

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Villamosmérnöki és Informatikai Kar Hálózati Rendszerek és Szolgáltatások Tanszék



Kulcsár Dóra

Ortotróp rezonánslapok mint csatoló- és sugárzóelemek a zongorahang fizikai alapú szintézisében

KONZULENS

Dr. Fiala Péter

TARTALOMJEGYZÉK

Összefoglaló			3	
Abstract				
1	Bevezetés		5	
2	A zongora rezonánslapja		7	
	2.1	A rezonánslap szerepe	7	
	2.2	A rezonánslapok tulajdonságai	7	
3	Az	ongora rezonánslapjának modellezése		
	3.1	A modellezés lehetséges céljai		
	3.1.	1 Fizikai modell alapú hangszintézis	10	
	3.1.	2 Gyártástámogatás	11	
	3.2	A rezonánslap-modell elhelyezése a zongoramodellben	11	
	3.3	A kalapácsmodell	13	
	3.4	A húrmodell	13	
	3.5	A rezonánslap szerepének modellezése	16	
	3.5.1 Rezonánslap mint lezáró és csatoló elem – A végeselem modell		16	
	3.5.	2 Rezonánslap mint sugárzó elem	19	
4	Az eredmények ismertetése			
	4.1	A szimulációs paraméterek		
	4.2	A szimuláció során vizsgált tulajdonságok		
	4.3	Az eredmények értékelése	24	
	4.3.	1 A csatolás szemléltetése	24	
	4.3.	2 A módusok sugárzási iránya		
	4.4	Továbblépési lehetőségek		
5	Öss	zefoglalás		
Ábrák jegyzéke				
Ir	Irodalomjegyzék			

Összefoglaló

A mindenki számára ismerősen csengő zongorahangot számos tényező befolyásolja. A kalapácsok és a húrozat kialakításán túl a legjelentősebb szerep a rezonátorlemeznek jut. Ezért a hangszer vizsgálatánál érdemes külön figyelmet fordítani a rezonátorlemez vizsgálatára.

A rezonátorlemezen keresztül jutnak el a hallgatókhoz a hangszerben kialakult rezgések, így annak adottságai jellegzetes színezetet adnak a kialakult hangnak.

A rezonátorlemez felelős a hangszerben megfigyelhető csatolási jelenség kialakításáért is, azaz amikor egyik húr rezgésének hatására más húrok is rezgésbe jönnek, ezzel is befolyásolva a lesugárzott hang színezetét. A zongora rezonátorlemezét mai napig fából készítik. A faanyag tulajdonságait leginkább otrotróp anyagjellemzőkkel lehet figyelembe venni. Abban az esetben, ha a hangszer fizikai tulajdonságait minél pontosabban szeretnénk modellezni, szükséges ortotróp lemezmodellt használni.

Dolgozatomban vizsgálom az ortotróp anyagjellemző hatását a rezonátorlemezben megfigyelhető csatolási jelenségekre, és a térbe lesugárzott hangra. Ehhez numerikus számítási modelleket használok: a lemezmodellt végeselem módszer segítségével veszem figyelembe, míg a lesugárzott hang számításához a Rayleigh-integrált alkalmazom.

Abstract

The well-known sound of a piano is influenced by many parameters. Besides the mechanical features of hammers and strings, the soundboard plays the most important role in the sound production process. Therefore it is worth to concentrate on this element of the instrument especially.

Through the soundboard the resonances of the instrument can reach the audience, so the characteristics of the soundboard is influence and modify the colouring of the sound.

The soundboard also takes part in the coupling mechanism of the instrument. The resonance of one string has an effect on the other ones, so further strings will resonate, and the radiated sound will be more colourful. Until today the piano soundboards are made from wood. The different wood types can be characterised as orthotropic materials physically. If we want to model the piano soundboard as accurate as possible, we should use an orthotropic resonator model.

In this study I will describe some effects of the orthotropic soundboard model on the inside-board coupling and on the radiated sound. To aim this I use numerical computation models: the soundboard is modelled using finite element method, while the radiated sound is computed using Rayleigh integral.

1 Bevezetés

Kevés olyan hangszer van, ami a lehetőségek olyan sokszínűségét nyújtja játékosának, mint a zongora. A hangszínek változatossága, a dinamika széles skálája egyaránt alkalmassá teszi a szólóhangszerek karakterének, az énekhang dallamosságának visszaadására, valamint a szimfonikus zenekari játék imitálására.

Ezt a tulajdonságát mechanikai összetettségének köszönheti. A hangszer számos alkotóelemének teljes összhangja az, ami biztosítja a kellemes, ismerősen csengő zongorahangot. Az elért hatás sok esetben nagyon apró részleteken múlik, amely részletek, vagy csupán azok egyes elemeinek önmagukban történő modellezése sem minden esetben egyértelmű feladat, mint például ha a kalapácsfilceket tekintjük. Ez a nehezen megfogható, komplex rendszer az évszázadok során tapasztalati úton fejlődött, és érte el a napjainkban ismert magas minőségű szintet. Bár az egyes elemek modellezésére számos példával találkozhatunk a szakirodalomban, a hang keletkezésének pontos megértése, részletes modellezése napjainkban is aktuális kutatási területnek számít.

Története során hatalmas fejlődésen ment keresztül, és bár a hangszer kialakítása mára klasszikussá vált, napjainkban egyre többen álmodnak új formát, új stílust a hangszernek. Az új utak keresése a klasszikus hangszereknek egyre nagyobb konkurenciát jelentő digitális hangszerek fejlődésével is szükségessé vált. A technológiai fejlődés visszahatott a hagyományos hangszergyárak munkájára is. Egyrészről szükségessé vált a digitális piacon való megjelenés, másrészről a tradicionális hangszerek esetében is megnőtt az igény a minőség további növelésére. A virtuális prototípusgyártáshoz elengedhetetlen pontos modellek azonban nem csak a szakmát tudják támogatni, hanem a fogyasztók számára is új lehetőségeket nyitnak.

A fizikai paraméterekből kiinduló modellezési folyamatban a rezonátorlemezre külön figyelmet érdemes fordítani, hiszen ez az elem a hangszer kulcselemének tekinthető. A rezonáns tulajdonságai döntő mértékben meghatározzák, hogy mennyire lesz a kialakult hang változatos, kellemes, milyen dinamikai tartomány áll a játékos rendelkezésére, és mennyire lesz a hangszer tartós.

Ez az oka annak, hogy – a hangszer egész életútjára jellemző módon – az elmúlt években új lendületet kapott a kísérletezés a rezonánslapok esetében is. Az új, alternatív anyagokon túlmenően, új formák is megjelentek a tökéletes hangzás keresése közben.

Ezért is tartom fontosnak, hogy a jelen munkámban – a korábbi munkákra építve – a rezonátorlemez modellezésének kérdésivel foglalkozzam. A mostani munkában ismertetem a rezonánslapok szerepét, tulajdonságait, és érintőlegesen említem a napjainkban aktuális trendeket. A modellezési részben a hagyományos rezonánslap-konstrukciókkal foglalkozom, különös figyelmet fordítva arra, hogyan befolyásolja a lesugárzott hangot, amennyiben figyelembe vesszük, hogy ezek a rezonánsok ortotróp anyagtulajdonságokkal rendelkeznek.

A következő oldalakon elsőször ismertetetem a rezonátorlemez hangszerben betöltött szerepét, majd rátérek a modellezési kérdésekre. Zárásképpen foglalkozom a szimulációs eredmények ismertetésével, melyeket összevetek a korábban kapott szimulációs eredményekkel is.

2 A zongora rezonánslapja

A rezonánslapnak nagyon fontos szerep jut a zongora hang kialakulásában. Egyes szakértők szerint, a rezonánslap tekinthető a hangszer szívének, hiszen annak anyaga, formai kialakítása döntő mértékben formálja a hangszerből a térbe sugárzott hangot. (Kolasis, 2009)

2.1 A rezonánslap szerepe

A jól ismert zongorahang gyakorlatilag a rezonánslapon nyeri el végső színezetét, hiszen a húrozaton kialakult rezgés csupán nagyon gyenge hangot adna, mivel a húrok felülete kevés ahhoz, hogy a körülötte levő légtömeget kellőképpen mozgásba hozza. (Gát, 1964) A rezonátorlemez több szempontból is formálja, módosítja a húrozaton kialakult rezgésalakot. Egyrészről a rezonánslap nem egyenlő mértékben erősíti az egyes hangokhoz tartozó felhangokat, másrészről a rezonátorlemez húrok közötti csatoló elemként viselkedik, azaz a lemezen keresztül az egyik húron kialakult rezgésalak befolyásolja a többi húron kialakult rezgésalakot. Ezt egyes gyártók kifejezetten ki is használják azáltal, hogy olyan, "extra" húrokkal egészítik ki a húrozatot, melyet a kalapács nem üt meg közvetlenül, csupán a többi húr hatására rezgésbe jön (aliquot húrozás). (Blüthner , 1877) Ezért a jó rezonánslap kialakítása jelentősen befolyásolja a hangszer minőségét.

2.2 A rezonánslapok tulajdonságai

A hangszer kezdetektől napjainkig nyúló történelme során, mindig rendkívüli figyelmet fordítottak a rezonánslapra. Annak formájára, elhelyezkedésére, anyagára számos változat születet, melyek közül csupán elenyésző számú bizonyult minőségileg és gyártástechnológiailag is tartósnak. Ez a kísérletezés napjainkban is tart, sőt az utóbbi időben új lendületet kapott a technikai lehetőségek bővülésével.

A rezonánslapok geometriája tradicionálisan követte a hangszer formáját, másként fogalmazva, a hangszer külső kialakítása igazodott a rezonánslap alakjához. Napjainkban ez az állítás már nem állja meg teljes mértékben a helyét. A napjainkban forgalomban lévő hangszerek jelentős része két nagy csoportba sorolhatóak be formailag: a pianínó típusú álló hangszerek, melyek rezonánslapja megközelítőleg

téglalapformát követ, illetve a koncertzongora típusú hangszerek, melyek a jól ismert zongoraformát veszik fel. (Steinway&Sons, 2015)

A hagyományos formák mellett ma is találunk alternatív megoldásokat. Ezek durván csoportosítva kétfélék lehetnek: egyrészről a hagyományos kereteken belül gondolják végig a rezonáns szerepét, ám a hangszer kialakításában nem változtatnak jelentőset; vagy a rezonáns kialakításának oly mértékű újragondolása, hogy az a hangszert magát is jelentős részben befolyásolja. (Lásd például (OversPianos, 2004), (KlavinsPianos, 2013)

A rezonánslap formai kialakításán túlmenően nagyon fontos annak anyaga. A rezonánslapok többségét mind a mai napig fából készítik, így nem létezik két tökéletesen egyforma rezonáns. A hangszerkészítők az évek folyamán sok más anyaggal is kísérleteztek. de egyik sem bizonyult eddig alkalmasnak а zongora rezonátorlemezének általános helyettesítésére. A mai hangszerek esetében a rezonánslapokat – anyaguk szempontjából – három nagy csoportba lehet sorolni: tömörfa csíkokból összeállított rezonánslemezek, laminátumok és kompozit (karbon szálas) rezonánsok.

Az első kategóriába tartozó lemezek tekinthetőek a hagyományos kialakításnak, minden magas minőségű tradicionális hangszerben ilyen rezonánslapot találhatunk. Az így készült rezonátorlemez nem homogén. A basszus hangok esetén ritkább évgyűrűkkel rendelkező faanyagot, míg a felső oktávok esetén sűrűbb évgyűrűkkel rendelkező faanyagot használnak. (Gát, 1964)

A laminátumok használatának eredeti oka az volt, hogy a faanyag száradása miatt a rezonánslemez megereszkedik, és így elveszíti a gyártáskor kialakított ívelt formát, rontva ezzel a hangszer hangminőségét. A koncepció – bár megoldotta a deformáció kérdését – napjainkban egyértelműen az olcsóbb kategóriás hangszerekre jellemző. (Fine, 2010)

Napjainkban is számos lehetőséggel kísérleteznek a hangszergyártók. Ennek fő oka, hogy a rezonánslap közvetlenül hatással van a hangszert elhagyó hang színezetére, ugyanakkor a környezeti hatások jelentős befolyással vannak a rezonánslapra. Ez a rezonánslap hosszú távú deformációján túlmenően a mindennapi karbantartásban is jelentkezik, hiszen a hőmérsékletben és páratartalomban bekövetkezett apró mozgások nyomán a húrok hangmagassága megváltozik, azaz a hangszer elhangolódik. Egyik

lehetőség ennek a problémának a megoldására a karbon szálas (kompozit) anyagok használata a rezonánslap alapjául. Ezek az anyagok akusztikailag kedvező tulajdonsággal rendelkeznek, relatívan könnyűek, jól ellenállnak a környezeti változásoknak, így egy megközelítőleg állandó hangminőséget biztosítanak a játékosok és a közönség számára. (Richardson, 2013)

A jelen munka során első sorban a hagyományos rezonánslap-kialakításokkal foglalkoztunk.

3 A zongora rezonánslapjának modellezése

3.1 A modellezés lehetséges céljai

A hangszerek fizikai alapú modellezésének két fő célja lehet: a fizikai modell alapú hangszintézis és a gyártástámogatás. Az első esetben a minél inkább tökéletes hangszín a fő cél, míg a második esetben ezt a célt a lehető legpontosabb fizikai modell alapján kell elérni.

3.1.1 Fizikai modell alapú hangszintézis

A digitális hangszerek, szintetizátorok piacán mai napig a minta alapú hangszintézist használó eszközök az elterjedtebbek. A mintaalapú hangszintézis során a korábban felvett hangmintákból generálják a szintetizált hangot.

A fizikai modell alapú hangszintézis során, ezzel szemben a hangszer geometriájából és mechanikai tulajdonságaiból indul ki a modellezés, és az előállított hang ennek a modellnek valamilyen kimenete. Fizikai modell alapú szintézisben általában a rendszert leíró egyenletekből indulnak ki, és a gerjesztés hatására a rendszerben lejátszódó fizikai folyamatokat modellezik. Ennek a folyamatnak az eredményeként áll elő a szintetizált hang.

A fizikai modell alapú hangszintézisnek több érdekes felhasználási területe van. Egyrészről napjainkban egyre inkább terjednek a hibrid hangszerek, mely hangszerekben a fizikai modell alapú hangszintézis jó alternatívája lehet az eddig általánosan használt modell alapú hangszintézis technikának. Hasonló módon a játékosok kezébe lehet adni egyetlen paraméterezhető zongora modullal végtelen számú hangszert. Aktuálisan megfogalmazott cél továbbá a historikus hangszerek hangjának újraélesztése, a hangszerek reprodukciója nélkül.

A digitális hangszerek piacát ma még egyértelműen a minta alapú illesztésen alapuló szintetizátorok uralják, de egyre több példa jelenik meg a fizikai alapú hangszintézis elvén működő szintetizátorokra is. Erre talán a legszembetűnőbb példa a Pianoteq szoftvere, mely egészen új szintre emelte a zongora hang szintetizálását, megvalósítva az előbb leírt célokat. (Mondartt, 2015)

3.1.2 Gyártástámogatás

Míg a modell alapú hangszintézis esetén a modellek fizikai jellemzőhöz közvetlenül nem köthető paraméterek segítségével finomhangolható, addig ezt a gyártástámogatás esetén el kell kerülni. Ebben az esetben a cél, hogy a zongora egészének, vagy csupán egy részének viselkedését minél pontosabban le lehessen írni, hogy az egyes fizikai paraméterek megváltozásának hatását minél pontosabban meg lehessen becsülni. Erre – a már más iparágakban jól ismert – virtuális prototípusgyártás miatt van szükség.

A hangszergyártást már ma is támogatják számítógépes technológiával, de egy hangszer továbbfejlesztése, vagy egy új modell megalkotása hosszú időt vesz igénybe. Ennek egyik oka, hogy a ma rendelkezésre álló számítógépes modellek még nem szolgáltatnak elég információt. Minden módosításhoz meg kell építeni a prototípust, hogy az eredményt hatását ténylegesen vizsgálni lehessen. Ez az időn túlmenően jelentős költséggel is jár.

Természetesen a számítógépes támogatás nem tudja teljes mértékben helyettesíteni a hangszerkészítők hatalmas tapasztalati anyagát, de a munkájukat sok téren elősegítheti.

Hogy erre mekkora az igény az is bizonyítja, hogy az elmúlt évekből jó pár példát találhatunk, amikor nagynevű autógyárak és zongorakészítő műhelyek közös projekt keretében hoztak létre hangszert. Kombinálva a két iparágban felhalmozódott tudást. (Lásd például (Pleyel, 2012))

3.2 A rezonánslap-modell elhelyezése a zongoramodellben

A zongora működése nagyon leegyszerűsített formában annyiból áll, hogy egy kalapács megüt egy vagy több húrt, mely(ek) az ütés hatására rezgésbe jön(nek). Ez a rezgés részben átadódik a hangszer rezonátorlemezének, mely a húrvégeken mint lezáró és csatoló elem jelenik meg, illetve a hangot felerősítve lesugározza a hangszert körülvevő térrészbe.



3.1 A zongora sematikus modellje

Ennek alapján a zongora fizikai modellezése alapvetően három csatolt modellezési problémára: a kalapács, a húr és a rezonátorlemez modellezésére bontható. Az egyes modellek nem egymástól függetlenül kezelendőek. Kimeneteik a "szomszédos" modell bemenetét képezik, és a szomszédos modellből állapotukat befolyásoló értékeket kapnak vissza.

A kalapácsmodell szolgáltatja az egész átfogó modell kezdő gerjesztését, erőbemenetét. A kalapács mint egy pontszerű tömeg kerül modellezésre. A kalapácsot borító filc mint egy nemlineáris és hiszterézises jelleget mutató rugó jellemezhető.

A húrmodell alapját az egydimenziós nemideális hullámegyenlet szolgáltatja. A modell felírásakor a húr lineáris sűrűségéből és a húrra ható hosszirányú feszítőerőből számítható a húrban terjedő rezgések sebessége, illetve a kalapács-húr és húr-lemez kölcsönhatáshoz fontos húrimpedancia. A húrmodell részét képezi a levegővel való súrlódás következtében fellépő viszkózus csillapítás. A húrt a d'Alambert féle megoldásból levezethető digitális waveguide modell segítségével modellezzük, majd általánosítottuk egy többhúros rendszerben.

Jelen modellezési szinten a rezonátorlemez mint csatoló és hanglesugárzó elem kerül modellezésre. A lemezmodell figyelembe veszi azt a tulajdonságot, hogy a rezonánslapokat ma is túlnyomó részt fából készülnek, így ortotróp anyagokként kezelhetőek. A lemezmodell egyrészről a rezonátorlemez azon tulajdonságát vizsgálja, hogy hogyan hat vissza a húrokon kialakult rezgésre: beleértve a húrlezárásban és a húrok közti csatolásban betöltött szerepét. Másrészt foglalkozik a lemezből a térbe sugárzott hang vizsgálatával, hiszen ez tekinthető a rezonánslap elsődleges szerepének a hangszer vizsgálatakor. A rezonánslap és a merevítő bordák modellezésére az inhomogén lemezegyenletet és az inhomogén rúdegyenletet használjuk. Abban az esetben, ha a húrlezáráson egy dinamikus lezáró elem – jelen esetben egy rezonátorlemez – található a húrlezárás jól megadható a lemezmodell modális leírásával. Mivel a modális paraméterek számolása analitikus módszerekkel csak nagyon korlátozott esetekben lehetséges, ezért a lemezt numerikusan végeselem módszerrel kezeljük. A hanglesugárzás esetében a Rayleigh integrál numerikus megoldását alkalmazzuk.

3.3 A kalapácsmodell

A kalapácsmodell felírásakor a Stulov által adott hiszterézises modellt alkalmaztuk, melyben a hiszterézises viselkedés leírásához négy kulcsfaktort állapított meg. Eredményei szerint a kalapács által kifejtett erő – a filc merevségén (K_f [N/m^p]), pillanatnyi összenyomódáson (u_f [m]) és a nemlinearitási tényezőn (p) kívül – függ a filc korábbi összenyomódási értékeitől (a filc múltjától) is. Az általa javasolt modell alapján, a korábbi időpillanatok összenyomódását exponenciálisan csökkenő mértékben kell figyelembe venni. A filc múltját a hiszterézises konstans (ε [–]) nagyságával és a filc felejtési időállandójával (τ_0 [s]) súlyozva építi bele a modellbe. Az általa négyparaméteresnek nevezett modellt a (3.1) összefüggés írja le:

$$F_{\rm f} = K_{\rm f} \left[u_{\rm f}^p(t) - \frac{\varepsilon}{\tau_0} \int_0^t u_{\rm f}^p(\xi) \, \mathrm{e}^{\left(\frac{\xi - t}{\tau_0}\right)} \, d\xi \right]$$
(3.1)

A modell jól illeszkedett az általa vizsgált kalapácskészlet minden elemére. (Stulov, 1995)



3.2 A kalapácsmodell szemléltetése

3.4 A húrmodell

A húr jó közelítéssel tekinthető egy egydimenziós rendszernek, amelyet – csillapítatlan esetben – az alábbi (3.2) egyenlet ír le:

$$F_{\rm s}(x,t) + T_{\rm s} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \mu \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$
(3.2)

A (3.2) egyenletben F_s a húrra ható gerjesztő erő, T_s a húrban ható hosszirányú feszítőerő, μ a húr hosszegységre eső tömege és u a húr elmozdulása.

A zongorahúr esetén egy véges hosszú, mindkét végén befogott húrról beszélhetünk. A húr valóságot közelítő modellezésénél figyelembe kell venni a húron, illetve a húrlezárásokon fellépő veszteségeket, csillapításokat is.

A húr szimulációjakor nagyon kézenfekvő választás a waveguide-modell, mely a d'Alambert féle megoldásból (3.3) indul ki. A d'Alambert féle megoldás a haladó hullámokat két félhullám összegeként írja le:

$$u(x,t) = u^{+}(ct - x) + u^{-}(ct + x), \qquad (3.3)$$

ahol u^+ jelöli a pozitív, míg u^- a negatív irányba haladó félhullámot. A waveguidemodell esetén ennek az egyenletnek a diszkretizálását valósítjuk meg. (Smith, 1992)

A húrvégeken a húrlezárás hatására reflexió lép fel, és a húrok között transzmissziót tapasztalhatunk. A waveguide-modellek az egyszerűség kedvéért a lezárásba koncentrálva kezelik a húr rezgésének egy periódus alatt tapasztalható csillapodását is. Általánosan ezeket a koncentrált elemeket egy-egy szűrőkészlettel lehet megvalósítani. A mi modellünkben kétféle szűrőkészlet van. Az egyik a húron a viszkózus csillapítás hatására fellépő veszteségeket valósítja meg, amely veszteség jelenleg konstans, frekvenciafüggetlen értékként van definiálva. A másik a kiszámított lemezmodell alapján paraméterezett szűrőkészletként van felírva. A szűrőkészlet használata lehetővé teszi, hogy a húrlezárást dinamikus elemként vegyük figyelembe.

Ahhoz, hogy az egyes húrlezárásokat (a reflexiót és transzmissziót) megvalósító szűrőket paraméterezni tudjuk, szükségünk van a rezonánslapként definiált lemez admittanciájára, mely a lemez sebességének és az azt okozó erőnek hányadosa, és melyet a (3.4) alakban számolhatunk:

$$Y_{i,k}(\omega) = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega \, \Phi_r(x_i) \Phi_r(x_k)}{m_r(\omega_r^2 + j\xi_r \omega_r \omega + \omega^2)}$$
(3.4)

A (3.4) képlet alapján a lemez admittanciája a módusalakokok x_i húrrögzítési pontokban felvett $\Phi_r(x_i)$ értékeitől, $\Phi_r(x_i)$ az ω_r sajátfrekvenciáktól, valamint a modális tömegtől (m_r) és a csillapítási tényezőtől (ξ_r) függő összegként számolható. Az összefüggés implementálása koránt sem egyértelmű feladat, mivel a képletszerűen kézenfekvő módon adódó szűrőkészlet instabil. Ezzel a problémával foglalkozik a szakirodalom is. A megtalálható megoldási javaslat alapján, (Bank & Karjalainen, 2008) korábban megvalósítottunk egy többhúros, dinamikus rezonánslap-modellt alkalmazó rendszert, melynek vázlata a 3.3 ábrán látható.



3.3 N húrra általánosított húrmodell

A 3.3 ábrán a V jelöli a sebességet, Z_{string} a rendszerben definiált húrok impedanciáját, C a rendszerben szereplő konstans tényezőket, míg Y_p a lemez impedanciájának frekvenciafüggő komponenseit, melyet egy szűrőkészlet segítségével veszünk figyelembe. A rendszer részletes leírása megtalálható a korábbi munkákban. (Kulcsár, 2014) A húrmodell kimeneteként megkapjuk a lemezre a húrvégződés pontjában kifejtett erő időfüggését (f(x, t)).



3.4 A húrlezáráson megjelenő erő ortotróp rezonánslap-modell esetén

Az admittanciára felírt képlet alapján megállapíthatjuk, hogy a szűrőkészletet paraméterezéséhez szükséges első lépésben meghatározni a rezonánslap

sajátfrekvenciáit és módusalakjait, mely számításokat a végeselem módszer segítségével végezzük.

3.5 A rezonánslap szerepének modellezése

Jelen munka a során a lemez modellezésénél annak fizikai paramétereiből indulunk ki.

3.5.1 Rezonánslap mint lezáró és csatoló elem – A végeselem modell

A sajátfrekvenciák és módusalakok meghatározásához szükséges megoldani az inhomogén lemezegyenletet, azonban ennek az egyenletekkel felírt rendszernek analitikus megoldása csupán nagyon kevés esetben van. A zongora rezonánslapjára a formai sajátságai (alak, a rajta levő bordázat), és anyagi inhomogenitása miatt korlátozottan adható analitikus megoldás.

A megoldandó probléma megfogalmazható úgy is, hogy keressük a húrlezáráson a húr által kifejtett erő ismeretében (f(x,t)), a lemezen kialakult deformációhoz tartozó elmozdulások leírását. A kifejtett erő és az elmozdulás kapcsolatát minden definiált ω frekvencia esetén a (3.5) összefüggéssel felírt általánosított sajátérték-probléma adja meg, ahol *K* jelöli az anyagjellemzők által meghatározott merevség-, míg *M* a tömegmátrixot.

$$(K + j\omega C - \omega^2 M)u = f(x, \omega)$$
(3.5)

A módusalakok (Φ_r) és sajátfrekvenciák (ω_r). meghatározásához a (3.5) alak zérus gerjesztő erővel felírt formáját alkalmazzuk a csillapításmentes esetben ($j\omega C = 0$), mivel a módusalakok elvileg gerjesztés nélkül is fennmaradnak a rendszerben.

A keresett elmozdulásfüggvényeket (u) ezek után a véges n számú meghatározott módusalak mint bázisfüggvény lineáris kombinációjaként keressük, ahol az $\alpha(t)$ modális koordináták a lineáris kombináció együtthatói.

$$u(x,t) = \sum_{r=1}^{n} \Phi_{\rm r}(x) \cdot \alpha_{\rm r}(t)$$
(3.6)

Illetve a frekvenciatartományban

$$u(x,\omega) = \sum_{r=1}^{n} \Phi_{r}(x) \cdot A_{r}(\omega) = \Phi \cdot A(\omega)$$
(3.7)

A (3.6) alakot a (3.5) összefüggésbe beírva, majd az egész egyenletet megszorozva a módusalakokat tartalmazó Φ mátrix transzponáltjával a (3.8) alakot kapjuk

$$(\Phi^{\mathrm{T}}u\Phi + j\omega\Phi^{\mathrm{T}}C\Phi - \omega^{2}\Phi^{\mathrm{T}}M\Phi)A = \Phi^{\mathrm{T}}f(x,\omega)$$
(3.8)

mely ekvivalens a (3.9) alakkal

$$(\Lambda + j\,\omega\gamma - \omega^2 I)A(\omega) = \Phi^{\mathrm{T}} f(x,\omega) \tag{3.9}$$

ahol $(\Lambda + j \,\omega\gamma - \omega^2 I)$ diagonális mátrix. A keresett A(ω) modális tényezőket így egyszerűen lehet meghatározni a gerjesztő erő és a módusalakok ismeretében.



3.5 Az első két módus modális koordinátájának időfüggése ortotróp rezonánslap-modellt feltételezve

Az algebrai sajátérték-probléma megoldásához azonban szükség van a merevség- és tömegmátrix meghatározásához, melyek a lemezen definiált anyagtulajdonságok alapján számíthatóak.

A korábbi munka során erre a nyílt forráskódú MATLAB-alapú openFEM toolboxot használtunk, azonban ez csak izotróp, azaz mindhárom definiált dimenzió mentén azonos tulajdonságokkal rendelkező anyagok kezelését támogatta. A felvezetésben írtakból is láthattuk, hogy ez a feltételezés a zongora rezonánslapja estén nem helytálló. Azért, hogy a valóságot sokkal jobban közelítő modellt tudjunk készíteni, szükséges volt a problémát ortotróp anyagokra is megoldani. Ehhez saját megoldást fejlesztettünk. Ortotróp anyagoknak nevezzük azokat az anyagokat, melyek esetében bizonyos mechanikai tulajdonságok a három definiált dimenzió mentén különbözőek. Ezeket az anyagokat mindegyik dimenzió mentés más Young-modulussal (rugalmassági modulus értékkel) és eltérő Poisson-számokkal lehet jellemezni. A Poisson-szám megadja a különböző dimenziók menti alakváltozások kapcsolatát. Az anyag sűrűsége (ρ), a Young-modulusok (E), a Poisson-számok (ν) és a nyíró modulusok (G) ismeretében meghatározhatóak az anyagjellemző mátrixok, melyek segítségével definiált standard elemekre megadható a merevségmátrix és a tömegmátrix. Mind a tömeg-, mind a merevségmátrixot ezeken a standard elemeken írjuk fel, majd az elemekre felírt mátrixokból összeállítjuk a globális, egész hálót magában foglaló mátrixot. Az egyes elemekre (pl. háromszög-elemekre) felírt mátrixok (K_e , M_e) megkaphatóak az elemeken definiált alakfüggvények (N) és azok deriváltjait tartalmazó B mátrix, és az anyagjellemző mátrix (D) szorzatainak teljes elemtérfogatra vett integrálásával.

$$K_e = \int_x \int_y \int_z B^{\mathrm{T}} DB \, \mathrm{d}z \, \mathrm{d}y \, \mathrm{d}x \tag{3.10}$$

$$M_e = \int_x \int_y \int_z N^{\mathrm{T}} \rho \, N \, \mathrm{d}z \, \mathrm{d}y \, \mathrm{d}x \tag{3.11}$$

Szükséges tehát a rezonánslapot kisebb, jól kezelhető elemekre felbontani.



3.6 A felbontott lemezmodell

A lemezt háromszög alakú lapelemekre bontottuk, melyek minden csúcspontja hat szabadsági fokkal – a három tengely mentén való elmozdulással és a tengelyek körüli elfordulással – jellemezhető. A bordákat tizenkét-szabadságfokú rúdelemekre bontottuk. A rúdelemet meghatározza a két végpontja, a végpontokban felírt hat-hat szabadsági

fokkal. A modellezésénél a lemez szélein merev befogást feltételeztünk Ez az absztrakció jól közelíti a valóságot, bár egy valós hangszer rezonánslapjának szélein a peremfeltétel átmenet a standard merev befogás és egyszerű alátámasztás modellezési esetek között.

A numerikus háló kialakításánál fontos szempont volt, hogy a lemez háromszög-hálója jól illeszkedjen a lemezen ferdén elhelyezkedő merevítőkre. A hálómodell kialakítására a korábbi munka során fejlesztett MATLAB-alapú automatizált hálózó algoritmust alkalmaztuk.

A lemez ilyen módon felírt modellje már alkalmas arra, hogy meghatározzuk a tetszőleges alakú lemez sajátfrekvenciáit, és a kívánt a módusalakok elmozdulásértékeit. A modális szuperpozíció segítségével nyert adatok képezik a lemez pontjaiban dinamikusan meghatározott impedancia-értékek felírásának alapját.

A munka során igyekeztünk a rezonánslapot minél pontosabban modellezni. A fejlesztett MATLAB-alapú végeselem szoftver megvalósítja a szükséges tömeg- (M) és merevségmátrixok (K) számítását, tetszőleges alakú, bordázattal ellátott lemez esetére. Ezeknek az adatoknak a birtokában már az eddig alkalmazott módon kiszámolhatóak a lemez sajátfrekvenciái (ω_r) és módusalakjai (Φ_r), amely információk alapján a lezárást és csatolást megvalósító szűrőkészletet (ld. 3.3 ábrán szemléltetett rendszer) is paraméterezni tudjuk. A módusalakok és sajátfrekvenciákról tárolt információt használjuk fel a későbbiekben a hanglesugárzás számításához is.

3.5.2 Rezonánslap mint sugárzó elem

A jelen munka fontos része, hogy a rezonánslapot mint sugárzó elemet is modelleztük.



3.7 A hanglesugárzás szemléltetése

Ehhez feltételezzük, hogy a rezonánslap egy végtelen síklapba van ágyazva. A rezonánslap felületén a sebesség normális irányú komponense a gerjesztéstől függő értéket vesz fel, azonban a rezonánslap felületén kívül mindenütt máshol zérus. (Azaz a végteles síklap többi része tökéletesen merev.) A végtelen síklap feltételezés eredményeként a sugárzó egyes pontjait monopólusokként kezelhetjük, melyek hangtere a szimmetria miatt eleve kielégíti a merev felület feltételt.

Az alklmazott modell szerint a rezonánslap által a tér egy pontjában (y) kialakított hangnyomás (p) megkapható a rezonánslap felületén elhelyezett dS területű x pozíciójú pontforrások nyomásterének szuperpozíciójaként. Ezt valósítja meg a Rayleigh-integrál:

$$p(y,\omega) = \frac{j\omega\rho_0}{2\pi} \int_{S} v(x,\omega) \frac{e^{-jk|y-x|}}{|y-x|} dS(x)$$
(3.12)

A (3.12) képletben ρ_0 jelöli a levegő sűrűségét, k pedig a hullámszámot.

A (3.7) összefüggésből integrálással megkapható a (3.12) összefüggésben szereplő $v(x, \omega)$ sebesség.

$$v(x,\omega) = j\omega \sum_{r=1}^{n} \Phi_{\rm r}(x) \cdot A_{\rm r}(\omega)$$
(3.13)

Ezt felhasználva a (3.12) sor az alábbi (3.14) alakra hozható.

$$p(y,\omega) = \sum_{r} \frac{-\omega^{2} \rho_{0}}{2\pi} \int_{S} \Phi_{r}(x) \frac{e^{-jk|y-x|}}{|y-x|} dS(x) A_{r}(\omega)$$
(3.14)

A (3.14) egyenlet módusonként felírható egy a módust adott frekvencián, adott pontba jellemző átviteli függvénye és a módus modális súlytényezőjének szorzatára.

$$p(y,\omega) = \sum_{r} H_{r}(y,\omega) A_{r}(\omega)$$
(3.15)

ahol

$$H_{r}(y,\omega) = \frac{-\omega^{2}\rho_{0}}{2\pi} \int_{S} \Phi_{r}(x) \frac{e^{-jk|y-x|}}{|y-x|} dS(x)$$
(3.16)

A hangnyomás időfüggésének felírásához már csak vissza kell térni a frekvenciatartományból időtartományba:

$$p(y,\omega) = \sum_{r} h_{r}(y,t) * \alpha_{r}(t)$$
(3.17)

Azaz a kapott rendszer egy, a hanglesugárzást megvalósító FIR-szűrőkészletként modellezhető.



3.8 A lesugárzott hang számításának folyamata

4 Az eredmények ismertetése

4.1 A szimulációs paraméterek

A modelleket MATLAB környezetben implementáltuk. A lemez modelljének létrehozására MATLAB-alapú hálózó algoritmust készítettünk, tárolására a NiHu toolbox struktúráját használtuk. A sajátérték probléma megoldásához szükséges tömegés merevségmátrixok számítására saját rendszert fejlesztettünk, mivel a korábban erre a célra használt toolbox nem támogatta az ortotróp anyagtulajdonságok modellezését. Az opensource OpenFEM toolbox segítségével oldottuk meg a lemezre a sajátérték problémát, melynek kimenete szolgáltatta az alapot az impedanciára felírt szűrőkészlet paramétereinek beállítására. A lesugárzási probléma megoldására implementáltuk MATLAB alapon a Rayleigh-integrál számítását.

Az alap szimulációs esetben beállított húr hossza 79.9 cm, hangmagassága megközelítőleg megfelel a zongora kis A hangjának (220 Hz). A rezonánslap anyagtulajdonságait a The Wood Handbook című szakkönyvben definiált északamerikai lucfenyő adatai alapján definiáltuk (Forest Products Laboratory, 2010). Az ortotróp anyagtulajdonságot úgy definiáltuk, hogy a rezonánslap száliránya merőleges a definiált bordázatra. (Ez egy valós hangszer esetében az általános tervezési szabály.) A térben kialakult nyomásváltozást egy 3 m sugarú negyedgömb felületén definiált pontokban értékeljük ki. A szimuláció során a húrmodellen alkalmazott időbeli felbontást 10^{-5} s nagyságrendre választottuk. A kalapácsmodellt 10^{-7} s pontossággal értékeltük ki, mely esetben a modellből számított eredmények már megbízhatónak tekinthetőek. A hanglesugárzást 10^{-4} s mintavételi idővel számítottuk. A

A lemezmodell első 200 módusát számítottuk ki, így a rezonánslap sajátfrekvenciáit izotróp esetben körül-belül 2000 Hz-ig tudjuk figyelembe venni, míg ortotróp lemezmodell esetén ez az érték jelenleg 1500 Hz. A memóriakapacitás bővítésével minden probléma nélkül finomítható lenne a lemezen az elemméret, és így a figyelembe vehető módusok száma is növelhető lenne. Ez a modell azonban jelen formájában is alkalmas néhány vizsgálat elvégzéséhez. A lemez sajátfrekvenciáit szemlélteti az alábbi 4.1 ábra is.



4.1 A rezonánslap sajátfrekvenciái a módusszám függvényében izotróp (kék) és ortotróp (piros) lemezmodell esetén

A szimulációs elrendezést a 4.2 ábra szemlélteti.



4.2 A szimulációs elrendezés szemléltetése

4.2 A szimuláció során vizsgált tulajdonságok

A szimuláció során megvizsgáltuk, hogy milyen különbséget jelent az, ha az izotróp rezonánslap-modellről egy ortotróp rezonánslap-modellre térünk át. Vizsgáltuk a lemez egyes módusainak sugárzási irányait, és hogy a lesugárzott hang milyen tulajdonságokkal rendelkezik.

A szimulációs eredmények rendszerezéséhez az alábbi analízis módszert választottuk:

 Az egyes térbeli pontok nyomás-idő függvényeit szétbontottuk a bennük megjelenő harmonikus komponensekre. Meghatároztuk az időfüggvények spektrogramját 4.8 Hz frekvencia- és 0.1 s időfelbontással. A spektrogramból kiválasztottuk azokat a komponenseket, amelyek legközelebb esnek a rezgő húr alapfrekvenciájának egész számú többszöröseihez. • Minden egyes rendszámhoz felvettük a kialakuló időfüggvény futó RMS görbéjét, majd ennek első egy másodperces szakaszára exponenciálisan lecsengő függvényt illesztettünk. Az illesztett függvény szintjével és időállandójával jellemezhetjük az egyes módusok részesedési arányát és lecsengési idejét. A szintet dB-ben jellemeztük, aminek abszolút értéke érdektelen, viszont mivel minden feldolgozási lépést ugyanazokkal a beállításokkal végeztünk, a dB-ben kifejezett értékek egymáshoz viszonyítása indokolt.

Az így kapott eredmény egy olyan kvantitatívan értékelhető mennyiség, amely zenei szempontból is fontos, hiszen jellemzi a kialakuló hang színezetét és annak időbeli változását.

4.3 Az eredmények értékelése

4.3.1 A csatolás szemléltetése

Az egyes modellrészeket implementálva a szimulációból megkaphatjuk a húr(ok)on kialakult rezgések sebességének időfüggését. A sebességértékekből könnyen meghatározható a húrokon kialakult rezgésalak. Az adatok könnyebb értelmezését segítendő a szimulációs eredményekből meghatároztuk a futó RMS görbéket is 30 ms széles ablakot választva. A kapott eredményekre láthatunk példát a 4.1 ábrán. Az ábra egy koncertzongora rezonátorlemezével megegyező alakú 1 cm vastagságú bordázat nélküli lemez szimulációjakor készült.



4.1 A húron kialakult sebességfüggvény (a) és a belőle számított futó RMS görbe (b) bordázat nélküli lemez esetén

Az ábrákon megfigyelhető, ahogy az elsőn (kék) húrt megütve a rezgésalak fokozatosan átterjed a második, nem megütött (zöld) húrra. A jel energiájának változása jól megfigyelhető a sebességértékekből számított futó RMS görbéken is.

4.3.2 A módusok sugárzási iránya

A lesugárzott hang vizsgálatát kiválasztott pontokban végeztük. Jelen munkában két csomópont adatait ismertetjük számszerűen is: a 317-es számmal jelölt pontét, ami a lemez alsó része fölött helyezkedik el, és a 17-es pontét, ami a lemeztől oldalirányban, kissé balra lefele helyezkedik el.

A rezonánslap egyes módusainak sugárzási iránya igen fontos kérdés, mivel ez befolyásolja, hogy a tér egyes pontjaiban milyen hangszínnel szólal meg ugyanaz a hangszer. Így például nem ugyanaz a színezetet kapja a meg a lesugárzott hang a hangszertől kissé felfele, vagy oldal irányban, megközelítőleg a hangszer síkjában.

A lemez módusainak sugárzási irányát grafikusan vizsgáltuk. Az elemzéshez az egyes módusalakokat normálva jelenítettük meg, így jól megfigyelhető, hogy míg például az első módus csaknem kizárólag felfelé sugároz, addig például a kilencedik módus esetén jelentős az oldalirányú sugárzás. Ez egyaránt elmondható az izotróp és ortotróp esetről is. Itt fontos megjegyezni, hogy az alkalmazott szimulációs beállításokkal az izotróp esetben a rezonánslap első sajátfrekvenciája 26 Hz körül van, míg az ortotróp esetben ez az érték 12 Hz.



4.3 Izotróp rezonánslap módusai (első (a), kilencedik (c)) és a kialakult nyomástér ((b) és (d))



4.4 Ortotróp rezonánslap módusai (első (a), kilencedik (c)) és a kialakult nyomástér ((b) és (d))

A lemez módusainak sugárzási irányán túl érdemes vizsgálni, hogy a húr sajátfrekvenciáit milyen irányban sugározza le a lemez. Ehhez a két kiválasztott térbeli pont adatait vetettük össze. Megállapíthatjuk, hogy a lemeztől felfele az első módus erősebben jelenik meg a lesugárzott jelalakban, míg az oldalirányban definiált pontban a második módus válik a legerősebb komponenssé. Mivel hasonló pozícióban helyezkedik el a két pont, az eltérés nem jelentős. A térbeli megfigyelési pont elhelyezése nincs hatással a húr sajátfrekvenciájának lecsengési idejére.

A sugárzási irány befolyással van a tér egyes pontjaiban tapasztalt hangnyomás időfüggésére. Természetes, hogy minden vizsgált pontban jellegére azonos, exponenciálisan lecsengő jelalakot kaptunk, de az alkalmazott lemezmodelltől függően más-más maximális amplitúdóval és lecsengési idővel.

A két csomópontban kialakult nyomás-idő függvényeket láthatjuk 4.5. ábrán.



4.5 A tér definiált pontjaiban kialakult nyomás-idő függvény izotróp (1), illetve ortotróp (2) esetben

4.3.2.1 A szimulált hang spektruma

Abban az esetben is, ha a lesugárzott hang nyomásspektrumát vizsgáljuk, számos érdekes megfigyelést tehetünk. Ezek közül a legszembetűnőbb, hogy a rezonánslap "megszólal". Azaz a nyomásspektrumban a húr alapfrekvenciája (220 Hz) alatt megjelenő csúcsok, a lemez anyagi és formai tulajdonságai alapján meghatározott frekvenciák. Ezek a komponensek megközelítőleg azonos energiaszinten vannak jelen a jelben, mint a húr alapfrekvenciája. A húr első sajátfrekvenciájának megjelenése a spektrumban jól kivehető, és a további magasabb energiaszintű csúcshelyek annak egészszámú többszöröseinél jelennek meg a magasabb frekvenciatartományokban. Azonban ha a spektrum időbeli alakulását is vizsgáljuk megállapíthatjuk, hogy a rezonánslap alapharmonikusa az egész szimuláció során jelen van a jelben, sőt az idő előrehaladtával egyre dominánsabbá válik, így a lesugárzott hang karakterén jelentős mértékben módosít. Ez a hatás a lesugárzott hang meghallgatásakor is jól hallható.

Érdekes összevetni a nyomásspektrumot a húron az ütési pontban megfigyelt, illetve a húrlezáráson tapasztalt sebesség spektrumával is. Így például az izotróp esetet vizsgálva (ld. 4.6. ábra) megállapíthatjuk, hogy a lesugárzott hangban a rezonánslap valamelyest kompenzálja a kalapácsütés hatását, ugyanis a sebességspektrumból annak hatására a húr negyedik módusa csaknem egészében hiányzik, míg a nyomásspektrumban megjelenik. Az ortotróp esetnél (ld. 4.7. ábra) szembetűnő, hogy míg a sebességspektrumban a húr második módusa a domináns, addig a szimuláció kezdetén a lesugárzott hangban a húr alapharmonikusa jelenik meg nagyobb amplitúdóval.

Még vizsgáljuk azt a paraméterezést, amivel a lemez "döndülése" kiküszöbölhető, hiszen ezt a hangszergyártók is igyekeznek minél jobban elkerülni. Erre befolyással van mind az anyagi tulajdonságok inhomogén módon való definiálása, mind a rezonánslap és a bordázat pontos vastagságának és elhelyezkedésének modellbeli pontosítása. De egy "másik" faanyagot leíró paraméterhármas is sokat jelenthet.



4.6 A sebesség (kék: ütési pont, piros: húrlezárás) (a)- és nyomásspektrum (b) a szimuláció három időpontjában (fentről lefele 1: 0,1 s; 2: 0,5 s; 3: 4 s) izotróp rezonánslapmodell esetén



4.7 A sebesség (kék: ütési pont, piros: húrlezárás) (a)- és nyomásspektrum (b) a szimuláció három időpontjában (fentről lefele 1: 0,1 s; 2: 0,5 s; 3: 4 s) ortotróp rezonánslapmodell esetén

4.4 Továbblépési lehetőségek

Bár a munkában jelentőset léptünk előre, a felírt modell jelen formájában is nagyon absztrakt, a valós hangszer komplexitását nagyvonalakban közelíti. Így a következő időszakban számos területen nyílik lehetőségünk az összeállítás tökéletesítésére.

Ebből talán legfontosabb feladatként kiemelhető a rezonánslap geometriájának pontosabb figyelembe vétele. Így szükséges egy olyan modell felírása, ami a lemez anyagi inhomogenitásit pontosabban követi, és figyelembe veszi az egyes lemezterületekhez tartozó vastagságértékeken túlmenően a híd csatolásban betöltött szerepét. Ha ezt a problémát megoldottuk, foglalkozni lehet a szimulációs rendszer teljes skálára való elkészítésével is.

5 Összefoglalás

Dolgozatomban a zongora rezonánslapjának zongoramodellben betöltött szerepével foglalkoztam. Ismertettem annak jelen munka szempontjából fontos tulajdonságait. Bemutattam az alkalmazott numerikus módszerek lényegét. majd ismertettem a modellen futtatott szimuláció eredményeit.

Összefoglalóan elmondható, hogy a korábbi modellezési szinthez képest jelentős előrelépést jelent a rezonánslap mint sugárzó elem figyelembe vétele, és nagy lépést tettünk egy pontosabb modell felállításához azáltal, hogy ortotróp anyagjellemzők figyelembe vételére alkalmas rendszert alkottunk.

Mindemellett számos megoldandó kérdés maradt, amivel az elkövetkező időben foglalkozni szükséges.

Ábrák jegyzéke

3.1 A zongora sematikus modellje11			
3.2 A kalapácsmodell szemléltetése			
3.3 N húrra általánosított húrmodell			
3.4 A húrlezáráson megjelenő erő ortotróp rezonánslap-modell esetén			
3.5 Az első két módus modális koordinátájának időfüggése ortotróp rezonánslap- modellt feltételezve			
3.6 A felbontott lemezmodell			
3.7 A hanglesugárzás szemléltetése			
3.8 A lesugárzott hang számításának folyamata21			
4.1 A rezonánslap sajátfrekvenciái a módusszám függvényében izotróp (kék) és ortotróp (piros) lemezmodell esetén			
4.2 A szimulációs elrendezés szemléltetése			
4.3 Izotróp rezonánslap módusai (első (a), kilencedik (c)) és a kialakult nyomástér ((b) és (d))25			
4.4 Ortotróp rezonánslap módusai (első (a), kilencedik (c)) és a kialakult nyomástér ((b) és (d))			
4.5 A tér definiált pontjaiban kialakult nyomás-idő függvény izotróp (1), illetve ortotróp (2) esetben			
4.6 A sebesség (kék: ütési pont, piros: húrlezárás) (a)- és nyomásspektrum (b) a szimuláció három időpontjában (fentről lefele 1: 0,1 s; 2: 0,5 s; 3:4 s) izotróp rezonánslapmodell esetén			
4.7 A sebesség (kék: ütési pont, piros: húrlezárás) (a)- és nyomásspektrum (b) a szimuláció három időpontjában (fentről lefele 1: 0,1 s; 2: 0,5 s; 3:4 s) ortotróp rezonánslapmodell esetén			

Irodalomjegyzék

Bank, B. & Karjalainen, M., 2008. *Passive admittance synthesis for sound synthesis applications*, hely nélk.: ismeretlen szerző

Blüthner , J., 1877. *Aliquot-Pianoforte-Construction für alle Gattungen des Pianoforte*. Németország, Szabadalom száma: 1064.

Fine, L., 2010. Sales Talk. Acoustic & Digital Piano Buyer, Fall 2010. kötet, p. 107.

Forest Products Laboratory, 2010. *Wood Handbook - Wood as an Engineering Material*. Madison, Wisconsin: United States Department of Agriculture Forest Service.

Gát, J., 1964. A zongora története. Budapest: Zeneműkiadó Vállalat.

KlavinsPianos,2013.KlavinsPianos-Model370.[Online]Availableat:http://www.klavins-pianos.com/details.htm[Hozzáférés dátuma: 12 10 2015].

Kolasis,G.,2009.PianoSoundboard.[Online]Availableat:http://www.georgekolasis.com/piano-soundboard.html[Hozzáférés dátuma: 08 10 2015].

Kulcsár, D., 2014. Fizikai alapú zongorahang-szintézis numerikus rezonánslapmodellel. Budapest: .

Mondartt, 2015. *Pianoteq - Virtual piano, physically modelled acoustic and electric piano.* [Online]

Availableat:https://www.pianoteq.com/[Hozzáférés dátuma: 25 10 2015].

OversPianos,2004.TheOversI-ribsoundboard.[Online]Availableat:http://www.overspianos.com.au/iribbd1.html[Hozzáférés dátuma: 12 10 2015].

Pleyel, 2012. *Peugeot Design Lab pour Pleyel*. [Online] Available at: <u>http://piano.pleyel.fr/piano-design/peugeot-design-lab.html</u> [Hozzáférés dátuma: 12 10 2015].

Richardson, M., 2013. Composite piano tips the scales. *Composites in Manufacturing*, February 2013. kötet, pp. -.

Smith, J. O., 1992. Physical Modelling using Digital Waveguides. *Computer Music Journal*, 16(4), pp. 74-91.

Steinway&Sons,2015.SizesofPianos.[Online]Availableat:http://www.steinwaypianos.com/kb/shopping/size[Hozzáférés dátuma: 08 10 2015].

Stulov, A., 1995. Hysteretic model of the grand piano hammer felt. *Journal of the Acoustical Society of America*, 97(4), pp. 2577-2585.