Assessment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading, Sétra, 2006.
- [6] Dr. Kövesdi Balázs (2022): Ívhidak és ferdekábeles hidak modellezése. Előadás: BME Építőmérnöki Kar, Budapest, 2022. 05. 12.
- [7] O.R. Barry: Vibration modelling and analysis of a single conductor with Stockbridge Dampers, PhD thesis, Graduate Department of Mechanical and Industrial Engineering, University of Toronto, 2014.
- [8] Dr. Kovács Tamás (2022): Ferdekábeles hidak. Előadás: BME Építőmérnöki Kar, Budapest, 2022. 05. 05.
- [9] L. Sun, L. Chen, H. Huang: Stay cable vibration mitigation: A review, *Advances in Structural Engineering*, 25(16) 3368-3404, 2022.
- [10] Z. Zondi, M. Kaunda, T. Ngoda: Characteristics of the asymmetric Stockbridge damper, *Proceedings of the MATEC Web of Conferences SACAM2020*, 347, 00005, 2021.
- [11] X. Liu, Y. Yang, Y. Sun, Y. Zhong, L. Zhou, S. Li, C. Wu: Tuned-mass-damper-inerter performance evaluation and optimal design for transmission line under harmonic excitation, *Buildings*, 12, 435, 2022.

- [12] I. Golebiowska, M. Dutkiewicz: Experimental analysis of efficiency of mass dampers, Proceedings of the 23rd International Conference Engineering Mechanics, Svratka, Czech Republic, 15-18 May, 2017.
- [13] Vortex Vibration Damper, Product Catalogue, Performed Line Products, World Headquarters, 660 Beta Drive, Cleveland, Ohio, 44143, 2013.
- [14] Instruction to Stockbridge damper by TE Solution, TESolution Co. Ltd., 2018.
- [15] Q. Yin, J. Zhao, Y. Liu, Y. Zhang: The approximate calculation of the natural frequencies of a Stockbridge type vibration damper and analysis of natural frequencies sensitivity to the structural parameters, Mechanical Sciences, 12, 863-783, 2021.
- [16] C. Navarro, A.L. López, L.A. Aguilera-Cortés: Optimal design of Stockbridge dampers, Ingenieria Mecánica, 2(6), 193-199, 2008.
- [17] N. Barbieri, M. Marchi, M. Mannala, R. Barbieri, L. Barbieri, G. Barbieri: Nonlinear dynamic analysis of a stockbridge damper, Canadian Journal of civil Engineering, 2018.
- [18] F. Foti, L. Martinelli: Hysteretic Behaviour of Stockbridge dampers: Modelling and parameter identification, Mathematical Problems in Engineering, 8925121, 2018.
- [19] ANSYS® v19.1, Canonsburg, Pennsylvania, USA.
- [20] MSZ EN 1991-1-4:2005+A1 A tartószerkezeteket érő hatások. 4. rész: Általános hatások - Szélteher, 2010.
- [21] MATLAB szoftver: <https://www.mathworks.com/>