Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Villamosmérnöki és Informatikai Kar
Méréstechnika és Információs Rendszerek Tanszék

Soros és párhuzamos szűrők kvantálási zajának optimalizálása

TDK DOLGOZAT

Készítette
Horváth Kristóf Szabolcs

Konzulens
dr. Bank Balázs

2015. október 26.

Tartalomjegyzék

HALLGATÓI NYILATKOZAT

Alulírott *Horváth Kristóf Szabolcs*, hallgató kijelentem, hogy ezt a TDK dolgozatot meg nem engedett segítség nélkül, saját magam készítettem, csak a megadott forrásokat (szakirodalom, eszközök stb.) használtam fel. Minden olyan részt, melyet szó szerint, vagy azonos értelemben, de átfogalmazva más forrásból átvettem, egyértelműen, a forrás megadásával megjelöltem.

Hozzájárulok, hogy a jelen munkám alapadatait (szerző, cím, angol és magyar nyelvű tartalmi kivonat, készítés éve, konzulens neve) a BME VIK nyilvánosan hozzáférhető elektronikus formában, a munka teljes szövegét pedig az egyetem belső hálózatán keresztül (vagy autentikált felhasználók számára) közzétegye. Kijelentem, hogy a benyújtott munka és annak elektronikus verziója megegyezik.

Budapest, 2015. október 26.

Horváth Kristóf Szabolcs
hallgató

Kivonat

Audio területen gyakori jelfeldolgozási feladat egy adott rendszer átvitelének modellezése, illetve kompenzálása. A problémát gyakran IIR szűrőkkel oldják meg, amik kerekítési jelenségei a mai számítógépeken – a nagy bitszámú lebegőpontos ábrázolás miatt – általában elhanyagolhatóak.

Más a helyzet azonban a beágyazott rendszereknél. A lebegőpontos DSP-k mellett megjelentek olyan, lényegesen olcsóbb mikrovezérlők, amelyek képesek SIMD utasítások végrehajtására, ezáltal alkalmasak hatékony jelfeldolgozásra is. Hátulütőjük, hogy lebegőpontos számábrázolást nem, vagy csak korlátozottan tudnak használni, sokkal inkább fixpontos aritmetikára optimalizáltak. Jelprocesszorok között is jócskán találunk 16-24-32 bites fixpontos aritmetikával működő példányokat, így különösen fontos a kvantálási jelenségek vizsgálata.

Nagy fokszámú szűrőket fixpontos számábrázolás mellett célszerű másodfokú tagok (pl. DF1, Kingsbury, Warped, stb.) soros, vagy párhuzamos kapcsolataként implementálni, hogy minimalizáljuk az együtthatók kerekítéséből adódó hibát. Az így előálló struktúra eredő numerikus zaját az egyes tagok tulajdonságai fogják meghatározni.

Optimális eredményre juthatunk, ha a tagok struktúráját aszerint választjuk meg, hogy a kívánt átvitelük mellett milyen a kvantálási zajuk. Figyelembe vehetjük még az egyes realizációk futási idejét is, ezáltal az eredő hibrid struktúra számításigénye is optimalizálható.

Dolgozatom célja, hogy soros vagy párhuzamos realizációk esetén útmutatást adjak a numerikus zaj minimalizálására, konkrét gyakorlati példákon demonstrálva azt.

Abstract

Modelling or equalizing a transfer function is a common task in digital signal processing. A widely used solution is the usage of IIR filters, whose quantization effects – due to the high precision floating point arithmetic – can be neglected on a today's computer.

Things are different on an embedded system. Besides floating-point DSPs, there are inexpensive, high-performance microcontrollers, which have SIMD instructions, therefore they can be efficiently used for signal processing. Their drawbacks are that their use for floating-point arithmetic is limited and they are only optimized for fixed-point calculations. There are also fixed-point digital signal processors, which work on 16, 24, or 32 bits of data, therefore it is important to investigate the quantization effects.

Implementation of high-order filters is practical using serial or parallel second-order sections (such as DF1, Kingsbury, etc.), because this way the error induced by the coefficient-quantization can be minimized. The round-off noise of this structure is defined by the second-order sections.

Optimal results can be obtained if the second-order sections are chosen by their numerical noise spectra. Considering the computation demand of the sections, the runtime of hybrid filter realizations can also be optimized.

The purpose of this paper is to give guidelines to finding a minima of the numerical noise on serial or parallel filter realizations. Practical examples are also given.

Bevezető

Az audio területen gyakran alkalmazott IIR szűrőknél fontos szempont, hogy a számábrázolásból származó zajuk minél kisebb legyen. Az emberi hallás ugyanis akár 100 dB dinamikatartományú is lehet bizonyos frekvenciákon, így rossz struktúraválasztással a zaj hallhatóvá is válhat.

A mai számítógépek processzorai rendelkeznek dupla pontosságú lebegőpontos műveletek végzését lehetővé tévő FPU-val, aminek használata mellett a numerikus zaj általában elhanyagolható.

Beágyazott rendszereknél általában nem áll rendelkezésre lebegőpontos egység. A nagyteljesítményű mikrovezérlők körében ugyan találunk FPU-val rendelkező processzort (pl. ARM Cortex M4), de ezek egyrészt csak 32 bites lebegőpontos számokkal dolgoznak, másrészt egy-egy művelet végrehajtása több órajelciklust vesz igénybe, így lassúnak mondhatók. Az egyedüli kivételt az ARM Cortex A sorozat jelent, ahol megtalálhatóak lebegőpontos SIMD műveletek is (NEON utasításkészlet) [1].

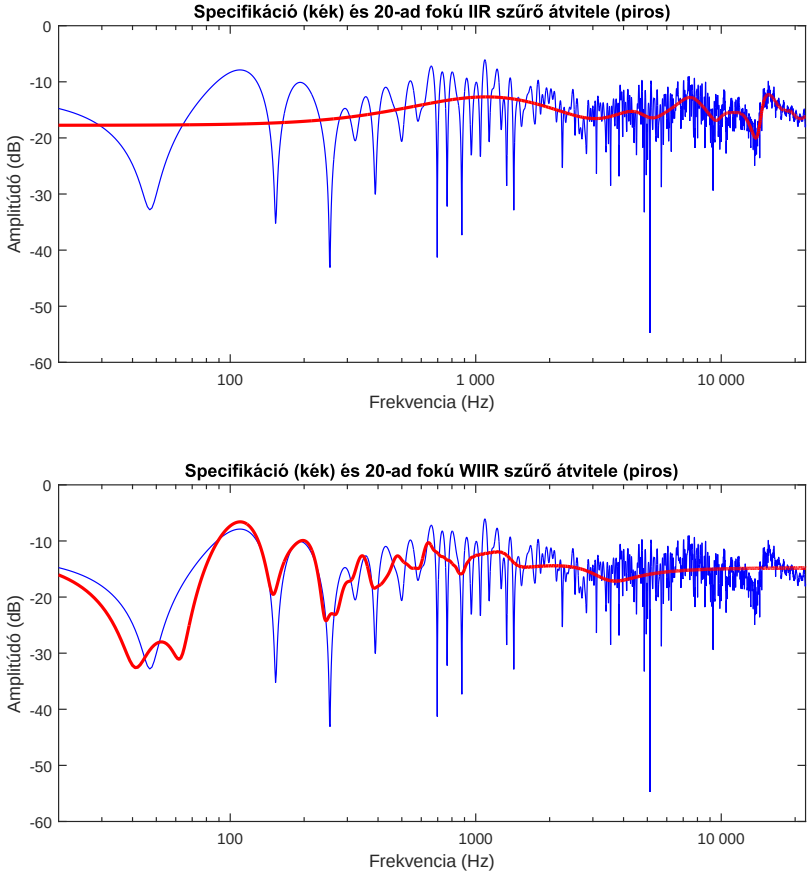
A jelprocesszorok nagy része fixpontos számábrázolással dolgozik, de mikrovezérlők között is találhatunk DSP utasításkészlettel rendelkezőket. Fontos tulajdonságuk, hogy képesek SIMD műveleteket végezni, ezáltal alkalmasak hatékony jelfeldolgozásra is. Ilyen mikrovezérlőket találunk például az ARM Cortex M, az Atmel AVR32 és a MIPS M4K sorozatban. Fixpontos jelprocesszorokat találunk például az Analog Devices Blackfin, a Freescale DSP56K, a Microchip dsPIC és a Texas Instruments TMS320C5000 sorozatában.

A vizsgált jelprocesszorok és mikrovezérlők között léteznek 16, 24, és 32 bites fixpontos aritmetikával dolgozók, így az eredményeimet ezekre a bitszámokra fogom kiértékelni. Érdekesség, hogy az ARM Cortex M sorozat ugyan 32 bites, de 16 biten lényegesen gyorsabb működésre képes, mivel egy töltő utasítással 2 db adatot is behívhat a memóriából [2].

A véges pontosságú fixpontos számábrázolásból több kvantálási jelenség is származik. Az együtthatók pontatlansága tervezési időben változtatja meg a szűrő átvitelét, szélsőséges esetben instabillá is téve azt. Két szám összeszorzásakor az eredmény bitszélessége kétszer akkora lesz, mint a szorzandóké. A további műveletvégzéshez a processzor regisztereinek bitszámára kell kerekíteni a szorzatot, ez pedig a szűrő kimenetén additív zajt eredményez. Számok összeadásakor is előállhat egy nem kívánt hatás: ha az összeg nagyobb, mint az ábrázolható számtartomány, akkor túlcsordulás következik be.

Az előbbi okokból újra aktuálissá vált a kvantálási jelenségek vizsgálata. Az irodalom ugyan sok, numerikus szempontból előnyös struktúrát javasol [3, 4, 5], de a vizsgálatokat

csak olyan esetekre végzik el, ahol a zérusok az origóban találhatók. Ez pedig nem elegendő, a zérusok elhelyezkedése ugyanis jelentős hatással van a kvantálási zaj teljesítményére. A struktúrák közötti választás szempontjából fontos, hogy ismerjük az egyes szűrők számításigényét, amelyet processzormodellen implementálva adok meg. Ezzel a módszerrel pontosabb eredményt kapunk az erőforrásigényre, mint az irodalomban gyakran használt összeadás és szorzás műveletek megszámlálásával.

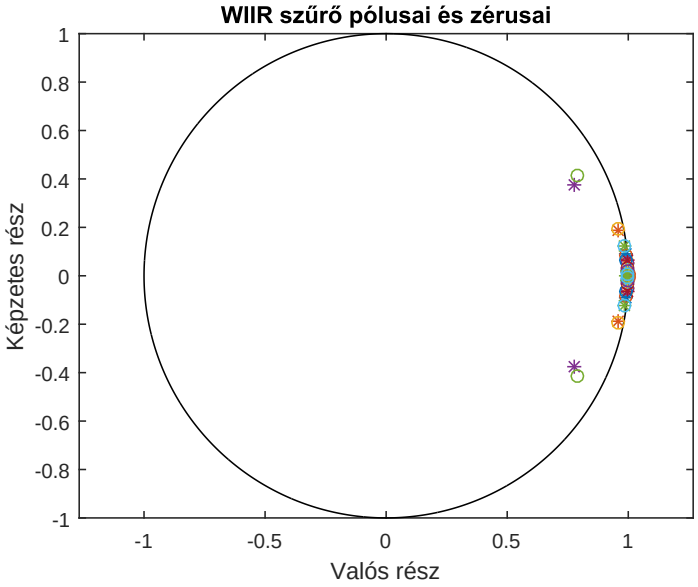


1. ábra. *20-ad fokú IIR és WIIR szűrő átvitele logaritmikus frekvenciaskálán*

Audio célú alkalmazásoknál nem hanyagolható el a szűrőtervezés módja sem, az emberi fül amplitúdó és frekvenciafelbontása ugyanis logaritmikus jellegű. A hagyományos IIR szűrőtervezési módszerek lineáris frekvenciafelbontás mellett minimalizálják az eltérést a szűrő átvitele és a specifikáció között, így alacsony frekvenciákon nem követik megfelelően a kívánt átvitelt (ld. 1. ábra). A warpolt szűrők (ld. 2.1. alfejezet) ezzel szemben nagyjából logaritmikus frekvenciaskála mellett minimalizálják a hibát [6], így kifejezetten alkalmasak audio célokra.

Warpolt szűrők implementálására léteznek speciális struktúrák, de ezek számításigényesek és nagy fokszámnál problémás lehet az együtthatóik ábrázolása, így felmerül az igény más struktúrákban történő megvalósításra. A warpolt szűrők pólusai és zérusai alacsony frekvenciákon koncentrálódnak (ld. 2. ábra), emiatt olyan implementációt kell keresni, ami ebben a tartományban kvantálási szempontból is optimális.

Megoldást jelenthet a nagy fokszámú szűrők felbontása soros, illetve párhuzamos másod-



2. ábra. *20-ad fokú WIIR szűrő pólusai és zérusai,* $\lambda = 0.95$

fokú tagokra. Az egyes tagok lehetnek különböző struktúrájúak, ezáltal lehetőség van a kvantálási jelenségek optimalizálására a pólus és zérus elhelyezkedésétől függően.

Az irodalom nem vizsgálja, hogy egy adott nagyfokszámú szűrő másodfokú tagokra bontásánál a kvantálási zaj szempontjából milyen struktúrában célszerű megvalósítani a tagokat. A korábbi kutatások nem tárgyalják a speciális warpolt struktúrából képezett másodfokú tagokat, így ezek vizsgálatát is elvégzem.

Dolgozatomban bemutatom, hogy milyen kvantálási jelenségek fordulhatnak elő audio szűrőkben, és hogyan lehet őket optimalizálni. Az első fejezetben ismertetem a fixpontos számábrázolást, és az alkalmazásánál fellépő kvantálási jelenségeket. Ezután a második és harmadik fejezetben bemutatom a vizsgált szűrőstruktúrákat, valamint egy módszert a kvantálási zaj vizsgálatára és optimalizálására. A negyedik fejezetben közlöm az eredményeket és gyakorlati példákon megmutatom, hogy az optimalizálással jelentősen csökkenthető a szűrők kvantálási zaja.

1. fejezet

Számábrázolás

1.1. Bevezetés

Digitális szűrők implementálásánál fontos kérdés, hogy milyen aritmetikát használunk, ugyanis döntésünk érzékenyen befolyásolja a számábrázolásból származó kvantálási jelenségeket és a szűrő számításigényét.

Az asztali számítógépek, valamint a nagyteljesítményű DSP-k lebegőpontos aritmetikát alkalmaznak. A processzor ALU egységében speciális céláramkörök biztosítják, hogy egy-egy lebegőpontos művelet elvégezhető legyen egyetlen órajelciklus alatt.

Más a helyzet azonban a mikrovezérlőknél. Léteznek ugyan lebegőpontos egységgel rendelkező mikrokontrollerek (pl. ARM Cortex M4F), de ezek nem képesek egy órajelciklus alatti műveletvégzésre. Legtöbbjük azonban rendelkezik DSP utasításkészlettel, ami a gyakorlatban néhány, fixpontos aritmetikával dolgozó SIMD utasítás meglétét jelenti [7]. Ilyen módon a nagyteljesítményű mikrovezérlők hasonlóképpen alkalmazhatók, mint a fixpontos aritmetikájú jelprocesszorok.

Ebben a fejezetben az előbb ismertetett okokból a fixpontos számábrázolás mellett fellépő kvantálási jelenségeket mutatom be.

1.2. Fixpontos számábrázolás

Fixpontos számábrázolásnál a processzor egész számokkal dolgozik, kettes komplemens formában. Az egészrészt a törtrészektől elválasztó kettedespont helyét a számításaink során rögzítettnek tekintjük, ezáltal az egész és a tört helyiértékek száma is adott.

Ha az ábrázolható számtartomány a $[-2^K,2^K)$, a bitszám pedig B, akkor a legkisebb abszolútértékű szám:

$$q = 2^{-B+K+1}. \tag{1.1}$$

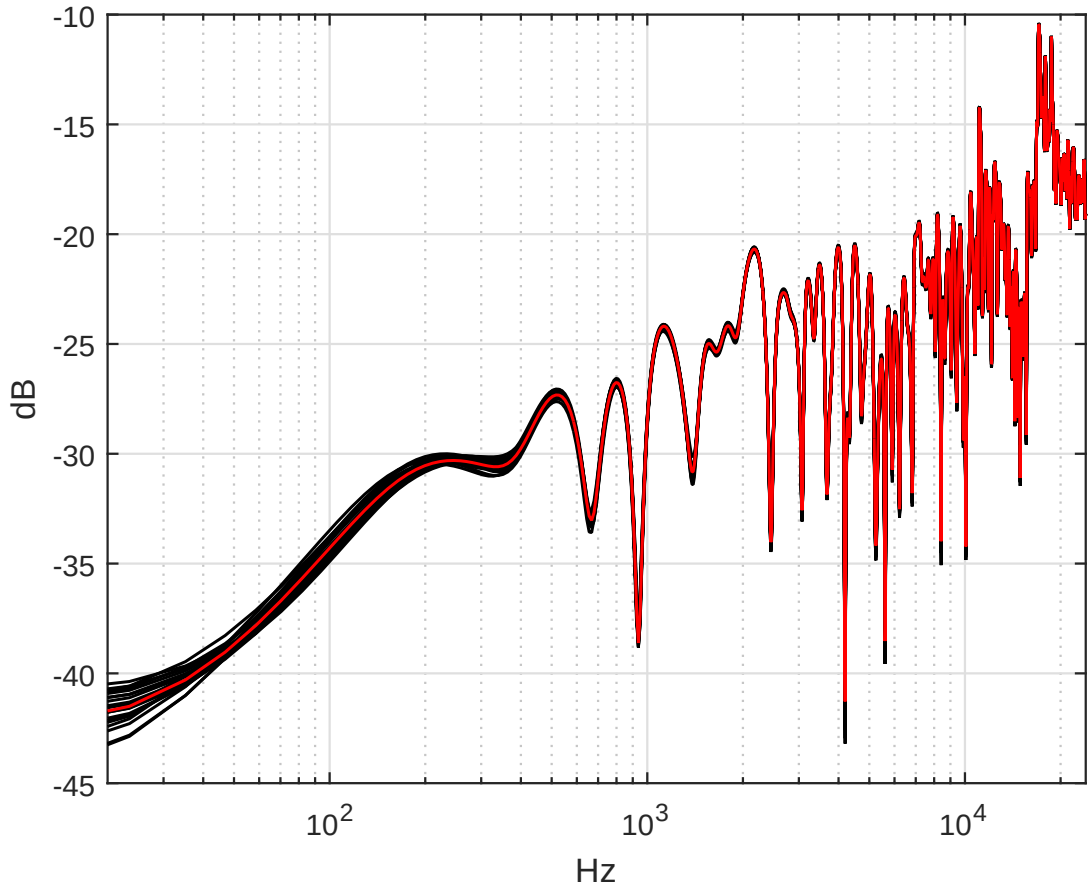
Ez lényegében véve a kvantálási küszöb. K értéke tulajdonképpen a fixpont helyét határozza meg, jelek ábrázolásánál célszerű a $K = 0$ választás, így a jelünk a $[-1,1)$ tartományba fog esni. Érdemes megemlíteni, hogy egy jelfeldolgozó algoritmusnál az egyes alegységek (pl. szűrők) dolgozhatnak különböző helyre tett fixponttal, de a közöttük történő információcserénél meg kell oldani a konverziót (bit shift). Szűrők implementálásánál a fixpont

helyét úgy kell megválasztani, hogy az együtthatók beleessenek a számábrázolási tartományba.

Fixpontos számábrázolásnál háromfajta kvantálási jelenséggel találkozhatunk. Az együtthatók ábrázolásából származó hiba tervezési, a kvantálási zaj és a túlcsordulás pedig futási időben jelentkezik. A fejezet további részében ezeket a jelenségeket tárgyalom.

1.3. Együttható kerekítés

Szűrők együtthatóit a memóriában B bit szélességű konstansokként tároljuk. A véges pontosságú számábrázolás az átviteli függvényre jelent korlátozást, ugyanis előfordulhat, hogy a megtervezett szűrőnk együtthatóinak fixpontosra átszámítása után az átvitel lényegesen megváltozik. Ezt mutatja az 1.1. ábra, ahol egy 200-ad fokú direkt struktúrájú IIR szűrő együttható-kerekítésre érzékenységét vizsgáltam. A lebegőponton implementált szűrő egyes együtthatóihoz véletlenszerűen a 16 bites fixpontos kvantálási küszöb felét adtam hozzá, vagy vontam le, így szimulálva a kerekítés szélsőséges eseteit. Jól látható, hogy ez a struktúra érzékeny az együtthatók kerekítésére: akár több decibelnyit is változhat az átvitel.



1.1. ábra. *200-ad fokú IIR szűrő átvitele. Piros jelöli a dupla pontosságú lebegőpontos megvalósítás átvitelét, fekete a 16 bites fixpontosét az együttható-kerekítés szimulációjával.*

Mivel az együtthatók a pólusok és zérusok elhelyezkedését is meghatározzák, a kerekítés hatására szélsőséges esetben pólusok is kikerülhetnek az egységkörön kívülre, így instabillá válhat a szűrő.

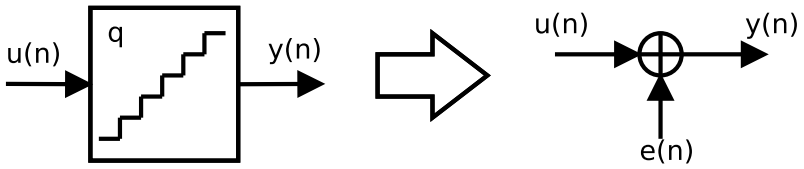
Belátható, hogy az együttható-kerekítésből származó hiba annál nagyobb, minél inkább összemérhető a kvantálási küszöb szintje (q) az együtthatóval. A jelenség hatása szűrőstruktúránként különböző lehet, emiatt a szakirodalom sokat foglalkozik olyan struktúrák keresésével, amik bizonyos körülmények között jobban teljesítenek együttható-kerekítés szempontjából [5, 8, 9, 10]. Mivel másodfokú tagokat vizsgálok, ahol az együttható-kerekítés hatása kicsi [11], a későbbiekben nem foglalkozok a jelenséggel.

1.4. Kvantálási zaj

Ha összeszorzunk két, B bit szélességű számot, akkor az eredmény $2B$ méretű lesz. Világos, hogy a $2B$ bit minden információt tartalmaz, a további műveletvégzés érdekében viszont a szorzás kimenetét B bitre kell csonkolni, ezáltal információvesztés lép fel.

Érdemes megjegyezni, hogy jelprocesszoroknál a gyártók ugyan a memória bitszélességét szokták feltüntetni bitszámként, azonban rendelkeznek ennél nagyobb pontosságú regiszterrel is, az akkumulátorral. Az akkumulátor szélessége legalább kétszer akkora, mint a memóriáé, így a regiszter szélességű szorzások eredményei biztosan adatvesztés nélkül belefférnek. Kerekítés csak akkor lép fel, amikor az akkumulátor tartalmát a memóriába írjuk. Fontos még megjegyezni, hogy az akkumulátor értékét közvetlenül nem lehet szorozni, azt előbb ki kell írni egy memória szélességű regiszterbe.

Látható, hogy a jel ilyen jellegű kvantálása egy determinisztikus, nemlineáris művelet. Ha a jelünk lényegesen nagyobb a kvantálási küszöbnél, akkor felírhatunk egy sztochasztikai modellt a kerekítésre. Ez az additív zaj modell [12].



1.2. ábra. *Additív zaj modell*

Kvantálásnál a kvantálási küszöb szintjének fele ($\frac{q}{2}$) a legnagyobb hiba, ami előfordulhat. A zajmodellben úgy tekintjük, hogy a kerekítési pontban a $(-\frac{q}{2}; +\frac{q}{2})$ tartományon egyenletes eloszlású, a jellel korrelálatlan fehér zajt adunk a jelhez, melynek várható értéke és szórásnégyzete [12]:

$$\mu = 0 \tag{1.2}$$

$$\sigma^2 = \frac{q^2}{12}. \tag{1.3}$$

Ilyen módon definiálva a hozzáadott zaj szórásnégyzete megegyezik a spektrális sűrűségfüggvényével. Ezt egy adott frekvenciatartományra integrálva (összegezve) kiadódik a tartomány zajteljesítménye.

Megjegyzendő, hogy ha a kvantálási ponton becsatolódó zaj áthalad a szűrő egy részén, akkor megváltozik a spektruma, így a kimeneten már színes zaj lesz. Ha kvantálás több helyen is fellép egy szűrőben, akkor ezeket független zajként összegezhetjük [4].

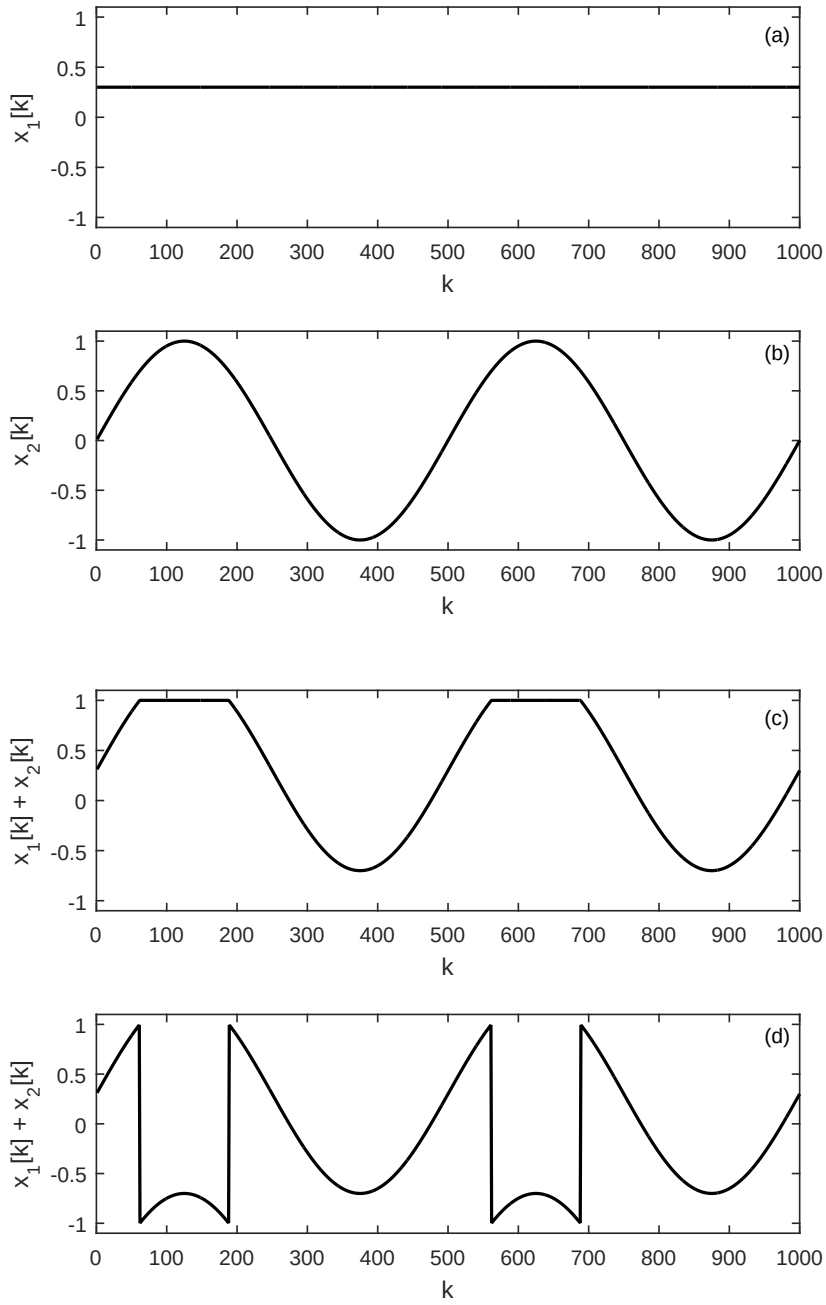
1.5. Túlcsordulás

Két, B bites szám összeadásakor az eredmény is B bites lesz. Információt tehát ideális esetben nem vesztünk. Speciális esetként azonban előfordulhat, hogy az összeg kilóg a $[-2^K,2^K)$ közötti számábrázolási tartományból. Ebben az esetben két megoldás közül választhatunk: telítés, vagy túlcsordulás.

Telítéses aritmetikát gyakran alkalmaznak jelprocesszorokban. Attól függően, hogy az összeg melyik irányba lépi túl a számábrázolás tartományát, a legnagyobb, vagy a legkisebb ábrázolható szám lesz az eredmény. Erre mutat példát az 1.3. ábra: az összeadandó jelek közül mindegyik elfér a $[-1;+1)$ számábrázolási tartományban, de az összeg már nem, így telítés, vagy túlcsordulás következik be.

Általános mikrovezérlőknél nem mindig áll rendelkezésre telítéses aritmetika. A kettes komplemens számábrázolás miatt túlcsordulásnál előfordulhat, hogy noha az összeadandó számok mind pozitívak, az eredmény mégis negatív lesz. Ez egy nagyon éles ugrást eredményez a jelben (ld. 1.3.*(d)*. ábra), IIR szűrőkben ráadásul még oszcillációt is okozhat a kimenet visszacsatolása miatt.

Látható, hogy az összeadáskor fellépő túlcsordulás vagy telítődés egy nemlineáris hatás, amit audio szűrőknél mindenképpen el kell kerülni. Erre egy módszer lehet a bemenőjel leosztása, és a kimenet felszorzása, így az átvitel nem változik. Megjegyzendő, hogy a leosztás mértéke szűrőstruktúránként más-más lehet, és a kimeneti felskálázás a kvantálási zaj teljesítményét is megnöveli.



1.3. ábra. *Példa. (a)–(b): Két összeadandó jel $K = 0$ fixpont elhelyezés mellett, (c): összeg telítéssel, (d): összeg túlcsordulással*

2. fejezet

Szűrőstruktúrák

Audio alkalmazásokban több szűrőtípust is alkalmaznak. Gyakran használnak FIR szűrőt az egyszerűsége miatt, ám nem ez az egyetlen típus. IIR szűrőknél a hagyományos direkt realizáción kívül használatosak a warpolt szűrők is.

Végtelen impulzusválaszú rendszerek megvalósítására több megoldás is létezik. A racionális törtfüggvény alakú átvitel esetén adja magát, hogy direkt formban realizáljuk a szűrőt, ám nem csak ez az egyedüli megvalósítási módszer. Kvantálási jelenségek szempontjából ugyanis előnyösebbek lehetnek más struktúrák. Ebben a fejezetben ismertetem a későbbiekben vizsgált szűrőstruktúrákat.

Általános jelfeldolgozási területen nem annyira ismertek a warpolt szűrők, audio alkalmazásokban viszont gyakoriak. A fejezetben ezért bemutatom a tervezésüket és a speciális warpolt struktúrákat is.

2.1. Warpolt szűrők

Audio területen gyakori követelmény, hogy szűrőtervezéskor a specifikációt logaritmikus frekvenciatengely mellett értelmezzük, mivel az emberi hallás felbontása is közel logaritmikus [6]. Az ilyen, nemlineáris frekvenciatengely mentén történő szűrőtervezés általános lépései a lineáris frekvenciafelbontású specifikáció transzformálása, hagyományos módszerrel történő szűrőtervezés, majd a szűrő visszatranszformálása és megvalósítása.

A specifikáció frekvenciatengelyének transzformálására egyik, gyakran használt eljárás a warpolás. A módszer alapja, hogy az egységnyi késleltetést olyan taggal helyettesítjük, amely fázistolása függ a frekvenciától. Az egyes frekvenciakomponensek amplitúdójának változatlansága érdekében kézenfekvő, hogy erre a célra mindentáteresztő tagot használjunk [6]:

$$\Theta_\lambda(z^{-1}) = \frac{z^{-1} - \lambda}{1 - \lambda \cdot z^{-1}}, \tag{2.1}$$

ahol $-1 < \lambda < 1$. A λ paramétert warpolási tényezőnek nevezzük. A $z^{-1} \to \Theta_\lambda(z^{-1})$ helyettesítéssel megvalósított transzformáció az egységkört az egységkörre képezi le és

igaz rá, hogy inverz transzformációja:

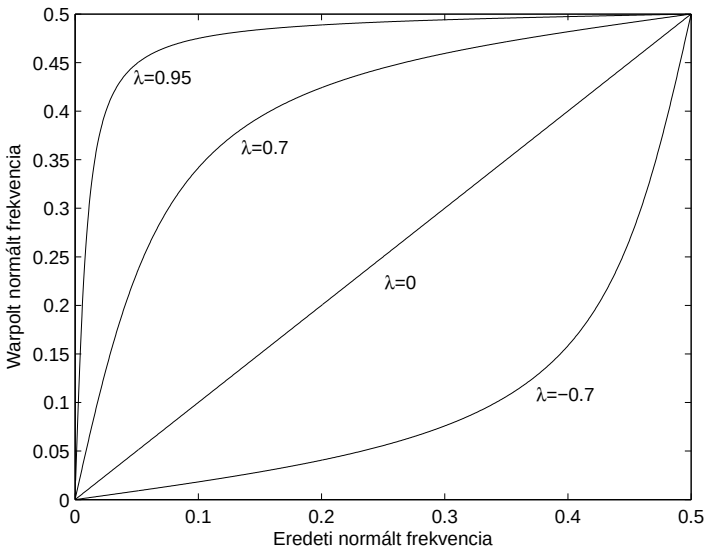
$$\Theta_\lambda^{-1}(z^{-1}) = \Theta_{-\lambda}(z^{-1}). \tag{2.2}$$

Warpolással tetszőleges jelet lehet transzformálni: a jel Z-transzformáltját eltolt Dirac-impulzusok lineáris kombinációjaként felírva, a z^k hatványok helyére pedig $\Theta_\lambda(z^k)$-t behelyettesítve megkapjuk a warpolt jel Z-transzformáltját [6]. Gyakorlatilag ez azzal ekvivalens, hogy felírunk egy FIR szűrőt, melynek együtthatói (és ezzel impulzusválasza) a transzformálni kívánt jel. A szűrő késleltetéseit ezután kicseréljük λ paraméterű mindentáteresztő tagokra. A warpolt jel ennek a struktúrának az impulzusválaszaként adódik.

A warpolt jelek Z-transzformációjából levezethető a transzformáció frekvencialeképezése [6]:

$$\omega' = \arctan \frac{(1-\lambda^2)\sin(\omega)}{(1+\lambda^2)\cos(\omega) - 2\lambda}, \tag{2.3}$$

ahol ω az eredeti, ω' a warpolt frekvencia és λ a warpolási tényező. Ennek a képletnek a kiértékelése látható a 2.1. ábrán különböző λ értékekre.



2.1. ábra. *Warpolás hatása a frekvenciatartományban (normálás f_s-sel)*

Belátható, hogy ha egy FIR/IIR szűrő átvitele $H(z)$, akkor a késleltetések mindentáteresztő tagokra cserélésével az új átvitel $H(\Theta(z))$ lesz. A transzformáció megőrzi a fokszámot, amennyiben a pólusok és a zérusok száma megegyezik. Ilyenkor az új pólusok és zérusok a

$$\tilde{p}_i = \Theta(z)|_{z=p_i}\,, \qquad \tilde{s}_i = \Theta(z)|_{z=s_i} \tag{2.4}$$

képletek szerint állnak elő [13]. Érdemes megjegyezni, hogy a WFIR struktúrának a pólusai nem a nullában lesznek, ezáltal az impulzusválasza nem lesz véges idejű [14].

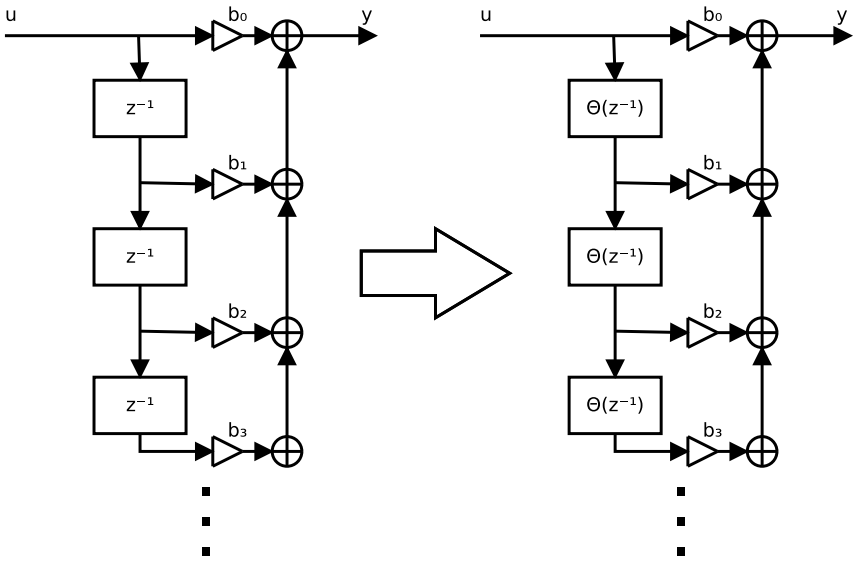
2.1.1. Tervezés

A warpolt szűrők tervezésekor első lépésében $-\lambda$-val kell transzformálni a specifikációt. Ez egyébként megfelel a warpolás inverz transzformációjának. Az így létrejött warpolt átvitelre kell alkalmazni a hagyományos tervezési algoritmusokat (pl. Prony módszer). A kiadódó értékek lesznek a warpolt szűrő együtthatói, amiket közvetlenül az ebben a fejezetben bemutatott speciális warpolt struktúrákban használhatunk fel, de lehetséges az együtthatók visszatranszformálása után hagyományos direkt realizációjú IIR struktúrával is megvalósítani a szűrőt.

A tervezés másik iránya is járható, miszerint egy korábban megtervezett IIR szűrőt is transzformálhatunk: a warpolt szűrő kívánt pólusait és zérusait a (2.4). képlet szerint állíthatjuk elő. Ennek a módszernek létjogosultsága akkor van, ha adott pólusokat és zérusokat szeretnénk speciális warpolt struktúrában megvalósítani.

Fontos megjegyezni, hogy noha célszerűnek tűnik a warpolt szűrők direkt formban történő megvalósítása, a gyakorlatban a számábrázolás pontatlansága miatt nem mindig eredményez működő szűrőt: tipikusan 20-as fokszám fölött már dupla pontosságú lebegőpontos számábrázolásnál is instabillá válik a szűrő [6]. A problémát másodfokú tagokra bontással lehet elkerülni, ebben az esetben még a warpolt frekvenciatartományban kell elvégezni a szűrő felbontását, majd az egyes tagoknál külön-külön kell elvégezni a transzformációt [15].

2.1.2. WFIR közvetlen realizáció



2.2. ábra. *WFIR szűrő származtatása FIR-ből*

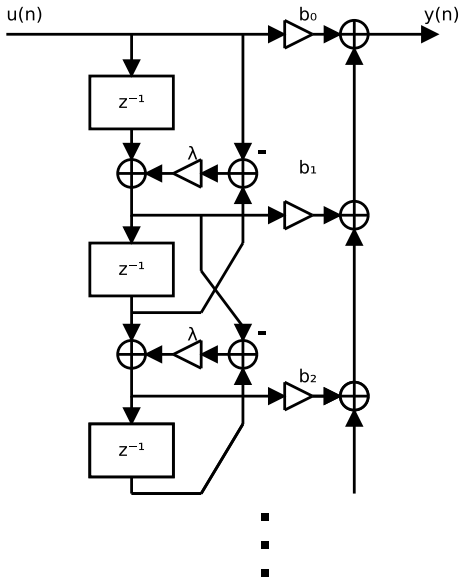
Legegyszerűbb struktúrájú warpolt szűrő. Származtatása a FIR direkt realizációjából történik mindentáteresztő tagok behelyettesítésével (2.2. ábra). Implementációja a 2.3. ábrán található. Látható, hogy ebben a struktúrában vannak visszacsatolások is, ezért az impulzusválasz már nem lesz időben véges. Belátható, hogy egy N-ed fokú WFIR szűrőnek N db pólusa van λ-ban.

Vegyük észre, hogy egy jel warpolását elvégző mindentáteresztő-lánc (ld. korábban)

tulajdonképpen egy WFIR szűrő, a transzformált jel pedig ennek impulzusválasza.

A WFIR szűrő létjogosultsága elsősorban a tervező algoritmusok robusztusságában keresendő: tulajdonképpen FIR szűrőt kell tervezni a warpolt frekvenciatartományban [6].

A későbbiekben ezt a struktúrát nem fogom vizsgálni: a pólusainak elhelyezkedése nem tetszőleges (definíció szerint λ-ban vannak), ugyanakkor számításigény szempontjából összemérhető a warpolt IIR-rel.



2.3. ábra. *WFIR közvetlen realizáció*

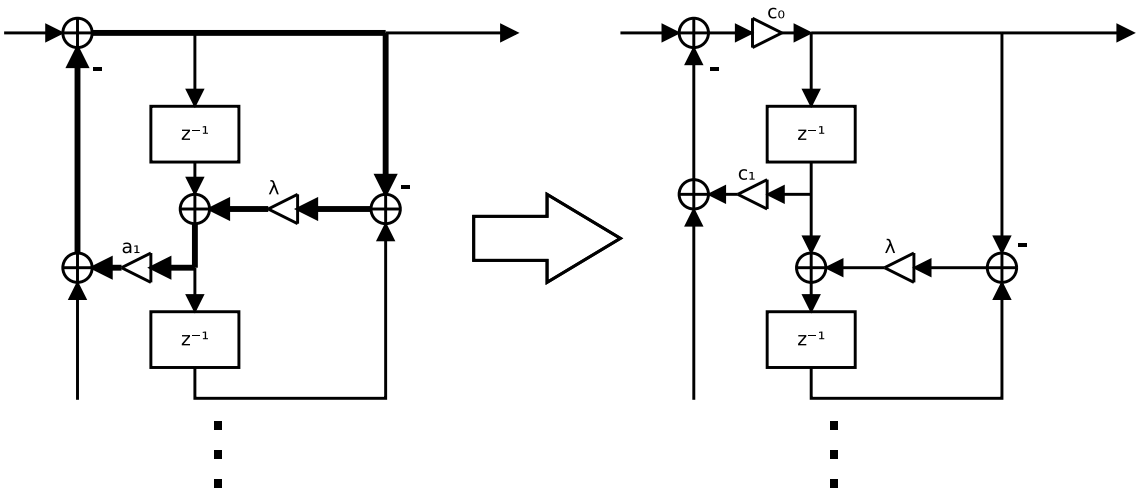
2.1.3. WIIR közvetlen realizáció

A warpolt IIR szűrő esetén nem működik az egyszerű behelyettesítéses módszer: késleltetésmentes hurok alakul ki a visszacsatoló ág miatt (ld. 2.4. ábra bal oldala). A probléma megoldásaként módosítani kell a struktúrát: erre Steiglitz adott egy egyszerű módszert [16], amivel a WIIR szűrő első késleltetőjét egy elsőfokú aluláteresztőre cserélve a többi késleltetőnél behelyettesíthető a mindentáteresztő tag.

A hurokmentesítésre alternatív megoldást Karjalainen adott [17]: az ő megoldása megőrzi az összes mindentáteresztőt. A javasolt módosított struktúra a 2.4. ábrán látható. Az új szűrőegyüttható́kat a 2.1. algoritmussal számíthatjuk, ahol N jelöli a fokszámot, a_i az i-edik együttható a visszacsatoló ágban, λ a warpolási tényező, C_i az új szűrőegyüttható́, S_i pedig ideiglenes változó.

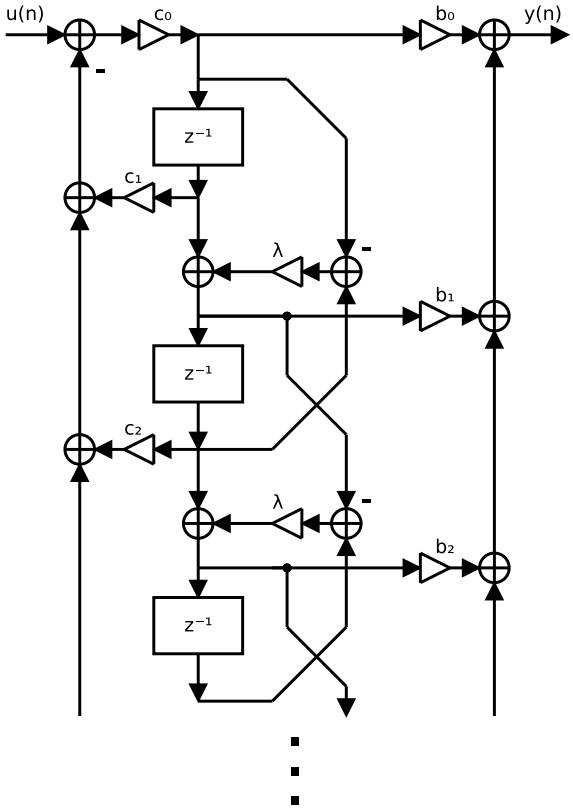
$C_{N+1} = \lambda a_N$
$S_N = a_N$
for $i = N \ldots 2$ **do**
  $S_{i-1} = a_{i-1} - \lambda S_i$
  $C_i = \lambda S_{i-1} + S_i$
end
$C_1 = S_1$
$C_0 = 1 - \lambda S_1$

2.1. algoritmus: Hurokmentesített WIIR együtthatóinak kiszámítása



2.4. ábra. *Balra: WIIR közvetlen realizációban fellépő késleltetésmentes hurok Jobbra: hurokmentesített verzió*

Az így létrehozott struktúra nagyon hasonlít a WFIR közvetlen realizációjához, ám azzal ellentétben tetszőleges helyen lehetnek pólusai. Számításigényben nem túl nagy a különbség a két struktúra között, ezért ahol más nem indokolja, WIIR szűrőt célszerű alkalmazni.



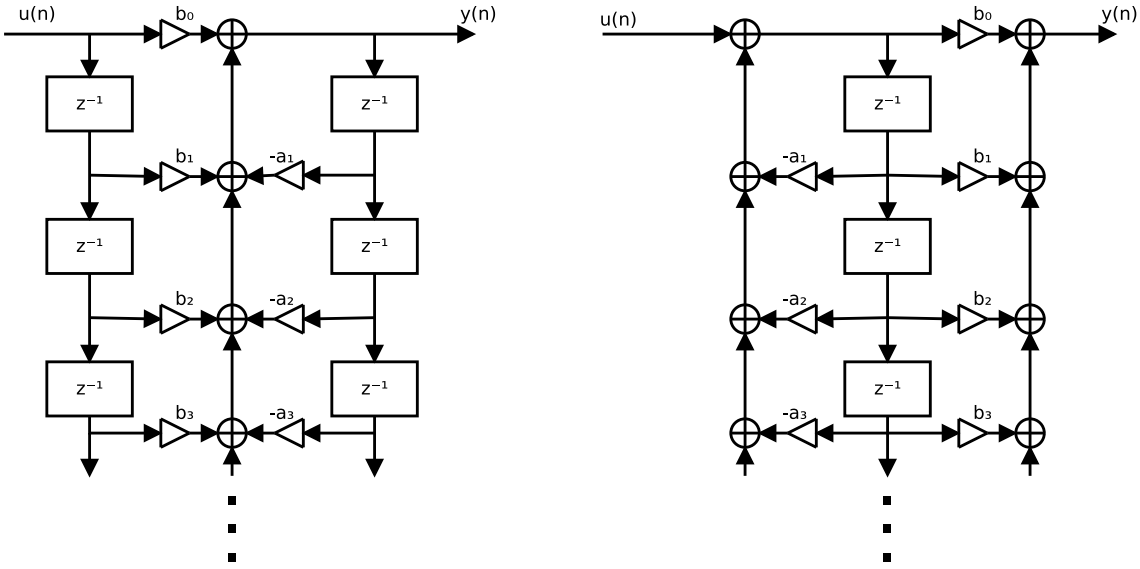
2.5. ábra. *WIIR módosított közvetlen realizáció*

2.2. IIR direkt form megvalósítás

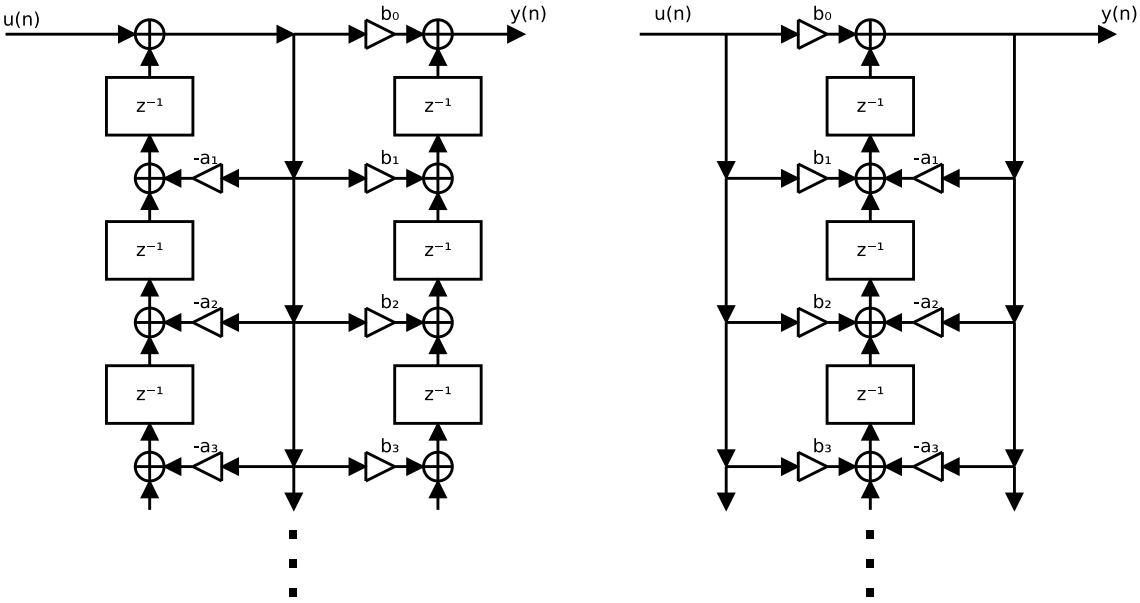
IIR szűrőt leggyakrabban direkt realizációban szokás megvalósítani. Ezek átviteli függvénye racionális törtfüggvény alakú:

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^{N} b_k \cdot z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^{N} a_k \cdot z^{-k}}, \tag{2.5}$$

A képletben szereplő b_k és a_k paramétereket szűrőegyütthatóként felhasználva a 2.6. és 2.7.ábrák szerinti struktúrákat valósíthatjuk meg.



2.6. ábra. *Balra: Direkt form I, jobbra: Direkt form II*



2.7. ábra. *Balra: DF-I transzponált, jobbra: DF-II transzponált*

A direkt form realizációjú szűrők közös tulajdonsága, hogy minél nagyobb fokszá-

mú a megvalósítani kívánt szűrő, az együtthatók annál érzékenyebbek lesznek a számábrázolásra [11]. Kedvezőbb esetben az átvitel csak kisebb-nagyobb mértékben fog eltérni a kívánttól, szélsőséges esetben azonban a szűrő instabillá válhat.

2.3. Soros és párhuzamos realizáció

A direkt form megvalósítású szűrőknél a fokszám növelésével egyre nagyobb problémát jelent az együtthatók ábrázolása (ld. 1.1. ábra) [11], így az átvitel eltérhet a kívánttól.

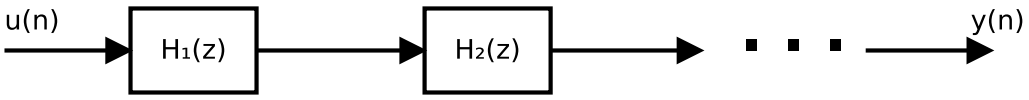
A problémára megoldást jelenthet, ha a szűrőt felbontjuk több, kisebb fokszámú tagra, majd ezeket kapcsoljuk sorosan, illetve párhuzamosan. Mivel a fokszám növelésével egyre érzékenyebbek lesznek a szűrők az együtthatóik pontosságára, kézenfekvő, hogy minél kisebb tagokat alkossunk.

Soros realizációjú szűrőknél az eredő átvitel ($H(z)$) az egyes tagok átviteli függvényének szorzataként áll elő. Amennyiben egy tagnak M db pólusa és zérusa lehet, akkor:

$$H(z) = \prod_{i=1}^{\lceil N/M \rceil} H_i(z), \tag{2.6}$$

$$H_i(z) = \frac{\prod_{k=1}^{M}(z - z_{i,k})}{\prod_{k=1}^{M}(z - p_{i,k})}, \tag{2.7}$$

ahol $H_i(z)$ az i-edik tag átviteli függvénye, $z_{i,k}$ és $p_{i,k}$ pedig a tag zérusai és pólusai.



2.8. ábra. *Soros topológiájú szűrő*

A pólusok és zérusok ismeretében ilyen módon könnyen előállítható a kívánt átvitel még akkor is, ha a megvalósítandó szűrőnek egynél nagyobb fokszámú pólusai, illetve zérusai vannak. Látható továbbá, hogy a módszerrel tetszőleges egész fokszámú tagokra bontható az átviteli függvény.

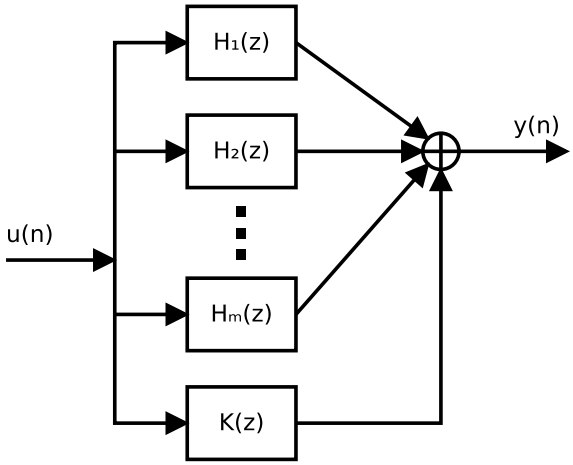
Más a helyzet a párhuzamos realizációnál. Amikor az átviteli függvényt felbontjuk racionális törtfüggvények összegére, az egyes nevezők fokszáma legalább akkora lesz, mint a legnagyobb multiplicitású pólus fokszáma. Ebből látható, hogy nem célszerű olyan szűrőt párhuzamos struktúrájúvá alakítani, amiben kettőnél nagyobb multiplicitású pólus található.

A tagok számlálója a résztörtekre bontás eredményeként eggyel kisebb fokszámúak lesznek, mint a nevezőjük. Azaz például másodfokú tagokra bontásnál az egyes tagoknak valós zérusaik lesznek:

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^{N} b_k \cdot z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^{N} a_k \cdot z^{-k}} = \sum_{i=1}^{\lceil N/2 \rceil} \frac{c_{0,i} + c_{1,i} \cdot z^{-1}}{1 + d_{1,i} \cdot z^{-1} + d_{2,i} \cdot z^{-2}} + K(z) = \sum_{i=1}^{\lceil N/2 \rceil} H_i(z) + K(z). \tag{2.8}$$

Az egyenletben szereplő $K(z)$ egy maradék FIR tag, ami azonos fokszámú számláló és

nevező esetén csupán egy szorzótényező lesz.



2.9. ábra. *Párhuzamos topológiájú szűrő*

2.4. Másodfokú tagok

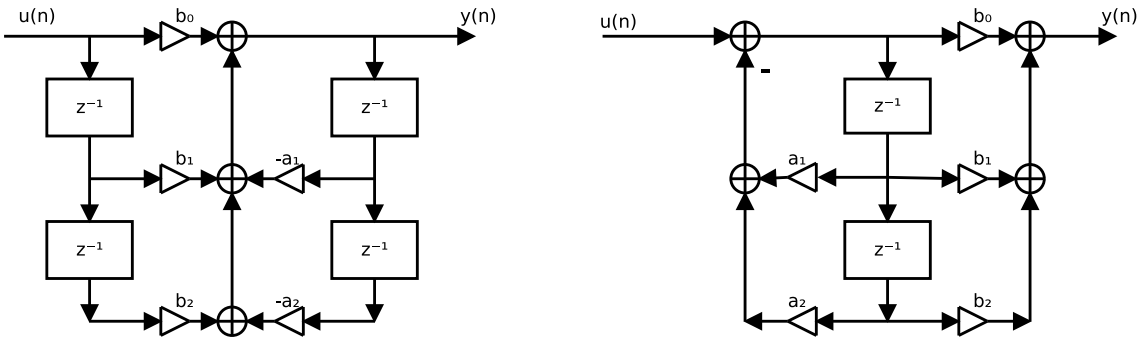
Valós szűrőegyüttható́knál konjugált komplex pólus-és zéruspárt legalább másodfokú tagban lehet realizálni. Az idők során több, különböző struktúrát alkottak meg másodfokú tagok implementálására, a fejezet további részében ezeket mutatom be.

2.4.1. Másodfokú direkt form

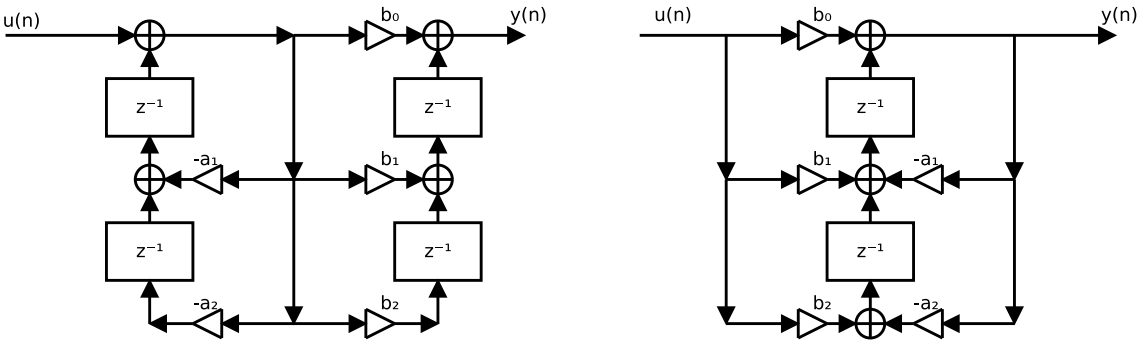
Másodfokú tagot legegyszerűbben direkt form struktúrában lehet megvalósítani. Az egyes tagok egységes átviteli függvénye:

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}. \tag{2.9}$$

A másodfokú direkt form realizációkat mutatják a 2.10–2.11. ábrák. A tagok közül a direkt form I és II a legkisebb számításigényűek DSP-n, mivel képesek kihasználni az architektúra speciális felépítését (MAC utasítások, cirkuláris címzés).



2.10. ábra. *Balra: Direkt form I, jobbra: Direkt form II*



2.11. ábra. *Balra: DF-I transzponált, jobbra: DF-II transzponált*

A szűrőegyüttható és a konjugált komplex póluspár elhelyezkedésének kapcsolata:

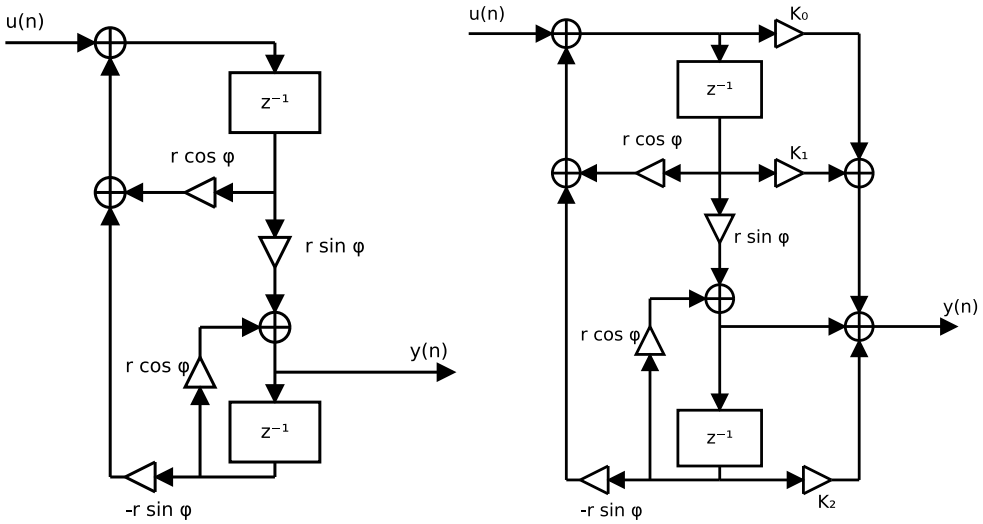
$$a_1 = -2 \cdot r_{\text{pólus}} \cdot \cos\varphi, \tag{2.10}$$

$$a_2 = r^2_{\text{pólus}}, \tag{2.11}$$

ahol $r_{\text{pólus}}$ a pólushossz, φ pedig a pólus szöge a komplex síkon.

2.4.2. Gold & Rader másodfokú tag

Gold és Rader 1967-os cikkükben [9] egy olyan szűrőstruktúrát vázolnak fel, amely kedvező kvantálási jelenségekkel rendelkezik. A cikk nem tárgyalta a tag zérusait, így a struktúrát bővítenem kellett (2.12. ábra).



2.12. ábra. *Balra: Gold és Rader eredeti cikkében szereplő tag, Jobbra: zérusokkal kiegészített tag*

A kiegészített tag átviteli függvénye:

$$H(z) = \frac{K_0 + (r\sin\varphi + K_1 - K_0 r\cos\varphi)z^{-1} + (K_2 r\sin\varphi - K_1 r\cos\varphi)z^{-2}}{1 - 2r\cos\varphi z^{-1} + r^2 z^{-2}} \tag{2.12}$$

ahol r és φ a pólus hossza és szöge a komplex számsíkon.

Ha az egyes szűrőegyütthatókat egy másodfokú direkt form tag átviteléből

(ld. (2.9). képlet) származtatjuk, akkor:

$$K_0 = b_0, \tag{2.13}$$

$$K_1 = b_1 + b_0 r \cos\varphi - r \sin\varphi, \tag{2.14}$$

$$K_2 = \frac{b_2 + b_1 r \cos\varphi + b_0 (r \cos\varphi)^2}{r \sin\varphi} - r \cos\varphi, \tag{2.15}$$

ahol r a konjugált komplex pólus hossza és φ a szöge. Ezeket a direkt form tag képletéből a következőképpen számolhatjuk:

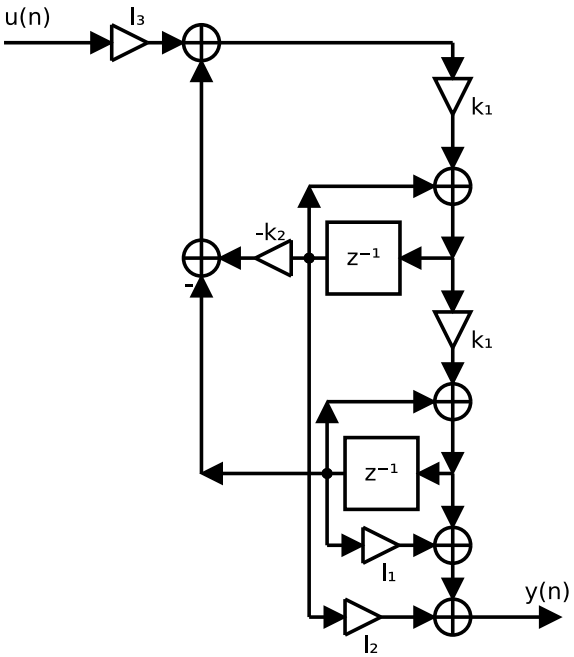
$$r = \sqrt{a_2} \tag{2.16}$$

$$\varphi = \arccos\left(\frac{-a_1}{2\sqrt{a_2}}\right). \tag{2.17}$$

A 2.12. ábrából is látható, hogy ezzel a struktúrával csak és kizárólag konjugált komplex póluspárt tartalmazó tagot lehet implementálni. A $\sin\varphi$ ugyanis valós pólusoknál nullával egyenlő, ez pedig mind tervezési időben (K_2 számításakor), mind pedig futási időben (ha nincsenek zérusok: azonosan nulla kimenet a bővítetlen struktúránál) gondot okoz.

2.4.3. Kingsbury másodfokú tag

Kingsbury célja a struktúra megalkotásakor az volt, hogy olyan másodfokú tagot hozzon létre, amely egységkörhöz közeli pólusok esetén minél kevésbé legyen érzékeny az együtthatók kerekítésére [8]. Audio célú alkalmazásoknál gyakori, hogy a pólus hossza megközelíti az 1-et, így érdemes megvizsgálni ezt a struktúrát is. A tag blokkvázlata a 2.13. ábrán látható.



2.13. ábra. *Kingsbury cikkében szereplő tag*

A tag átviteli függvénye:

$$H(z) = \frac{l_3 k_1^2 + l_3 k_1^2 (l_1 + l_2) z^{-1} + l_1 l_2 l_3 k_1^2 z^{-2}}{1 - (k_1 k_2 + k_1^2 - 2) z^{-1} + (1 - k_1 k_2) z^{-2}} \tag{2.18}$$

Az egyes szűrőegyütthatók egy másodfokú direkt form tag átviteléből származtatva:

$$k_1 = \sqrt{1 + a_1 + a_2} \tag{2.19}$$

$$k_2 = \frac{1 - a_2}{k_1} \tag{2.20}$$

$$l_1 = \frac{b_1 + b_2}{b_0} \tag{2.21}$$

$$l_2 = -\frac{b_2}{b_0} k_1 \tag{2.22}$$

$$l_3 = \frac{b_0}{k_1^2} \tag{2.23}$$

Felmerül a kérdés, hogy milyen megkötések vannak a pólusok és zérusok elhelyezkedésére, ugyanis k_1-gyel és b_0-val is osztunk. A b_0-ra vonatkozó korlátozás egyszerű: nem lehet nulla, azaz a másodfokú taggal nem implementálhatunk olyan szűrőt, aminek egy ütemnyi késleltetése van egyetlen valós zérus mellett.

A (2.10)-(2.11). képletek k_1 képletébe behelyettesítésével az alábbi kifejezéshez jutunk:

$$k_1 = \sqrt{1 - 2r\cos\varphi + r^2}. \tag{2.24}$$

Figyelembe véve, hogy k_1 valós, az alábbi kritériumot támaszthatjuk a pólussal szemben:

$$1 - 2r\cos\varphi + r^2 > 0. \tag{2.25}$$

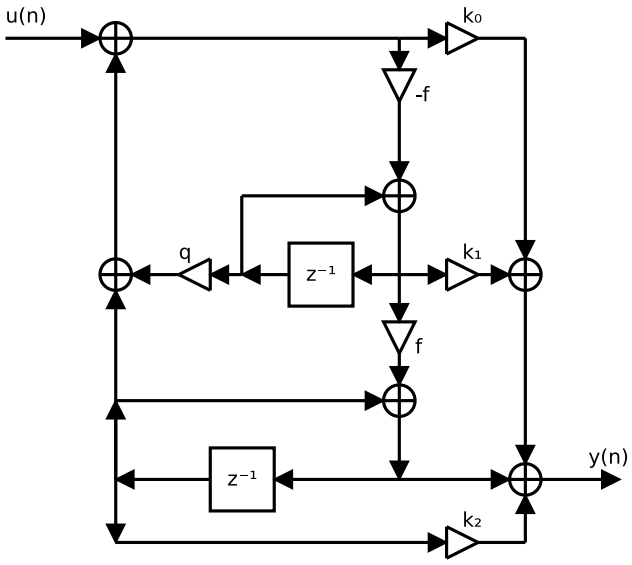
A képlet elemzéséből arra a konklúzióra juthatunk, hogy a Kingsbury-féle másodfokú tagnak nem lehet -1-ben pólusa.

2.4.4. Chamberlin másodfokú tag

Chamberlin könyve [18] említ egy, az együtthatók kvantálására kevésbé érzékeny struktúrát. Az általa leírt megvalósítás a pólusok szempontjából ekvivalens a Kingsbury-féle struktúrával, a különbség a zérusok megvalósításában van. A tag blokkvázlata a 2.14. ábrán látható.

A tag átviteli függvénye:

$$H(z) = \frac{(k_0 - f^2 - f k_1) - (2k_0 - f k_1 + f^2 k_2) z^{-1} + k_0 z^{-2}}{1 - (2 - fq - f^2) z^{-1} + (1 - fq) z^{-2}} \tag{2.26}$$



2.14. ábra. *Chamberlin könyvében szereplő tag*

Az egyes szűrőegyütthatók a direkt form tag átviteléből származtatva:

$$f = \sqrt{1 + a_1 + a_2} \tag{2.27}$$

$$q = \frac{1 - a_2}{f} \tag{2.28}$$

$$k_0 = b_2 \tag{2.29}$$

$$k_1 = \frac{b_2 - b_0}{f} - f \tag{2.30}$$

$$k_2 = -\frac{b_0 + b_1 + b_2}{f^2} - 1 \tag{2.31}$$

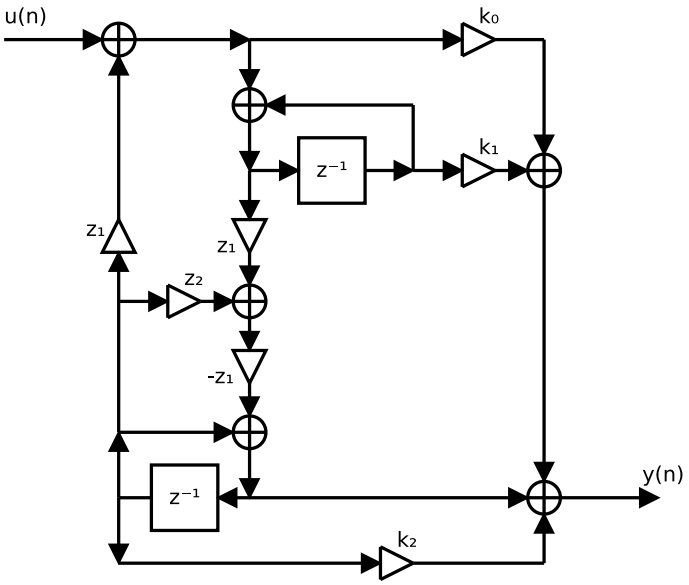
Vegyük észre, hogy f és q értéke megegyezik a Kingsbury-féle struktúra k_1 és k_2 paramétereivel. Az átvitelre tehát hasonló megállapítást tehetünk: a kívánt átvitelnek nem lehetnek -1-ben pólusai.

2.4.5. Zölzer másodfokú tag

Zölzer több munkájában is [19, 10, 5] ismertet egy általa kifejezetten audio célokra kidolgozott másodfokú tagot. A struktúra az együttható-kerekítésre kisfrekvenciákon kevésbé érzékeny, valamint ugyanitt alacsony a numerikus zaja. A tag blokkvázlata a 2.15. ábrán látható.

A tag átviteli függvénye:

$$H(z) = \frac{(k_0 - z_1^2) + (k_1 - 2k_0 + k_0 z_1 z_2 - k_2 z_1^2)z^{-1} + (k_0 - k_0 z_1 z_2 - k1 + k_1 z_1 z_2)z^{-2}}{1 + (z_1^3 + z_1 z_2 - 2)z^{-1} + (1 - z_1 z_2)z^{-2}} \tag{2.32}$$



2.15. ábra. *Zölzer-féle másodfokú tag*

A szűrőegyütthatók a direkt form átviteléből származtatva:

$$z_1 = \sqrt[3]{1 + a_1 + a_2} \tag{2.33}$$

$$z_2 = \frac{1 - a_2}{\sqrt[3]{1 + a_1 + a_2}} \tag{2.34}$$

$$k_0 = b_0 + z_1^2 \tag{2.35}$$

$$k_1 = b_0 + z_1^2 - \frac{b_2}{a_2} \tag{2.36}$$

$$k_2 = \frac{-b_2 - b_1 a_2 - b_0 a_2^2}{a_2 z_1^2} \tag{2.37}$$

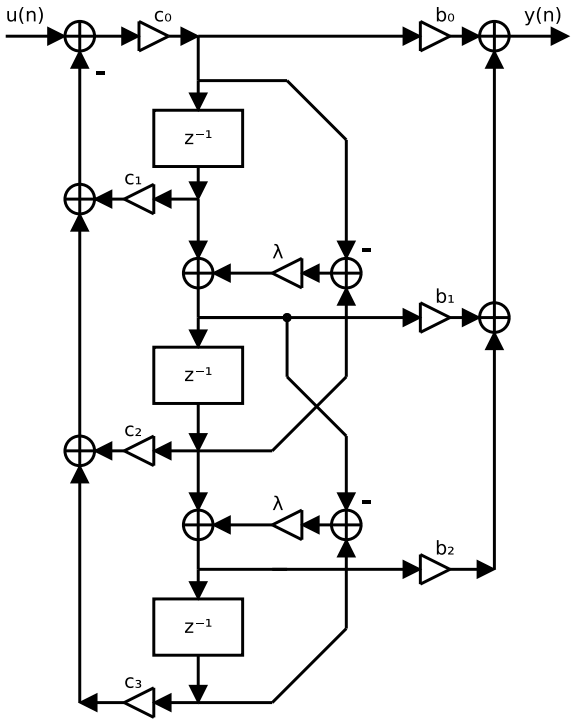
$$\tag{2.38}$$

Belátható, hogy ennél a tagnál is vannak megkötések: z_1 és a_2 nem lehetnek nullák. Az $a_2 \neq 0$ feltételből következik, hogy a tagnak nem lehet nullában pólusa (ld. (2.11). képlet). A z_1-re vonatkozó megkötésből levezethető, hogy a Zölzer-féle másodfokú tagnak sem lehet -1-ben pólusa.

2.4.6. WIIR

Warpolt IIR szűrőből is képezhetünk másodfokú tagot. Az együtthatók meghatározásánál a warpolási tényező (λ) szabad paraméterként megválasztható marad.

Amennyiben adott egy megvalósítandó átvitel a (2.9). képlet szerinti formában, akkor a warpolt szűrő együtthatóit úgy kapjuk meg, hogy kiszámoljuk a transzformált frekven-



2.16. ábra. *WIIR másodfokú tag*

ciatartományban a szűrőegyütthatókat:

$$b_0' = \frac{b_0 + b_1\lambda + b_2\lambda^2}{1 + a_1\lambda + a_2\lambda^2}, \tag{2.39}$$

$$b_1' = \frac{b_1 + 2b_0\lambda + 2b_2\lambda + b_1\lambda^2}{1 + a_1\lambda + a_2\lambda^2}, \tag{2.40}$$

$$b_2' = \frac{b_2 + b_1\lambda + b_0\lambda^2}{1 + a_1\lambda + a_2\lambda^2} \tag{2.41}$$

$$a_1' = \frac{a_1 + 2\lambda + 2a_2\lambda + a_1\lambda^2}{1 + a_1\lambda + a_2\lambda^2}, \tag{2.42}$$

$$a_2' = \frac{a_2 + a_1\lambda + \lambda^2}{1 + a_1\lambda + a_2\lambda^2}. \tag{2.43}$$

A vesszővel jelölt warpolt szűrőegyütthatókon végrehajtva a c_i együtthatókat kiszámoló 2.1. algoritmust (17. oldal) megkapjuk a másodfokú WIIR szűrő paramétereit.

A tervezés során a λ warpolási tényező szabad változóként van jelen. Helyes megválasztásával optimalizálható a szűrőegyütthatók nagyságrendje, valamint a vizsgálatoknál látni fogjuk, hogy a numerikus zaj teljesítményére is hatással van.

3. fejezet

Vizsgálati módszer

3.1. Processzormodell

Ahhoz, hogy meg tudjuk határozni a kvantálási pontokat és a számítási igényt, szükség van egy egyszerűsített processzormodellre.

A nagyteljesítményű mikrovezérlők és a fixpontos DSP-k közös jellemzője a MAC (multiply and accumulate) művelet megléte. Ez egy olyan SIMD utasítás, melynél a két bemeneti érték szorzata hozzáadódik az akkumulátorhoz, ami jelprocesszoroknál egy külön entitás, mikrovezérlőknél pedig két regiszter összekapcsolásával jön létre. Mindkét esetben elmondható viszont, hogy az akkumulátor bitszélessége legalább kétszerese a regisztereké-nek, és további szorzást közvetlenül nem lehet végrehajtani rajta.

Fontos megjegyezni, hogy a memória kezelése különbözik a mikrovezérlőknél és a jelprocesszoroknál. Annak érdekében, hogy az egyes struktúrák mégis összehasonlíthatóak legyenek számításigényben, külön memóriakezelő (Load-Store) utasításokat definiálok, melyek egy-egy konkrét processzoron lehet, hogy több utasításból valósíthatók meg, de az is lehet, hogy beépíthetők más utasításokba (pl. DSP-nél MAC automata inkrementálással és címzéssel). A definícióból következik, hogy a processzormodellen implementált szűrők számításigénye nem feltétlenül egyezik meg egy valós processzoron megvalósított szűrőével, de a becslés még mindig sokkal jobb, mint az irodalomban általánosan használt szorzások és összeadások száma.

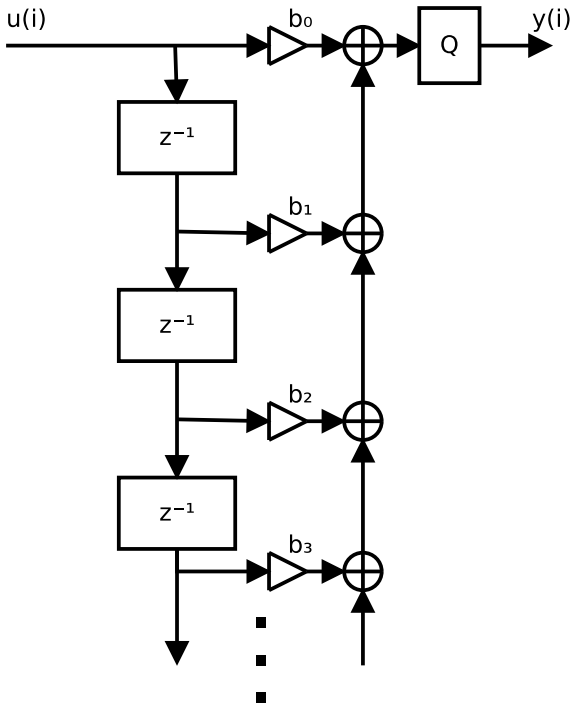
Utasítás	Végrehajtott művelet
ADD A, B, C	$A = B + C$
SUB A, B, C	$A = B - C$
MUL A, B, C	$A = B \cdot C$
MAC Acc, B, C	$Acc = Acc + B \cdot C$
CLR Acc	$Acc = 0$
MOV B, Acc	$B = Acc$
LOAD $A, < mem >$	A betöltése memóriából
STORE $A, < mem >$	A kiírása memóriába

3.1. táblázat. *Modell processzor utasításkészlet*

Az utasításoknál nagybetűkkel jelölöm a processzor regisztereit. Az *Acc* jelölés az akku-

mulátort jelenti, amit az egyszerűség kedvéért külön entitásnak tekintek. Akkumulátorból kerekítéssel regiszter méretű adatot kivenni a MOV utasítással, tartalmat törölni a CLR utasítással lehet.

A ciklusok szervezését nem vizsgálom. Az egyes szűrőknél csak a tényleges jelfeldolgozást végző algoritmust jelölöm, ehhez pedig a 3.1. táblázatban szereplő utasításokat használom. Egy példát mutat be a 2. algoritmus, ahol egy FIR szűrőt implementáltam. A fejezetben csak a számításigényhez szükséges utasításszámot adom meg, a részletes implementációkat a függelékben helyeztem el.



3.1. ábra. *FIR szűrő*

```
for n = 0...mintaszám do
    CLR Acc
    for i = 0...N do
        LOAD B, b[i]
        LOAD C, x[i] /* x[0] a bemenet*/
        MAC Acc, B, C
    end
    MOV A, Acc
    STORE A, y[n]
end
```

3.1. algoritmus: Példa: N-ed fokú FIR szűrő implementációja a processzormodellen.

3.2. A mérés módja

Vizsgálataim során arra keresem a választ, hogy másodfokú tagok soros, vagy párhuzamos kapcsolása esetén hogyan lehet csökkenteni a numerikus zajt. Ehhez az egyes tagok zaj-

spektrumát vizsgálom, ha ugyanis sikerül adott pólus-zérus elrendezésnél minimális zajú tagot találni, akkor az egyes tagokból előállítva a szűrőt, az eredő zaj minimális lesz párhuzamos struktúránál. Kaszkád kapcsolásnál ez még nem elégséges feltétel, ott ugyanis a tagok sorrendje is hatással van a zajra.

Másodfokú tagok használatával viszonylag kicsi az együtthatók kerekítéséből származó hiba [11]. A későbbiekben azzal a feltételezéssel élek, hogy a kiválasztott szűrőtagok átvitele megfelel a célunknak, így a hangsúlyt a kvantálási zajra helyezem.

A zaj spektrumának mérésére több megoldás lehetséges. Az egyik, hogy fixponton és dupla pontosságú lebegőponton is implementáljuk a szűrőt, majd a kimeneteik különbségéből periodogramot számolunk. A módszernél feltesszük, hogy a dupla pontosságú lebegőpontos számábrázolásnál sokkal kisebb a szűrő kvantálási zaja, mint fixponton. Problémát jelent, hogy a periodogram számításával a zajspektrumnak csak egy viszonylag pontatlan becslőjét lehet megkapni, azt is jelentős számítási igény mellett. Következésképpen nem ezt a módszert célszerű tényleges vizsgálatoknál alkalmazni.

A zajspektrum számítására létezik egy elméleti módszer is. A numerikus zajt a kvantálási pontokon egyenletes eloszlású fehérzajként modellezhetjük. Amennyiben csak egy ponton kerekítünk, akkor a kvantálási pont és a kimenet közötti átvitel formálni fogja a zaj spektrumát, azaz a spektrum:

$$\mathrm{P}_{\mathrm{zaj}}(\omega) = \frac{q^2}{12} \cdot \left|\mathrm{H}_{\mathrm{zaj}\rightarrow\ \mathrm{kimenet}}(e^{j\omega})\right|^2. \tag{3.1}$$

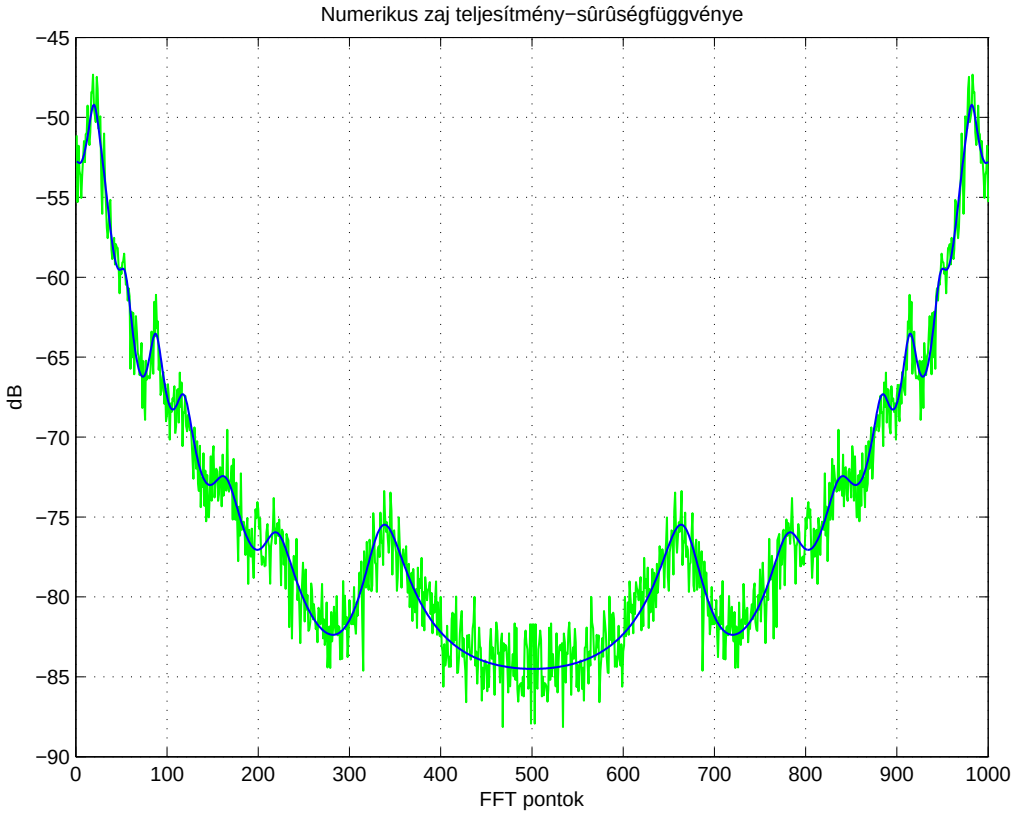
A későbbiekben a $\frac{q^2}{12}$ konstanst σ_e^2-ként fogom jelölni. Amennyiben több kvantálási pontunk van a szűrőben, akkor az egyes zajkomponenseket összegezni kell. A kerekítéseket az egyes pontokon tekinthetjük függetlennek, így a kimeneten valószínűségi (négyzetes) összegzéssel kaphatjuk meg a zajspektrumot [3]:

$$\mathrm{P}_{\mathrm{zaj}}(\omega) = \sigma_e^2 \cdot \sum_{i=1}^{M} \left|\mathrm{H}_i(e^{j\omega})\right|^2. \tag{3.2}$$

Vizsgálataimban a kvantálási pont és a kimenet közötti átvitelt számítógéppel számoltattam ki: a zaj keletkezésének helyén dirac delta függvénnyel gerjesztettem a rendszert, így a kimeneten megjelenő impulzusválaszt Fourier-transzformálva megkaptam a keresett átvitelt.

A módszer jól modellezi a valóságot. Példaként elvégeztem egy DF2 transzponált tagokból felépített soros szűrőn a zajspektrum vizsgálatát. A 3.2. ábrán látható, hogy a 25 periodogram átlaga még mindig elég nagy szórású, viszont az is látszik, hogy a periodogram várható értéke és az elméleti módszerrel kiszámított zajspektrum egybeesik.

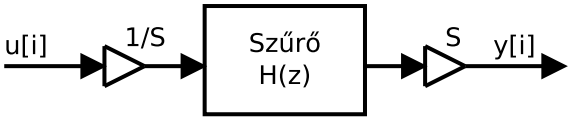
A zajteljesítményt a spektrumból integrálással kaphatjuk meg. DFT alkalmazása esetén az integrálás helyett összegezni kell minden DFT pontra. Audio jelekről lévén szó a teljesítményt szeretnénk decibelben megadni, ehhez viszont egy referencia szint kell. Vizsgálataimban 0 dB-nek az egységnyi teljesítményt ($P = 1$) választottam, ami megegyezik az egységnyi varianciájú Gauss-zaj teljesítményének.



3.2. ábra. *DF2T tagok soros kapcsolásából 16 biten felépített szűrő zajának periodogramja (zöld) és elméleti spektruma (kék)*

3.3. Túlcsordulás elkerülése

Ahhoz, hogy a szűrőben ne fordulhasson elő túlcsordulás, a bemenet előtt le kell skálázni a jelet, a kimeneten pedig fel kell szorozni. Ez viszont a szűrőben előálló kvantálási zajt is felszorozza a kimeneten, így fontos kérdés, hogy mennyi legyen a skálázási tényező.



3.3. ábra. *Szűrő bemenetének és kimenetének skálázása*

A skálázás mértékével több irodalom is foglalkozik [3, 10], de pontos értéket nem tudnak adni, csak egy minimumot és egy maximumot. Az elégséges feltétel ugyanis túlságosan lecsökkenti a bemenőjelet, a szükséges teljesülése viszont nem minden jelnél garantálja a túlcsordulás elkerülését.

A probléma kezeléséhez abból indultam ki, hogy általános zenei jeleket jól modellezhetünk rózsazajjal. A skálázási tényező (S) meghatározásához először lebegőponton implementáltam a szűrőket, bemenetükre 1 másodpercre rózsazajt kapcsoltam és figyeltem a szűrőben előálló maximális jelértékeket. Amennyiben a maximum túllépte a fixpontos számábrázolás határát, akkor a skálázást ezzel az értékkel végeztem el. A szűrő egyes pontjai lineáris kapcsolatban vannak a bemenettel, az így elvégzett skálázással tehát nagy

valószínűséggel elkerülhető a túlcsordulás rózsazajnál és így zenei jelnél is.

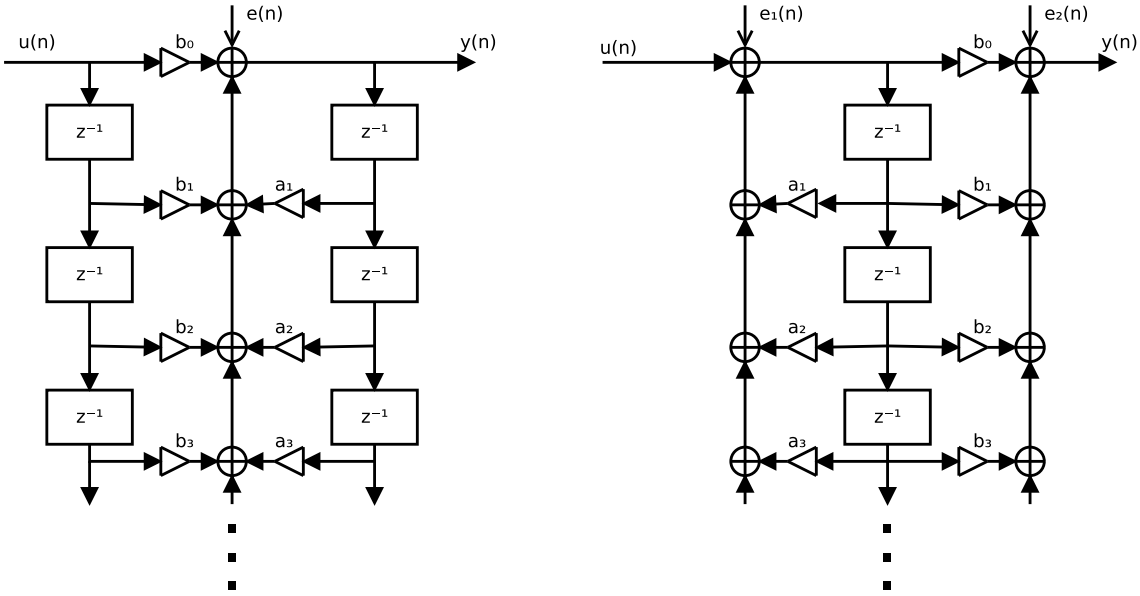
3.4. Kvantálási zaj direkt realizációjú struktúrákban

A vizsgálatoknál a hangsúlyt a másodfokú tagokból felépített szűrőkre helyezem, de célszerű elemezni a tetszőleges fokszámú tagokat is. Alapesetben ugyanis ezeket implementálnánk, de az együttható-kerekítés, valamint a számításigény miatt mégsem ezeket választjuk. A későbbi vizsgálatoknál is hasznosak az itt leírtak, mert másodfokú tagot ezekből a struktúrákból is képezhetünk.

Az alfejezetben explicit képleteket is közzéteszek a zajspektrumokra. Minden olyan eredménynél, amit irodalomban találtam, jelölöm az adott képlet forrását.

3.4.1. IIR DF1 és DF2

A DF1-nél kettő, a DF2-nél csak egy ponton van kvantálás, a becsatolási pontok $e_i(n)$-nel jelölve a 3.4. ábrán láthatók. Az implementációkat az F.1–F.2. algoritmusok tartalmazzák.



3.4. ábra. *Jobbra: IIR DF1, Balra: IIR DF2*

Vegyük észre, hogy míg a direkt-I realizációnál a zaj csak a visszacsatoló ágban jelenik meg, addig a direkt-II realizációban a teljes szűrőn áthalad. Ebből következik, hogy a zaj spektrális sűrűségfüggvénye [3]:

$$\mathrm{P}_{\mathrm{zaj,DF1}}(\omega) = \sigma_e^2 \cdot \left| \frac{1}{A(e^{j\omega})} \right|^2 \tag{3.3}$$

$$\mathrm{P}_{\mathrm{zaj,DF2}}(\omega) = \sigma_e^2 \cdot \left| \frac{B(e^{j\omega})}{A(e^{j\omega})} \right|^2 + \sigma_e^2 \tag{3.4}$$

A képletek alapján azt várjuk, hogy a direkt-I struktúra zaja lesz nagyobb, mert abba csak a kiemelést jelentő pólusok szólnak bele, míg a direkt-II realizációnál a zajt csillapítják

a szűrő zérusai. Összességében viszont ez nem mond még semmit a jel-zaj viszonyról: az akkumulátor túlcsordulása ellen le kell skálázni az átvitelt és felszorozni a kimenetet, ezáltal a zaj teljesítményét is fel kell szorozni. A skálázás értéke viszont függ magától a szűrőtől és a gerjesztéstől is.

A számításigény vizsgálatánál azzal a feltételezéssel éltem, hogy az implementáció során igénybe vesszük a processzor DMA egységét, vagy cirkulárisan címzünk a késleltető tagok értékeinek léptetéséhez.

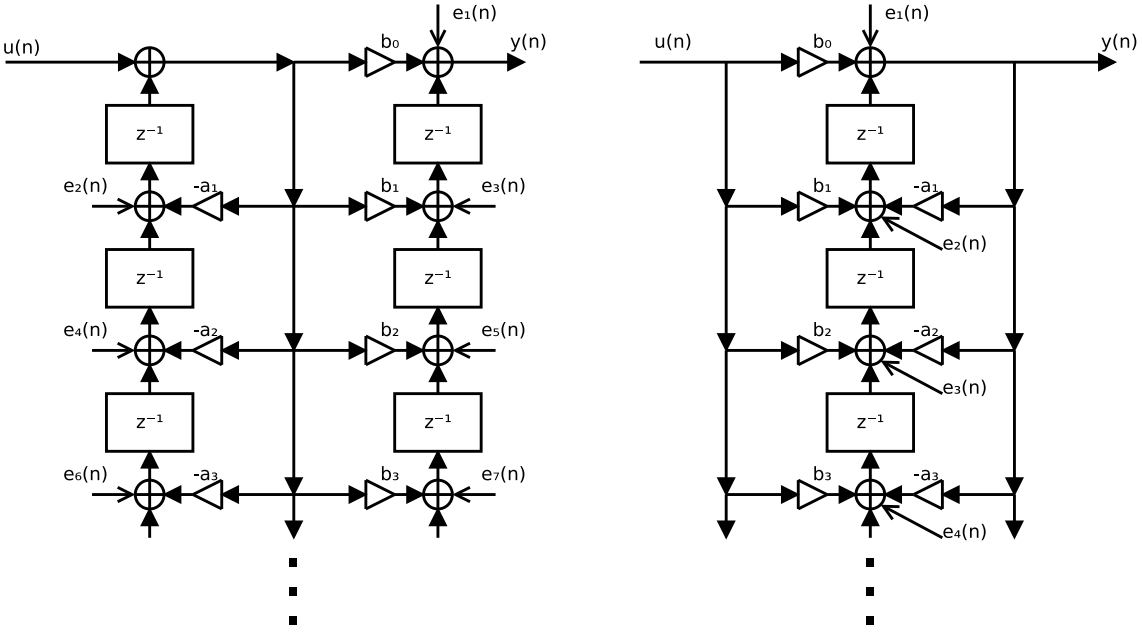
Direkt Form I	
Szükséges memória:	$2N$
Akkumulátorok száma:	1
Töltések száma:	$4N+2$
Tárolások száma:	2
MAC utasítások:	$2N+1$
Összeadások:	0
Akkumulátorból kivétel:	1
Akkumulátor törlés:	1
Számításigény:	$6N+7$

Direkt Form II	
Szükséges memória:	N
Akkumulátorok száma:	2
Töltések száma:	$3N+1$
Tárolások száma:	2
MAC utasítások:	$2N+1$
Összeadások:	1
Akkumulátorból kivétel:	2
Akkumulátor törlés:	2
Számításigény:	$5N+9$

3.2. táblázat. *N-ed fokú DF1 és DF2 szűrő erőforrásigénye*

3.4.2. IIR DF1 és DF2 transzponált

A transzponált struktúrákban több helyen történik kvantálás, emiatt várható, hogy nagyobb zajjal bírnak [3]. Az implementációkat az F.3–F.5. algoritmusok tartalmazzák.



3.5. ábra. *Jobbra: IIR DF1 transzponált, Balra: IIR DF2 transzponált*

Vegyük észre, hogy a transzponált struktúrákban minden szorzás után kvantálni kellene az akkumulátort, azaz nem használható ki annak teljes szélessége. Célszerűbb inkább

memória szélességű szorzással és összeadással dolgozni. Egy N-ed fokú direkt-I transzponált szűrőnél így $2N+1$ helyen, egy direkt-II transzponált szűrőnél pedig $N+1$ helyen kell kerekíteni.

A kvantálási zaj spektruma a következőképpen alakul:

$$\mathrm{P}_{\mathrm{zaj,DF1-T}}(\omega) = \sigma_e^2 \cdot \left(1 + \sum_{i=1}^{2N} \left|\tilde{\mathrm{H}}_i(e^{j\omega})\right|^2\right), \tag{3.5}$$

$$\mathrm{P}_{\mathrm{zaj,DF2-T}}(\omega) = \sigma_e^2 \cdot \left(1 + \sum_{i=1}^{N} \left|\tilde{\mathrm{H}}_i(e^{j\omega})\right|^2\right), \tag{3.6}$$

ahol $\tilde{\mathrm{H}}_i(e^{j\omega})$ az i. kvantálási pont és a kimenet közötti átvitel.

Direkt Form I Transposed	
Szükséges memória:	$2N$
Töltések száma:	$4N+3$
Tárolások száma:	$2N+1$
Szorzások:	$2N+1$
Összeadások:	$2N+1$
Számításigény:	$10N+6$

Direkt Form II Transposed	
Szükséges memória:	N
Töltések száma:	$3N+3$
Tárolások száma:	$N+1$
Szorzások:	$2N+1$
Összeadások:	$2N+1$
Számításigény:	$8N+6$

3.3. táblázat. *N-ed fokú DF1T és DF2T szűrő erőforrásigénye*

3.4.3. WIIR közvetlen realizáció

Korábban láttuk, hogy a warpolt IIR szűrő direkt realizációjánál nem elegendő a mindentáteresztő tagokat behelyettesíteni, a struktúrát is át kell rendezni. A megvalósíthatóság érdekében módosított felépítés miatt a C_0-val beszorzás előtt és után is történik kerekítés (akkumulátor tartalmát nem lehet közvetlenül szorozni). Ezt a két pontot a -1 és a 0 indexekkel, a kimeneti kvantálás pontját pedig k-val jelöltem a 3.6. ábrán. Belátható, hogy ezekből a pontokból a kimenetre vetített zajátvitel:

$$H_{e,-1}(z) = H(\Theta_\lambda(z)), \tag{3.7}$$

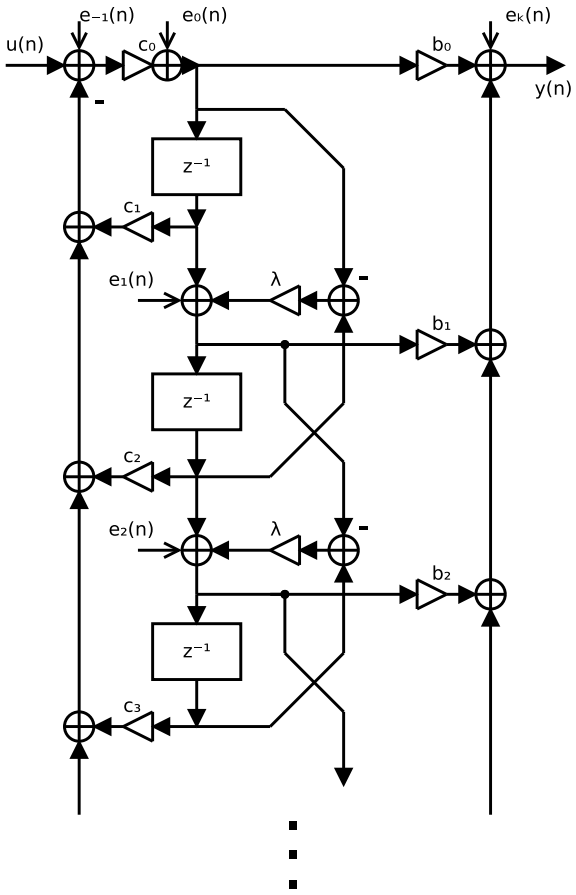
$$H_{e,0}(z) = \frac{1}{C_0} \cdot H(\Theta_\lambda(z)), \tag{3.8}$$

$$H_{e,k}(z) = 1, \tag{3.9}$$

ahol $H(\Theta_\lambda(z))$ a WIIR szűrő átvitele.

A többi pontra már nem egyszerű felírni a zajátvitelt, így a 3.2. bekezdésben ismertetett numerikus módon határozom meg a kvantálási pontok és a kimenet közötti átvitelt ($H_i(z)$). Ezekkel és a fenti átvitelekkel a kvantálási zaj spektrális teljesítmény-sűrűségfüggvénye:

$$\mathrm{P}_{\mathrm{zaj,WIIR}}(\omega) = \sigma_e^2 \cdot \sum_{i=-1}^{N} \left|H_i(e^{j\omega})\right|^2. \tag{3.10}$$



3.6. ábra. *Zaj becsatolási pontok WIIR szűrőnél*

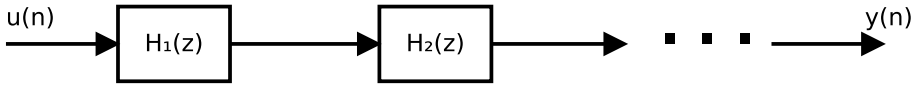
A szűrő erőforrásigénye a 3.4. táblázatban található, implementációja pedig az F.6. algoritmus.

WIIR	
Szükséges memória:	$N+1$
Akkumulátorok száma:	1
Töltések száma:	$5N+4$
Tárolások száma:	$N+2$
MAC utasítások:	$2N+1$
Szorzások:	$N+2$
Összeadások:	$2N+1$
Akkumulátorból kivétel:	2
Akkumulátor törlés:	2
Számításigény:	$11N+14$

3.4. táblázat. *N-ed fokú WIIR szűrő erőforrásigénye*

3.5. Zaj soros és párhuzamos struktúrákban

Egy tetszőleges átviteli függvény sorossá/párhuzamossá alakításakor az egyes másodfokú tagok egy-egy (konjugált komplex) póluspárt és két zérust fognak tartalmazni, ezáltal azt várjuk, hogy ez a realizáció kevésbé lesz érzékeny az együtthatók kvantálására, mint a direkt realizáció.



3.7. ábra. *Soros struktúra*

A soros struktúra vizsgálatához nézzük meg egy IIR szűrő soros tagokra bontását. Az átviteli függvény a következők szerint alakul:

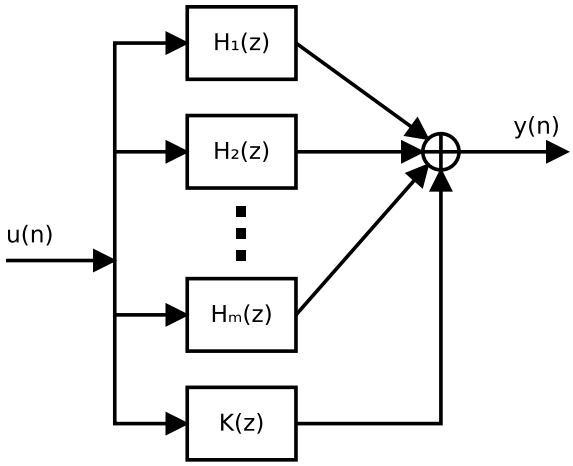
$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^{N} b_k \cdot z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^{N} a_k \cdot z^{-k}} = \prod_{i=1}^{\lceil N/2 \rceil} \frac{b_{0,i} + b_{1,i} \cdot z^{-1} + b_{2,i} \cdot z^{-2}}{1 + a_{1,i} \cdot z^{-1} + a_{2,i} \cdot z^{-2}} = \prod_{i=1}^{\lceil N/2 \rceil} H_i(z) \qquad (3.11)$$

Vegyük észre, hogy a k-adik tag kimenete a $k+1$-edik bemenete lesz. Ez azt is jelenti, hogy ha az egyik tag erősít egy bizonyos frekvenciatartományban, úgy nem csak a hasznos jelet, hanem a kvantálási zajt is növelni fogja, emiatt nem elhanyagolható a tagok sorrendje. Ezen kívül minden egyes másodfokú tag visszacsatolásában megjelenik egy kerekítés, így ha egy N-ed fokú szűrőt IIR direkt form tagokkal valósítunk meg, a kvantálási pontok száma $M \cdot \lceil N/2 \rceil$ lesz, ahol M az egy tagban történő kerekítések száma.

A fenti megfontolások szerint a kvantálási zaj spektrális teljesítmény-sűrűségfüggvénye:

$$\mathrm{P}_{\mathrm{zaj,soros}}(\omega) = \sigma_e^2 \cdot \sum_{i=1}^{\lceil N/2 \rceil} \sum_{k=1}^{M} \left| H_{i,k}(e^{j\omega}) \cdot \prod_{l=i+1}^{\lceil N/2 \rceil} H_l(e^{j\omega}) \right|^2, \qquad (3.12)$$

ahol $H_{i,k}(e^{j\omega})$ az i-edik tag k-adik pontján becsatolt zaj átvitele a tag kimenetére, $H_l(e^{j\omega})$ pedig az l-edik tag átvitele.



3.8. ábra. *Párhuzamos struktúra*

A párhuzamos struktúrában a soros realizációval ellentétben az i-edik tag zaja közvet-

lenül a kimenetre jut. Ha a tervezett szűrő fokszáma N, akkor a párhuzamos realizáció $\lceil N/2 \rceil$ db másodfokú tagot tartalmaz, valamint egy $K(z)$ maradék FIR tagot. Ha a kívánt átvitel számlálója és nevezője azonos fokszámú, akkor $K(z)$ egy konstanssal szorzást jelent.

Ezzel a megfontolással a zaj spektrális sűrűségfüggvénye:

$$\mathrm{P}_{\mathrm{zaj,párhuzamos}}(\omega) = \sigma_e^2 \cdot \sum_{i=1}^{\lceil N/2 \rceil} \sum_{k=1}^{M'} \left| H_{i,k}(e^{j\omega}) \right|^2 + \sigma_e^2, \tag{3.13}$$

ahol $H_{i,k}(e^{j\omega})$ az i-edik tag k-adik pontján becsatolt zaj átvitele a tag kimenetére, M' pedig az egy tagban fellépő kerekítések száma.

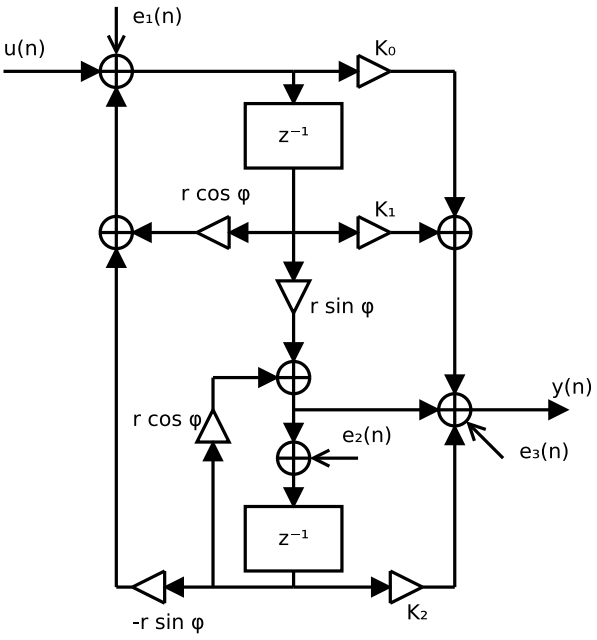
3.6. Zaj speciális másodfokú tagokban

Az előzőekben általános leírást adtam a soros és párhuzamos realizációk zajára. A képletekben szereplő zajátvitelek függenek a másodfokú tagok megvalósításától, ezért ebben az alfejezetben megvizsgálom a speciális másodfokú tagokat.

3.6.1. Gold & Rader tag

Optimális implementáció esetén 3 helyen szükséges kerekíteni. A függelékben megtalálható a pontos implementáció (F.4. algoritmus), itt csak az eredményeket közlöm. Az erőforrásigényt 3.5. táblázat tartalmazza.

Az implementációnál egy trükköt alkalmaztam. Az $e_2(n)$-nel jelölt zaj becsatolódási ponton ugyan kimásolom az akkumulátorból (és ezzel együtt kerekítem is) a jelet, de a kerekítetlen jel továbbra is megmarad az akkumulátorban. Ezzel némileg gyorsítani lehet az algoritmust ahhoz képest, mint ha a két MAC után egyből kerekítenénk.



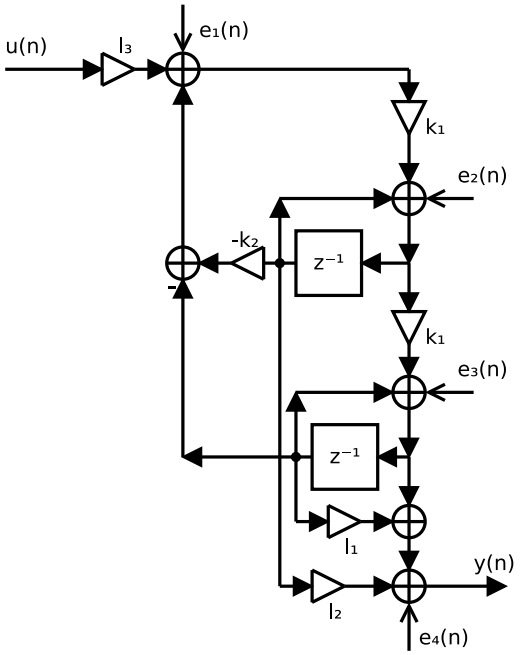
3.9. ábra. *Zaj becsatolási pontok Gold & Rader másodfokú tagban*

Gold & Rader	
Töltések száma:	9
Tárolások száma:	3
MAC utasítások:	7
Összeadások:	1
Akkumulátorból kivétel:	3
Akkumulátor törlés:	2
Számításigény:	25

3.5. táblázat. *Gold & Rader tag erőforrásigénye*

3.6.2. Kingsbury tag

Optimális implementáció (ld. F.7. algoritmus) esetén 4 ponton szükséges kerekíteni. A struktúra sajátosságai miatt csak két helyen alkalmazható a MAC művelet: az egyik az l_3-mal és $-k_2$-vel szorzáskor, a másik pedig a kimeneti szorzásoknál (l_1, l_2-vel szorzás).



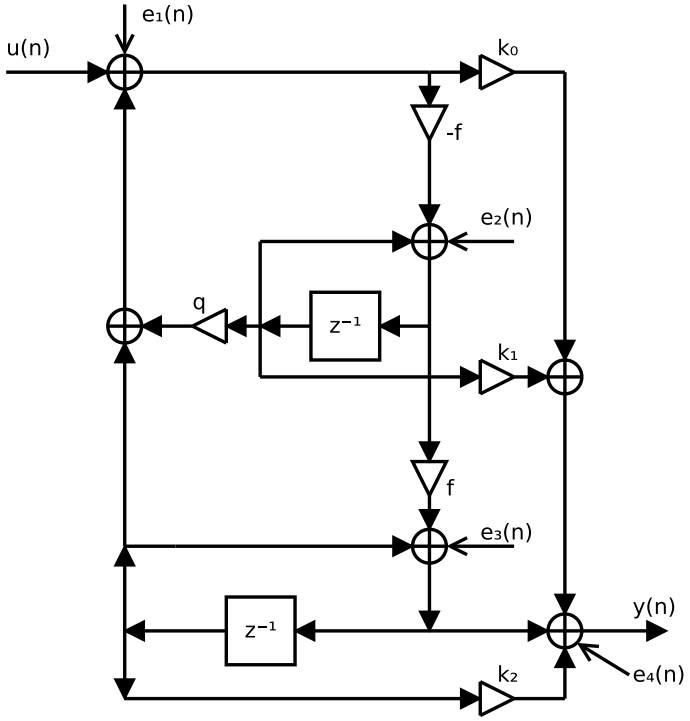
3.10. ábra. *Zaj becsatolási pontok Kingsbury másodfokú tagban*

Kingsbury	
Töltések száma:	8
Tárolások száma:	3
MAC utasítások:	4
Szorzások:	2
Összeadások:	4
Akkumulátorból kivétel:	2
Akkumulátor törlés:	2
Számításigény:	25

3.6. táblázat. *Kingsbury tag erőforrásigénye*

3.6.3. Chamberlin tag

Optimális implementáció (ld. F.8. algoritmus) esetén 4 helyen szükséges kerekíteni. MAC műveletek csak a kimenetnél alkalmazhatók, mert a többi helyen nincs két összeadandó szorzat.



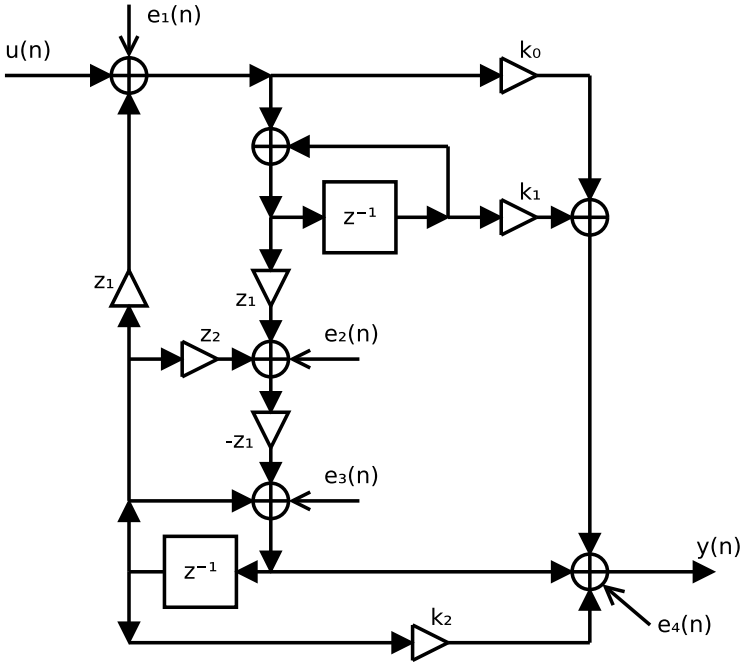
3.11. ábra. *Zaj becsatolási pontok Chamberlin másodfokú tagban*

Chamberlin	
Töltések száma:	9
Tárolások száma:	3
MAC utasítások:	3
Szorzások:	3
Összeadások:	4
Akkumulátorból kivétel:	1
Akkumulátor törlés:	1
Számításigény:	24

3.7. táblázat. *Chamberlin tag erőforrásigénye*

3.6.4. Zölzer tag

Optimális implementáció (ld. F.9. algoritmus) esetén 4 helyen szükséges kerekíteni. MAC műveleteket itt a kimenet előállításán kívül még egy helyen, a z_1 és z_2 szorzótényezőknél lehet alkalmazni.



3.12. ábra. *Zaj becsatolási pontok Zölzer másodfokú tagban*

Zölzer	
Töltések száma:	9
Tárolások száma:	3
MAC utasítások:	5
Szorzások:	2
Összeadások:	4
Akkumulátorból kivétel:	2
Akkumulátor törlés:	2
Számításigény:	27

3.8. táblázat. *Zölzer tag erőforrásigénye*

4. fejezet

Másodfokú tagok összehasonlítása

Az előző fejezetben számszerűsítettem a számításigényeket és megmutattam a kvantálási pontokat. A 4.1. táblázatból látható, hogy a másodfokú warpolt IIR szűrőtag lényegesen nagyobb számításigényű, mint a többi vizsgált struktúra. A transzponált struktúrákkal kapcsolatban elmondható, hogy nem célszerű az implementálásuk, már csak azért sem, mert együtthatóik ugyanazok, mint a sima direkt formnak, de több helyen történik bennük kerekítés és nagyobb számításigényűek is.

Struktúra	DF1	DF2	DF1T	DF2T	WIIR
Utasításszám	19	19	26	22	36

Struktúra	Gold & Rader	Kingsbury	Chamberlin	Zölzer
Utasításszám	25	25	24	27

4.1. táblázat. *Másodfokú tagok számításigényének összehasonlítása*

4.1. A kiválasztás módszere

A kvantálási zaj minimumának megkeresésére adhatunk egy általánosan használható módszert, amely alapján zajra optimalizálhatjuk a másodfokú tagokból felépített szűrőnket. A gyakorlati példáknál is ezt az algoritmust fogom használni.

Szűrőtervezés után a másodfokú tagok pólusai és zérusai kiadódnak. Az egyes tagoknál megkereshetjük a legkisebb zajú realizációt az alábbi algoritmussal:

1. Szűrőtagok tervezése a kívánt átvitel alapján,
2. Gerjesztés rózsazajjal, skálázási tényező meghatározása,
3. Zajspektrumok kiszámítása,
4. Spektrumok összegzése zajteljesítménnyé,
5. Legkisebb zajteljesítményű struktúra kiválasztása.

A módszer jól használható a gyakorlatban, párhuzamos szűrőknél megtalálja a legkisebb zajú megvalósítást, soros realizációnál pedig az adott tagsorrend mellett ad optimumot.

4.2. Optimális zajú másodfokú tag keresése

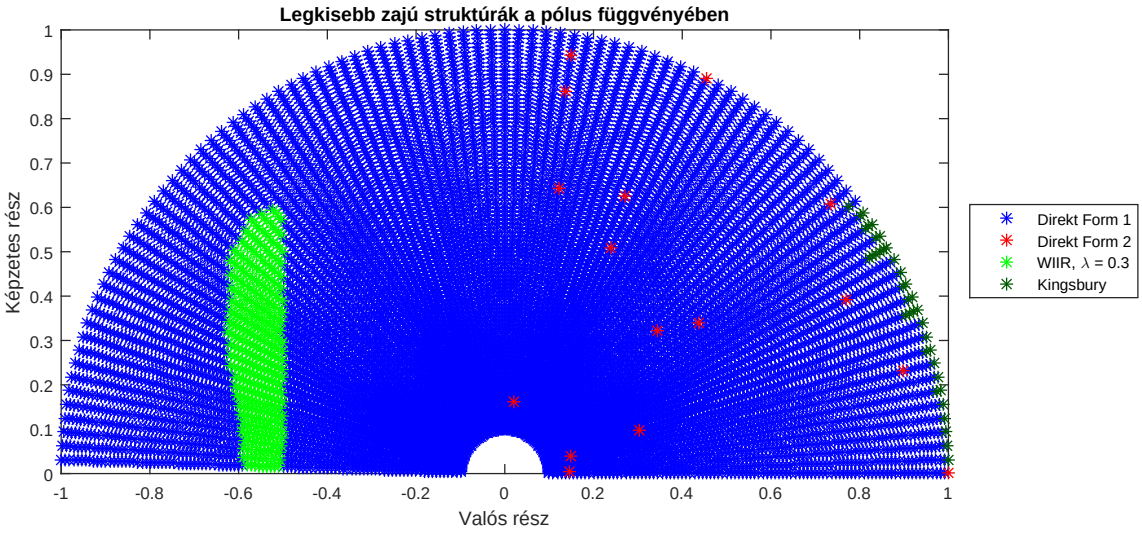
A továbbiakban megkeresem, hogy különböző pólus-zérus elrendezésekben melyik struktúra lesz a legkisebb zajú. Ehhez a 4.1. bekezdésben tárgyalt módszer szerint megkeresem az adott pólusnál legjobb tagot és azt jelölöm be a diagramba. A pólus-zérus ábráknál csak a pozitív képzetes félsíkot ábrázolom.

A módszer kifejezetten számításigényes, mivel ábránként 10000 pontban kell kiszámolni minden vizsgált szűrőtagnak a spektrumát, majd abból a zajteljesítményét. A MATLAB Parallel Computing Toolbox-szát is felhasználtam az implementálásnál, így egy mai csúcskategóriás számítógépen nem egészen 3 órába telik egy-egy ábra kiszámítása.

A fejezetben a következő másodfokú struktúrákkal végzem el a vizsgálatokat: DF1, DF2, Gold & Rader, Kingsbury, Chamberlin, Zölzer és WIIR. Ez utóbbinál négy különböző warpolási tényezővel is vizsgálódok: $\lambda = \{0{,}3; 0{,}5; 0{,}7; 0{,}9\}$. Az ábrákon csak azokat a struktúrákat jelölöm, amelyek legalább egy pólus-zérus elrendezésben minimális zajúak, így az adott ábrán szerepelnek.

4.2.1. Csak pólusos tagok

A kvantálási zajjal foglalkozó szakirodalom sokszor csak pólusos (all-pole) szűrőstruktúrákat vizsgál részletesen [3, 4, 5]. Valójában ezeknek is vannak zérusaik: a komplex számsík origójában, a fokszámnak megfelelő multiplicitással. Ebből kiindulva először megvizsgáltam azt az esetet, hogy az origóba helyezek két darab zérust, majd kiértékelem a zajteljesítményeket különböző pólusokra. A legjobb teljesítménnyel rendelkező szűrőtagokat mutatja a 4.1. ábra.



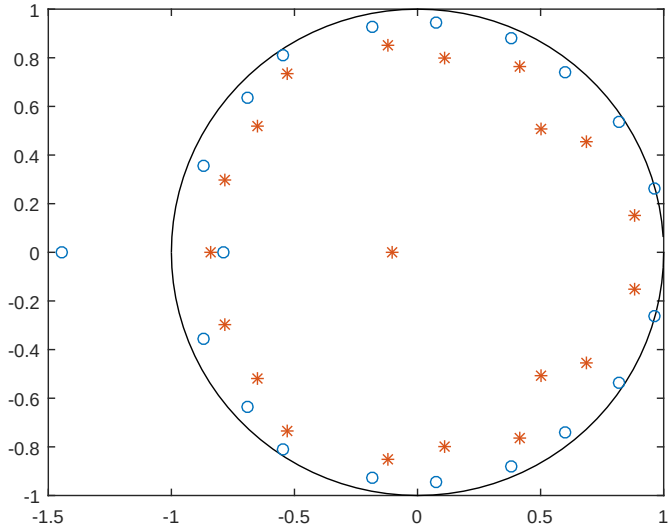
4.1. ábra. *Legkisebb zajteljesítménnyel rendelkező másodfokú tag,* $z_{zérus} = 0$

A 4.1. ábrán látható, hogy origóban elhelyezett zérusoknál van egy tartomány, ahol a WIIR másodfokú tagok zaja a legkisebb. További vizsgálatokból kiderült, hogy függőleges éles határt a fixpont elhelyezése okozza: az ábrán a vonaltól balra a direkt form a_1 együtthatója -1-nél kisebb értéket vesz fel, így el kell tolni a fixpontot, ami miatt a zaj

is nagyobb lesz. Az eredmények részletes elemzéséből kiderült továbbá az is, hogy ebben a tartományban a warpolt szűrő csak tized decibelekkel jobb a direkt formnál. Alacsony frekvencián, az egységkörhöz igen közel elhelyezett pólusnál van realitása a Kingsbury struktúra alkalmazásának, de ez eléggé speciális eset. Általános javaslatként tehát azt mondhatjuk, hogy amennyiben a zérusaink az origóban helyezkednek el, direkt form tagot célszerű alkalmazni.

4.2.2. Konjugált komplex zéruspárok

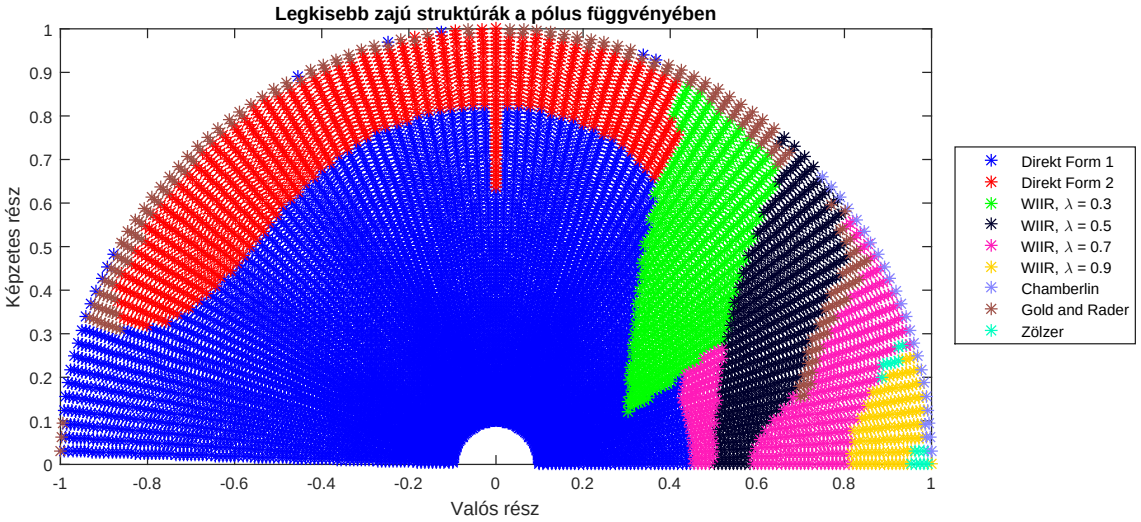
Belátható, hogy a csak pólusokkal rendelkező digitális szűrő igencsak speciális eset, a gyakorlatban ritkán fordul elő. Egy átvitel modellezésénél sokkal reálisabb, hogy a szűrőnek legyenek zérusai is. Példaként egy szoba átvitelére terveztettem Prony módszerrel [20] egy 20-ad fokú szűrőt. A pólusok és zérusok darabszámát azonosra állítottam, majd a tervezett szűrő pólusait és zérusait kirajzoltattam (4.2. ábra).



4.2. ábra. *Prony-val terveztetett, 20-ad fokú IIR szűrő pólusai és zérusai*

Megfigyelhető, hogy nagyobb fokszámú szűrők pólusai és zérusai viszonylag közel helyezkednek el egymáshoz. Másodfokú tagokra bontásnál érdemes az egymáshoz közel álló pólusokat és zérusokat összerendelni. Az ilyen módon felépített tagoknál többségében elmondható, hogy a zérus közelebb van az egységkörhöz, mint a pólus. Ezt modellezendő megvizsgáltam olyan eseteket, ahol a zérus ugyanakkora frekvenciájú, mint a pólus, de az egységkörön helyezkedik el. Az eredményeket a 4.3. ábra mutatja. Jól látszik, hogy nagyobb frekvenciáknál, valamint rövid pólusoknál a direkt form tagok előnyösek: kb. $\frac{f_s}{6}$ és $0{,}45 f_s$ között 0,75-ös pólushossz alatt legkisebb zajú a DF1, ennél hosszabb pólusoknál pedig a DF2 tag. Amennyiben a pólus az egységkörhöz nagyon közel helyezkedik el, a Gold & Rader tag lesz az optimális. Ennél nagyobb frekvenciákon a DF1 tagot célszerű implementálni.

Alacsonyabb frekvenciáknál a WIIR tagok dominálnak, de a részletesebb vizsgálatból

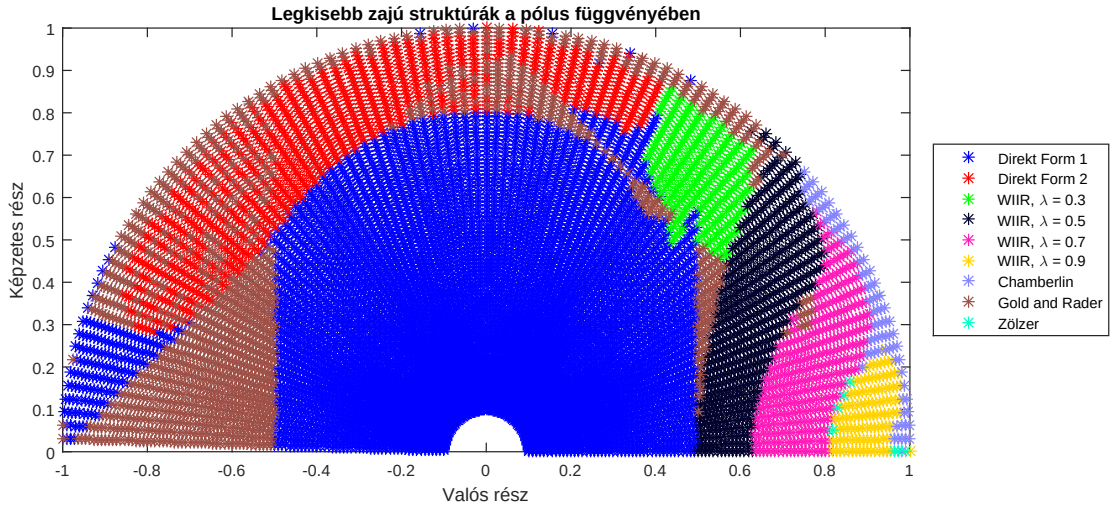


4.3. ábra. *Legkisebb zajú tag, ha a zérus az egységkörön helyezkedik el.*

kiderült, hogy az ábrán látható sávokon kívül gyakran több decibelnyivel nagyobb a zajuk. Ennek oka az, hogy többségében csak az ábrán látható optimális sávokban esnek a szűrőegyütthatók a $(-1;+1]$ tartományba. A WIIR tagokkal ellentétben a Chamberlin tag zaja csak kis mértékben változik, ráadásul a $z = 1$-hez közeledve sem emelkedik meg jelentősen. Ezt figyelembe véve a $z = 1$-hez közel mindig el kell végezni a 4.1. bekezdésben leírt módszer szerinti keresést. Amennyiben ez nem lehetséges, akkor érdemes lehet inkább Chamberlin struktúrában megvalósítani az adott tagot.

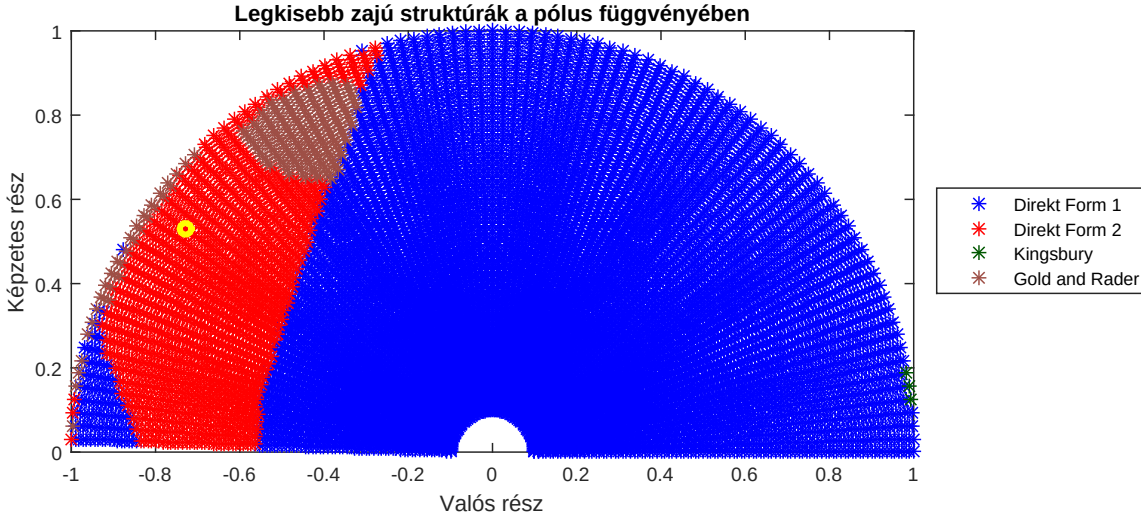
Warpolt szűrőknél előfordul, hogy a szűrő pólusai és zérusai olyan közel kerülnek egymáshoz, hogy szinte egybeesnek. Ezt szem előtt tartva megvizsgáltam minden olyan esetet is, ahol a pólus és a zérus ugyanott helyezkedik el. Az eredményeket a 4.4. ábra mutatja. Látható, hogy az eredmények hasonlóak ahhoz az esethez, mikor az egységkörre tettem a zérusokat. Jelentős különbséget a mintavételi frekvencia feléhez közel találunk, ott ugyanis jól láthatóan körvonalazódik egy háromszög, amin belül a Gold & Rader tagok a legkisebb zajúak. Részletes vizsgálatokból kiderül, hogy a $-0{,}5$-nél jelentkező függőleges vonalat a direkt formban megjelenő túl nagy együttható okozza (odébb kell tolni a fixpontot), a háromszög átfogójánál pedig a Gold & Rader tagban történik ugyanez. Az ábrán látható továbbá, hogy a mintavételi frekvencia negyede és harmada környékén foltokban a Gold & Rader tagok lesznek a legkisebb zajúak. Valójában itt a DF2 tagok zaja is ugyanakkora, de a lebegőpontos számábrázolás miatt a zajteljesítmény-számító algoritmus kicsi különbséget talál. Ebben az esetben azt javaslom, hogy DF2 struktúrában legyen megvalósítva az adott tag, mivel az alacsonyabb számításigényű, mint a Gold & Rader.

Természetesen előfordulhatnak olyan esetek is, amikor a pólus távol esik a zérustól. Erre mutatnak példát a 4.5–4.7. ábrák. A diagramok elemzéséből arra a következtetésre juthatunk, hogy a mintavételi frekvencia negyede körül a DF2 tagok a legkisebb zajúak (4.6. ábra). Hasonló a helyzet magasabb frekvenciákon is (4.5. ábra). Konklúzióként azt fogalmazhatjuk meg, hogy ha a zérus frekvenciája nagyobb, mint a mintavételi frekvencia hatoda, akkor DF2 struktúrát abban az esetben célszerű megvalósítani, ha a pólus és a



4.4. ábra. *Legkisebb zajú tag, ha a pólus és a zérus egybeesik.*

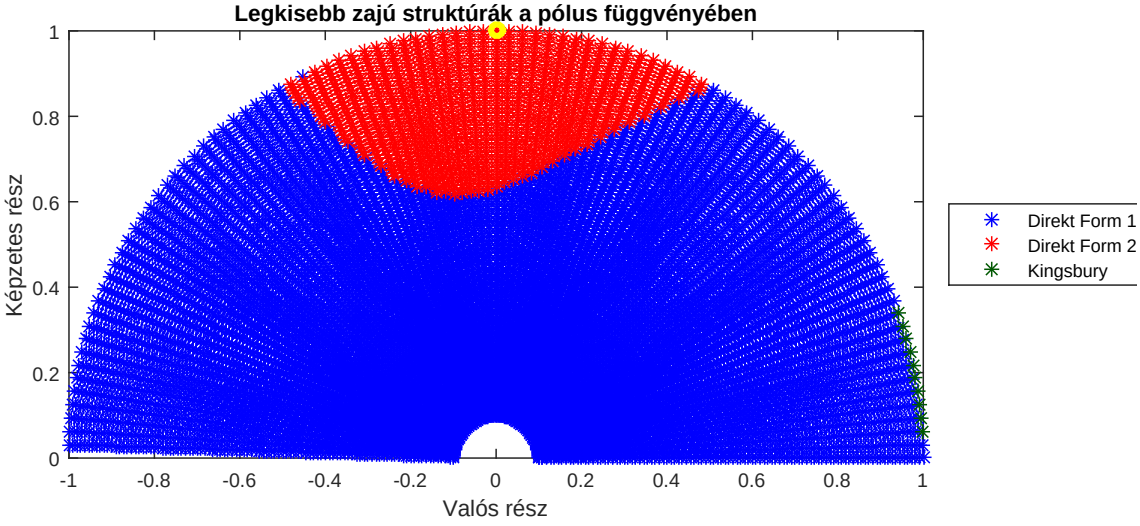
zérus távolsága kisebb, mint 0,4.



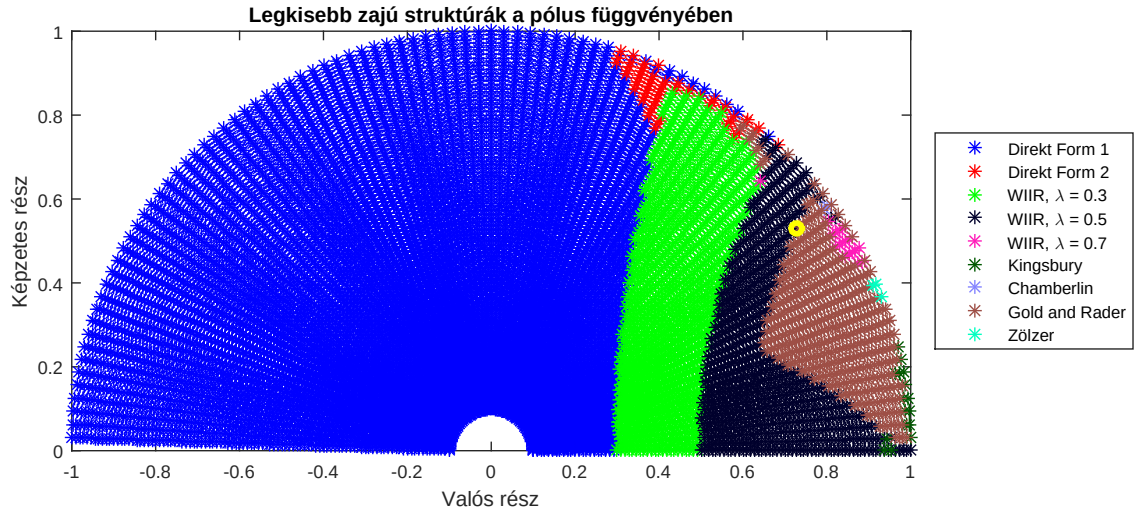
4.5. ábra. *Legkisebb zajteljesítménnyel rendelkező másodfokú tag,* $z_{zérus} = -0{,}72 + 0{,}53j$ *(sárga körrel jelölve)*

Alacsony frekvenciáknál árnyaltabb a kép. A 4.7. ábrán látható, hogy a nagyobb warpolási tényezővel rendelkező IIR tagok már nem lesznek optimálisak akkor, ha a pólus és a zérus távolabb van egymástól, így itt a Gold & Rader tagot célszerű használni. Megjegyzendő viszont, hogy valós pólusoknál nem használható a Gold & Rader tag, így a valós tengelyhez közel a $\lambda = 0{,}5$-ös WIIR tag lesz optimális.

Látható, hogy nehéz általános javaslatokat adni. Összességében viszont megállapíthatunk pár dolgot: ha egy tagon belül a pólusok és zérusok egymástól távol helyezkednek el, valamint ha a pólus hossza kisebb, mint 0,5, akkor DF1 struktúraként célszerű implementálni. Egyébként, ha a pólusok és zérusok egymáshoz közeliek (távolságuk kisebb 0,4-nél), de frekvenciájuk az $[\frac{f_s}{6}; \frac{f_s}{3}]$ tartományba esik, akkor DF2 tagként célszerű implementálni. A többi esetben a 4.4. ábra szerinti implementációt érdemes használni.



4.6. ábra. *Legkisebb zajteljesítménnyel rendelkező másodfokú tag,* $z_{zérus} = j$ *(sárga körrel jelölve)*



4.7. ábra. *Legkisebb zajteljesítménnyel rendelkező másodfokú tag,* $z_{zérus} = 0{,}72 + 0{,}53j$ *(sárga körrel jelölve)*

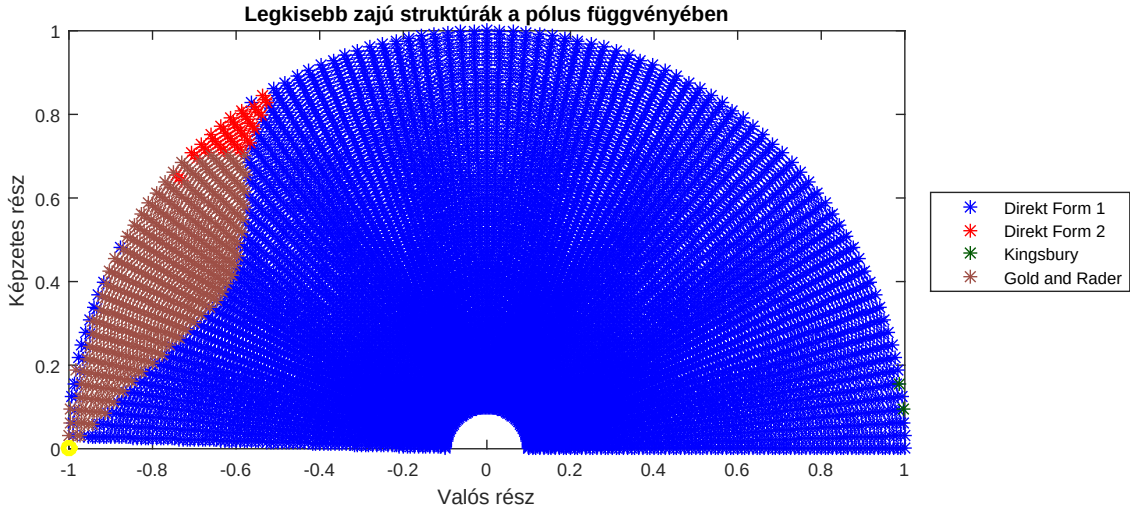
4.2.3. Valós zérus

Az eddig bemutatott eredmények soros másodfokú tagok implementálásánál használhatóak. Párhuzamos tagoknak ugyanis valós zérusaik vannak, emiatt ilyen esetekre is el kell végezni a vizsgálatokat. Ezeket mutatják be a 4.8–4.11. ábrák.

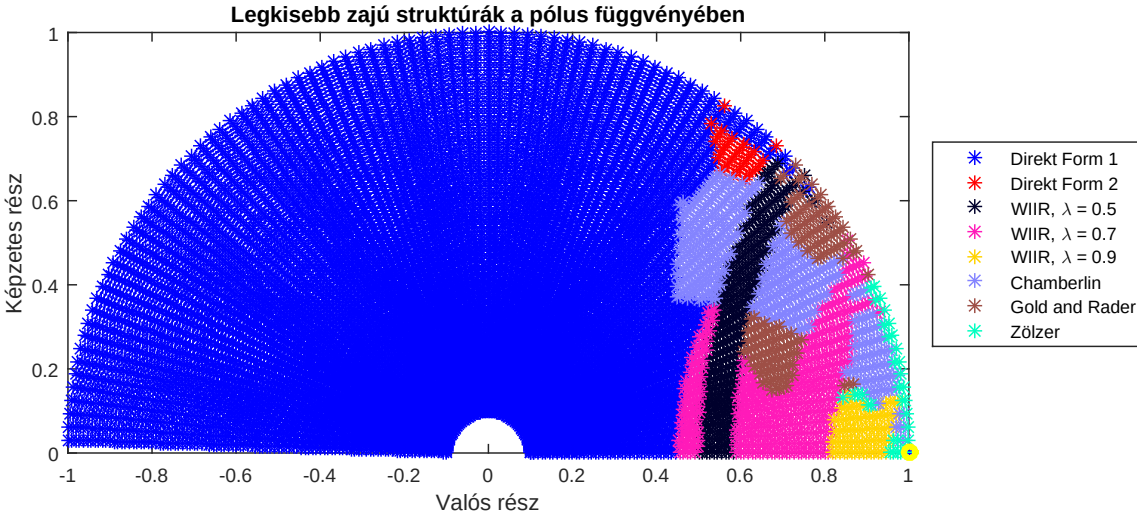
A 4.8. ábránál megfigyelhetjük, hogy ha a pólus frekvenciája az $[\frac{f_s}{6}; \frac{f_s}{2})$ tartományba esik és hossza meghaladja a 0,7-et, akkor célszerű Gold & Rader struktúrában implementálni.

A 4.9–4.11. ábrákon látható, hogy alacsony frekvenciáknál bonyolultabb a helyzet. Valós pólusoknál nem használható a Gold & Rader tag, de 0,6-es pólushossz fölött, a mintavételi frekvencia negyede alatt zajteljesítménye kisebb, vagy csak elhanyagolható mértékben nagyobb a többi alternatívánál.

Valós zérusoknál tehát az alábbi megállapításokat tehetjük: ha egy tagon belül a pólus és a zérus egymástól távol ($> 0{,}5$) helyezkednek el, akkor DF1 tagként érdemes megvalósí-

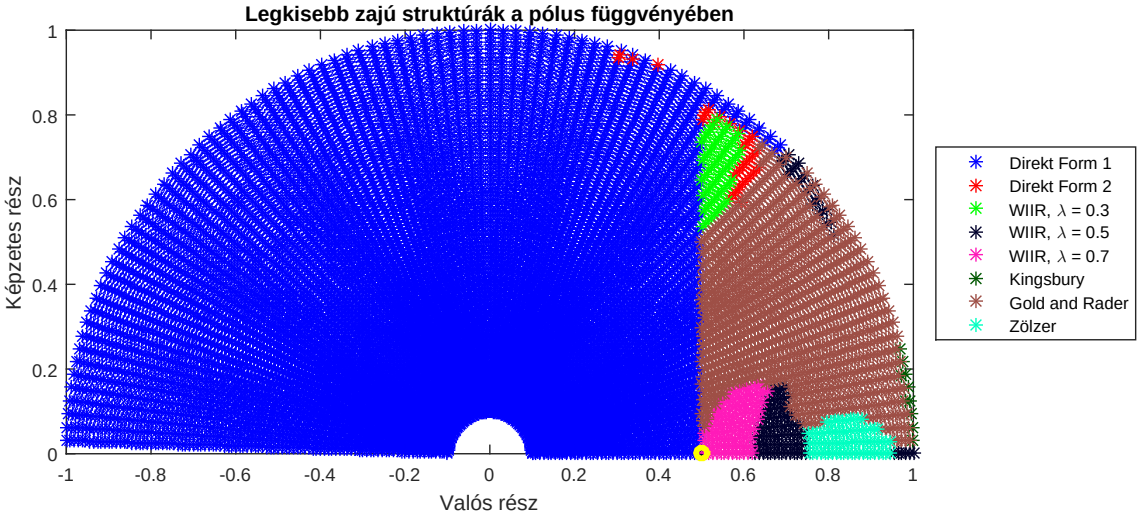


4.8. ábra. *Legkisebb zajteljesítménnyel rendelkező másodfokú tag,* $z_{zérus} = -1$ *(sárga körrel jelölve)*

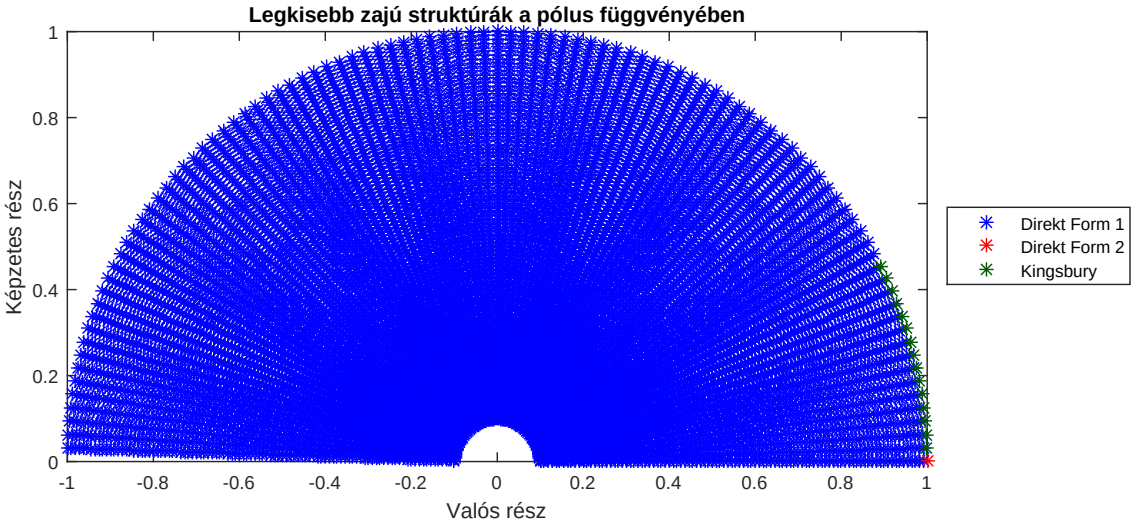


4.9. ábra. *Legkisebb zajteljesítménnyel rendelkező másodfokú tag,* $z_{zérus} = 1$ *(sárga körrel jelölve)*

tani. Amennyiben a pólushossz meghaladja a 0,7-et, a pólus frekvenciája pedig a $(\frac{f_s}{3}; \frac{f_s}{2})$ tartományba esik, célszerű a másodfokú tagot Gold & Rader struktúrában implementálni. Az $\frac{f_s}{6}$ alatti frekvenciájú, 0,5-nél hosszabb pólusokról viszont nehéz általános konklúziót megfogalmazni, így ott minden esetben ki kell értékelni a másodfokú tagok zajteljesítményét.



4.10. ábra. *Legkisebb zajteljesítménnyel rendelkező másodfokú tag,* $z_{zérus} = 0{,}5$ *(sárga körrel jelölve)*



4.11. ábra. *Legkisebb zajteljesítménnyel rendelkező másodfokú tag,* $z_{zérus} = 2$

5. fejezet

Nagyfokszámú szűrők megvalósítása

Az előző fejezetben tárgyalt optimalizálás eredményességét különböző soros és párhuzamos szűrőkön is kipróbáltam. A specifikáció minden esetben egy szoba impulzusválasza volt. Az összehasonlításhoz a másodfokú tagokat először DF1 tagokkal valósítottam meg, mert ez tulajdonképpen az implementáció leggyakrabban használt módja. Később a 4.1. bekezdésben közölt módszer szerint megválasztott tagokkal is megvalósítottam a szűrőket, majd összehasonlítottam az implementációk zajteljesítményét és számításigényét. Minden vizsgálatot elvégeztem 16, 24 és 32 bites fixpontos számábrázolás mellett is.

A zajt a fixponton és a dupla pontosságú lebegőponton megvalósított szűrő kimenetének a különbségéből számítom, gerjesztésként rózsazajt alkalmazva. A periodogramot Bartlett módszer szerint számolom 1024 mintán, 25-szörös átlagolással.

Kaszkád realizációjú szűrőnél a tagokat a pólushosszuk szerinti növekvő sorrendben helyeztem el, hogy a sorban később következő tagok ne okozzanak túlcsordulást [20].

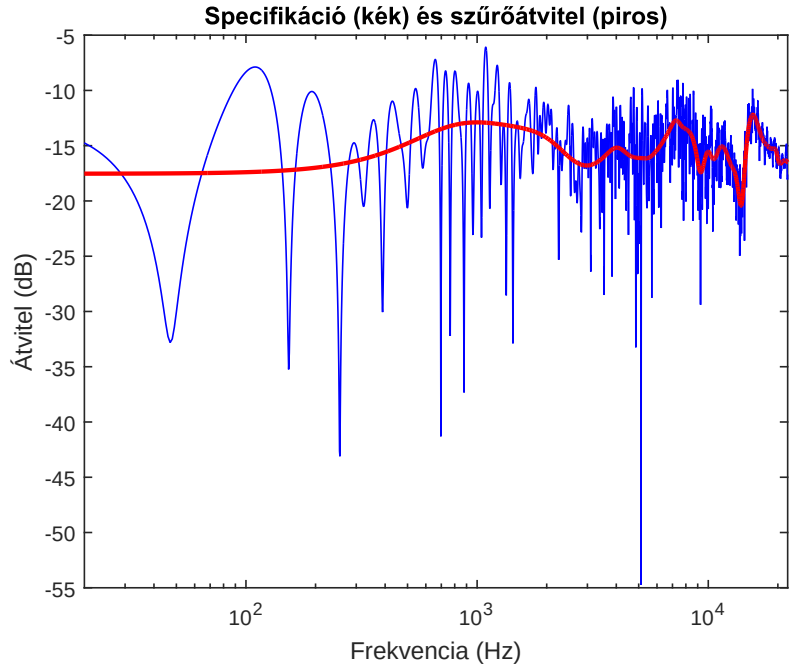
Az egyes tagok előtt és után is skálázom a jelet a túlcsordulás ellen. Ez az implementációban két utasítást (skálázási tényező betöltése és szorzás) és egy-egy kvantálási pontot is jelent a tagok előtt és után. Ennek hatása van mind a számításigényre, mind pedig a numerikus zaj teljesítményére is, így előfordulhat, hogy a soros/párhuzamos szűrő nagyobb zajú és számításigényű lesz.

Soros struktúránál a kimeneti skálázó tag összevonható a soron következő bemeneti szorzójával, így tagonként megspórolható 2 db utasítás és 1 db kerekítés.

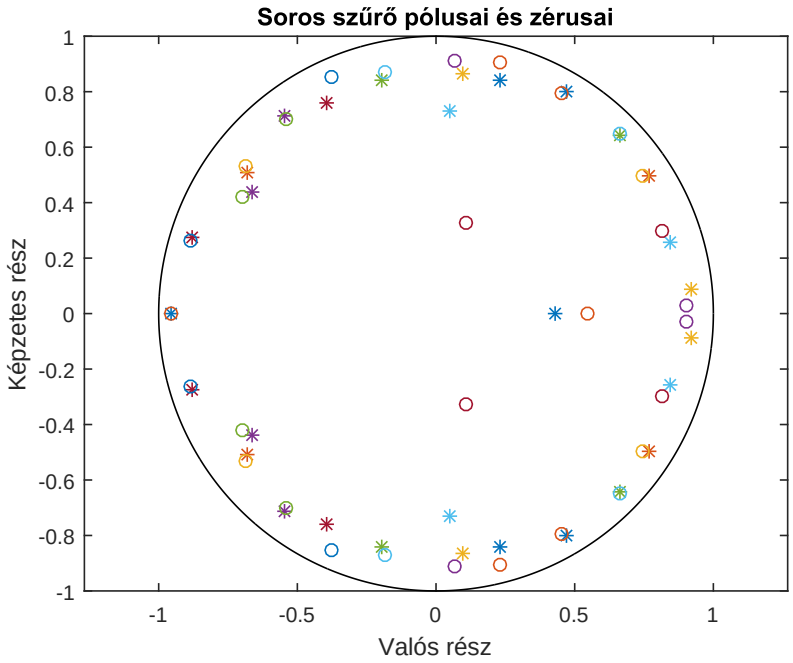
5.0.1. IIR

A példaként megvizsgált 30-ad fokú IIR szűrőt Prony algoritmussal terveztem, átvitelét az 5.1. ábra, pólusait és zérusait az 5.2. ábra mutatja. Soros megvalósításnál a másodfokú tagok ugyanezekből a pólusokból és zérusokból állnak össze. Párhuzamos realizációnál a pólusok maradnak ugyanazok, viszont a zérusok mind a valós tengelyen helyezkednek el (5.3. ábra).

Optimalizálás után a kaszkád szűrő 8 db DF2, 1 db DF1, 1 db Gold & Rader és 5 db WIIR másodfokú tagból áll. A párhuzamos szűrő 6 db Gold & Rader, 4 db DF2 és 5 db

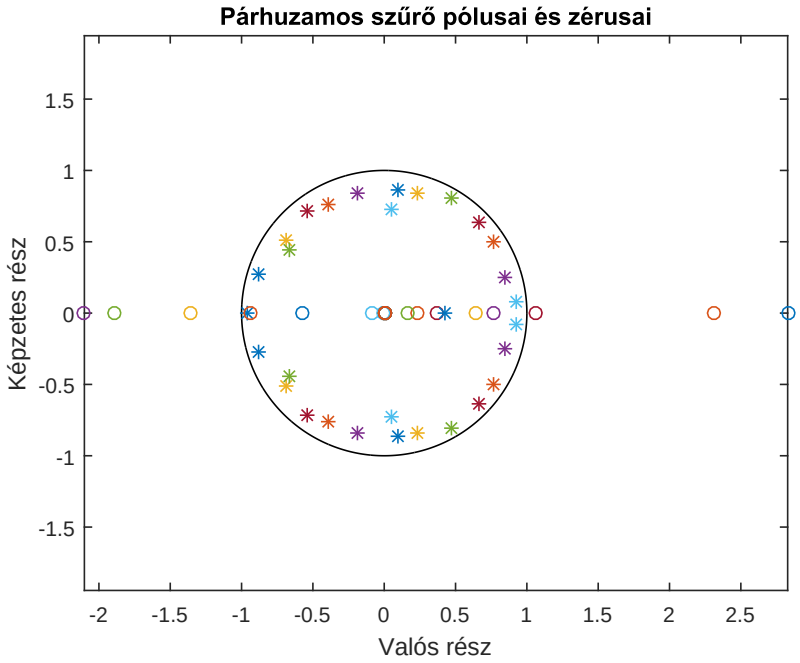


5.1. ábra. *30-ad fokú IIR szűrő átvitele*

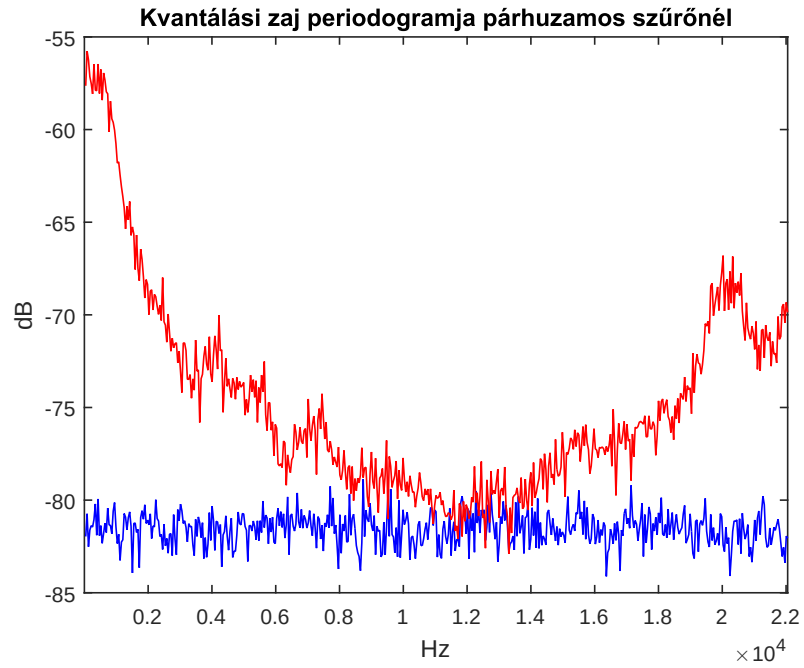


5.2. ábra. *30-ad fokú IIR szűrő pólusai és zérusai*

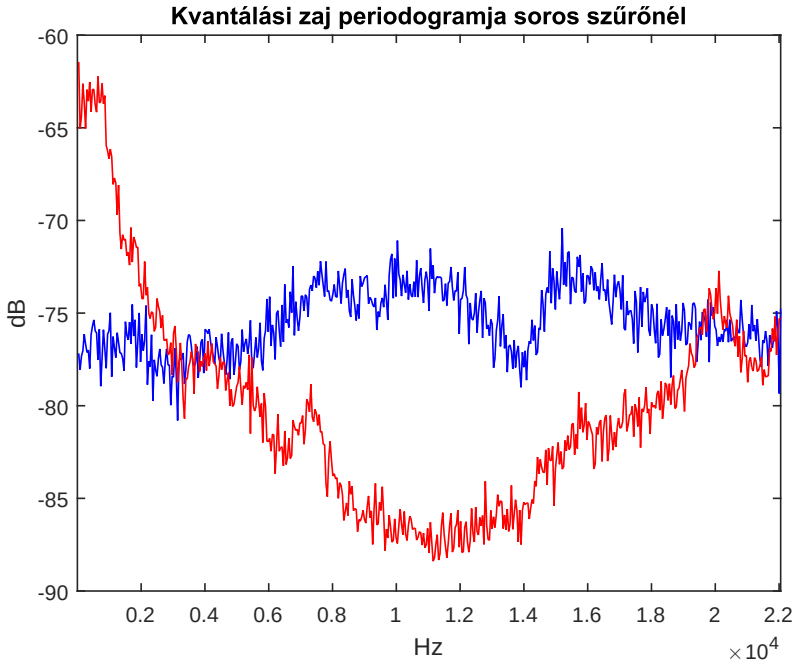
WIIR tagból áll. A kvantálási zaj teljesítménye a az 5.1. táblázatban látható. Párhuzamos szűrőnél a javaslataim több, mint 10 dB zajcsökkenést eredményeztek. Soros megvalósításnál nem sikerült lényeges javulást elérni. A számításigényeket megvizsgálva látható, hogy amennyiben nem indokolja az együtthatók kerekítése, IIR szűrőt direkt form alakban érdemes megvalósítani.



5.3. ábra. *30-ad fokú IIR szűrő párhuzamos tagjainak pólusai és zérusai*



5.4. ábra. *30-ad fokú IIR szűrő párhuzamos realizációjának zaja 16 biten*
Piros: megvalósítás DF1 tagokkal, kék: optimalizált struktúra zaja



5.5. ábra. *30-ad fokú IIR szűrő soros realizációjának zaja 16 biten*
Piros: megvalósítás DF1 tagokkal, kék: optimalizált struktúra zaja

Struktúra	DF2	DF1 soros	DF1 - párhuzamos	Opt. soros	Opt. - párhuzamos
Zajteljesítmény 16 biten	−54,5 dB	−44,9 dB	−39,3 dB	−45,3 dB	−51,7 dB
Zajteljesítmény 24 biten	−101,9 dB	−92,4 dB	−87,6 dB	−93 dB	−98,1 dB
Zajteljesítmény 32 biten	−149,2 dB	−141,3 dB	−135,9 dB	−141,7 dB	−148,1 dB
Utasításszám	187	317	345	408	466

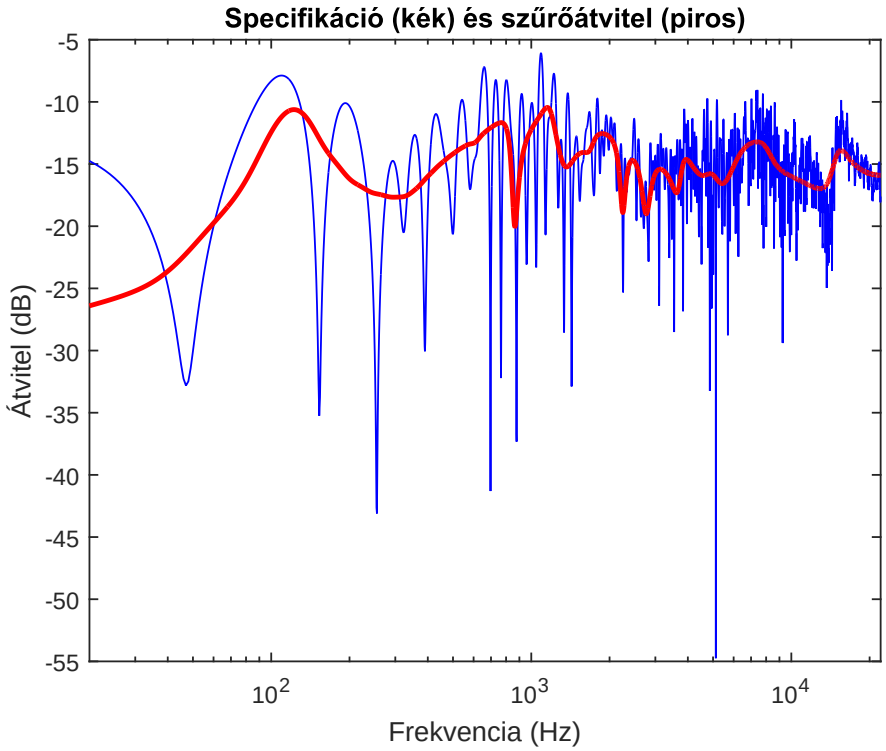
5.1. táblázat. *30-ad fokú IIR realizációinak zaja és számításigénye*

5.0.2. WIIR, $\lambda = 0{,}75$

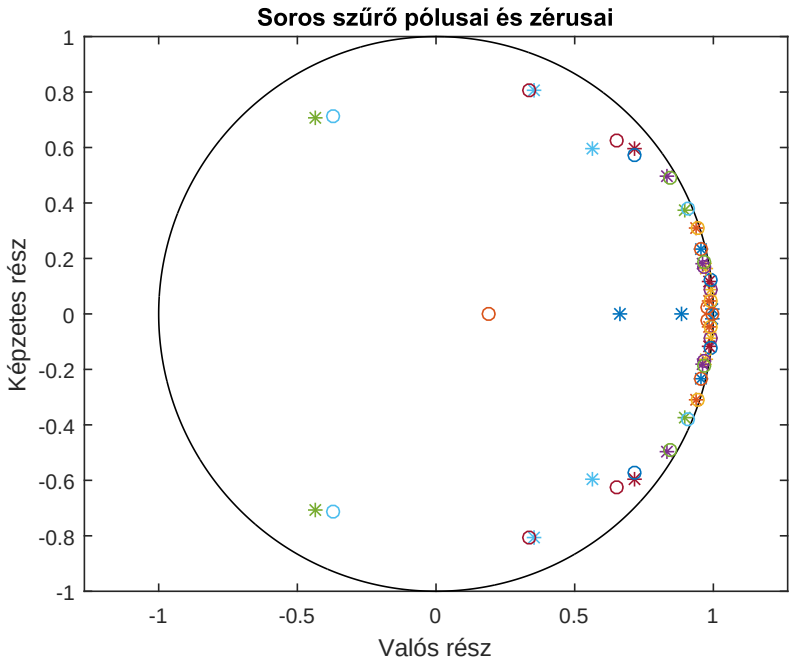
Warpolt szűrőknél fontos paraméter a warpolási tényező. A $\lambda = 0{,}75$ választással az emberi halláshoz közel álló Bark frekvenciaskála mellett optimalizálja a tervezési algoritmus a specifikációtól való eltérést [21].

Példaként egy 30-ad fokú WIIR szűrőt terveztettem, melynek átvitele az 5.6. ábrán, pólusai és zérusai pedig az 5.7. ábrán találhatók. Jól látható, hogy a pólusok alacsony frekvenciára koncentrálódnak, míg a zérusok soros realizációnál a pólusokhoz közel, párhuzamosnál pedig a valós tengelyen helyezkednek el.

Az 5.9–5.10. ábrákon található a zaj spektrumának becslője. Látható, hogy az optimalizálás nem csak a zaj teljesítményét csökkenti, hanem a spektrumát is egyenletesebbé teszi, ami a szubjektív zajérzetre is jótékony hatással van.



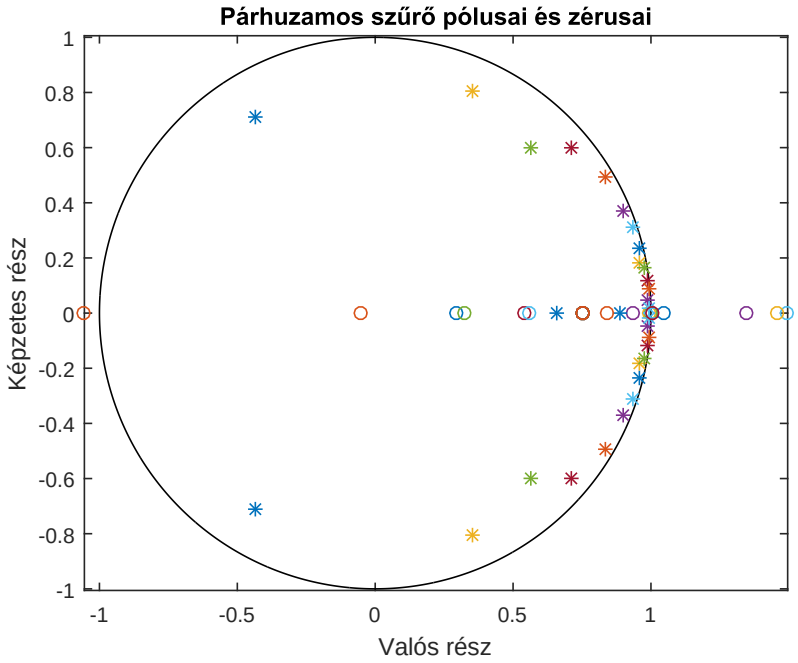
5.6. ábra. 30-*ad fokú WIIR szűrő átvitele,* $\lambda = 0{,}75$



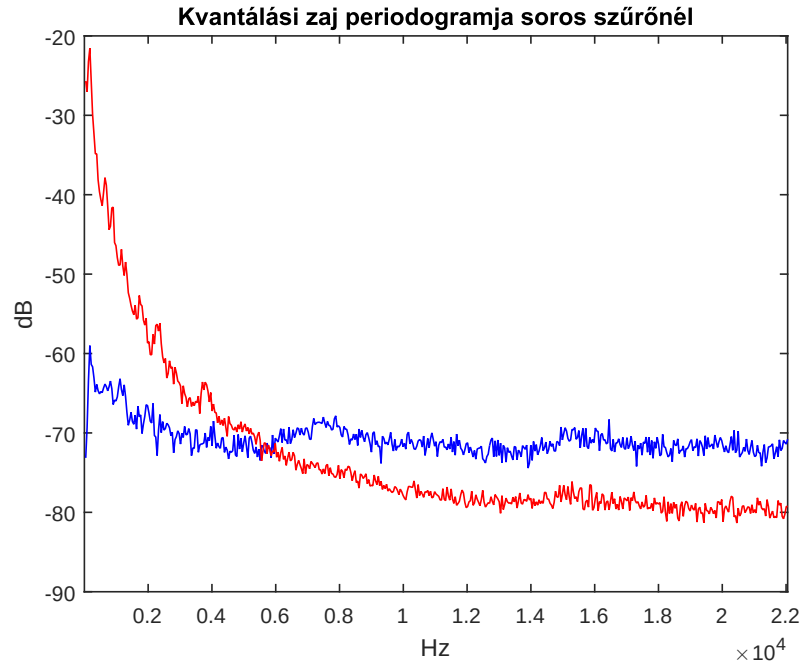
5.7. ábra. 30-*ad fokú WIIR szűrő pólusai és zérusai,* $\lambda = 0{,}75$

Optimalizálás után a soros struktúra 6 db Chamberlin, 7 db WIIR és 2 db DF2 tagot tartalmaz. A zaja ennek hatására kb. 30 dB-lel lett kisebb, míg számításigénye 43%-kal lett nagyobb.

A párhuzamos realizáció optimalizálás után 1 db DF2, 1 db Gold & Rader, 5 db

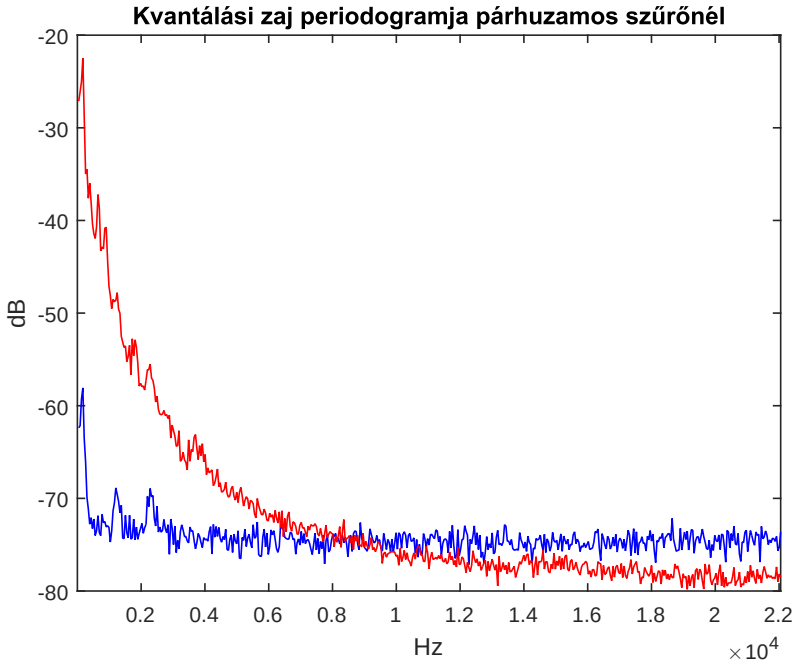


5.8. ábra. 30-*ad fokú WIIR szűrő párhuzamos tagjainak pólusai és zérusai,* $\lambda = 0{,}75$



5.9. ábra. *WIIR szűrő zaja soros megvalósításban, 16 biten,* $\lambda = 0{,}75$
Piros: megvalósítás DF1 tagokkal, kék: optimalizált struktúra zaja

Kingsbury, 3 db Chamberlin, 4 db WIIR és 1 db Zölzer tagból áll. A zaja kb. 28 dB-lel kisebb, mint az optimalizálatlané, számításigénye pedig 37%-kal nagyobb.



5.10. ábra. *WIIR szűrő zaja parhuzamos megvalósításban, 16 biten, $\lambda = 0{,}75$*
Piros: megvalósítás DF1 tagokkal, kék: optimalizált struktúra zaja

Struktúra	WIIR	DF1 soros	DF1 párhuzamos	Opt. soros	Opt. párhuzamos
Zajteljesítmény 16 biten	−52,7 dB	−13,4 dB	−14,7 dB	−40,2 dB	−43,5 dB
Zajteljesítmény 24 biten	−101,2 dB	−59,9 dB	−61,8 dB	−88 dB	−89,9 dB
Zajteljesítmény 32 biten	−152 dB	−108,2 dB	−110,3 dB	−136,6 dB	−137,9 dB
Utasításszám	344	317	345	466	472

5.2. táblázat. *30-ad fokú WIIR realizációinak zaja és számításigénye, $\lambda = 0{,}75$*

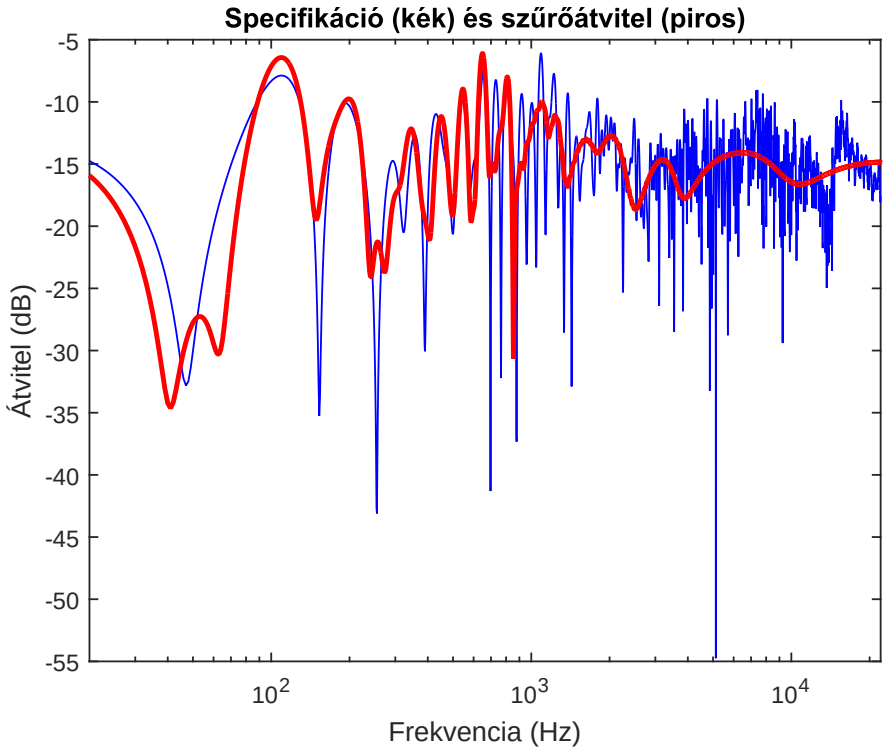
5.0.3. WIIR, $\lambda = 0{,}9375$

Átvitelek modellezésénél gyakoriak az olyan warpolt szűrők, melyek nagy fokszámuk mellett 0,9 fölötti warpolási tényezővel bírnak [22]. Itt is egy ilyen szűrőt fogok bemutatni: a λ értékét úgy választottam meg, hogy kettes számrendszerben könnyen lehessen ábrázolni, így a 40-es fokszámú szűrő warpolási tényezője $\lambda = 0{,}9375$ lett, ezáltal a pólusai és zérusai nagyon közel kerülnek a $z = 0$-hoz.

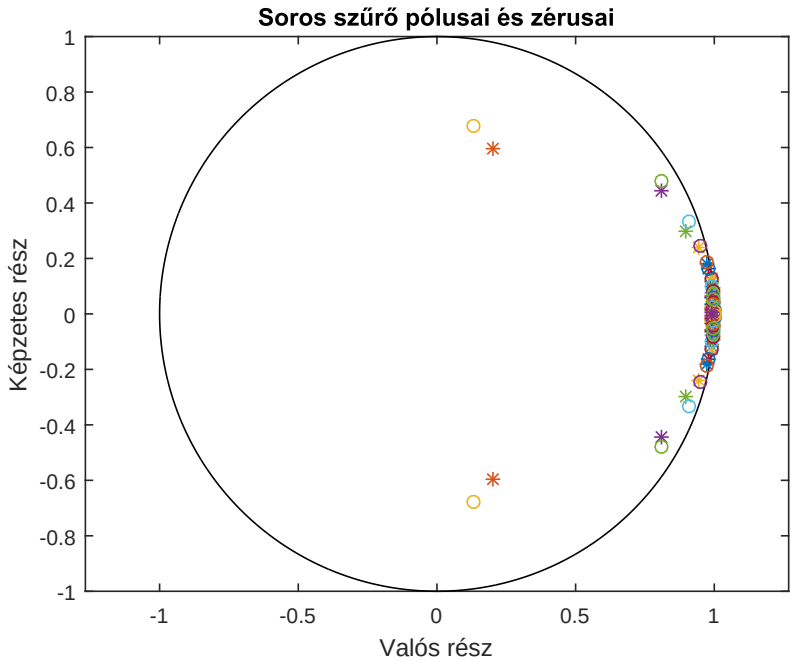
A tervezést itt is egy szoba impulzusválaszára végeztem el. A szűrő átvitele az 5.11. ábrán, a soros és párhuzamos realizáció pólus-zérus elrendezése pedig az 5.12–5.13. ábrákon látható.

A vizsgálatokat ennél a szűrőnél csak 32 biten végeztem el, mert a nagy fokszám és az 1-hez közeli warpolási tényező együttesen azt eredményezte, hogy már 24 biten is instabillá vált a szűrő. Az eredmények az 5.3. táblázatban találhatóak.

Optimalizálás után a soros megvalósítás 12 db Chamberlin, 6 db WIIR, 1 db

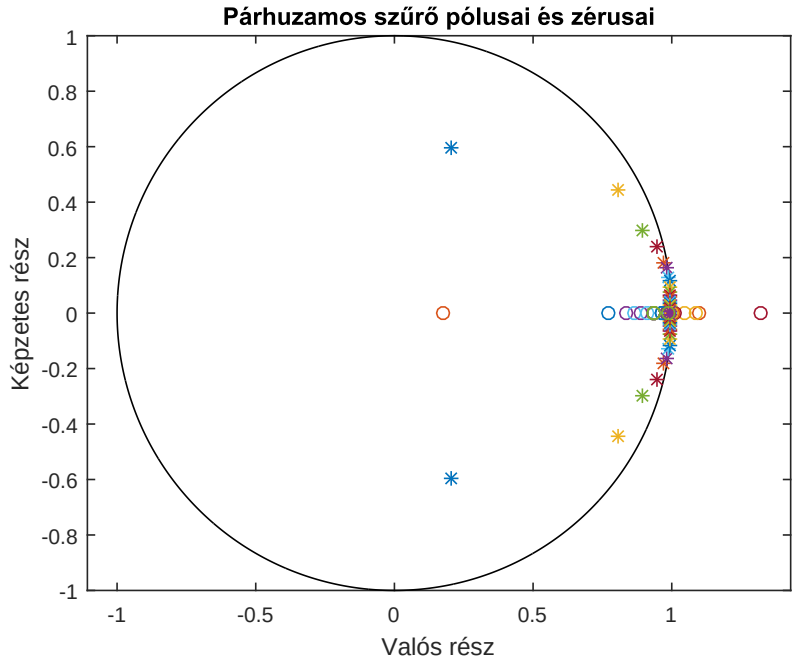


5.11. ábra. *40-ed fokú WIIR szűrő átvitele,* $\lambda = 0{,}9375$



5.12. ábra. *40-ed fokú WIIR szűrő pólusai és zérusai,* $\lambda = 0{,}9375$

Gold & Rader és 1 db Zölzer másodfokú tagból áll. A DF1 tagokból álló struktúrához képest kb. 11 dB-lel kisebb a zaj, de a közvetlen WIIR realizációhoz viszonyítva a javulás kb. 37 dB. A számításigény az optimalizálatlan soros implementációnál 38%-kal, a közvetlen WIIR-nél 40%-kal nagyobb.



5.13. ábra. *40-ed fokú WIIR szűrő párhuzamos tagjainak pólusai és zérusai,* $\lambda = 0{,}9375$

A párhuzamos struktúra optimalizálása után 8 db Chamberlin, 5 db Zölzer, 3 db Kingsbury, 3 db WIIR és 1 db Gold & Rader másodfokú tagból áll. A DF1 tagokból álló struktúrához viszonyítva kb. 36 dB a javulás, a közvetlen WIIR realizációhoz képest viszont kb. 53 dB-lel kisebb a zaj. A számításigény optimalizálás után 34%-kal nőtt a DF1 tagokból felépített struktúrához viszonyítva, míg a közvetlen WIIR realizációhoz képest 35%-kal nagyobb.

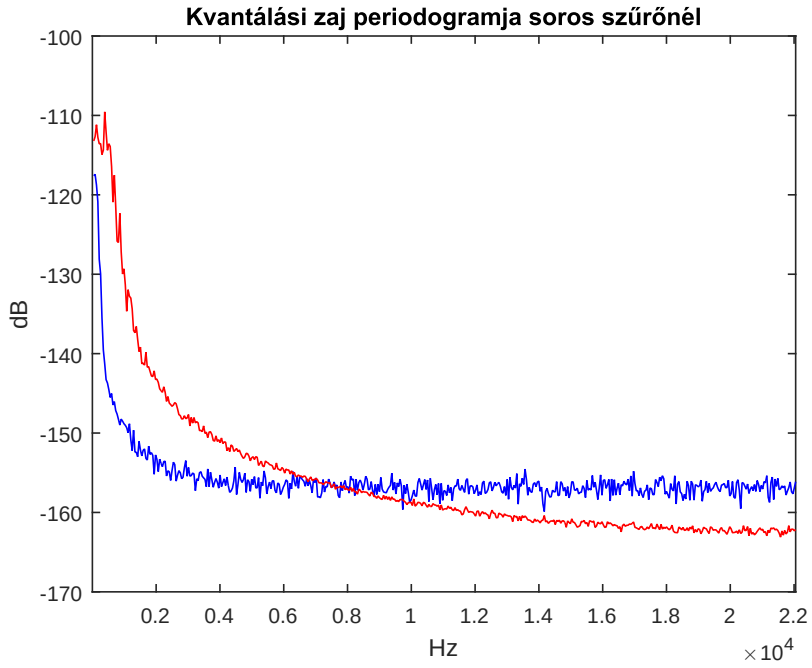
A soros és párhuzamos struktúrák zajspektrumai az 5.14–5.15. ábrákon találhatók. Látható, hogy az optimalizált szűrők kb. 200 Hz fölött egyenletes zajspektrummal rendelkeznek, alatta viszont meredek kiemelés tapasztalható.

Struktúra	WIIR	DF1 soros	DF1 párhuzamos	Opt. soros	Opt. párhuzamos
Zajteljesítmény 32 biten	−72,2 dB	−98,2 dB	−87,3 dB	−109,1 dB	−124,8 dB
Utasításszám	454	422	460	598	615

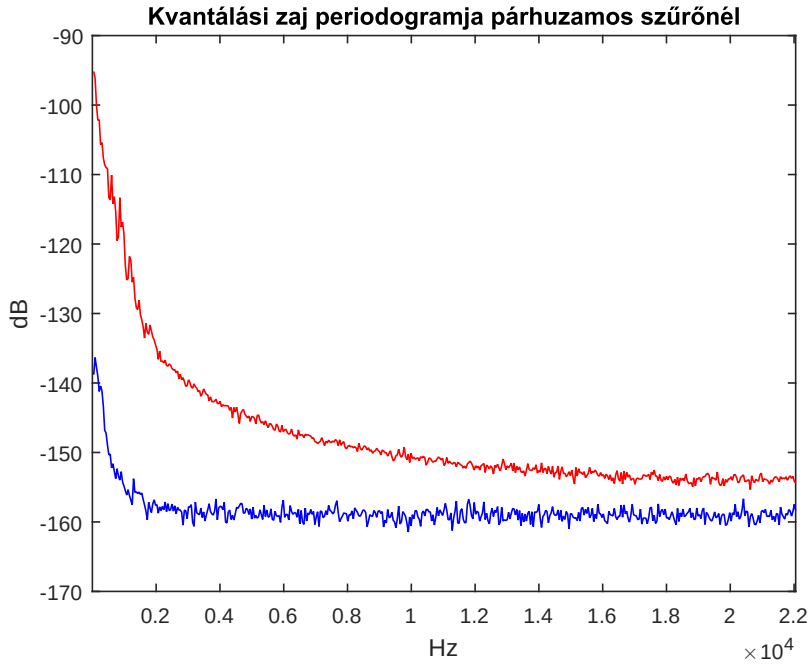
5.3. táblázat. *40-ed fokú WIIR realizációinak zaja és számításigénye,* $\lambda = 0{,}9375$

5.1. Értékelés

A fejezetben bemutatott gyakorlati példák alapján elmondható, hogy a javasolt optimalizálás jelentősen csökkenti a soros és párhuzamos szűrők zaját. Általánosan audio területen a −90 dB alatti, stúdió eszközöknél a −110 dB alatti zajteljesítményt szokás megkövetelni. Sajnos ez alapján 16 bites számábrázolásnál a zaj még optimalizáltan is túl nagy marad az audio célú felhasználásra.



5.14. ábra. *WIIR szűrő zaja soros megvalósításban, 32 biten,* $\lambda = 0{,}9375$
Piros: megvalósítás DF1 tagokkal, kék: optimalizált struktúra zaja



5.15. ábra. *WIIR szűrő zaja parhuzamos megvalósításban, 32 biten,* $\lambda = 0{,}9375$
Piros: megvalósítás DF1 tagokkal, kék: optimalizált struktúra zaja

A 24 bites implementáció ezzel szemben már megfelelő lehet. Itt nagyon fontos feladat a szűrő optimalizációja, az elérhető javulás hallhatóan jobb szűrőt eredményez. Nagy fokszámú szűrőknél ráadásul előfordul, hogy a közvetlen realizáció nem valósítható meg az együttható-kerekítés miatt, így mindenképpen másodfokú tagokból kell felépíteni a szűrő-

átvitelt.

Láthattuk, hogy nagy fokszámnál és warpolási tényezőnél már 32 biten is fontos feladat a másodfokú tagokra bontás és az optimalizálás. Bizonyos esetekben ugyanis a közvetlen realizációnak túl nagy lesz a zaja, a gyakran használt DF1 másodfokú tagokkal felépített szűrő viszont szintén nem felel meg az elvárásainknak.

Az optimalizálás hatására jelentősen csökken a soros és párhuzamos szűrők zaja, a számításigényük viszont tipikusan 40%-kal lesz nagyobb. Elmondhatjuk tehát, hogy sok esetben érdemes lehet elvégezni az optimalizációt.

6. fejezet

Összefoglalás

Dolgozatomban bemutattam, hogy fixpontos számábrázolás mellett milyen jelenségekkel számolhatunk az implementációnál, ezek közül a kvantálási zajjal és a túlcsordulással részletesen is foglalkoztam.

Bemutattam a különböző szűrőstruktúrákat, ahol szükséges volt, zérusokkal is kiegészítettem őket. Egy processzormodellen megvizsgáltam az egyes szűrők számításigényét különböző struktúrákban, valamint azt, hogy hol történik kerekítés a jelen az implementáció során. Az így meghatározott erőforrásigény pontosabb becslést ad egy adott processzoron megvalósított szűrő futásidejéről, mint az elvégzett matematikai műveletek darabszámának összege.

A másodfokú tagok vizsgálatára adtam egy módszert, amivel elemezhető a kvantálási zaj spektruma és megállapítható, hogy a tagok bemenetén (és kimenetén) mekkora skálázást kell végezni a túlcsordulás elkerülésére.

A vizsgálatok elvégzésével bebizonyosodott, hogy a zérusok helyzete is erősen befolyásolja a kvantálási zaj teljesítményét, így csak korlátozottan használható azon korábbi irodalmak eredményei, ahol csak a pólusokat vizsgálták. Néhány esetet megvizsgálva javaslatokat adtam arra vonatkozóan, hogy a pólusok és zérusok elhelyezkedésének függvényében milyen másodfokú struktúrával célszerű megvalósítani az adott tagot, hogy annak minimális zaja legyen.

Javaslataim jól használhatóak másodfokú tagok párhuzamos kapcsolása esetén, ahol az eredő zaj az egyes tagok zajának összegeként adódik. Ugyanez nem mondható el a soros kapcsolásnál, ott ugyanis a sorban elől lévők zaja végighalad a többi tagon is, így azok átvitele formálja a spektrumot. Nagy általánosságban elmondható viszont, hogy ha az átvitelben nincsenek túl nagy kiugrások, akkor soros szűrőnél nem vétünk nagy hibát a dolgozatban megfogalmazott javaslatok alkalmazásával. Ezt támasztják alá a gyakorlati példák, ahol sikerült jelentősen csökkenteni a soros és párhuzamos szűrők zaját.

Jövőbeli tervek

Dolgozatomban a numerikus zaj teljesítményét minimalizáltam, de audio alkalmazásokról lévén szó, a zajnak az érzékelt teljesítményét célszerű vizsgálni. Ehhez a kvantálási zaj

spektrumát érdemes lehet súlyozni valamilyen érzeti modell szerinti átvitellel, így gyakorlatilag az érzékelt zajteljesítményt kaphatjuk meg. A legkisebb szubjektív zajú tagot ilyen módon kiválasztva is optimalizálhatunk zajra.

A soros szűrőnél további kérdések is felmerülnek, ugyanis az egyes tagok sorrendje is befolyásolja a kimenet zajspektrumát. Ugyan létezik a megoldásra „ökölszabály" (pólushossz szerinti sorbaállítás), de ez nem biztos, hogy speciális tagok esetén is működik. E téren további vizsgálatok szükségesek.

Érdemes lehet még a tagok kiválasztásánál a számításigényt is figyelembe venni. Ha ugyanis a másodfokú tagokat az elérhető zajteljesítmény-csökkenés alapján sorbaállítjuk, akkor csak az első N darabot optimalizálva kompromisszum köthető a zajteljesítmény és a számításigény között. Így elérhető az, hogy csak pár tag esetén változtatjuk meg a struktúrát, a zajteljesítményben mégis jelentős javulást érünk el.

A bemutatott másodfokú tagokon kívül lehetséges még más struktúrák alkalmazása is, akár negyedfokú, vagy nagyobb fokszámú tagok formájában is, amennyiben a kvantálási zaj csökkenthető velük. Az ilyen hibrid struktúrák vizsgálatára a jövőben kerül sor.

Irodalomjegyzék

[1] G. Mitra, B. Johnston, A. P. Rendell, E. McCreath, and J. Zhou, „Use of SIMD vector operations to accelerate application code performance on low-powered ARM and Intel platforms," in *Parallel and Distributed Processing Symposium Workshops & PhD Forum (IPDPSW), 2013 IEEE 27th International*, pp. 1107–1116, IEEE, 2013.

[2] R. Keil, „Digital signal processing with Cortex-M microcontrollers," tech. rep., ARM Germany GmbH., 2011.

[3] W. Chen, „Performance of cascade and parallel iir filters," *Journal of the Audio Engineering Society*, vol. 44, no. 3, pp. 148–158, 1996.

[4] B. Gold and C. M. Rader, „Effects of quantization noise in digital filters," in *Proceedings of the April 26-28, 1966, Spring joint computer conference*, pp. 213–219, ACM, 1966.

[5] U. Zölzer, *Digital audio signal processing.* John Wiley & Sons, 2008.

[6] A. Härmä, M. Karjalainen, L. Savioja, V. Välimäki, U. K. Laine, and J. Huopaniemi, „Frequency-warped signal processing for audio applications," *Journal of the Audio Engineering Society*, vol. 48, no. 11, pp. 1011–1031, 2000.

[7] S. W. Smith, „The scientist and engineer's guide to digital signal processing," 1997.

[8] N. Kingsbury, „Second-order recursive digital-filter element for poles near the unit circle and the real z axis," *Electronics Letters*, vol. 8, no. 6, pp. 155–156, 1972.

[9] C. M. Rader and B. Gold, „Effects of parameter quantization on the poles of a digital filter," *Proceedings of the IEEE*, pp. 688–689, 1967.

[10] U. Zölzer, *Entwurf digitaler Filter für die Anwendung im Tonstudiobereich.* PhD thesis, Technischen Universität Hamburg-Harburg, 1989.

[11] A. Eletri, E. S. Salem, A. R. Zerek, and S. Elgandus, „Effect of coefficient quantization on the frequency response of an IIR digital filter by using software," in *2010 7th International Multi-Conference on Systems Signals and Devices (SSD)*, pp. 1–6, IEEE, 2010.

[12] W. R. Bennett, „Spectra of quantized signals," *Bell System Technical Journal*, vol. 27, no. 3, pp. 446–472, 1948.

[13] S. Ahuja and S. D. Roy, „Variable digital filters," *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 27, no. 9, pp. 836–838, 1980.

[14] C. Asavathiratham, *Digital audio filter design using frequency transformations*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1996.

[15] M. Tyril, J. A. Pedersen, and P. Rubak, „Digital filters for low-frequency equalization," *Journal of the Audio Engineering Society*, vol. 49, no. 1/2, pp. 36–43, 2001.

[16] K. Steiglitz, „A note on variable recursive digital filters," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. 28, no. 1, pp. 111–112, 1980.

[17] M. Karjalainen, A. Harma, and U. K. Laine, „Realizable warped IIR filters and their properties," in *1997 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1997. ICASSP-97.*, vol. 3, pp. 2205–2208, IEEE, 1997.

[18] H. Chamberlin, *Musical Applications of Microprocessors*. Indianapolis, Indiana, USA: Sams, 1984.

[19] U. Zölzer, „A low roundoff noise digital audio filter," in *Proc. Fifth European Signal Processing Conference (5ª, 1990, Barcelona, Spain). Eusipco*, vol. 90, pp. 529–532, 1990.

[20] T. W. Parks and C. S. Burrus, *Digital filter design*. Wiley-Interscience, 1987.

[21] M. Karjalainen, E. Piirilä, A. Järvinen, and J. Huopaniemi, „Comparison of loudspeaker equalization methods based on DSP techniques," *Journal of the Audio Engineering Society*, vol. 47, no. 1/2, pp. 14–31, 1999.

[22] B. Bank, „Direct design of parallel second-order filters for instrument body modeling," in *Proc. International Computer Music Conference (ICMC 2007), Copenhagen, Denmark*, pp. 458–465, 2007.

Függelék

F.1. Szűrő implementációk a processzormodellen

A 3. fejezetben bemutatott szűrők számításigényét a processzor modellen implementálva számoltam. Az egyes implementációkat itt helyeztem el.

```
for n = 0...mintaszám do
    CLR Acc
    LOAD B, b[0]
    LOAD C, u[n] /* bemenet */
    MAC Acc, B, C
    for i = 1...N do
        LOAD B, b[i]
        LOAD C, x1[i] /* x1[] az első sor késleltető */
        LOAD D, a[i]
        LOAD E, x2[i] /* x2[] a második sor késleltető */
        MAC Acc, B, C
        MAC Acc, D, E
    end
    MOV A, Acc
    STORE A, y[n]
    STORE A, x2[0]
end
```

F.1. algoritmus: N-ed fokú DF1 szűrő implementációja a processzormodellen.

```
for n = 0...mintaszám do
    CLR Acc1
    CLR Acc2
    for i = 1...N do
        LOAD B, b[i]
        LOAD C, a[i]
        LOAD D, x[i] /* x[] a késleltető */
        MAC Acc1, C, D
        MAC Acc2, B, D
    end
    MOV A, Acc1
    ADD A, A, u[n] /* bemenet */
    STORE A, x[0]
    LOAD B, b[0]
    MAC Acc2, A, B
    MOV A, Acc2
    STORE A, y[n]
end
```

F.2. algoritmus: N-ed fokú DF2 szűrő implementációja a processzormodellen.

```
for n = 0...mintaszám do
    LOAD B, x1[0] /* bal oldali késleltetősor */
    LOAD C, u[n] /* bemenet */
    ADD A, B, C
    for i = 2...N do
        LOAD B, b[i]
        LOAD C, x1[i] /* x1[] a bal oldali késleltetősor */
        LOAD D, a[i]
        LOAD E, x2[i] /* x2[] a jobb oldali késleltetősor */
        MUL B, B, A
        MUL D, D, A
        ADD C, C, B
        ADD E, E, D
        STORE C, x1[i-1]
        STORE E, x2[i-1]
    end
    LOAD B, b[0]
    MUL A, A, B
    STORE A, y[n]
end
```

F.3. algoritmus: N-ed fokú DF1 transzponált szűrő implementációja.

```
for n = 0...mintaszám do
    CLR Acc
    LOAD A, x[1] /* x[] a késleltető */
    LOAD B, r[1] /* r[1] = r*cos(phi) */
    LOAD C, x[2]
    LOAD D, r[3] /* r[3] = -r*sin(phi) */
    MAC Acc, A, B
    MAC Acc, C, D
    MOV E, Acc
    LOAD D, u[n] /* bemenet */
    ADD E, E, D
    CLR Acc
    LOAD D, r[2] /* r[2] = r*sin(phi) */
    MAC Acc, A, D
    MAC Acc, B, C
    MOV B, Acc
    LOAD D, k[0]
    MAC Acc, E, D
    LOAD D, k[1]
    MAC Acc, A, D
    LOAD D, k[2]
    MAC Acc, C, D
    MOV A, Acc
    STORE E, x[1]
    STORE B, x[2]
    STORE A, y[n]
end
```

F.4. algoritmus: Gold & Rader másodfokú tag implementációja.

```
for n = 0...mintaszám do
    LOAD A, u[n] /* bemenet */
    LOAD B, b[0]
    LOAD C, x[1]
    MUL B, A, B
    ADD B, B, C
    for i = 1...N do
        LOAD C, b[i]
        LOAD D, a[i]
        LOAD E, x[i+1] /* x[] a késleltető */
        MUL C, A, C
        MUL D, B, D
        ADD C, C, D
        ADD C, C, E
        STORE C, x[i]
    end
    STORE B, y[n]
end
```

F.5. algoritmus: N-ed fokú DF2 transzponált szűrő implementációja.

```
for n = 0...mintaszám do
    CLR Acc
    for i = 1...N do
        LOAD C, c[i]
        LOAD D, x[i] /* x[] a késleltető */
        MAC Acc, C, D
    end
    MOV A, Acc
    LOAD C, u[n] /* bemenet */
    ADD A, A, C
    LOAD C, c[0]
    MUL A, A, C
    LOAD D, lambda
    CLR Acc
    for i = 0...N do
        LOAD B, b[i]
        MAC Acc, A, B
        LOAD C, x[i+2]
        SUB C, C, A
        MUL C, C, D
        LOAD B, x[i+1]
        STORE A, x[i+1]
        ADD A, A, B
    end
    MOV A, Acc
    STORE A, y[n]
end
```

F.6. algoritmus: N-ed fokú warpolt IIR szűrő implementációja.

```
for n = 0...mintaszám do
    CLR Acc
    LOAD A, x[1] /* x[] a késleltető */
    LOAD B, x[2]
    LOAD C, l[3]
    LOAD D, u[n] /* bemenet */
    MAC Acc, C, D
    LOAD C, k[2]
    MAC Acc, C, A
    MOV C, Acc
    SUB C, C, B
    LOAD D, k[1]
    MUL C, C, D
    ADD C, C, A
    MUL D, C, D
    ADD D, D, B
    CLR Acc
    LOAD E, l[1]
    MAC Acc, E, B
    LOAD E, l[2]
    MAC Acc, E, A
    MOV E, Acc
    ADD E, D
    STORE C, x[1]
    STORE D, x[2]
    STORE E, y[n]
end
```

F.7. algoritmus: Kingsbury másodfokú tag implementációja.

```
for n = 0...mintaszám do
    LOAD A, x[1] /* x[] a késleltető */
    LOAD B, x[2]
    LOAD C, q
    LOAD D, u[n] /* bemenet */
    MUL C, C, A
    ADD C, C, B
    ADD C, C, D
    LOAD D, -f
    MUL D, C, D
    ADD D, D, A
    LOAD E, f
    MUL E, E, D
    CLR Acc
    LOAD F, k[0]
    MAC Acc, F, C
    LOAD F, k[1]
    MAC Acc, F, A
    LOAD F, k[2]
    MAC Acc, F, B
    MOV A, Acc
    ADD A, A, E
    STORE D, x[1]
    STORE E, x[2]
    STORE A, y[n]
end
```

F.8. algoritmus: Chamberlin másodfokú tag implementációja.

```
for n = 0...mintaszám do
    LOAD A, x[1] /* x[] a késleltető */
    LOAD B, x[2]
    LOAD C, z[1] /* z1 együttható */
    LOAD D, u[n] /* bemenet */
    MUL E, C, B
    ADD D, D, E
    ADD E, D, A
    CLR Acc
    MAC Acc, C, E
    LOAD C, z[2] /* z2 együttható */
    MAC Acc, C, B
    MOV F, Acc
    LOAD C, z[3] /* -z1 együttható */
    MUL F, F, C
    ADD F, F, B
    CLR Acc
    LOAD C, k[0] /* k0 együttható */
    MAC Acc, C, D
    LOAD C, k[1] /* k1 együttható */
    MAC Acc, C, A
    LOAD C, k[2] /* k2 együttható */
    MAC Acc, C, B
    MOV A, Acc
    ADD A, A, F
    STORE E, x[1]
    STORE F, x[2]
    STORE A, y[n]
end
```

F.9. algoritmus: Zölzer másodfokú tag implementációja.