



M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Villamosmérnöki és Informatikai Kar
Elektronikus Eszközök Tanszék

Lipák Gyula

LED-EK SPEKTRÁLIS TELJESÍTMÉNY-ELOSZLÁSÁNAK MÉRÉSE ÉS MODELLEZÉSE

Tudományos Diákköri Konferencia

2023

KONZULENSEK

**Dr. Hegedüs János,
Dr. Hantos Gusztáv**

Tartalomjegyzék

Összefoglaló	3
Abstract.....	4
1 Háttér áttekintése.....	5
1.1 LED-ek nyitóáram- és hőmérsékletfüggő viselkedése	5
1.2 Teljesítmény LED-ek multi-domain mérése.....	7
1.3 Mérési összeállítás	8
1.3.1 A T3Ster és TeraLED műszeregyüttes	8
1.3.2 Integráló (fotométer) gömb.....	9
1.3.3 Spektrális mérések	10
1.4 Függvények illesztése	10
1.4.1 Linearitás	11
1.4.2 Legkisebb négyzetek módszere	11
1.4.3 Determinációs együttható	12
1.4.4 Átlagos négyzetes eltérés.....	14
2 Kvázi monokromatikus LED-ek spektrumnak modellezése	16
2.1 Irodalomban fellelhető modellek	17
2.2 Függvények illesztése	21
2.2.1 Függvényillesztés javítása sugárzott teljesítmény tekintetében.....	23
2.3 Lapkahőmérséklet- és nyitóáramfüggő modellek készítése	23
A. Lineáris regresszió	24
B. Másodfokú polinomiális regresszió	25
2.3.1 Modellek összehasonlítása.....	27
2.3.2 Modell pontosságának tesztelése a mérési pontok függvényében.....	30
3 Fényporral konvertált fehér LED-ek spektrumának modellezése.....	32
3.1 Függvények illesztése	33
A. Öt darab Gauss-eloszlás összegének illesztése	33
B. A spektrum szétválasztása a kék LED és fénypor spektrumára	35
C. Összegfüggvények illesztése előre specifikált korlátok segítségével.....	39
3.2 Lapkahőmérséklet- és nyitóáramfüggő modellek készítése	40
4 Összegzés és kitekintés.....	43
Irodalomjegyzék.....	44
Függelék.....	48

Összefoglaló

A LED-ek spektrális teljesítmény-eloszlása erősen függ a működési hőmérséklettől és az őket meghajtó nyitóáramtól. Fontos és gyakran használt mérőszámokat is a spektrális teljesítmény-eloszlás segítségével határozhatunk meg, mint például a sugárzott teljesítmény, a fényáram, a színvisszaadási index (angol terminológiában „Color Rendering Index”) és a korrelált színhőmérséklet (angol terminológiában „Correlated Color Temperature”). A jelenleg rendelkezésre álló, teljes működést (elektromos, optikai és termikus viselkedést) leíró LED modellek azonban nem tartalmaznak a LED-ek spektrális teljesítmény-eloszlására vonatkozó paramétereket, azok segítségével csak a sugárzott teljesítmény és a fényáram értékei határozhatók meg, míg a különböző szín- és fénytani paraméterek ismeretlenek maradnak.

Célom olyan empirikus nyitóáram- és lapkahőmérséklet-függő modellek elkészítése volt, melyek alkalmasak monokromatikus LED-ek spektrális teljesítmény-eloszlásának interpolációjára a mért munkapontok között. Ehhez irodalomkutatást végeztem a jelenleg rendelkezésre álló modellezési lehetőségekkel kapcsolatban. A talált eljárásokat kibővítettem, majd kiértékeltem azokat különböző statisztikai, szín- és fénytani mérőszámok alapján. Az elkészült monokromatikus modellezési technikákat felhasználva további empirikus modelleket javasoltam fényporral konvertált fehér LED-ekre is. Dolgozatomban az elkészített modellezési technikákat több, különböző színű monokromatikus teljesítmény LED-re és fényporral konvertált fehér LED-re készített mérési eredményeimre is bemutatom és kiértékelem.

Munkám során olyan eszközöket készítettem, melyek lehetőséget biztosítanak a LED-ek kezdeti karakterizációja után a nyitóáram- és lapkahőmérséklet-függő modellek elkészítésére. Ezek az eszközök elősegíthetik a világítástechnikai szakemberek munkáját, hogy figyelemmel kövessék a spektrális teljesítmény-eloszlás változását a lapkahőmérséklet és nyitóáram függvényében. Ezzel a tudással képesek lehetnek a LED-es világítások optimalizálására különböző felhasználási körökben, mint építészeti, mesterséges megvilágítással történő növénytermesztés, autóiipari világítás és a többi. Munkám közvetlenül felhasználásra kerül az AI-TWILIGHT H2020 Ecsel projekt keretein belül a „Task 3.2: SPD modelling for calculation of all application indices” részfeladatban.

Abstract

The spectral power distribution of LEDs is highly dependent on their forward current and operating temperature. Important and often used metrics can be determined from the spectral power distribution, such as the radiant flux, luminous flux, color rendering index (CRI), and correlated color temperature (CCT). Despite this, the currently used LED models describing the whole (electrical, optical, and thermal) operational domain do not contain any parameters regarding the spectral power distribution. With their help, only the radiant flux and luminous flux values can be determined, while other colorimetric and radiometric parameters remain unknown.

In my work, my goal was to propose empiric forward current and junction temperature-dependent models suitable for approximating the spectral power distribution of monochromatic LEDs between the measured operating points. Reviewed the literature for such models and enhanced the methods I found. Then I evaluated them on my own measurements with different radiometric, colorimetric, and statistical metrics. Furthermore, I extended the developed techniques and tools to propose models tailored for phosphor-converted white LEDs, addressing the added complexity introduced by phosphors. My evaluation of the models encompasses a variety of monochromatic LEDs and phosphor-converted white LEDs.

The outcomes of this research provide tools for the characterization and modelling of LEDs. As with the proposed models, after the initial characterization of the LEDs, these models can be deployed to make predictions about the performance of LEDs under varying operating conditions. These models serve as predictive tools, enabling engineers and designers to anticipate how forward current and junction temperature changes will impact the spectral power distribution of LEDs. Such insights can be instrumental in optimizing LED lighting systems for diverse applications, including architectural lighting, horticulture, automotive lighting etc. This work is going to be incorporated in the AI-TWILIGHT project as part of the H2020 ECSEL initiative, under the subtask titled “Task 3.2: SPD modelling for calculation of all application indices”.

1 Háttér áttekintése

Napjaink világítástechnikai megoldásait egyre inkább a LED alapú fényforrások dominálják, köszönhetően hosszú élettartamú, megbízható működésüknek. A teljesítmény LED-ek rohamos fejlődése és a világítástechnikai iparban történő elterjedése magával hozta a számítógéppel segített tervezés eszközei iránti egyre növekvő igényeket is. Az úgynevezett Ipar 4.0 szemlélet alappillére, hogy az új eszköz már digitális tervezőasztalon készül, a rendszer komponenseinek digitális ikrei segítségével. A teljesítmény LED-ek multi-domain modellezése már évtizedes múltra tekint vissza (lásd a [1] számú hivatkozás történeti áttekintését), de a tématerület jelenleg is aktív kutatások tárgyát képezi [2]. A BME VIK Elektronikus Eszközök tanszékének aktuális kutatásai közé tartozik a LED-ek élettartam multi-domain modellezése [1], [3], a munka alkalmas és időszerű továbbfejlesztését jelenti a modell spektrális teljesítményeloszlással történő kibővítése.

A LED-ek spektrális teljesítmény-eloszlása erősen függ a működési hőmérséklettől és az őket meghajtó nyitóáramtól. A jelenleg rendelkezésre álló, teljes működést (elektromos, optikai és termikus viselkedést) leíró LED modellek azonban nem tartalmaznak a LED-ek spektrális teljesítmény-eloszlására vonatkozó paramétereket. Céлом olyan empirikus nyitóáram- és lapkahőmérséklet-függő modellek elkészítése volt, melyek alkalmasak monokromatikus LED-ek spektrális teljesítmény-eloszlásának interpolációjára a mért munkapontok között.

Az alábbi alfejezetekben röviden tárgyalom a LED-ek munkapontfüggő viselkedésének elméleti hátterét, majd rátérek az általam használt mérési eljárásokra. Végül bemutatom az empirikus matematikai modellek és a vonatkozó hibaszámítási módszerek alapjait.

1.1 LED-ek nyitóáram- és hőmérsékletfüggő viselkedése

A fejezetben tárgyalt témát a [4]-es forrás taglalja alapos részletességgel, az itt bemutatott elméleti összefüggéseket ennek használatával gyűjtöttem össze.

A LED-ek („Light Emitting Diode”, azaz fényemittáló, avagy fénykibocsátó dióda) szilárdtest világítástechnikai eszközök, amelyek működési elvükből adódóan monokromatikus sugárzók [4], [5]. Egy ideális LED aktív rétege minden beinjektált

elektron után egy fotont bocsájt ki magából. Ebből következik, hogy az ideális LED egységnyi kvantumhatékonysággal rendelkezik. A belső kvantumhatékonyságot (η_{int}) a következő módon definiálhatjuk:

$$\eta_{int} = \frac{\text{másodpercenként emittált fotonok száma}}{\text{másodpercenként beinjektált elektronok száma}} = \frac{P_{int}/(h\nu)}{I/e} \quad (1)$$

ahol P_{int} az emittált optikai teljesítmény, I a beinjektált áram, h a Planck-állandó, ν a frekvencia, és e az elemi töltés.

Az ideális LED esetében az aktív zóna által kibocsájtott fotonok mindegyike a szabad térbe emittálódik. A valóságban viszont nem minden foton kerül ki a szabad térbe, a fotonok egy része a félvezetőt sem hagyja el. Erre több veszteségi mechanizmus is magyarázatot adhat, ezért ezek összesített leírására definiáljuk az extrakciós hatékonyságot: $\eta_{extraction}$.

A külső kvantumhatékonyságot ezek alapján a következőképpen definiáljuk:

$$\begin{aligned} \eta_{ext} &= \frac{\text{másodpercenként a szabad térbe emittált fotonok száma}}{\text{másodpercenként beinjektált elektronok száma}} \\ &= \frac{P/(h\nu)}{I/e} = \eta_{int}\eta_{extraction} \end{aligned} \quad (2)$$

ahol P a szabad térbe kibocsájtott teljesítmény. Ebből következik, hogy a sugárzott teljesítmény arányos a beinjektált árammal.

LED-ek emissziójának intenzitása csökken a növekvő hőmérséklet esetén. Ennek oka több hőmérsékletfüggő tényezővel is magyarázható. Szobahőmérséklet közelében ezt a hőmérsékletfüggést gyakran a következő összefüggéssel írják le:

$$I = I|_{300K} e^{-\frac{T-300K}{T_1}}, \quad (3)$$

ahol I az emissziós intenzitás és T_1 az úgynevezett karakterisztikus hőmérséklet. Eszerint egy magas karakterisztikus hőmérséklet, alacsony hőmérsékletfüggést jelent.

A LED-ek elektron és lyuk párok spontán rekombinációjával járó foton kibocsájtás segítségével állítanak elő fényt. A LED-ek optikai paramétereit ennek a spontán rekombinációnak a specifikus karakterisztikája határozza meg. A Boltzmann eloszlásból következik, hogy az elektronok és lyukak átlagosan $k \cdot T$ kinetikus energiával rendelkeznek. Az energiamegmaradás megköveteli, hogy a foton energia megegyezzen az elektron energia E_e és lyuk energia E_h különbségével.

$$h\nu = E_e - E_h \approx E_g \quad (4)$$

amennyiben a hőenergia elhanyagolható az E_g tiltott sávhoz képest, vagyis $kT \ll E_g$, a fotonok energiáját közelíthetjük a tiltott sáv szélesség energiájával. Ez alapján azt mondhatjuk, hogy egy LED emissziós hullámhossza közelítőleg meghatározható a félvezető tiltott sáv szélessége alapján. Amennyiben feltételezzük, hogy a rekombinációk csak azonos momentummal rendelkező lyukak és elektronok között jönnek létre, úgy levezethető az emissziós intenzitás az energia függvényében.

$$I(E) \propto \sqrt{E - E_g} e^{-\frac{E}{kT}}, \quad (5)$$

Amiből következik, hogy az elvi eloszlás függvény maximuma:

$$E = E_g + \frac{1}{2}kT. \quad (6)$$

Ez alapján arra következtethetnénk, hogy mivel a termikus energia függvényében az eloszlás függvény maximuma növekszik, az eloszlás csúcshullámhossza rövidebb hullámhosszok felé tolódik. Azonban a kT termikus energiáról általánosan elmondható, hogy jelentősen kisebb, mint E_g , azaz a tiltott sáv szélesség energiája, továbbá ez a feltételezésünk nem venné figyelembe a tiltott sáv szélesség hőmérsékletfüggését, ami az elsődleges okozója a csúcshullámhossz eltolódásának. Erről az mondható el, hogy a hőmérséklet növekedésével a félvezető tiltott sáv szélessége csökken. Ezt a *Varshni formulával* fejezhetjük ki:

$$E_g = E_g|_{T=0K} - \frac{\alpha T^2}{T + \beta}, \quad (7)$$

ahol α és β illesztési paraméterek. Ezek az illesztési paraméterek félvezető fajtánként eltérőek.

A tiltott sáv szélesség hőmérséklet függéséből, arra következtethetünk, hogy az eloszlás függvény maximuma, vagyis a csúcshullámhossz a (6) összefüggés szerint a hőmérséklet növekedésével hosszabb hullámhosszok felé tolódik. A hőmérséklet növekedésével a LED emissziós intenzitása, vagyis a kibocsátott teljesítmény csökken.

1.2 Teljesítmény LED-ek multi-domain mérése

LED-ek multi-domain mérése alatt azt értjük, hogy a félvezetőt, a működését meghatározó minden területre kiterjedve, komplex módon vizsgáljuk elektromos, termikus és optikai tartományokban. Ez az ún. kombinált termikus és radiometriai/fotometriai karkarakterizáció.

Termikus karakterizáció tokozott félvezetők esetében például termikus tranziens tesztelés segítségével végezhető [6]. A mérés során a diódát hagyjuk felmelegedni a normál működési árammal hajtva, amit ezután lekapcsolunk, ezzel disszipációs ugrást létrehozva a rendszer bemenetén. A továbbiakban az ún. mérőárammal, egy a normál üzemi áramnál jelentősen kisebb árammal mérhetjük a dióda nyitófeszültségét annak hűlése közben.

Amennyiben a nyitófeszültség hőmérsékletfüggése (avagy, legalább annak meredeksége, az ún. K-faktor [7]-[9]) ismert, akkor meghatározhatóvá válik az eszköz hőmérséklete a teljes tranziens során, az adott mérési elrendezésnél megkapjuk a rendszer termikus ugrásválasztát. Ha ezt a hőmérsékleti tranziens elosztjuk a disszipáció ugrás értékével, akkor megkapjuk az eszköz termikus impedanciáját, az ún. Z_{th} függvényt.

Mivel LED-ek esetében a felvett elektromos teljesítmény egy meghatározó része fényként távozik a félvezetőből, a fent említett termikus karakterizációt ki kell egészíteni radiometriai mérésekkel, a disszipált teljesítmény pontos értékének meghatározásához. Ezek a mérések leggyakrabban egy integráló (fotométer) gömb segítségével készülnek.

1.3 Mérési összeállítás

A tanszéken rendelkezésre álló LED mérő állomás a Dr. Székely Vladimir vezetése alatt tervezett T3Ster [10] és a később, szintén a tanszéken kifejlesztett TeraLED [11] eszközökből és az őket vezérlő asztali számítógépből áll.

1.3.1 A T3Ster és TeraLED műszeregyüttes

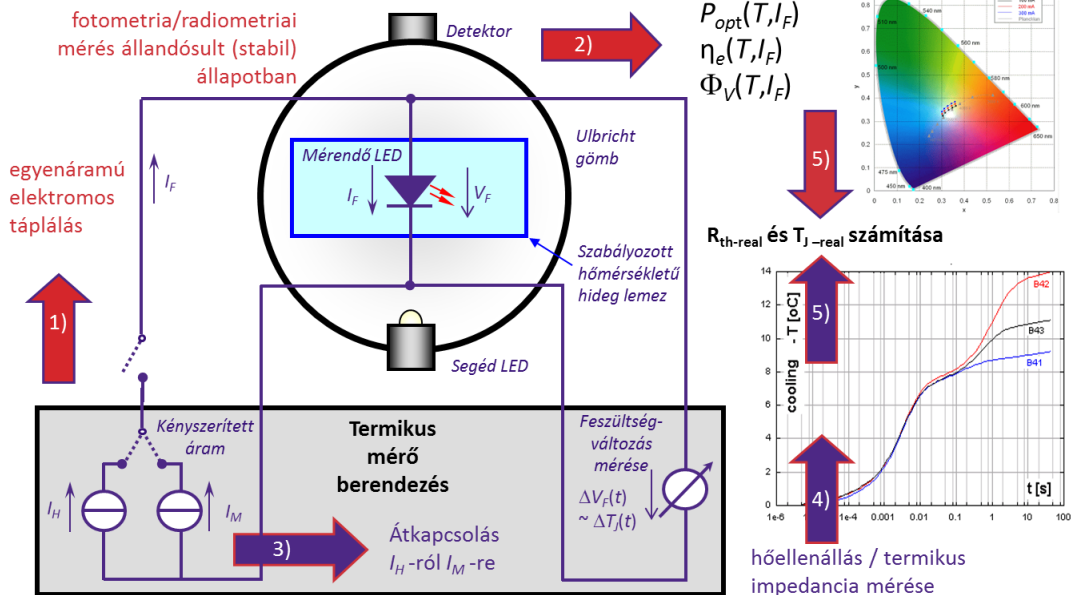
A T3Ster egy termikus mérő műszer (*Thermal Transient Tester*), ami félvezető eszközök termikus karakterizációjára és minősítésére használható. Egyaránt szolgáltatja a tranziens méréshez szükséges fűtő- és mérőáramot. A műszer rögzíti a félvezető teljesítményugrásra adott termikus választát, a hozzá tartozó szoftver segítségével az eltárolt mérési adatokat ki is értékelhetjük.

A TeraLED eszköz LED-ek radiometriai/fotometriai mérésére szolgál. Az integráló gömbhöz csatlakoztatott szabályozható termosztátot vezérli, valamint szükség esetén további elektromos táplálást biztosít a mérendő eszköz számára, amennyiben a műszeregyüttesből a T3Ster berendezés nem lenne jelen.

A T3Ster és a TeraLED eszközökkel együtt ún. kombinált termikus és radiometria/fotometriai mérést valósíthatunk meg, melynek segítségével elkészíthetjük a

mért eszköz kompakt multi-domain modelljét. A mérési megoldás megfelel a JEDEC JESD51-5x szabványcsaládban leírtaknak [12]-[15] és eleget tesz a CIE által publikált 127:2007 és 225:2017 technikai jelentések [16], [17] ajánlásainak [18]. Az általam használt teljes elrendezést az 1.1. ábra szemlélteti.

JESD 51-52: LED hideg lemezen + CIE 127-2007 dokumentum szerinti fluxus mérés



JESD 51-51: termikus mérés JESD51-1 szerinti statikus mérési módszerrel, hideg lemezzel, mint termikus környezettel

1.1. ábra. A Dr. Poppe András által javasolt kombinált termikus és radiometriai/fotometria LED mérési összeállítás és a mérési folyamat vázlata. [19]

1.3.2 Integráló (fotométer) gömb

A LED-ek optikai mérésére laboratóriumi karakterizálás során legszélesebb körben használt eszköz az integráló gömb, más néven Ulbricht gömb. Az ilyen eszközök belsejét egy nagy reflexiójú anyaggal vonják be, amely a fényt a látható hullámhossz tartományban diffúz módon veri vissza, ún. Lambert felületként. Ebből adódóan a gömb belső falán a megvilágítás minden pontban közel azonos lesz. A gömb felületén különböző optikai nyílásokat alakítanak ki, ezeken keresztül helyezhetjük el a gömb belsejében a mérendő eszközt hordozójával együtt, illetve a méréshez szükséges további eszközöket, mint a referencia fényforrást és különböző detektorokat.

1.3.3 Spektrális mérések

A LED mérőrendszer spektrométerrel is kiegészíthető, amelynek segítségével a fény spektrális teljesítményeloszlása vizsgálhatóvá válik.

Az angol terminológiában „array spectrometer”-ként elnevezett műszerek a spektrométerben található diffrakciós rács segítségével a vizsgálandó fénysugarat először színkomponenseire bontják, majd a komponenseket egy detektor-sorra vetítik, így elkülönítve az egyes hullámhosszokhoz tartozó mérendő jelek kiértékelését. Ezek előnye, hogy a detektorsor egyidejűleg, párhuzamosan rögzíti a teljes spektrum egyes komponenseit, így nagyon rövid mérési idők érhetők el, jellemzően a 10 μ s...100 ms időtartományban. A tanszéki elrendezésben ezt a feladatot az Instrument Systems CAS 140CT típusú spektrométerre [20] látja el.

Dolgozatom további részeiben az ebben a fejezetben bemutatott mérőrendszerrel vizsgált LED-ek spektrális méréseit dolgozom fel. A mérésekről a továbbiakban feltételezem, hogy ideálisak, azaz azok mérési hibáját a továbbiakban nem vizsgálom.

1.4 Függvények illesztése

Függvények illesztéséről és egyéb statisztikával és modellezéssel kapcsolatos ismeretekről a [21] és a [22] forrásokban olvashatunk alapos részletességgel, az alábbiakban ezen forrásokból nyújtok betekintést.

A regresszióanalízis olyan statisztikai modellezési módszerek összessége, melyek segítségével az Y válasz változó (más néven kimeneti vagy függő változó) és a prediktor változók X_1, X_2, \dots, X_p (más néven független változók, ez a megnevezés, habár elterjedt, félrevezető lehet, mivel a gyakorlatban ezek a változók gyakran nem függetlenek) közötti kapcsolatot próbáljuk meghatározni, ahol p a prediktor változók számát jelöli. A valós kapcsolatot a függő és független változók között a regressziós modellel közelítjük:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_p) + \varepsilon, \quad (8)$$

ahol ε a közelítés véletlen hibája. Az f függvény határozza meg a kapcsolatot Y és X_1, X_2, \dots, X_p között. Egy példa lineáris regressziós modellre:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon, \quad (9)$$

ahol β_0, β_1 , a regressziós paraméterek vagy együtthatók. Ezeket az együtthatókat az adataink alapján határozzuk meg.

A regresszióanalízis célja, hogy a válasz változó értékét a prediktor változók értékeinek ismeretében megbecsüljük a regressziós egyenlettel. Habár a regresszióanalízis fő végterméke a regressziós egyenlet, emellett nagyon hasznos lehet az adatok környezeti változóinak viselkedésének megismerésében is. Gyakran az adatok közötti felfedett összefüggések hasonlóan hasznosak lehetnek, mint maga a regressziós egyenlet. [21]

1.4.1 Linearitás

A modellünk formája határozza meg a válasz változó és a prediktor változók közötti összefüggést, ennek megválasztása specifikus tudást igényel a megoldani kívánt problémáról. Ehhez meg kell választanunk az $f(X_1, X_2, \dots, X_p)$ függvényt a (8) egyenletből. Ez a függvény lehet lineáris és nemlineáris. Példa lineáris függvényre:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon. \quad (10)$$

Példa nemlineáris függvényre:

$$Y = \beta_0 + e^{\beta_1 X} + \varepsilon. \quad (11)$$

Fontos megjegyezni, hogy ebben az esetben a linearitás (vagy nemlinearitás) nem az Y és X_1, X_2, \dots, X_p közötti összefüggésre vonatkozik. Lineárisnak, azokat a függvényeket tekintjük, melyekre alkalmazható a szuperpozíció elve. Vagyis amikre teljesül $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$ és $f(a \cdot x) = a \cdot f(x)$, ahol a egy skálár. A következő függvények mindegyike lineáris:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \varepsilon, \quad (12)$$

$$Y = \beta_0 + \beta_1 \ln X + \varepsilon, \quad (13)$$

habár Y és X közötti összefüggés nemlineáris. Ez belátható a két függvény átírásával

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon, \quad (14)$$

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \varepsilon, \quad (15)$$

ahol az első függvény esetében $X_1 = X$ és $X_2 = X^2$, a második függvény esetén $X_1 = \ln X$.

1.4.2 Legkisebb négyzetek módszere

Amennyiben az elérhető adataink alapján meg szeretnénk határozni egy regressziós modell együtthatóit, vagyis szeretnénk megtalálni az adatunkra legjobban illeszkedő modellt, alkalmazhatjuk a legkisebb négyzetek módszerét. Ennek a

módszernek a célja egy olyan illesztés megtalálása, ami minimalizálja az adataink és a modellünk közötti hiba négyzetek összegét. Ezeket a hibákat a következő módon fejezhetjük ki:

$$\varepsilon_i = y_i - f(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi}), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (16)$$

ahol n a mérések száma és i az i -edik mérés. A hibák négyzetének összegei ez alapján:

$$S(\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2. \quad (17)$$

Így kifejezhetők, vagy minimum keresés segítségével meghatározhatók a regresszió $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_p$ együtthatói, amik az eredeti $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p$ együtthatók legkisebb négyzetes becslései, vagyis a legkisebb négyzetek módszerének megoldásai. A legkisebb négyzetek módszerével előállított modell, ebben az esetben:

$$\hat{Y} = f(X_1, X_2, \dots, X_p), \quad (18)$$

ahol \hat{Y} az illesztett értékek. A fentebb példaként bemutatott lineáris regresszió esetében ez:

$$\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X. \quad (19)$$

Így az adataink minden pontjára meghatározható az illesztett érték:

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (20)$$

ahol \hat{y}_i az i -edik illesztett érték, a modell azon pontja, ami x_i -hez tartozik. Az illesztett \hat{y}_i és a megfigyelt értékek y_i különbsége az úgynevezett reziduálisok:

$$e_i = y_i - \hat{y}_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (21)$$

1.4.3 Determinációs együttható

Az illesztés jóságának vizsgálata alapvető lépés modelljeink elkészítése és analízise során. Ezt célszerű több különböző módszerrel is megtenni, akár grafikus megjelenítés segítségével, statisztikai hipotézis vizsgálattal, vagy a saját problémánkhoz specifikus mérőszámok alkalmazásával. Azonban ezek után is szükség lehet egy könnyebben értelmezhető mérőszám alkalmazására, ami a modell illeszkedésének jóságáról biztosít.

Lineáris regresszió esetén egy ilyen mérőszám az úgynevezett determinációs együttható:

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} \quad (22)$$

ahol R^2 egyenlő az Y válasz változó modell által magyarázott varianciája és a válasz változó teljes varianciája hányadosával. Így eredményünk azt fejezi ki, hogy a modellünk milyen arányban magyarázza meg a válasz változó varianciáját.

A modell vagy regresszió által magyarázott variancia mértéke a regressziós négyzetösszeg, vagy magyarázó négyzetösszeg (SSR – Sum of Squares Regression):

$$SSR = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (23)$$

ahol \hat{y}_i az i -edik illesztett érték és \bar{y} a válasz változó átlagos értéke. Az adatok teljes varianciájának mértéke a teljes eltérés-négyzetösszeg (SST – Sum of Squares of Total):

$$SST = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (24)$$

Amennyiben a regresszióból adódó reziduálisokat is figyelembe vesszük, definiálható az eltérés-négyzetösszeg, vagy reziduális négyzetösszeg (SSE - Sum of Squares of Errors):

$$SSE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n e_i^2, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (25)$$

Lineáris, ordináta tengely metszettel (ez alatt nullától különböző y tengely metszeteket értünk, azaz az illesztett modell konstanssal való eltolását) rendelkező modellekre alkalmazhatjuk a variancia felbontást. Ez alapján a teljes eltérés-négyzetösszeget felbonthatjuk a magyarázó négyzetösszeg és a reziduális négyzetösszeg összegeként:

$$SST = SSR + SSE. \quad (26)$$

Ebből adódik, hogy lineáris modellek esetén $SSR < SST$ mindig teljesül, ami azt jelenti, hogy a determinációs együttható R^2 sosem kisebb nullánál vagy nagyobb egynél. Ezekből adódóan a determinációs együtthatót alternatív módon is kifejezhetjük:

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = 1 - \frac{SSE}{SST} = 1 - \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2} \quad (27)$$

Lineáris, viszont ordináta tengely metszettel nem rendelkező modellekre az R^2 értéket különbözőképpen definiáljuk, mivel ebben az esetben nincs szükség az Y válasz változó átlaggal történő korrekciójára. Így a két R^2 értelmezése is eltérő lesz, emiatt fontos, hogy megfelelő formula mellett a megfelelő definíciót használjuk:

$$R^2 = \frac{\sum \hat{y}_i^2}{\sum y_i^2} = 1 - \frac{\sum e_i^2}{\sum y_i^2} \quad (28)$$

További problémákba ütközünk, amennyiben nemlineáris modellt alkalmazunk. Nemlineáris modellekről általánosan az mondható el, hogy nem rendelkeznek ordináta tengely metszettel, legalábbis nem azok általános értelmében, és nem feltétlen teljesül rájuk a (26) összefüggés szerinti variancia felbontás. Amennyiben ilyen esetekben mégis alkalmazzuk a (27)-es definíció szerinti R^2 képletet, habár értéke nem lehet nagyobb, mint egy, viszont felvehet nullánál kisebb értéket. Az eredményt ebben az esetben nem értelmezhetjük a definíció szerint úgy, mint a modell által megmagyarázott variancia aránya.

Figyelembe véve ezeket a korlátokat, nemlineáris esetekben is használhatjuk a determinációs együtthatót az illesztés jóságának meghatározására. Ettől függetlenül nemlineáris esetben, többváltozós esetekhez hasonlóan az R^2 használata különböző modellek összehasonlítására nem ajánlott, és nem megfelelő konklúziókra vezethet [23].

1.4.4 Átlagos négyzetes eltérés

Az illesztés jóságának vizsgálatához használhatjuk az átlagos négyzetes eltérést (MSE – Mean Squared Error), amit a reziduális négyzetösszeg és a szabadsági fokok hányadosaként definiálhatunk:

$$MSE = \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - p - 1} = \frac{SSE}{n - p - 1} \quad (29)$$

ahol n a megfigyelési pontok száma, és p a prediktor változók számát jelöli. Az eredményünk, így legkisebb négyzetek módszere által minimalizált SSE elosztva a szabadsági fokokkal.

Egy gyakran alkalmazott egyszerűsítés szerint az átlagos négyzetes eltérést a következő módon definiálhatjuk:

$$MSE = \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n} = \frac{SSE}{n} \quad (30)$$

így az eredményünk az átlagos négyzetes eltérés a megfigyelt és az illesztett értékek között.

A négyzetes középérték hibát (RMSE – Root Mean Square Error) az átlagos négyzetes eltérés négyzetgyökeként definiálhatjuk, előnye azzal szemben viszont, hogy dimenziója megegyezik a válasz változóéval.

$$RMSE = \sqrt{MSE} \quad (31)$$

A különböző mérésekre illesztett függvények összehasonlítása érdekében a négyzetes középérték hibát normalizálva is megállapítottam. A normalizáláshoz a válasz változó maximuma és minimuma közötti különbséget választottam, ez a különbség LED-ek spektrális teljesítmény eloszlása esetén közelíthető a válasz változó maximumával:

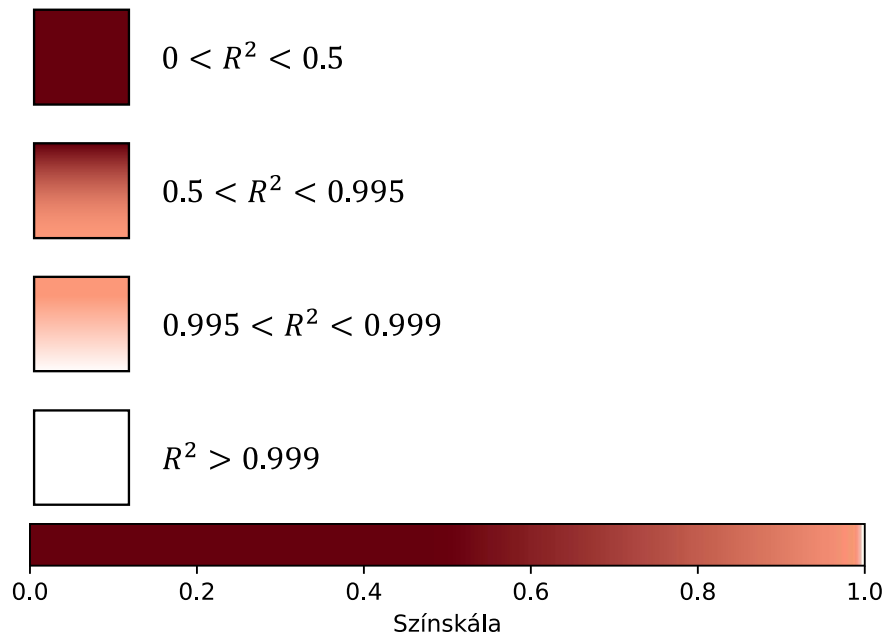
$$NRMSE = \frac{\sqrt{MSE}}{y_{max} - y_{min}} \quad (32)$$

2 Kvázi monokromatikus LED-ek spektrumnak modellezése

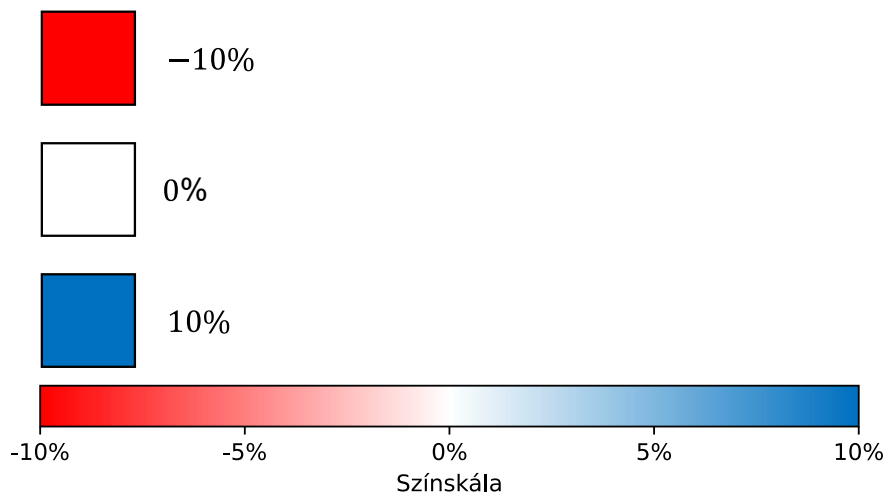
A spektrális mérések feldolgozásához és a modellek elkészítéséhez Python nyelvet használtam. Céлом olyan szoftveres eszköz elkészítése volt, melynek segítségével az általam végzett LED karakterizálási munka kiterjeszhető a spektrális teljesítmény-eloszlás modellezésével. Az általam készített kód segítségével először meghatároztam a leginkább alkalmas matematikai modellt, amit aztán több különböző típusú LED mérési eredményeire értékeltem ki. Az általam definiált, könnyen újra használható függvényekkel folyamatosan bővülő kód segítségével a modell paraméterek a mérési eredményekből automatizáltan kinyerhetőek, melynek köszönhetően a modell validációja is minden új LED karakterizációra elkészül.

Dolgozatomban a munkám során vizsgált minták közül három különböző színű teljesítmény LED méréseinek kiértékelését mutatom be. Ezek közül egy kék LED mérései a dolgozat szövegtörzsében, egy piros és zöld színű LED mérései pedig a függelékben találhatóak.

A dokumentumban szereplő táblázatok feltételes színezéssel vannak ellátva, hogy így azok eredményei „szemrevételezés útján” is könnyen összehasonlíthatók legyenek. Az R^2 értékes táblázatok színezését a 2.1. ábra szemlélteti, ahol az alacsony értékeket sötét és a kívánatos, magas értékeket világosabb színekkel jelöltem. A különböző százalékos különbségeket megjelenítő táblázatokat a 2.2. ábra színskálájával jelenítem meg, ahol a negatív eltérést piros szín, a pozitív eltérést kék szín és a kívánatos, alacsony eltérést a világosabb színek jelzik.



2.1. ábra. R^2 értékekre alkalmazott színskála



2.2. ábra. Százalékos eltérésekre alkalmazott színskála

2.1 Irodalomban fellelhető modellek

Saját modellezési munkám elsődleges alapjaként egy 2008-as cikket [24] tekintettem. Ebben az írók több matematikai sűrűségfüggvényt is javasoltak a monokromatikus LED-ek spektrális teljesítmény-eloszlásának illesztésére és közelítésére. A cikk készítői kritériumai szerint a függvényeknek az alábbiaknak kell megfelelniük:

- Megfelelő alakkal és paraméterezéssel rendelkezzenek.

- Jó pontossággal közelítsék a mért spektrális értékeket.
- Könnyen, egyértelműen értelmezhető paraméterekkel rendelkezzenek.
- A modell paraméterei könnyen megállapíthatók legyenek a spektrális mérési eredményekből.

I. Táblázat. Monokromatikus LED-ek spektrális teljesítményeloszlásának modellezésére javasolt matematikai függvények; a 2008-as tanulmány [24] 3-as számú táblázata alapján.

Függvény neve	Függvény $f(\lambda)$	
Gauss-eloszlás	$f(\lambda) = A \cdot e^{-\left(\frac{\lambda-C}{W}\right)^2}$	(33)
Split Gauss-eloszlás	$f(\lambda) = A \cdot e^{-\left(\frac{\lambda-C}{W}\right)^2} \begin{cases} \text{if } \lambda < C, \text{ akkor } W = W_1 \\ \text{egyébként } W = W_2 \end{cases}$	(34)
Gauss-eloszlások összege	$f(\lambda) = A_1 \cdot e^{-\left(\frac{\lambda-C}{W_1}\right)^2} + A_2 \cdot e^{-\left(\frac{\lambda-C}{W_2}\right)^2}$	(35)
Second order Lorentzian	$f(\lambda) = \frac{A}{\left(1 + \left(\frac{\lambda-C}{W}\right)^2\right)^2}$	(36)
Logistic Power Peak	$f(\lambda) = \frac{A}{S} \left(1 + e^{\frac{\lambda-C+W \cdot \ln(S)}{W}}\right)^{\frac{-S-1}{S}} \cdot e^{\frac{\lambda-C+W \cdot \ln(S)}{W}} \cdot (S+1)^{\frac{S+1}{S}}$	(37)
Asymmetric logistic peak	$f(\lambda) = A \left(1 + e^{\frac{\lambda-C+W \cdot \ln(S)}{W}}\right)^{-S-1} S^{-S} \cdot e^{\frac{\lambda-C+W \cdot \ln(S)}{W}} \cdot (S+1)^{\frac{S+1}{S}}$	(38)
Pearson VII	$f(\lambda) = \frac{A}{\left(1 + \left(\frac{\lambda-C}{W}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2S}-1\right)\right)^S}$	(39)
Split Pearson VII	$f(\lambda) = \frac{A}{\left(1 + \left(\frac{\lambda-C}{W}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2S}-1\right)\right)^S} \begin{cases} \text{if } \lambda < C, \text{ then } W = W_1, S = S_1 \\ \text{otherwise } W = W_2, S = S_2 \end{cases}$	(40)
Asymmetric Double sigmoidal	$f(\lambda) = \frac{A}{1 + e^{\frac{\lambda-C}{S_1}}} \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + e^{\frac{\lambda-C}{S_2}}}\right)$	(41)

A kutatásban javasolt függvényeket az I. táblázat mutatja be (a függvények elnevezései megfelelnek a [24] számú referencia 3-as számú táblázatában közölt

neveknek). A szerzők megállapítása szerint a fenti kitételeknek leginkább a „*Logistic Power Peak*” függvény felelt meg. Emellett megemlítik, hogy a (33) és a (36) számú függvények szimmetrikusságuk miatt nem illeszthetők megfelelően a legtöbb esetben aszimmetrikus spektrumhoz, így ezeket elvetették. A (35) és (41) számú függvények, habár jól közelítik a spektrumot, paramétereik nem egyértelműen megállapíthatók egy közvetlen spektrális mérésből. Egy másik lehetőség az aszimmetrikusság kezelésére a függvények két tartományban való szétválasztása, ilyenek a (34) és (40) számú függvények. Az ilyen esetekben viszont a függvény nem folytonos, ezért a szerzők ezeket is kizárták. A megmaradt egyenletek ((37), (38)) a fent említett kritériumok alapján megfelelőnek bizonyultak a spektrum modellezéséhez.

Ahhoz, hogy egy környezeti változóktól függő modellt készítsenek, a mérési eredményekre illesztett *Logistic Power Peak* illesztett paramétereire a lapkahőmérséklet (pn átmenet hőmérséklet, vagy angol terminológiában *junction temperature*) és nyitóáram függvényében a következő összefüggéseket illesztették:

$$A(T, i) = a_0 \cdot T^a \cdot i^a \quad (42)$$

$$C(T, i) = c_0 + c_T \cdot T + c_i \cdot \log(i) \quad (43)$$

$$S(T, i) = s_0 + s_T \cdot T + s_i \cdot \log(i) \quad (44)$$

$$W(T, i) = w_0 + w_T \cdot T + w_i \cdot i^a \quad (45)$$

ahol az amplitúdó (amplitude – A), középpont, vagy csúcshullámhossz (centre – C), ferdeség (skew – S) és szélesség, vagy szórás (width – W) paraméterek találhatóak az abszolút hőmérséklet (T) és a nyitóáram függvényében (i).

Ezeknek a függvényeknek ((42)-től (45)-ig) a behelyettesítésével a (37)-es *Logistic Power Peak* függvénybe a (46)-es lapkahőmérséklet- és nyitóáramfüggő modellt kapjuk eredményül. Ennek segítségével már képesek lehetünk egy karakterizált monokromatikus LED spektrális teljesítmény-eloszlásának közelítésére tetszőleges nyitóáram és lapkahőmérséklet mellett.

$$f(T, i, \lambda) = \frac{A(T, i)}{S(T, i)} \left[1 + e^{\frac{\lambda - C(T, i) + W(T, i) \cdot \ln(S(T, i))}{W(T, i)}} \right]^{\frac{-S(T, i) - 1}{S(T, i)}} \cdot e^{\frac{\lambda - C(T, i) + W(T, i) \cdot \ln(S(T, i))}{W(T, i)}} \cdot [S(T, i) + 1]^{\frac{S(T, i) + 1}{S(T, i)}} \quad (46)$$

Korábbi, a LED-ek spektrális teljesítményeloszlásának modellezésére tett törekvések egyikében, 2005-ben egy Gauss-féle modellt találtak a legmegfelelőbbnek

[25], amely modell már tartalmazta a lapkahőmérséklet (a pn átmenet hőmérséklet) változásával járó csúcsérték eltolódást is [26].

Egy 2010-es tanulmányban [27] és az azt követő doktori értekezésben [28] a korábban leírt, pusztán matematikai függvények helyett egy olyan spektrum modellt készítettek, amely explicit módon tartalmazta a mögöttes fizikai tartalmat is. Így például, a Boltzmann-eloszlást a félvezető lapka hőmérsékletének függvényében, a tiltott sáv szélesség változását, valamint a pn átmenet hőmérséklet növekedéséből fakadó fénykibocsátással nem járó rekombinációk számának növekedését.

Első modellezési próbálkozásként a tanulmányban két darab exponenciális segítségével közelítették a spektrumot, majd úgy egészítették ki azt, hogy tartalmazza a Boltzmann-eloszlást. Ezután megfigyelték, hogy az így kapott és a mért eloszlás különbsége jól közelíthető egy Gauss-eloszlással. Ennek megfelelően a képlethez hozzáadtak egy Gauss-eloszlást, megalkotva egy kezdetleges modellt:

$$\Phi_{e,v} = \frac{1}{S_1 \exp[-a(v - v_p)] + S_2 \exp\left[\frac{h}{kT_c}(v - v_p)\right] + S_3 \exp\left[-\left(\frac{v - v_G}{b}\right)^2\right]} \quad (47)$$

Ez a modell felfogható úgy is, mint a Yoshihiro Ohno által bemutatott dupla Gauss-eloszlás modell egy variációja [29]. Ezt a modellt átalakítva hoztak létre egy a fent említett elvárásoknak megfelelő hőmérsékletfüggő spektrum modellt:

$$\Phi_{e,v}(T) \approx \left\{ \frac{1}{S_{1,ref} \exp[-a(v - v_{p,ref} - \gamma_p \Delta T)] + S_{2,ref} \exp\left[\frac{h(v - v_{p,ref} - \gamma_p \Delta T)}{k(c\Delta T + T_{c,ref})}\right]} + S_{3,ref} \exp\left[-\left(\frac{v - v_{p,ref} - \gamma_p \Delta T}{b}\right)^2\right] \right\} \exp\left(-\frac{\Delta T}{T_0}\right) \quad (48)$$

Egy másik 2018-as tanulmányban [30] egy olyan modellt tűztek ki célként, ami képes a spektrum meghatározása bármilyen nyitóáram szint esetén, minimalizálva a szükséges mért fizikai paramétereket és a lehető legkisebb számítási erőforrást igényel. A mért eredményeket „fekete doboz” modell szerint dolgozták fel, vagyis a mögöttes fizikai hatásokat elhanyagolták.

Egy 2022-es tanulmányban [31] 19 darab (egymásra helyezett) különböző eloszlás függvény alapú modellt vizsgáltak meg, 7 darab különböző spektrális

teljesítmény-eloszlású monokromatikus piros, zöld és kék, és 8 darab fénypor alapú, különböző korrelált színhőmérsékletű LED-en. Minden modellt a sugárzott teljesítmény, színességi koordináták és a bayesian-információs kritérium helyes meghatározó képessége alapján értékelték ki. Ennek a tanulmánynak a konklúziójaként megállapították, hogy egy többszörösen egymásra helyezett (split) Pearson VII (40) modell jelentősen képes felülmúlni a gyakran használt Gauss-féle modell kezdeményezéseket. Ebben a cikkben hőmérséklet és nyitóáramfüggést nem vizsgáltak.

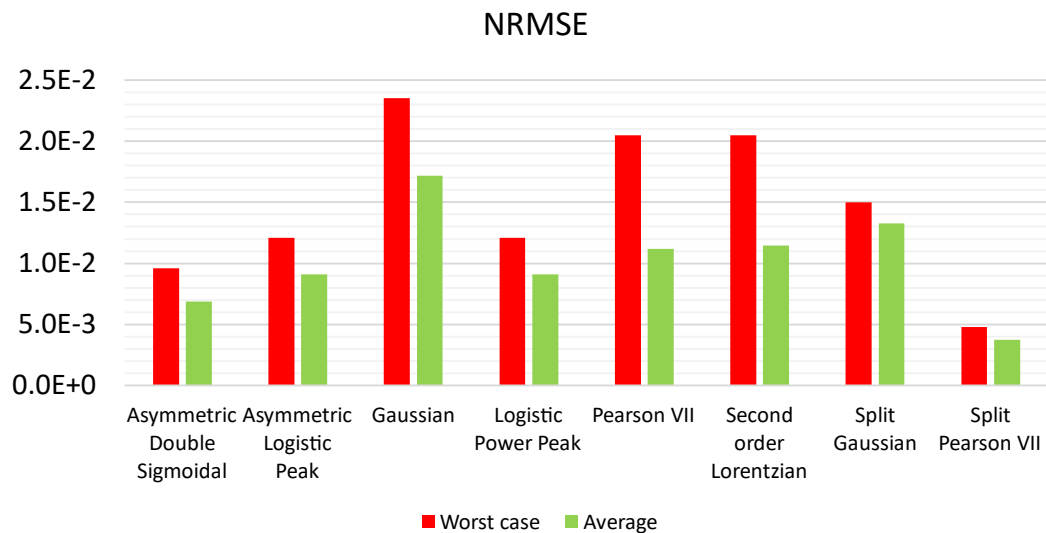
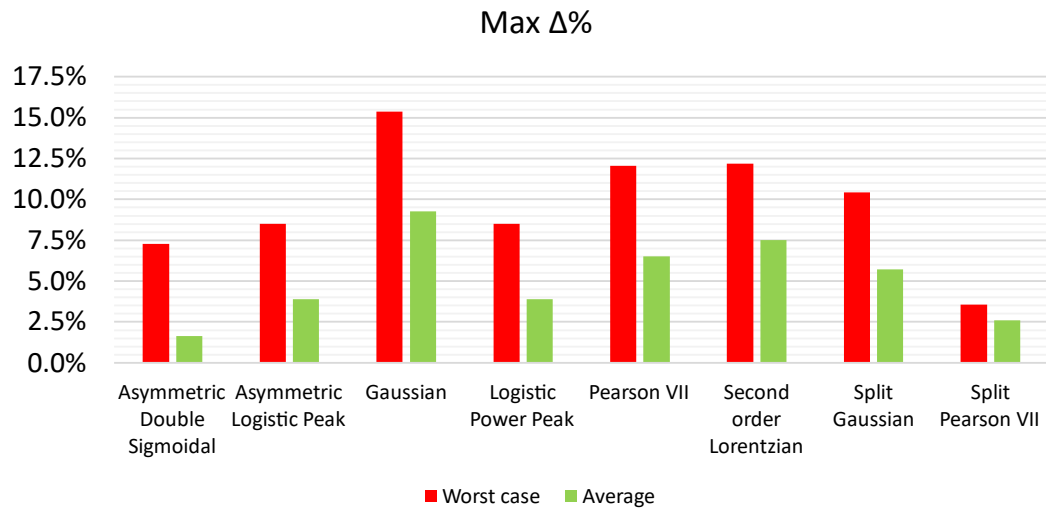
2.2 Függvények illesztése

A már korábban említett 2022-es cikkhez [31] hasonlóan kiértékeltem az irodalomban található sűrűségfüggvényeket, azokat saját mérési eredményeimre illesztve. Ellenben, mivel ezekből céloim környezeti paramétereiktől függő modellek készítése volt, a függvények többszöri összegként való illesztését nem vizsgáltam. Az ilyen összegfüggvények habár jobb illesztést biztosítanak, további komplexitások bevonása nélkül nem alkalmasak a további modellezési munkához, mivel paramétereik illeszkedése nem konzisztens a munkapontok között.

A modellek elkészítéséhez először az irodalomban megtalálható függvényeket méréseimre illesztettem és azokat illesztési hibáik alapján kiértékeltem. Ezeket a függvényeket *SciPy* Python könyvtár *curve_fit* függvényével illesztettem, ami a *Levenberg-Marquardt algoritmus* segítségével keresi meg a legkisebb négyzetek módszerének a megoldását. [32]

Az elkészült illesztéseket négy darab statisztikai és kettő a spektrális teljesítmény-eloszlás illesztésére specifikus metrika alapján értékeltem ki:

- Regressziós négyzetösszeg (SSR)
- Eltérés-négyzetösszeg (SSE)
- Átlagos négyzetes eltérés (MSE)
- Normalizált Négyzetes középérték hiba (NRMSE)
- A mért és a modellezett sugárzott teljesítmény értékek maximum eltérése százalékban ($Max \Delta\%$)
- Méréssel meghatározott és a görbeillesztés után kapott csúcs hullámhosszok eltérése ($\Delta\lambda_{peak}$) [nm]



2.3. ábra. Osram Oslon® SSL 80 típusú piros LED-ekre és Osram Osconiq® P 2226 típusú kék LED-ekre elvégzett függvények illesztésének összegző kiértékelése

A vizsgált metrikák alapján a *Split Pearson VII* függvény felülmúlta a többi vizsgált függvényt, ezt megfigyelhetjük az illesztési eredményeket összegző ábrán (2.3. ábra) is. Figyelembe véve az illesztési paraméterek számát a további munkához, az irodalomban javasolt *Logistic Power Peak* függvény is esélyes jelölt, mivel ez csupán négy darab paraméterrel rendelkezik. A *Split Pearson VII* függvény deriváltja, definíciója alapján, rendelkezhet szakadással is.

2.2.1 Függvényillesztés javítása sugárzott teljesítmény tekintetében

A modellek készítése közben egyik célom volt, hogy az elkészült függvényillesztések minél pontosabban adják vissza a mért sugárzott teljesítményt. Ennek érdekében az illesztés folyamatát úgy módosítottam, hogy az figyelembe vegye a sugárzott teljesítmény értékeket is. Az így talált illesztések rontják a modell illeszkedését a teljes mért görbékre. Azonban az alábbi példa táblázatain (módosítás előtt II. táblázat, és után III. táblázat) láthatjuk, hogy az illesztés jóságának mértéke minimálisan változik, míg a mért és sugárzott teljesítmény értékek közötti eltérés jelentősen javul.

II. Táblázat. Determinációs együttható (R^2) és a mért és modellezett sugárzott teljesítmény különbsége ($\Delta\phi_e$) méréspontonként a Split Pearson VII függvény illesztésekor

	R^2				$\Delta\phi_e$ [%]			
	10°C	50°C	90°C		10°C	50°C	90°C	
SPVII	10 mA	0.9992	0.9991	0.9991	10 mA	1.74%	1.83%	1.65%
	50 mA	0.9992	0.9992	0.9992	50 mA	2.07%	2.00%	1.79%
	100 mA	0.9992	0.9992	0.9992	100 mA	1.95%	1.81%	1.54%
	500 mA	0.9993	0.9994	0.9995	500 mA	1.59%	1.38%	1.12%
	700 mA	0.9994	0.9995	0.9996	700 mA	1.46%	1.25%	0.95%
	1000 mA	0.9995	0.9996	0.9997	1000 mA	1.26%	1.04%	0.79%

III. Táblázat. Determinációs együttható (R^2) és a mért és modellezett sugárzott teljesítmény különbsége ($\Delta\phi_e$) méréspontonként módosított Split Pearson VII függvény illesztésekor

	R^2				$\Delta\phi_e$ [%]			
	10°C	50°C	90°C		10°C	50°C	90°C	
SPVII + ϕ_e	10 mA	0.9992	0.9990	0.9990	10 mA	0.00%	0.00%	0.00%
	50 mA	0.9991	0.9991	0.9991	50 mA	0.00%	0.00%	0.00%
	100 mA	0.9991	0.9991	0.9992	100 mA	0.00%	0.00%	0.00%
	500 mA	0.9993	0.9993	0.9995	500 mA	0.00%	0.00%	0.00%
	700 mA	0.9993	0.9994	0.9996	700 mA	0.00%	0.00%	0.00%
	1000 mA	0.9994	0.9995	0.9997	1000 mA	0.00%	0.00%	0.00%

2.3 Lapkahőmérséklet- és nyitóáramfüggő modellek készítése

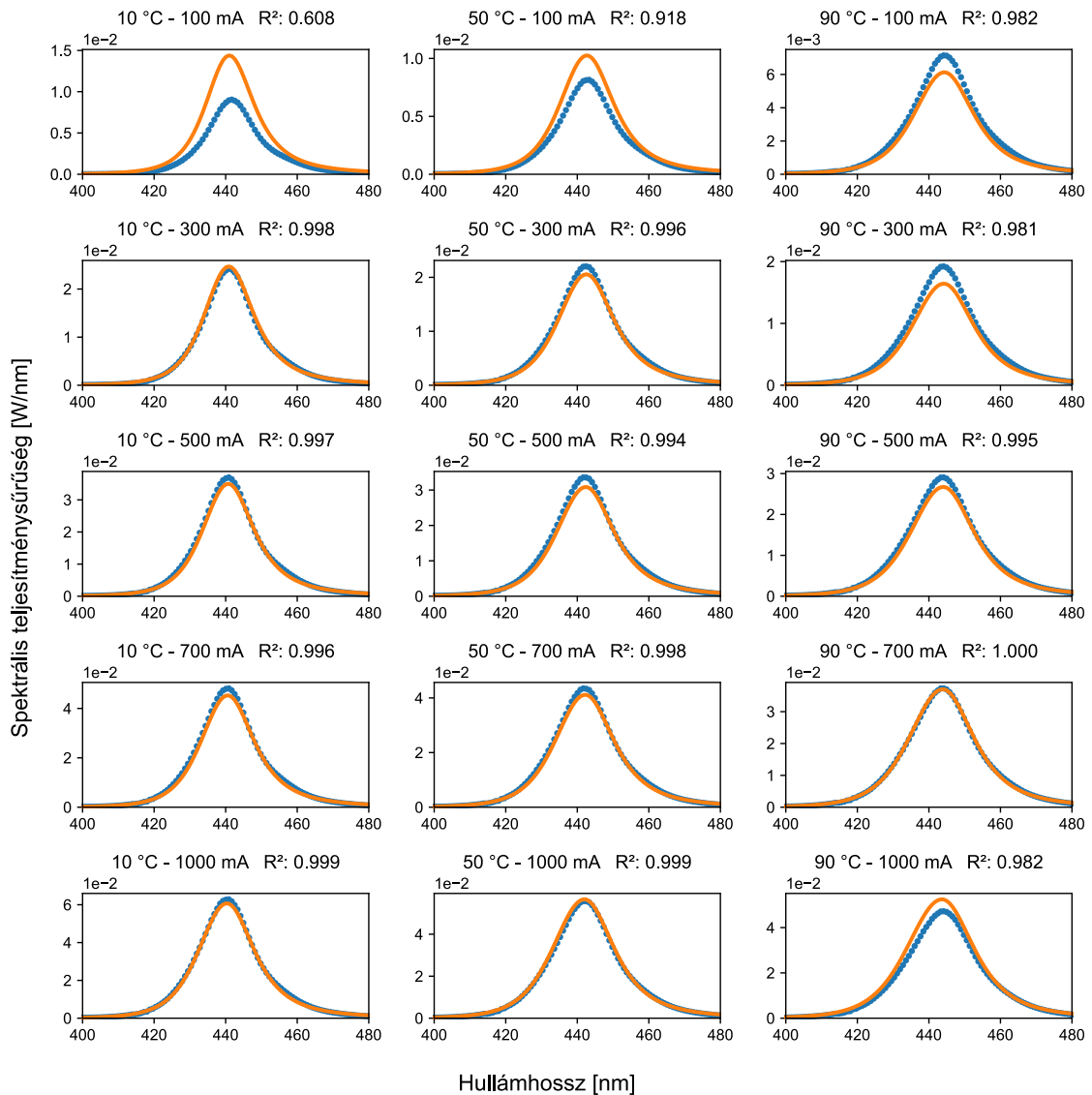
Az illesztések elkészítése után az illesztett paraméterek minden mérési pont esetében eltárolásra kerülnek. Ezek segítségével készíthetjük el a lapkahőmérséklet- és nyitóáramfüggő modelleket. Ehhez először könnyen implementálható regressziókat alkalmaztam.

A. Lineáris regresszió

Az első modellem elkészítéshez lineáris regressziót alkalmaztam az illesztett sűrűségfüggvények paramétereinek becslésére a lapkahőmérséklet és a nyitóáram függvényében:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 T_j + \beta_2 I_{forward}, \quad (49)$$

ahol Y az eredményváltozó, jelen esetben az illesztett sűrűségfüggvények paraméterei, tipikusan az amplitúdó (amplitude – A), középpont, vagy csúcshullámhossz (centre – C), ferdeség (skew – S) és szelesség, vagy szórás (width – W) paraméterek. Míg a lapkahőmérséklet (junction temperature – T_j) és a nyitóáram (forward current – $I_{forward}$) a magyarázó változók. Az együtthatókat ($\beta_0, \beta_1, \beta_2$) a legkisebb négyzetek módszerével határoztam meg.



2.4. ábra. Lineáris regressziós modell (narancssárga görbe) összehasonlítása a mért spektrális teljesítményeloszlásokkal (kék pontozott görbe) az eredeti munkapontokban

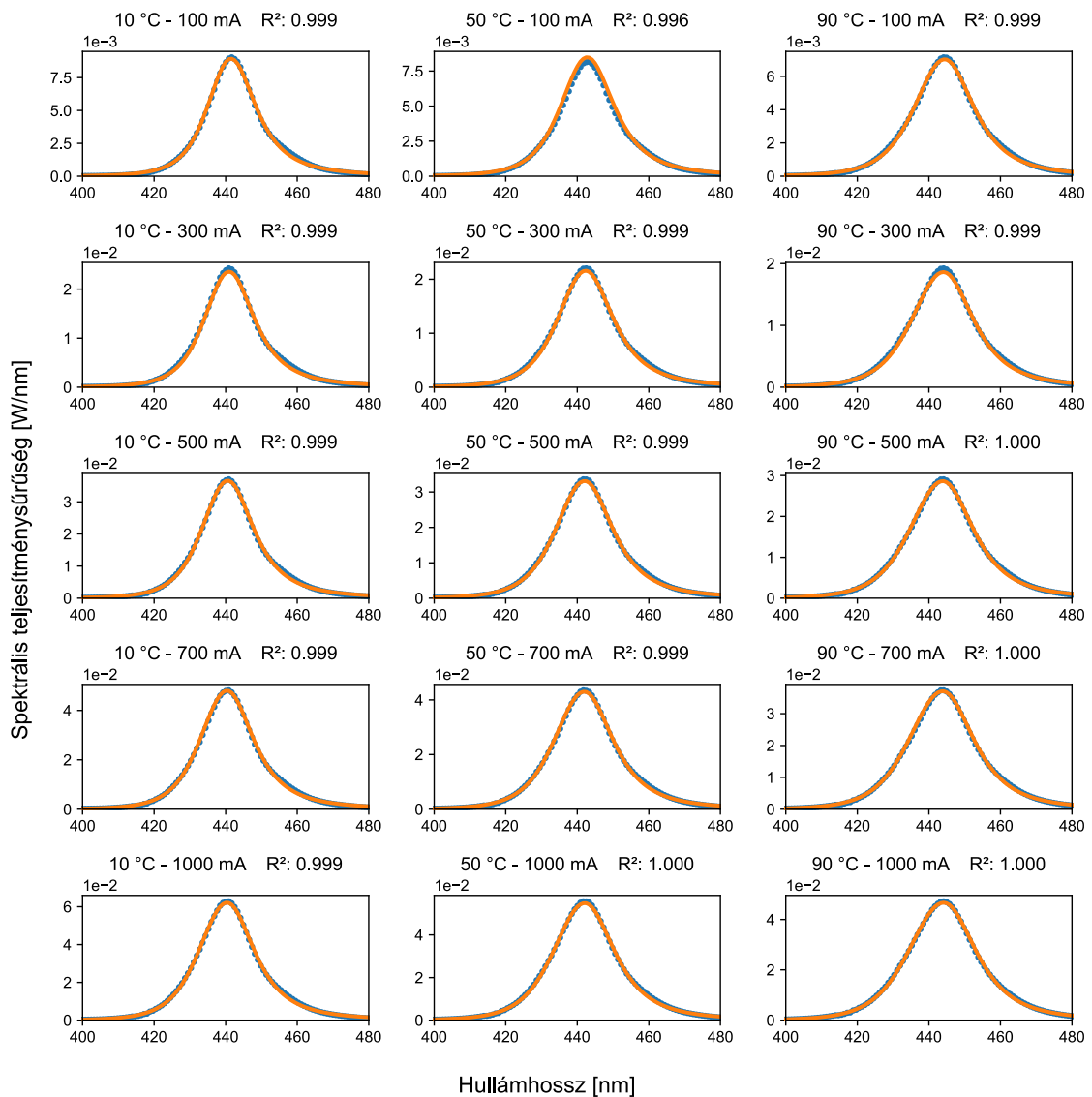
A bemutatott példán (2.4. ábra) láthatjuk a modell munkapontenkénti illeszkedését, és a kiszámított R^2 értékeket. Habár a lineáris regressziós modell viszonylag jó eredményt nyújt, azt találtam, hogy a környezeti paraméterektől való függés leginkább magasabb fokszámú polinomokkal közelíthető jól.

B. Másodfokú polinomiális regresszió

Magasabb fokú polinomok alkalmazásával az illesztés pontosságát jelentősen tudjuk növelni. Polinomok segítségével közelíteni tudunk olyan adatokat is, ahol azok például parabolikus vagy köbös jelleget mutatnak.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 T_j + \beta_2 T_j^2 + \beta_3 T_j \cdot I_{forward} + \beta_4 I_{forward} + \beta_5 I_{forward}^2 \quad (50)$$

ahol hasonlóan a lineáris regresszióhoz az Y az eredményváltozó, a sűrűségfüggvények paraméterei és az együtthatók ($\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$) meghatározásra kerülnek minden paraméterre. Így ez a modell a *hat* paraméteres *Split Pearson VII* függvénnyel kombinálva összesen 36 együtthatóval rendelkezik. Az így készült modellnek a munkapontonkénti eredményét láthatjuk az alábbi példán (2.5. ábra).



2.5. ábra. Polinomiális regressziós modell (narancssárga görbe) összehasonlítása a mért spektrális teljesítményeloszlásokkal (kék pontozott görbe) az eredeti munkapontokban

2.3.1 Modellek összehasonlítása

Az így elkészült modellek két meghatározó része a spektrális teljesítményeloszlásra illesztett sűrűségfüggvény és annak a paramétereire illesztett egyéb függvények a lapkahőmérséklet és a nyitóáram függvényében.

Ahhoz, hogy az így elkészíthető különböző modellek könnyen összehasonlíthatóak legyenek, egy olyan eszközt készítettem Python környezetben, ami képes ezeknek a tetszőleges modelleknek az illesztésére és kiértékelésére. Ezzel elkészített példákat láthatunk a következő táblázatokban, ahol a *Logistic Power Peak* és a *Split Pearson VII*-es függvények mellé a már fentebb bemutatott lineáris és polinomiális regresszió mellett további kettő kevert modell típust is definiáltam.

Kevert #1:

$$A(T_j, I) = a_0 \cdot I_{forward}^{a_2} + a_1 \cdot T_j \cdot I_{forward}^{a_2}, \quad (51)$$

$$C(T_j, I) = c_0 + c_1 T_j + c_2 T_j^2 + c_3 T_j \cdot I_{forward} + c_4 I_{forward} + c_5 I_{forward}^2 \quad (52)$$

$$S(T_j, I) = s_0 + s_1 T_j + s_2 T_j^2 + s_3 T_j \cdot I_{forward} + s_4 I_{forward} + s_5 I_{forward}^2 \quad (53)$$

$$W(T_j, I) = w_0 + w_1 T_j + w_2 T_j^2 + w_3 T_j \cdot I_{forward} + w_4 I_{forward} + w_5 I_{forward}^2 \quad (54)$$

Kevert #2:

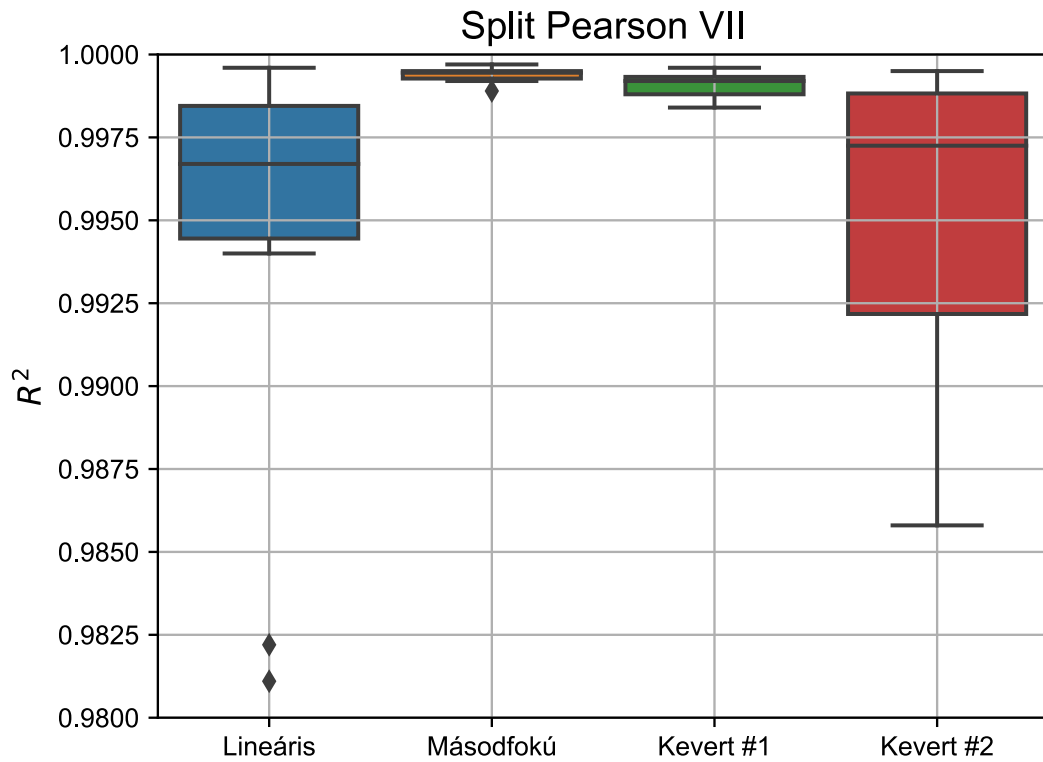
$$A(T_j, I) = a_0 \cdot (T_j - a_1)^{a_2} + a_3 \cdot (I_{forward} - a_4)^{a_5}, \quad (55)$$

$$C(T_j, I) = c_0 \cdot (T_j - c_1)^{c_2} + c_3 \cdot (I_{forward} - c_4)^{c_5} \quad (56)$$

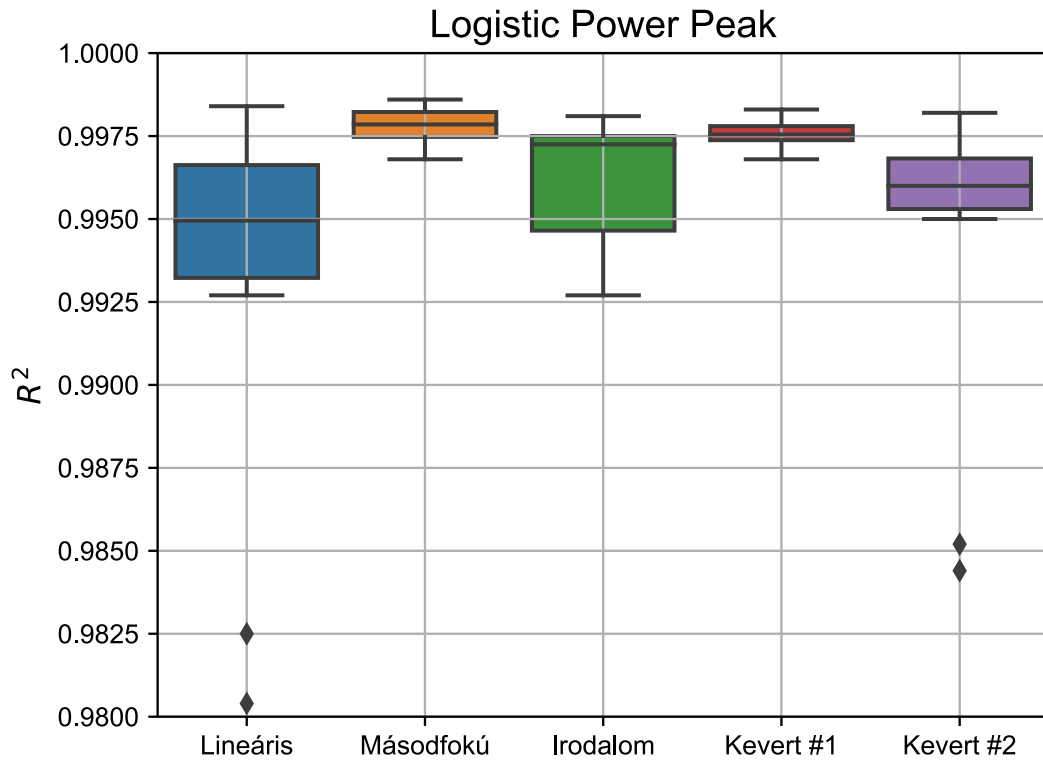
$$S(T_j, I) = s_0 \cdot (T_j - s_1)^{s_2} + s_3 \cdot (I_{forward} - s_4)^{s_5} \quad (57)$$

$$W(T_j, I) = w_0 \cdot (T_j - w_1)^{w_2} + w_3 \cdot (I_{forward} - w_4)^{w_5} \quad (58)$$

Az alább található ábrák (2.6. ábra és 2.7. ábra) alapján jól látható, hogy az itt bemutatott metrikák és mérések alapján a legjobban működő modell a *Split Pearson VII* függvény a másodfokú polinom illesztéssel kombinálva. Az ábrákon látható eredmények megtekinthetőek numerikus formában is kiegészítve a mért és modellezett sugárzott teljesítmények százalékos különbségével a Függelékben.



2.6. ábra. Split Pearson VII (40) modellek összehasonlítása azok munkapontonként megállapított R^2 értéke alapján



2.7. ábra. Logistic Power Peak (37) modellek összehasonlítása azok munkapontonként megállapított R^2 értéke alapján

2.3.2 Modell pontosságának tesztelése a mérési pontok függvényében

Ahhoz, hogy megvizsgáljam, hogyan befolyásolja a modellek pontosságát a karakterizációs mérések száma, több teljesítmény LED-ről is részletes méréseket készítettem. Ezeket a méréseket felhasználva megvizsgáltam, hogy tetszőlegesen megválasztott számú mérési pontot tekintve a modell bemenetének, az abból származó modellparaméter-készlet milyen pontossággal közelítette az összes mérési ponton mért spektrális teljesítmény-eloszlásokat.

A mérések kiértékeléséhez egy olyan szkriptet készítettem, amely képes tetszőlegesen megválasztható bemeneti mérésekkel elkészíteni a modelleket és azokat automatikusan ki is értékeli. Ennek segítségével egy kezdeti részletes karakterizáció után megállapíthatjuk, hogy egy adott LED esetében mennyi mérési pontra van szükségünk ahhoz, hogy a modelljeink elvárásainknak megfelelőek legyenek.

A lentebb látható példa kiértékelések a jelenleg rendelkezésre álló legpontosabb modell segítségével készültek, a *Split Pearson VII* függvényt kombinálva a másodfokú polinomiális regresszióval. A szkript azonban lehetőséget biztosít a használt modell tetszőleges változtatására is.

Az így elkészített kísérleteim alapján azt mondhatjuk, hogy a vizsgált LED-ekre a *Split Pearson VII* függvénnyel és a másodfokú polinomiális regresszióval készített modellek a LED maximális nyitóáramának tíz százalékától felfelé közelítik megfelelően a mért spektrális teljesítmény-eloszlásokat. Továbbá tesztjeink alapján azt mondhatjuk, hogy jól megválasztott három hőmérséklet és három nyitóáram értéken elvégzett mérések segítségével közel azonos eredményt érhetünk el, mint részletesebb karakterizáló mérések használatával. Ezt láthatjuk a IV. és az V. táblázat adatai alapján is, melyek R^2 értékeik átlagában csupán két ezredben térnek el. Az itt kapott eredmények kiemelt fontosságúak a LED-ek teljes karakterizációjához szükséges mérési pontok meghatározásához, amelynek segítségével csökkenthető a teljes mérési idő szükséglet a modell pontosságának romlása nélkül.

IV. Táblázat. Az összes mérésre készített modell R^2 értékei; átlag: 0.998045

R^2	10 °C	20 °C	30 °C	40 °C	50 °C	60 °C	70 °C	80 °C	90 °C
10 mA	0.7760	0.9013	0.9280	0.9536	0.9761	0.9926	0.9979	0.9832	0.9340
20 mA	0.9379	0.9791	0.9836	0.9885	0.9931	0.9965	0.9984	0.9976	0.9921
50 mA	0.9928	0.9985	0.9987	0.9988	0.9988	0.9988	0.9987	0.9984	0.9980
100 mA	0.9986	0.9986	0.9986	0.9986	0.9986	0.9985	0.9985	0.9985	0.9986
200 mA	0.9986	0.9986	0.9985	0.9986	0.9987	0.9987	0.9988	0.9989	0.9991
300 mA	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9994	0.9994
400 mA	0.9995	0.9995	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995	0.9995	0.9995	0.9994
500 mA	0.9995	0.9995	0.9995	0.9995	0.9995	0.9995	0.9995	0.9995	0.9994
600 mA	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9995	0.9995	0.9995	0.9993
700 mA	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9995	0.9995	0.9994
800 mA	0.9996	0.9996	0.9997	0.9997	0.9997	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996
900 mA	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9996
1000 mA	0.9997	0.9997	0.9996	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9995	0.9992

V. Táblázat. Három hőmérséklet (10°C, 50°C, 90°C) és három nyitóáram (100 mA, 600 mA, 1000 mA) mérési pontjaira készített modell R^2 értékei; átlag: 0.996894

R^2	10 °C	20 °C	30 °C	40 °C	50 °C	60 °C	70 °C	80 °C	90 °C
10 mA	0.5335	0.7928	0.8696	0.9301	0.9720	0.9940	0.9932	0.9659	0.9070
20 mA	0.8778	0.9543	0.9692	0.9820	0.9909	0.9961	0.9975	0.9951	0.9886
50 mA	0.9858	0.9966	0.9976	0.9982	0.9984	0.9985	0.9984	0.9981	0.9978
100 mA	0.9984	0.9991	0.9989	0.9988	0.9987	0.9985	0.9985	0.9986	0.9988
200 mA	0.9989	0.9988	0.9987	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9990	0.9992
300 mA	0.9991	0.9991	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9993	0.9994	0.9994
400 mA	0.9994	0.9994	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9994
500 mA	0.9995	0.9995	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9995	0.9994
600 mA	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9995	0.9993
700 mA	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9995	0.9993
800 mA	0.9996	0.9996	0.9997	0.9997	0.9997	0.9996	0.9996	0.9995	0.9995
900 mA	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9996	0.9996
1000 mA	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997

3 Fényporral konvertált fehér LED-ek spektrumának modellezése

Fehér fény LED-ekkel történő előállításához jelenleg leggyakrabban egy gerjesztő LED mellett különböző összetételű, ún. hullámhossz-konvertáló fényporokat alkalmaznak, amelyek részben vagy teljes mértékben elnyelik gerjesztő LED fényét, majd az elnyelt fotonokat rendszerint hosszabb hullámhosszon sugározzák le újra. Ezek a megközelítések UV, vagy leggyakrabban kék gerjesztést alkalmaznak, a konverzió segítségével kialakított további csúcs hullámhosszok tekintetében pedig több megoldás is lehetséges. A LED közvetlen, és a fénypor másodlagos kibocsátása együtt hozza létre a fehér fényt. Jelenleg a fénypor alapú LED-ek jelentik a legegyszerűbb, leghatékonyabb és legolcsóbb megoldást a világítástechnika ipar számára.

Számos tanulmány foglalkozott már a fényporral konvertált fehér LED-ek modellezésével. Ezzel kapcsolatban egy átfogó összefoglalást olvashatunk egy már korábban említett 2022-es cikkben [31]. Több tanulmányban is n darab Gauss-eloszlás összegét illesztik a spektrális teljesítményre, ahol $n = 2 \dots 8$ darab sűrűségfüggvény összege. A [33] számú forrás szerzői a teljes spektrális teljesítmény-eloszlást három részre osztották és azokra egyesével kettő súlyozott Gauss-eloszlást illesztettek, így összesen nyolcat. Hasonlóan a [34]-es forrás szerzői egy R^2 maximalizáló algoritmus alapján hét darab Gauss-eloszlás összegét találták a legalkalmasabbnak a spektrális teljesítmény-eloszlás közelítésre. Több cikket is találhatunk [35]-[38], ahol a függvényillesztés célja különböző teljesítmény paraméterek becslése volt különböző *Gauss-eloszlást* használó modellek segítségével.

Saját fényporral konvertált modelljeim elkészítéséhez felhasználtam a monokromatikus LED-ekhez elkészített modellezési technikákat és eszközöket. Elsődleges célom olyan illesztési technikák keresése volt, melyek lehetővé teszik a fényporral konvertált LED-ek spektrális teljesítmény-eloszlásának megfelelő közelítését és az illesztett paraméterek különböző környezeti változóktól függő modellezését. Célom továbbá olyan modellek készítése volt, melyek külön kezelik a fényporos fehér LED-ek úgynevezett „kék-” és „sárga csúcsát”, mivel ezek különböző módon reagálnak a környezeti változókra.

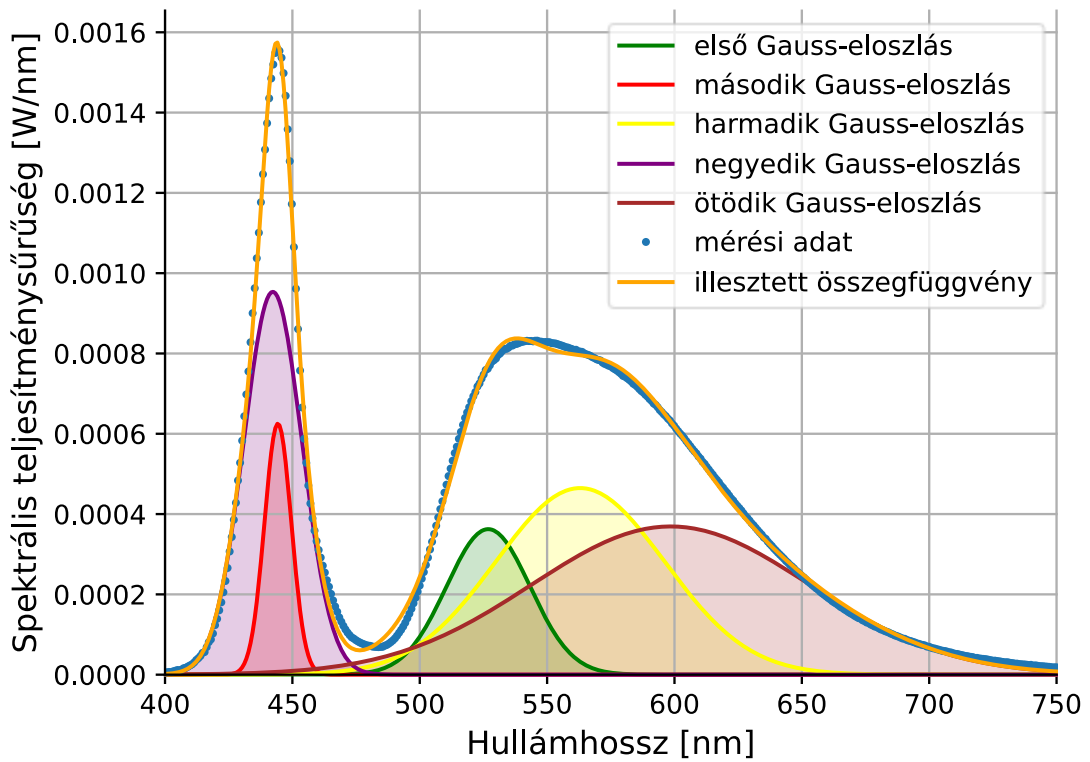
3.1 Függvények illesztése

Monokromatikus LED-ekkel ellentétben a fényporral konvertált fehér LED-ek spektruma nem közelíthető jól egy darab általános sűrűségfüggvénnyel. Ebben a fejezetben a célom, hogy végigvezessem az olvasót a fényporos fehér LED-ek modellezéséhez készült technikák kidolgozásának gondolatmenetén. Célom olyan függvények és összegfüggvények keresése volt, melyek lehetővé teszik a későbbi lapkahőmérséklet és nyitóáram függő modellezést a már a monokromatikus LED-eknél bemutatott könnyen implementálható regressziós technikákkal.

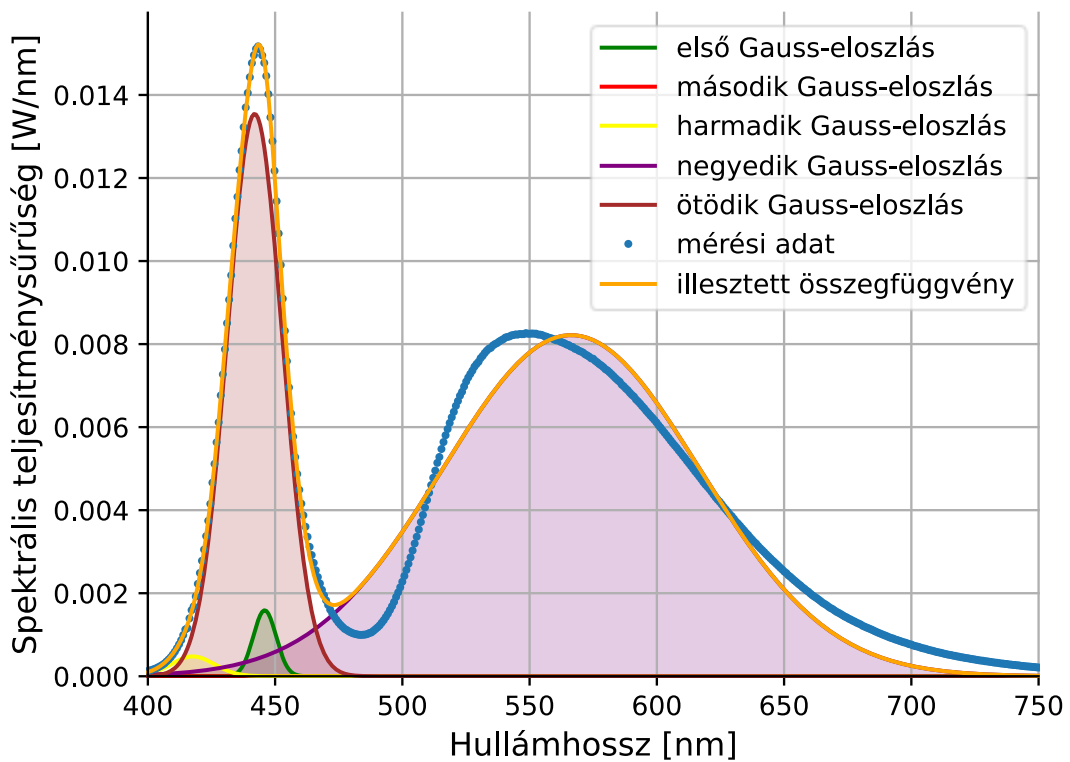
A. Öt darab Gauss-eloszlás összegének illesztése

Első kísérletem az irodalomban is megtalálható n darab Gauss-eloszlás összegének illesztése volt. Az első ilyen illesztésekből már jól látszott, hogy habár ezzel a módszerrel elérhetőek alacsony illesztési hibák, az illesztések eredménye inkonzisztens mérési pontok között. Ebből adódóan ez a módszer ebben a formában nem alkalmas környezeti változóktól függő modellek készítéséhez.

Amennyiben összehasonlítjuk az alább látható példákat (3.1. ábra és 3.2. ábra), amik különböző mérési pontokon készültek, jól láthatjuk, hogy habár mindkettő illesztés viszonylagosan jó determinációs együtthatókkal (R^2) rendelkezik, az egyik jelentősen rosszabb a spektrum közelítésében.



3.1. ábra. Egy megfelelő példa az öt darab Gauss-eloszlás illesztésére, 0,9988 R^2 értékkel

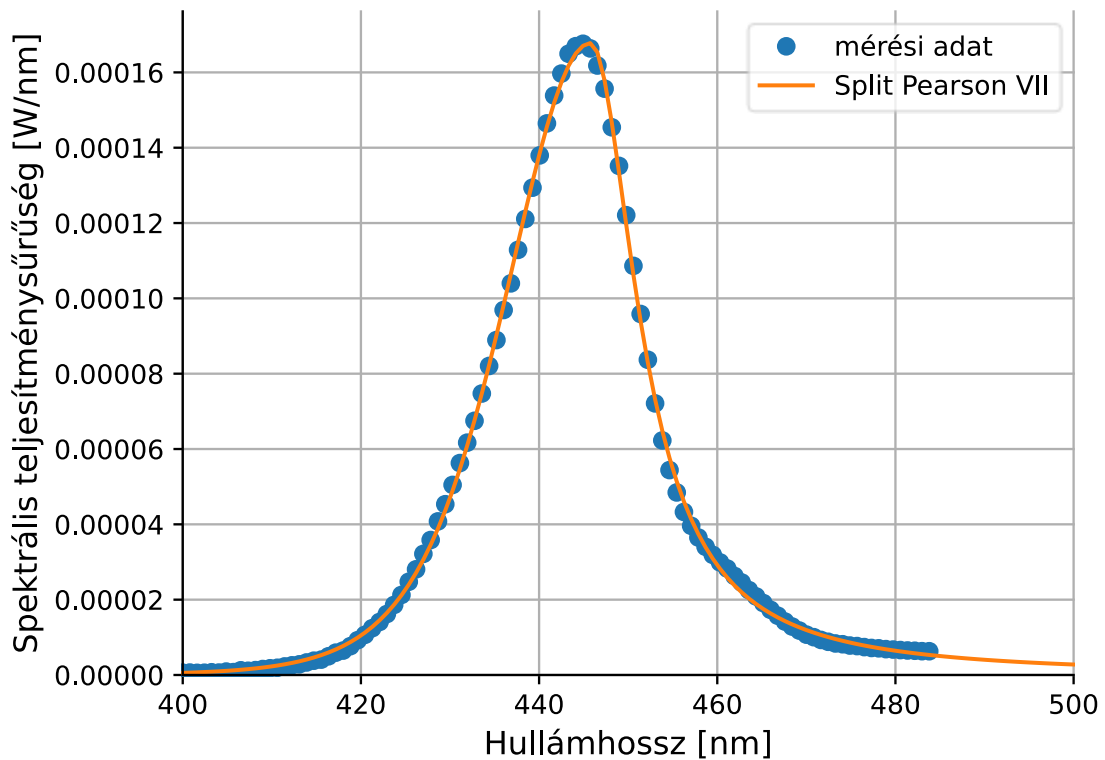


3.2. ábra. Egy rossz példa az öt darab Gauss-eloszlás illesztésére, 0,9853 R^2 értékkel

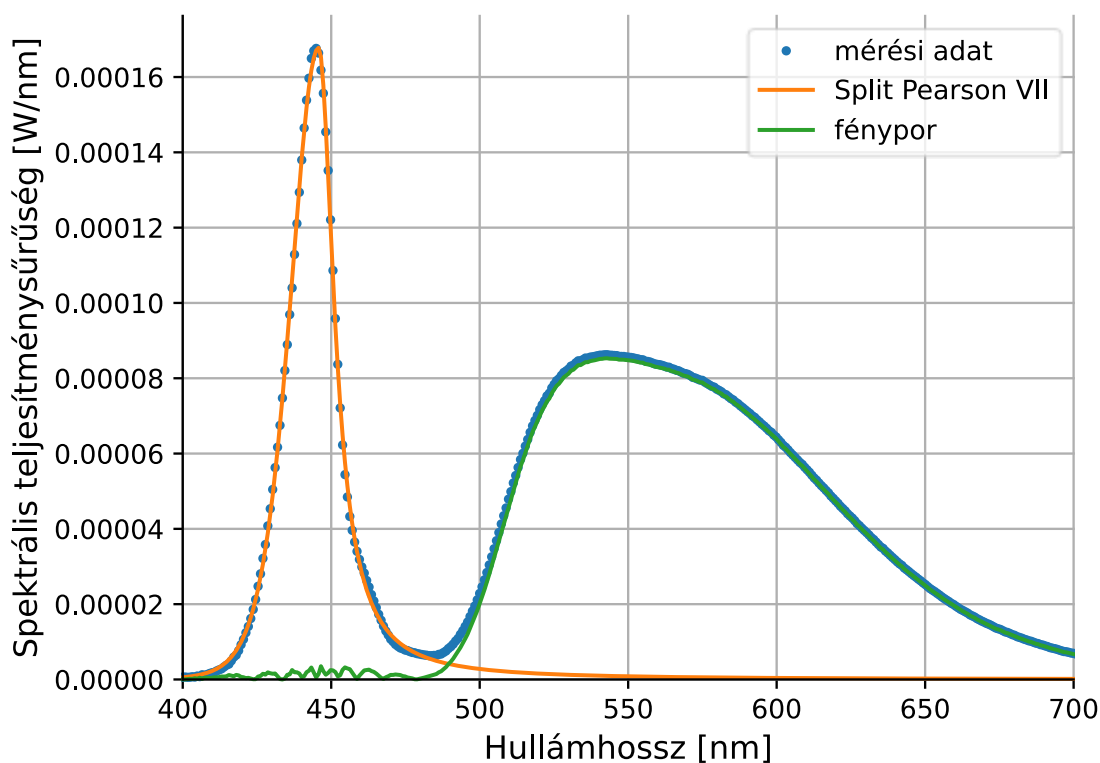
B. A spektrum szétválasztása a kék LED és fénypor spektrumára

Az előző illesztések hibáinak kijavításához, ebben a módszerben különválasztottam a gerjesztő LED csúcsát (ún. kék csúcs) és a fénypor csúcsát (ún. sárga csúcs). Ez lehetővé teszi, hogy a gerjesztő LED spektrumát külön kezeljük és modellezzük a már fentebb bemutatott technikák segítségével.

A spektrális teljesítmény-eloszlás szétválasztásához első kísérletként egy olyan függvényt definiáltam, ami levágja a sárga csúcsot a két csúcs közötti lokális minimumnál. Erre illesztve az előző fejezetekben bemutatott *Split Pearson VII* függvényt megkapjuk a kék csúcs becült spektrumát. Ezt kivonva a mért spektrális teljesítmény eloszlásból kapjuk meg a sárga csúcsot, melyre ezután tetszőleges függvényeket illeszthetünk.



3.3. ábra. A gerjesztő LED spektrumára, az úgynevezett „kék csúcs”-ra illesztett Split Pearson VII függvény, 0,9998 R^2 értékkel



3.4. ábra. Kivonva a mért spektrális teljesítmény-eloszlásból az illesztett „kék csúcs”-ra illesztett Split Pearson VII függvényt megkapjuk a fénypor, azaz a „sárga csúcs” spektrumát

A sárga csúcs illesztéséhez két különböző módszert szeretnék bemutatni. Az első megoldásban hasonlóan a monokromatikus LED-ek modellezéséhez egy darab sűrűségfüggvényt illesztettem a fénypor spektrumára. Itt azt találtam, hogy a *Split Pearson VII* és a *Split Gauss-eloszlás* a vizsgált LED-ekre közel azonos eredményeket produkáltak, emiatt választásom az egyszerűbb, kevesebb változóval rendelkező *Split Gauss-eloszlásra* esett. Ez a függvény *négy* paraméterrel közelíti a fénypor spektrális teljesítmény-eloszlását.

Második megközelítésként a fentebb bemutatott, és az irodalomban is fellelhető n darab Gauss-eloszlás összegét illesztettem a fénypor spektrális teljesítmény-eloszlására. Az illesztés megismételhetőségének érdekében az illesztés során a Gauss-eloszlások középvértékeit (*centre* paraméter) fixen rögzítettem a méréspontok között. Ez lehetővé teszi, hogy a különböző méréspontok eredményeit csak a Gauss-eloszlások szórás (*width* paraméter) és amplitúdó paramétereinek változásával közelítsük. Az alább látható példa öt darab fixált középvértékkel rendelkező Gauss-eloszlás összegének illesztését mutatja be. Ebben a felosztásban az illesztett függvény összesen *tizenöt* darab paraméterrel rendelkezik. A Gauss-eloszlások száma igény szerint megváltoztatható.

Split Gauss-eloszlás

VI. Táblázat. A Split Gauss-eloszlás illesztésének R^2 értékei a fénypor spektrális teljesítmény-eloszlására

R^2	15°C	30°C	50°C	70°C	90°C
50 mA	0.9976	0.9977	0.9978	0.9979	0.9980
100 mA	0.9976	0.9977	0.9979	0.9980	0.9981
350 mA	0.9979	0.9980	0.9981	0.9982	0.9983
700 mA	0.9981	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984
1000 mA	0.9982	0.9983	0.9984	0.9985	0.9985
1250 mA	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9985
1500 mA	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986	0.9985

VII. Táblázat. A fénypor spektrális teljesítmény-eloszlására illesztett Split Gauss-eloszlás illesztésével modellezett és a mért sugárzott teljesítmény értékeknek százalékos különbsége

$\Delta\phi_e$ [%]	15°C	30°C	50°C	70°C	90°C
50 mA	0.28%	0.24%	0.19%	0.11%	-0.01%
100 mA	0.24%	0.18%	0.11%	0.03%	-0.09%
350 mA	0.11%	0.04%	-0.04%	-0.14%	-0.24%
700 mA	0.01%	-0.06%	-0.16%	-0.28%	-0.39%
1000 mA	0.10%	0.04%	-0.06%	-0.15%	-0.26%
1250 mA	0.02%	-0.06%	-0.15%	-0.23%	-0.31%
1500 mA	-0.08%	-0.14%	-0.22%	-0.32%	-0.39%

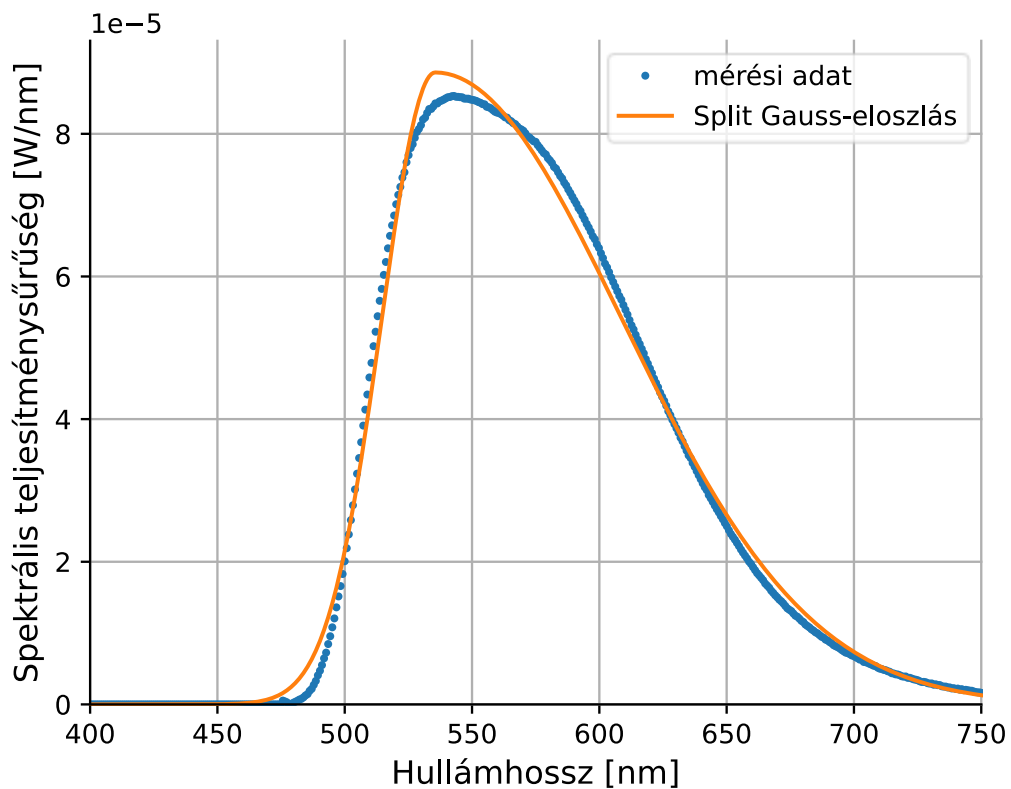
Öt darab Gauss-eloszlás összege

VIII. Táblázat. Öt darab Gauss-eloszlás összegének illesztésének R^2 értékei a fénypor spektrális teljesítmény-eloszlására

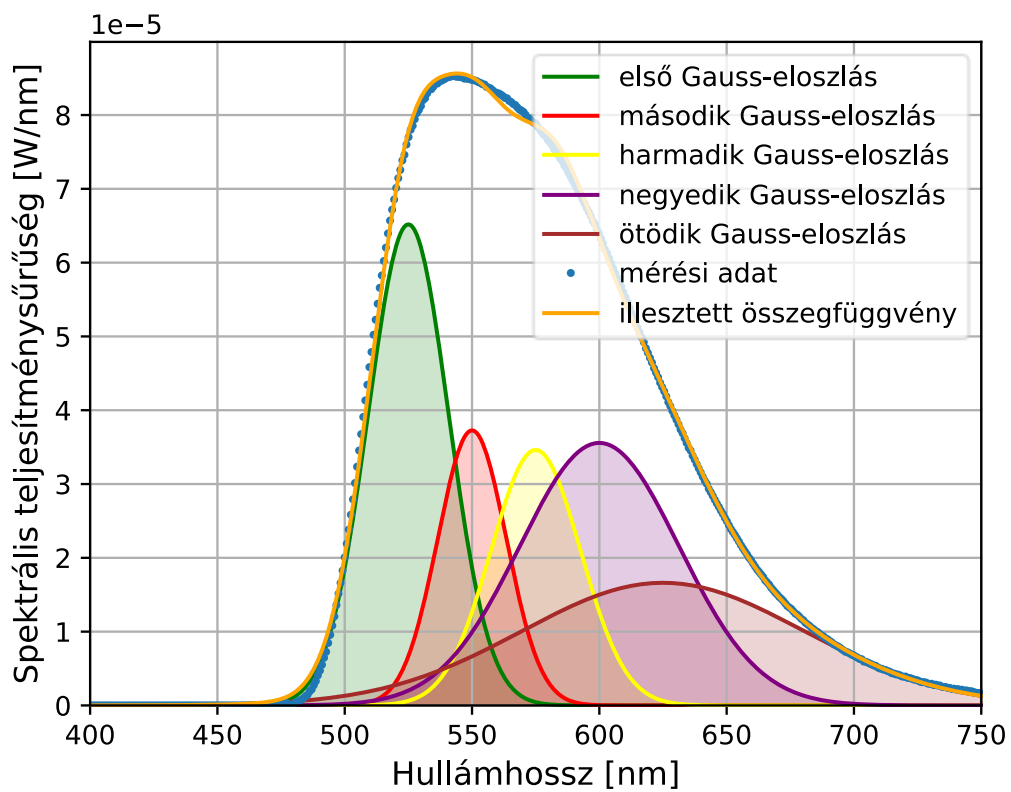
R^2	15°C	30°C	50°C	70°C	90°C
50 mA	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
100 mA	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
350 mA	0.9997	0.9997	0.9998	0.9998	0.9998
700 mA	0.9997	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
1000 mA	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
1250 mA	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
1500 mA	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998

IX. Táblázat. A fénypor spektrális teljesítmény-eloszlására illesztett öt darab Gauss-eloszlás összegének illesztésével modellezett és a mért sugárzott teljesítmény értékeknek százalékos különbsége

$\Delta\phi_e$ [%]	15°C	30°C	50°C	70°C	90°C
50 mA	-0.27%	-0.27%	-0.27%	-0.29%	-0.35%
100 mA	-0.29%	-0.29%	-0.30%	-0.33%	-0.36%
350 mA	-0.33%	-0.34%	-0.34%	-0.35%	-0.37%
700 mA	-0.32%	-0.33%	-0.34%	-0.36%	-0.39%
1000 mA	-0.14%	-0.13%	-0.13%	-0.13%	-0.14%
1250 mA	-0.13%	-0.13%	-0.13%	-0.13%	-0.13%
1500 mA	-0.14%	-0.14%	-0.13%	-0.13%	-0.14%



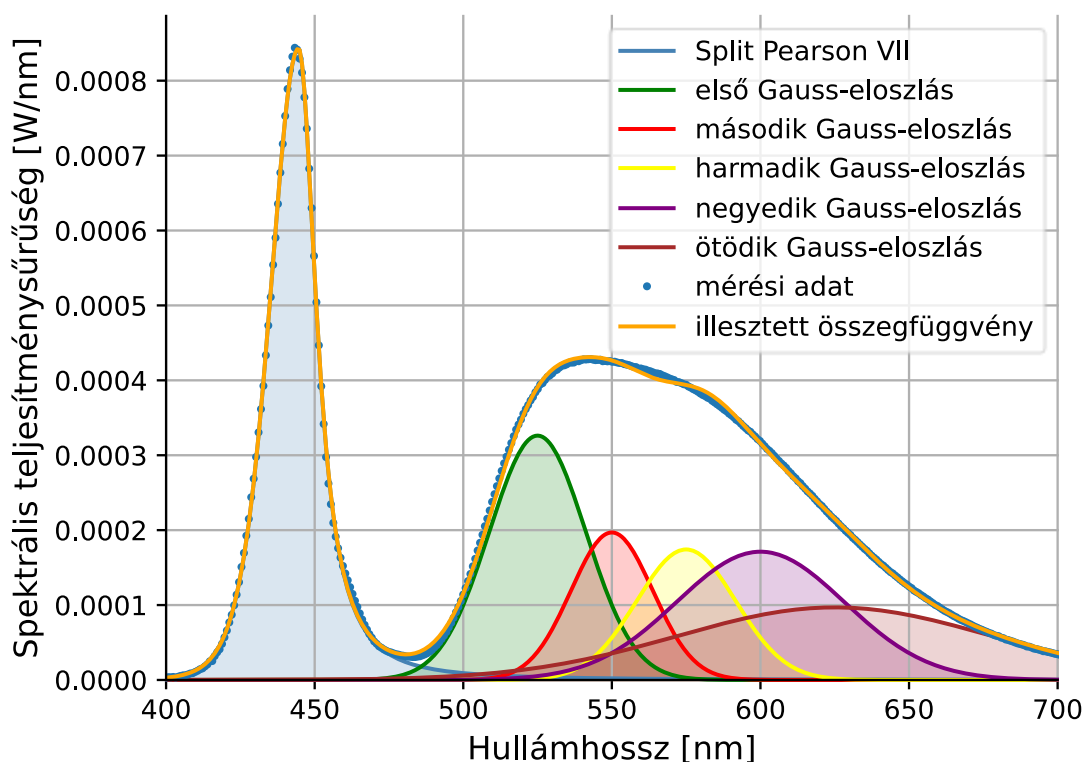
3.5. ábra. Példa Split Gauss-eloszlás függvény illesztésére a fénypor spektrumára, $0,9973 R^2$ értékkel



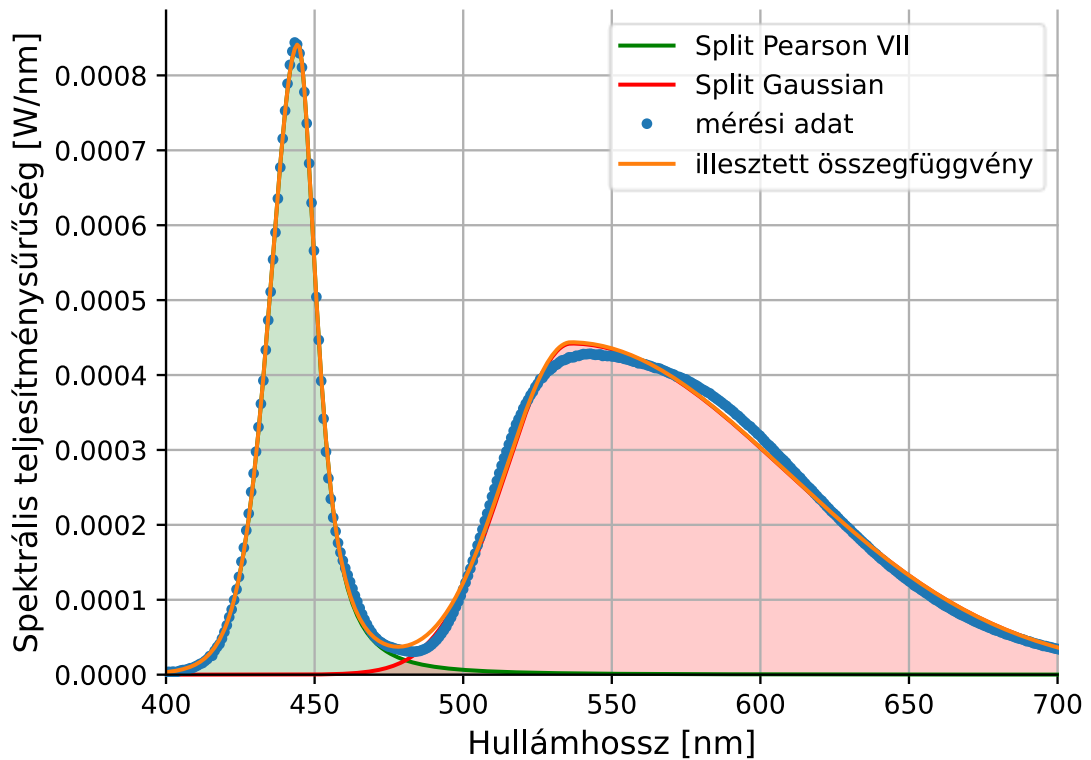
3.6. ábra. Példa öt darab Gauss-eloszlás összegének illesztésére a fénypor spektrumára, $0,9997 R^2$ értékkel

C. Összegfüggvények illesztése előre specifikált korlátok segítségével

Habár a fentebb bemutatott módszerek megfelelően működnek a spektrális teljesítmény-eloszlás előző fejezetben bemutatott szétválasztása nem írja le jól a valóságot, ahol a kék csúcs és a sárga csúcs jobban összemosódhatnak. Ahhoz, hogy illesztésünket robusztusabbá tegyük, megfelelő illesztési korlátok alkalmazásával illeszthetjük az előző fejezetben bemutatott függvényeket azok összegeként, az illesztést egyszerre, egy lépésben elvégezve a spektrális teljesítmény-eloszlásra.



3.7. ábra. Példa Split Pearson VII-es és öt darab Gauss-eloszlás összegének illesztésére a mért spektrális teljesítmény-eloszlásra, 0,9996 R^2 értékkel



3.8. ábra. Példa Split Pearson VII és Split Gauss-eloszlás összegének illesztésére a mért spektrális teljesítmény-eloszlásra, 0,9985 R^2 értékkel

3.2 Lapkahőmérséklet- és nyitóáramfüggő modellek készítése

A lapkahőmérséklet és nyitóáram függő modellek elkészítéséhez a már fentebb bemutatott másodfokú polinomiális illesztést alkalmaztam az eloszlásfüggvények paramétereinek közelítésére, mivel ez könnyen implementálható és konzisztensen jó eredményeket mutatott kísérleteim során. A táblázatokban (X. - XVII. Táblázatok) láthatóak a munkapontonként megállapított R^2 értékek, a mért és a modellezett sugárzott teljesítmény és a fényáram értékek százalékos különbsége, illetve a mért és modellezett spektrálist teljesítmény-eloszlásokból meghatározott színvisszaadási index értékek.

Eredmények - Split Pearson VII és Split Gauss-eloszlás függvények összege másodfokú polinomiális regresszióval

X. Táblázat. R² értékek

R ²	15°C	30°C	50°C	70°C	90°C
50 mA	0.9686	0.9915	0.9776	0.9746	0.9927
100 mA	0.9934	0.9986	0.9968	0.9967	0.9986
350 mA	0.9981	0.9981	0.9981	0.9982	0.9979
700 mA	0.9988	0.9989	0.9991	0.9991	0.9989
1000 mA	0.9989	0.9990	0.9992	0.9992	0.9991
1250 mA	0.9991	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
1500 mA	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993	0.9991

XI. Táblázat. A sugárzott teljesítmény (ϕ_e) mért és modellezett értékek százalékos különbsége

$\Delta\phi_e$ [%]	15°C	30°C	50°C	70°C	90°C
50 mA	0.61%	6.47%	10.55%	10.41%	6.26%
100 mA	-3.06%	-0.65%	0.89%	0.50%	-1.83%
350 mA	-1.94%	-2.07%	-2.31%	-2.67%	-3.31%
700 mA	0.33%	-0.24%	-0.57%	-0.64%	-0.74%
1000 mA	0.27%	-0.31%	-0.39%	-0.29%	-0.25%
1250 mA	-0.07%	-0.49%	-0.41%	-0.24%	-0.29%
1500 mA	-0.92%	-1.18%	-1.00%	-0.96%	-1.41%

XII. Táblázat. A fényáram (ϕ_v) mért és modellezett értékek százalékos különbsége

$\Delta\phi_v$ [%]	15°C	30°C	50°C	70°C	90°C
50 mA	-1.30%	1.47%	6.11%	11.74%	18.50%
100 mA	-2.92%	-2.65%	-1.48%	0.61%	3.59%
350 mA	-0.03%	-1.65%	-2.86%	-3.04%	-2.36%
700 mA	2.09%	0.30%	-0.91%	-1.10%	-0.46%
1000 mA	1.65%	0.08%	-0.65%	-0.53%	0.39%
1250 mA	0.89%	-0.28%	-0.63%	-0.19%	1.00%
1500 mA	-0.24%	-1.05%	-1.00%	-0.27%	1.18%

XIII. Táblázat. Színvisszaadási index (mért – modellezett)

CRI	15°C	30°C	50°C	70°C	90°C
50 mA	64.25-65.09	64.79-65.35	65.55-65.43	66.35-65.17	67.24-64.58
100 mA	64.23-64.30	64.77-64.88	65.52-65.53	66.34-65.97	67.22-66.17
350 mA	64.36-63.76	64.91-64.59	65.69-65.67	66.54-66.69	67.45-67.63
700 mA	64.66-64.03	65.23-64.93	66.05-66.09	66.97-67.23	68.00-68.36
1000 mA	65.05-64.54	65.66-65.47	66.56-66.68	67.60-67.89	68.81-69.10
1250 mA	65.44-65.15	66.11-66.10	67.11-67.36	68.28-68.62	69.73-69.90
1500 mA	65.96-65.91	66.68-66.90	67.82-68.21	69.22-69.54	71.00-70.86

Eredmények - Split Pearson VII és 5 darab Gauss-eloszlás függvények összege másodfokú polinomiális regresszióval

XIV. Táblázat. R² értékek

R ²	15°C	30°C	50°C	70°C	90°C
50 mA	0.9854	0.9896	0.9930	0.9877	0.9642
100 mA	0.9986	0.9988	0.9995	0.9995	0.9958
350 mA	0.9986	0.9991	0.9990	0.9990	0.9992
700 mA	0.9991	0.9998	0.9997	0.9997	0.9998
1000 mA	0.9994	0.9998	0.9997	0.9996	0.9998
1250 mA	0.9997	0.9998	0.9997	0.9997	0.9998
1500 mA	0.9998	0.9998	0.9998	0.9999	0.9989

XV. Táblázat. A sugárzott teljesítmény (ϕ_e) mért és modellezett értékek százalékos különbsége

$\Delta\phi_e$ [%]	15°C	30°C	50°C	70°C	90°C
50 mA	-0.99%	1.53%	5.85%	11.19%	17.66%
100 mA	-2.57%	-2.40%	-1.32%	0.73%	3.75%
350 mA	0.21%	-1.44%	-2.63%	-2.73%	-1.90%
700 mA	2.19%	0.35%	-0.87%	-1.02%	-0.27%
1000 mA	1.71%	0.09%	-0.69%	-0.55%	0.45%
1250 mA	1.00%	-0.24%	-0.65%	-0.21%	1.06%
1500 mA	-0.01%	-0.90%	-0.90%	-0.16%	1.40%

XVI. Táblázat. A fényáram (ϕ_v) mért és modellezett értékek százalékos különbsége

$\Delta\phi_v$ [%]	15°C	30°C	50°C	70°C	90°C
50 mA	2.34%	3.88%	6.20%	8.73%	11.50%
100 mA	-1.84%	-1.66%	-1.08%	-0.15%	1.12%
350 mA	-1.23%	-2.08%	-2.69%	-2.71%	-2.26%
700 mA	0.79%	-0.14%	-0.67%	-0.60%	-0.12%
1000 mA	0.63%	-0.19%	-0.39%	-0.16%	0.35%
1250 mA	0.27%	-0.31%	-0.29%	0.03%	0.47%
1500 mA	-0.52%	-0.89%	-0.71%	-0.45%	-0.30%

XVII. Táblázat. Színvisszaadási index (mért – modellezett)

CRI	15°C	30°C	50°C	70°C	90°C
50 mA	64.25-65.30	64.79-65.53	65.55-65.55	66.35-65.19	67.24-64.46
100 mA	64.23-64.76	64.77-65.28	65.52-65.83	66.34-66.17	67.22-66.25
350 mA	64.36-64.19	64.91-64.96	65.69-65.94	66.54-66.85	67.45-67.66
700 mA	64.66-64.27	65.23-65.10	66.05-66.16	66.97-67.19	68.00-68.17
1000 mA	65.05-64.67	65.66-65.53	66.56-66.63	67.60-67.72	68.81-68.78
1250 mA	65.44-65.22	66.11-66.10	67.11-67.25	68.28-68.39	69.73-69.50
1500 mA	65.96-65.96	66.68-66.87	67.82-68.07	69.22-69.27	71.00-70.39

4 Összegzés és kitekintés

Munkám során irodalomkutatást végeztem a teljesítmény LED-ek nyitóáram- és hőmérsékletfüggő viselkedéséről, monokromatikus LED-ek spektrális teljesítmény-eloszlásának modellezési lehetőségeiről és az ehhez szükséges függvényillesztések mögöttes elméletéről. Saját mérési eredményeimre alkalmaztam az irodalomban megtalálható eloszlásfüggvényeket és ezek illeszkedésének jóságának meghatározására különböző mérőszámokat alkalmaztam. Ezek alapján az általam legalkalmasabbnak talált, *Split Pearson VII* és *Logistic Power Peak* függvények illesztési paramétereire egyszerű nyitóáram- és hőmérsékletfüggő modelleket készítettem. Ezeket kiértékeltem az illesztési paraméterek meghatározására való képességük, és a teljes modell spektrális teljesítmény-eloszlás visszaadó képességé alapján. Ezután a monokromatikus LED-ek modellezésére alkalmazott eszközöket alkalmazva fényporral konvertált fehér LED-ekre is nyitóáram- és hőmérsékletfüggő modelleket készítettem, melyeket egy példa fényporral konvertált fehér LED-re készített mérésekre demonstráltam dolgozatomban.

A mérések feldolgozását és a teljes modellezési folyamatot Python környezetben valósítottam meg. Ehhez könnyen újra felhasználható függvényeket definiáltam és ezek segítségével olyan kódokat készítettem, melyek segítségével a mérések beolvasása, a modellek elkészítése és azok kiértékelése teljesen automatikusan történik.

Munkám folytatásaként célokom az itt bemutatott modellek és modellezési módszerek továbbfejlesztése. Erre egy potenciális lehetőség a modellek üzemidővel, és így az eszköz öregedésével való bővítésére. A munka további kiegészítése lehetne a modellek részletes tesztelése. Így például tesztelhetjük a modelleket interpolációs és extrapolációs képességükre.

Irodalomjegyzék

- [1] A. Poppe, G. Farkas, L. Gaál, G. Hantos, J. Hegedüs, M. Rencz, "Multi-domain modelling of LEDs for supporting virtual prototyping of luminaires", *ENERGIES*, 2019, 12(10), 1909, DOI:10.3390/en12101909
- [2] Genevieve, Martin; András, Poppe; Sebastian, Schoeps; Elke, Kraker; Christophe, Marty; Wouter, Soer; Joan, Yu, "*AI-TWILIGHT: AI-digital TWIn for LIGHTing – a new European project*", In: Vadim, Tsoi; Lorenzo, Codecasa; Bernhard, Wunderle (szerk.) *Proceedings of the 27th International Workshop on THERMal INvestigations of ICs and Systems (THERMINIC'21 online)*, Piscataway (NJ), Amerikai Egyesült Államok : IEEE (2021) pp. 212-217. , 6 p.
- [3] J. Hegedüs, G. Hantos, A. Poppe, "*Lifetime Modelling Issues of Power Light Emitting Diodes*", *ENERGIES*, 2020, 13(13), 3370, DOI:10.3390/en13133370
- [4] E. Fred Schubert: *Light-emitting diodes*, 2nd edition, ISBN: 0-511-34476-7, Cambridge University Press, 2006
- [5] Hegedüs János: "*A LED-ek fizikai működése és felépítése*", Függelék a doktori értekezéshez, online elérhető:
https://www.eet.bme.hu/~hegedus/disszertacio/LED_ek_mukodese_jegyzet.pdf
(Megtekintve: 2022. október 23.)
- [6] JEDEC JESD51-1 Standard "Integrated Circuit Thermal Measurement Method - Electrical Test Method" (1995), <https://www.jedec.org/standards-documents/docs/jesd-51-1>
(Megtekintve: 2022. október 23.)
- [7] G. Hantos, J. Hegedus, "*K-factor calibration issues of high power LEDs*", In: *Proc. of the 23rd THERMINIC Workshop, 27-29 September 2017, Amsterdam, Netherlands*, pp. 182-187, DOI: 10.1109/THERMINIC.2017.8233798
- [8] G. Hantos, J. Hegedüs, A. Poppe, "*Different questions of today's LED thermal testing procedures*", In: *Proc. of the 34th IEEE SEMI-THERM Symp.*, 19-23 March 2018, San Jose, USA, pp. 63-70, DOI: 10.1109/SEMI-THERM.2018.8357354
- [9] G. Hantos, "*Measurement techniques of light emitting diodes*", Doktori (PhD) értekezés, 2022, Budapest,
<https://repozitorium.omikk.bme.hu/handle/10890/17001>
(Megtekintve: 2022. október 23.)
- [10] T3Ster termikus tranziens mérő műszer:
<https://www.plm.automation.siemens.com/global/en/products/simcenter/t3ster.html>
(Megtekintve: 2022. október 23.)

- [11] TeraLED kombinált LED karakterizáló eszköz:
<https://www.plm.automation.siemens.com/global/en/products/simcenter/teraled.html>
(Megtekintve: 2022. október 23.)
- [12] JEDEC JESD51-50 Standard: Overview of Methodologies for The Thermal Measurement of Single- and Multi-Chip, Single- and Multi-Pn-Junction Light-Emitting Diodes (LEDs), <https://www.jedec.org/standards-documents/docs/jesd51-50>
(Megtekintve: 2022. október 23.)
- [13] JEDEC JESD51-51 Standard: Implementation of The Electrical Test Method for The Measurement of Real Thermal Resistance and Impedance Of Light-Emitting Diodes with Exposed Cooling Surface, <https://www.jedec.org/standards-documents/docs/jesd51-51>
(Megtekintve: 2022. október 23.)
- [14] JEDEC JESD51-52 Standard: *Guidelines For Combining CIE 127-2007 Total Flux Measurements with Thermal Measurements of Leds with Exposed Cooling Surface*, <https://www.jedec.org/standards-documents/docs/jesd51-52>
(Megtekintve: 2022. október 23.)
- [15] JEDEC JESD51-53 Standard: *Terms, Definitions and Units Glossary for Led Thermal Testing*, <https://www.jedec.org/standards-documents/docs/jesd51-53>
(Megtekintve: 2022. október 23.)
- [16] CIE 127:2007 Technical Report: *Measurements of LEDs*,
<https://cie.co.at/publications/measurement-leds>
(Megtekintve: 2022. október 23.)
- [17] CIE 225:2017 Technical Report: *Optical Measurement of High-Power LEDs*,
<https://cie.co.at/publications/optical-measurement-high-power-leds>
(Megtekintve: 2022. október 23.)
- [18] Poppe A., "*Teljesítmény LED-ek új termikus mérési szabványai*", In: Barkóczi G., Bolvári G., Dr Szabó F. (szerk.), Világítástechnikai Évkönyv 2012-2013: A fény és élettani hatásai, 208 p. Budapest: MEE Világítás-technikai Társaság, 2012. pp. 96-102, <http://www.vilagitas.org/stuff/evkonyv/2012-2013/Led/Poppe%20Andras%20-%20Teljesitmeny%20LED-ek%20uj%20termikus%20meresi%20szabvanyai.pdf>
(Megtekintve: 2022. október 23.)
- [19] Poppe András, "*Félvezető eszközök multi-domain karakterizációja*", Akadémiai doktori értekezés, 2017 szeptember, Budapest, <http://real-d.mtak.hu/id/eprint/1053>
(Megtekintve: 2022. október 23.)
- [20] CAS 140 spektrométer:
<https://www.instrumentsystems.com/en/products/spectrometers>
(Megtekintve: 2022. október 23.)
- [21] Hadi, A. S., Chatterjee, S. (2012). Regression Analysis by Example. Egyesült Királyság: Wiley.

- [22] Mandel, J. (1964). *The Statistical Analysis of Experimental Data*. Egyesült Királyság: Interscience Publishers.
- [23] Spiess, AN., Neumeyer, N. An evaluation of R^2 as an inadequate measure for nonlinear models in pharmacological and biochemical research: a Monte Carlo approach. *BMC Pharmacol* 10, 6 (2010). <https://doi.org/10.1186/1471-2210-10-6>
- [24] Frank REIFEGERSTE, Jens LIENIG, Modelling of the Temperature and Current Dependence of LED Spectra, *Journal of Light & Visual Environment*, 2008, Volume 32, Issue 3, Pages 288-294, Released on J-STAGE January 09, 2009, Online ISSN 1349-8398, Print ISSN 0387-8805, <https://doi.org/10.2150/jlve.32.288>, https://www.jstage.jst.go.jp/article/jlve/32/3/32_3_288/article/-char/en
- [25] Yuji Uchida and Tsunemasa Taguchi "Lighting theory and luminous characteristics of white light-emitting diodes," *Optical Engineering* 44(12), 124003 (1 December 2005). <https://doi.org/10.1117/1.2131071>
- [26] S. Chhajed, Y. Xi, Y.-L. Li, T. Gessman, and E. F. Schubert, *J. Appl. Phys.* 97, 054506 (2005)
- [27] A. Keppens, W. R. Ryckaert, G. Deconinck, and P. Hanselaer, "*Modeling high power light-emitting diode spectra and their variation with junction temperature*", *Journal of Applied Physics* 108, 043104 (2010), <https://doi.org/10.1063/1.3463411>
(Megtekintve: 2022. október 23.)
- [28] A. Keppens, "*Modeling and evaluation of high-power light-emitting diodes for general lighting*", Doctoral thesis, D/2010/7515/9, Katholieke Universiteit Leuven, ISBN: 978-94-6018-256-3, <https://lirias.kuleuven.be/bitstream/123456789/274568/1/PhD+text+AK.pdf>
(legutóbbi hozzáférés: 2020. márc. 20.)
- [29] Yoshihiro Ohno "Spectral design considerations for white LED color rendering" *Optical Engineering* 44(11), 111302 (1 November 2005). <https://doi.org/10.1117/1.2130694>
(Megtekintve: 2022. október 23.)
- [30] P. Dupuis, E. Purwanto, N. I. Sinisuka and G. Zissis, "*LED spectrum optimal modelization*" 2018 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting (IAS), 2018, pp. 1-12, doi: 10.1109/IAS.2018.8544471.
- [31] Benkner, Simon & Herzog, Alexander & Klir, Stefan & Driel, Willem & Khanh, Tran. (2022). "*Advancements In Spectral Power Distribution Modeling Of Light-Emitting Diodes.*", *IEEE Access*. 10. 1-1. 10.1109/ACCESS.2022.3197280.
- [32] Ralf Gommers, Pauli Virtanen, Evgeni Burovski, Matt Haberland, Warren Weckesser, Travis E. Oliphant, Tyler Reddy, David Cournapeau, alexbr, Andrew Nelson, Pearu Peterson, Josh Wilson, Pamphile Roy, endolith, Ilhan Polat, Nikolay Mayorov, Stefan van der Walt, Matthew Brett, Denis Laxalde, ... Robert Kern. (2023). *scipy/scipy: SciPy 1.10.1 (v1.10.1)*. Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.7655153>

- [33] Z. Guo, T. Shih, Y. Gao, Y. Lu, L. Zhu, G. Chen, Y. Lin, J. Zhang, and Z. Chen, “*Optimization studies of two-phosphor-coated white light-emitting diodes*” IEEE Photon. J., vol. 5, no. 2, Apr. 2013, Art. no. 8200112.
- [34] B.-M. Song and B. Han, “Spectral power distribution deconvolution scheme for phosphor-converted white light-emitting diode using multiple Gaussian functions,” Appl. Opt., vol. 52, no. 5, pp. 1016–1024, Feb. 2013.
- [35] H. Chen and S. Y. Hui, “Dynamic prediction of correlated color temperature and color rendering index of phosphor-coated white lightemitting diodes,” IEEE Trans. Ind. Electron., vol. 61, no. 2, pp. 784–797, Feb. 2014.
- [36] J. Fan, M. G. Mohamed, C. Qian, X. Fan, G. Zhang, and M. Pecht, “Color shift failure prediction for phosphor-converted white LEDs by modeling features of spectral power distribution with a nonlinear filter approach,” Materials, vol. 10, no. 7, p. 819, Jul. 2017.
- [37] J. Fan, W. Chen, W. Yuan, X. Fan, and G. Zhang, “Dynamic prediction of optical and chromatic performances for a light-emitting diode array based on a thermal-electrical-spectral model,” Opt. Exp., vol. 28, no. 9, pp. 13921–13937, Apr. 2020.
- [38] J. Fan, Y. Li, I. Fryc, C. Qian, X. Fan, and G. Zhang, “Machine-learning assisted prediction of spectral power distribution for full-spectrum white light-emitting diode,” IEEE Photon. J., vol. 12, no. 1, pp. 1–18, Feb. 2020.

Függelék

A 2.6. ábra és 2.7. ábra adatai kék színű teljesítmény LED-re

Logistic Power Peak modellek

XVIII. Táblázat. Logistic Power Peak függvény és lineáris regressziós modell kiértékelése

Lineáris	R^2			$\Delta\phi_e$ [%]		
	10°C	50°C	90°C	10°C	50°C	90°C
100 mA	0.6205	0.9175	0.9815	52.90%	23.52%	-15.05%
300 mA	0.9964	0.9944	0.9804	-1.59%	-8.08%	-15.54%
500 mA	0.9951	0.9927	0.9934	-8.27%	-9.37%	-9.48%
700 mA	0.9948	0.9962	0.9984	-8.48%	-6.57%	-2.72%
1000 mA	0.9974	0.9973	0.9825	-5.34%	-0.01%	8.18%

XIX. Táblázat. Logistic Power Peak függvény és polinomiális regressziós modell kiértékelése

Másodfokú	R^2			$\Delta\phi_e$ [%]		
	10°C	50°C	90°C	10°C	50°C	90°C
100 mA	0.9969	0.9942	0.9976	-4.00%	1.59%	-3.10%
300 mA	0.9968	0.9974	0.9977	-5.46%	-4.19%	-4.51%
500 mA	0.9974	0.9978	0.9982	-3.74%	-3.52%	-2.95%
700 mA	0.9975	0.9980	0.9984	-2.88%	-3.04%	-2.17%
1000 mA	0.9979	0.9983	0.9986	-3.41%	-3.55%	-2.53%

XX. Táblázat. Irodalomban megtalálható (46)-os modell kiértékelése

Irodalom (46)	R^2			$\Delta\phi_e$ [%]		
	10°C	50°C	90°C	10°C	50°C	90°C
100 mA	0.9709	0.9889	0.9682	10.69%	5.68%	13.49%
300 mA	0.9967	0.9949	0.9973	-2.78%	-8.10%	-1.09%
500 mA	0.9973	0.9927	0.9981	-4.57%	-9.84%	-2.55%
700 mA	0.9975	0.9939	0.9979	-3.92%	-8.94%	-1.12%
1000 mA	0.9975	0.9972	0.9930	-1.25%	-5.50%	3.58%

XXI. Táblázat. Logistic Power Peak függvény és Mixed #1 modell kiértékelése

Kevert #1	R^2			$\Delta\phi_e$ [%]		
	10°C	50°C	90°C	10°C	50°C	90°C
100 mA	0.9740	0.9806	0.9826	10.31%	8.61%	8.39%
300 mA	0.9968	0.9974	0.9978	-2.26%	-4.53%	-4.30%
500 mA	0.9974	0.9968	0.9975	-4.23%	-6.32%	-5.46%
700 mA	0.9976	0.9973	0.9982	-4.12%	-5.67%	-4.10%
1000 mA	0.9978	0.9983	0.9978	-2.60%	-2.81%	0.19%

XXII. Táblázat. Logistic Power Peak függvény és Mixed #2 modell kiértékelése

Kevert #2	R^2			$\Delta\phi_e$ [%]		
	10°C	50°C	90°C	10°C	50°C	90°C
100 mA	0.7283	0.9617	0.9360	44.07%	13.97%	-26.47%
300 mA	0.9954	0.9960	0.9844	0.03%	-6.88%	-13.74%
500 mA	0.9965	0.9950	0.9960	-6.26%	-7.92%	-7.11%
700 mA	0.9958	0.9968	0.9982	-7.32%	-6.13%	-1.32%
1000 mA	0.9969	0.9979	0.9852	-6.05%	-1.71%	7.30%

Split Pearson VII modellek

XXIII. Táblázat. Split Pearson VII függvény és lineáris regressziós modell kiértékelése

Lineáris	R^2			$\Delta\phi_e$ [%]		
	10°C	50°C	90°C	10°C	50°C	90°C
100 mA	0.6081	0.9178	0.9823	64.44%	30.36%	-11.44%
300 mA	0.9984	0.9960	0.9811	4.58%	-3.78%	-12.11%
500 mA	0.9969	0.9940	0.9946	-3.20%	-5.43%	-5.75%
700 mA	0.9965	0.9975	0.9996	-3.87%	-2.66%	1.43%
1000 mA	0.9989	0.9986	0.9822	-1.02%	4.15%	13.18%

XXIV. Táblázat. Split Pearson VII függvény és polinomiális regressziós modell kiértékelése

Másodfokú	R^2			$\Delta\phi_e$ [%]		
	10°C	50°C	90°C	10°C	50°C	90°C
100 mA	0.9991	0.9962	0.9992	2.25%	7.21%	1.50%
300 mA	0.9989	0.9992	0.9992	0.05%	0.71%	-0.21%
500 mA	0.9993	0.9994	0.9995	1.55%	1.19%	1.20%
700 mA	0.9993	0.9995	0.9995	2.20%	1.48%	1.73%
1000 mA	0.9995	0.9996	0.9997	1.31%	0.56%	0.76%

XXV. Táblázat. Split Pearson VII függvény és Mixed #1 modell kiértékelése

Kevért #1	R^2			$\Delta\phi_e$ [%]		
	10°C	50°C	90°C	10°C	50°C	90°C
100 mA	0.9751	0.9821	0.9839	17.60%	14.81%	13.78%
300 mA	0.9989	0.9992	0.9992	3.47%	0.36%	-0.03%
500 mA	0.9993	0.9984	0.9988	1.00%	-1.79%	-1.50%
700 mA	0.9993	0.9988	0.9994	0.87%	-1.31%	-0.34%
1000 mA	0.9994	0.9996	0.9988	2.17%	1.36%	3.66%

XXVI. Táblázat. Split Pearson VII függvény és Mixed #2 modell kiértékelése

Kevért #2	R^2			$\Delta\phi_e$ [%]		
	10°C	50°C	90°C	10°C	50°C	90°C
100 mA	0.7655	0.9990	0.9818	50.21%	0.85%	-11.67%
300 mA	0.9988	0.9858	0.9930	3.80%	-9.78%	-6.58%
500 mA	0.9976	0.9897	0.9992	-2.48%	-8.05%	-0.54%
700 mA	0.9972	0.9957	0.9973	-3.19%	-4.57%	5.66%
1000 mA	0.9989	0.9995	0.9753	-1.18%	1.87%	15.63%

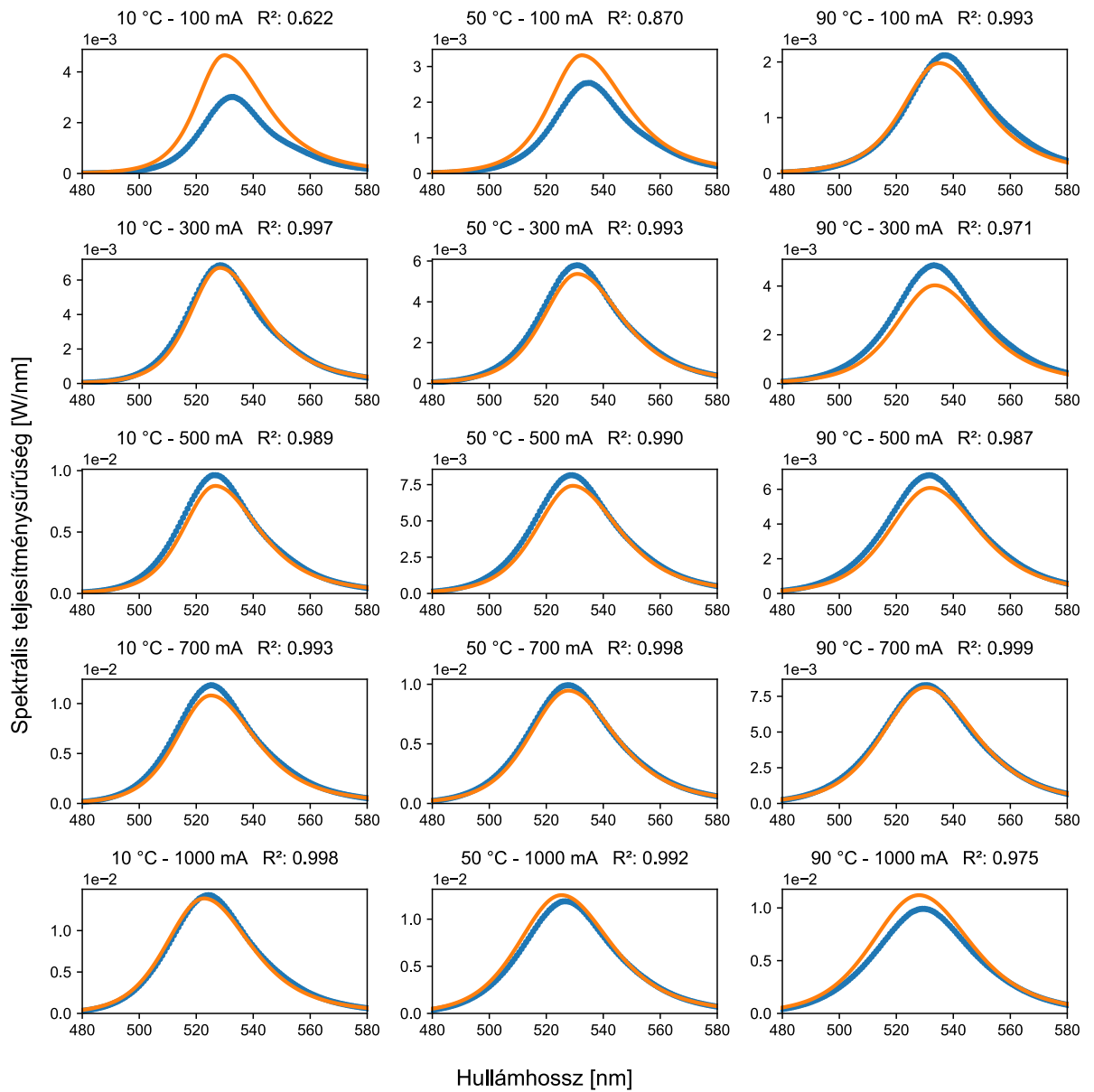
Monokromatikus demonstrációs táblázatok és ábrák megismételve zöld LED-re

XXVII. Táblázat. Determinációs együttható (R^2) és a mért és modellezett sugárzott teljesítmény különbsége ($\Delta\phi_e$) méréspontonként a Split Pearson VII függvény illesztésekor

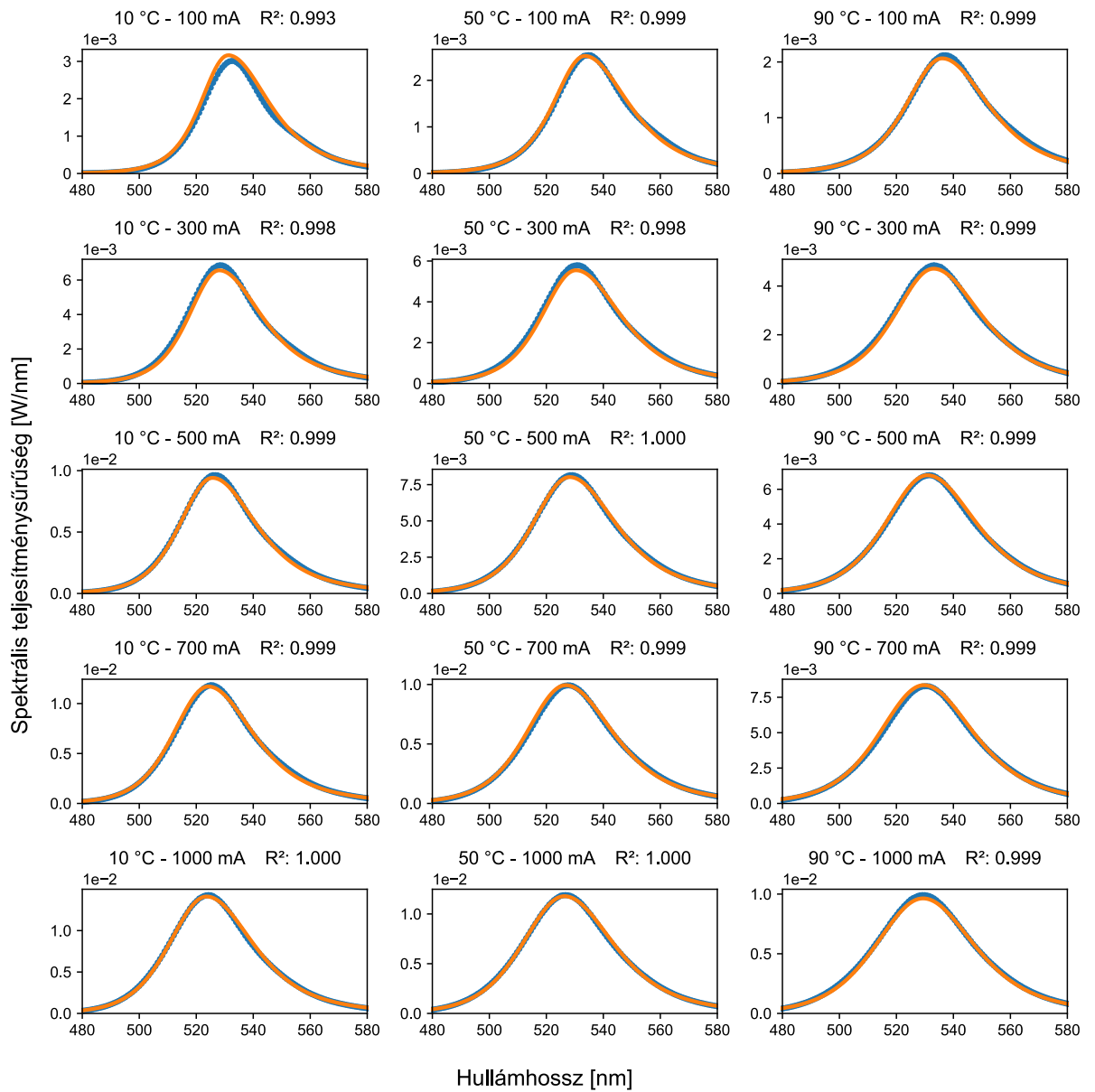
	R^2					$\Delta\phi_e$ [%]			
	10°C	50°C	90°C			10°C	50°C	90°C	
SPVII	10 mA	0.9987	0.9991	0.9993	10 mA	2.13%	1.77%	1.63%	
	50 mA	0.9987	0.9991	0.9993	50 mA	2.03%	1.69%	1.54%	
	100 mA	0.9989	0.9992	0.9994	100 mA	2.02%	1.76%	1.65%	
	500 mA	0.9995	0.9996	0.9997	500 mA	1.19%	1.05%	1.00%	
	700 mA	0.9996	0.9997	0.9997	700 mA	1.05%	0.95%	0.90%	
	1000 mA	0.9997	0.9998	0.9998	1000 mA	0.88%	0.83%	0.78%	

XXVIII. Táblázat. Determinációs együttható (R^2) és a mért és modellezett sugárzott teljesítmény különbsége ($\Delta\phi_e$) méréspontonként módosított Split Pearson VII függvény illesztésekor

	R^2					$\Delta\phi_e$ [%]			
	10°C	50°C	90°C			10°C	50°C	90°C	
SPVII + ϕ_e	10 mA	0.9985	0.9990	0.9992	10 mA	0.00%	0.00%	0.00%	
	50 mA	0.9986	0.9990	0.9992	50 mA	0.00%	0.00%	0.00%	
	100 mA	0.9987	0.9991	0.9993	100 mA	0.00%	0.00%	0.00%	
	500 mA	0.9994	0.9996	0.9996	500 mA	0.00%	0.00%	0.00%	
	700 mA	0.9995	0.9996	0.9997	700 mA	0.00%	0.00%	0.00%	
	1000 mA	0.9996	0.9997	0.9998	1000 mA	0.00%	0.00%	0.00%	



4.1. ábra. Polinomiális regressziós modell (narancssárga görbe) összehasonlítása a mért spektrális teljesítményeloszlásokkal (kék pontozott görbe) az eredeti munkapontokban



4.2. ábra. Polinomiális regressziós modell (narancssárga görbe) összehasonlítása a mért spektrális teljesítményeloszlásokkal (kék pontozott görbe) az eredeti munkapontokban

Logistic Power Peak modellek

XXIX. Táblázat. Logistic Power Peak függvény és lineáris regressziós modell kiértékelése

Linear	R^2			$\Delta\phi_e$ [%]		
	10°C	50°C	90°C	10°C	50°C	90°C
100 mA	0.6369	0.8688	0.9926	53.87%	33.14%	-5.76%
300 mA	0.9974	0.9939	0.9712	-2.97%	-6.21%	-16.38%
500 mA	0.9898	0.9909	0.9874	-9.30%	-7.93%	-10.75%
700 mA	0.9933	0.9980	0.9992	-7.64%	-3.40%	-2.46%
1000 mA	0.9982	0.9923	0.9771	-0.50%	6.64%	11.11%

XXX. Táblázat. Logistic Power Peak függvény és polinomiális regressziós modell kiértékelése

Second degree	R^2			$\Delta\phi_e$ [%]		
	10°C	50°C	90°C	10°C	50°C	90°C
100 mA	0.9931	0.9988	0.9988	6.01%	0.02%	-2.24%
300 mA	0.9979	0.9980	0.9988	-3.68%	-3.80%	-2.47%
500 mA	0.9995	0.9996	0.9994	-1.73%	-1.16%	0.20%
700 mA	0.9994	0.9992	0.9990	-0.04%	0.63%	1.14%
1000 mA	0.9998	0.9998	0.9994	-0.39%	-0.51%	-2.18%

XXXI. Táblázat. Irodalomban megtalálható (46)-os modell kiértékelése

Literature (46)	R^2			$\Delta\phi_e$ [%]		
	10°C	50°C	90°C	10°C	50°C	90°C
100 mA	0.9744	0.9894	0.9536	13.61%	9.59%	20.70%
300 mA	0.9990	0.9952	0.9985	-3.10%	-7.39%	1.23%
500 mA	0.9987	0.9922	0.9994	-4.35%	-9.37%	-1.52%
700 mA	0.9996	0.9949	0.9992	-1.70%	-7.21%	0.24%
1000 mA	0.9977	0.9993	0.9942	5.18%	-1.23%	5.93%

XXXII. Táblázat. Logistic Power Peak függvény és Mixed #1 modell kiértékelése

Kevert #1	R^2			$\Delta\phi_e$ [%]		
	10°C	50°C	90°C	10°C	50°C	90°C
100 mA	0.9786	0.9763	0.9812	12.42%	13.21%	11.36%
300 mA	0.9987	0.9988	0.9986	-1.72%	-1.25%	-3.01%
500 mA	0.9988	0.9990	0.9979	-3.56%	-3.23%	-4.90%
700 mA	0.9990	0.9993	0.9988	-2.56%	-1.78%	-3.32%
1000 mA	0.9996	0.9987	0.9993	0.74%	2.45%	1.42%

XXXIII. Táblázat. Logistic Power Peak függvény és Mixed #2 modell kiértékelése

Kevert #2	R^2			$\Delta\phi_e$ [%]		
	10°C	50°C	90°C	10°C	50°C	90°C
100 mA	0.7554	0.7028	0.5911	-48.02%	-52.93%	-61.47%
300 mA	0.8595	0.8957	0.9282	-36.94%	-31.58%	-25.16%
500 mA	0.9295	0.9680	0.9912	-26.14%	-17.52%	-6.24%
700 mA	0.9741	0.9980	0.9844	-15.50%	-4.50%	9.87%
1000 mA	0.9950	0.9724	0.8737	0.27%	14.00%	31.86%

Split Pearson VII modellek

XXXIV. Táblázat. Split Pearson VII függvény és lineáris regressziós modell kiértékelése

Linear	R^2			$\Delta\phi_e$ [%]		
	10°C	50°C	90°C	10°C	50°C	90°C
100 mA	0.6225	0.8702	0.9931	61.51%	36.41%	-2.94%
300 mA	0.9972	0.9934	0.9709	0.06%	-4.90%	-14.78%
500 mA	0.9894	0.9902	0.9873	-7.59%	-7.08%	-9.04%
700 mA	0.9928	0.9978	0.9992	-6.59%	-2.55%	-0.13%
1000 mA	0.9978	0.9921	0.9747	0.22%	8.18%	15.27%

XXXV. Táblázat. Split Pearson VII függvény és polinomiális regressziós modell kiértékelése

Second degree	R^2			$\Delta\phi_e$ [%]		
	10°C	50°C	90°C	10°C	50°C	90°C
100 mA	0.9929	0.9989	0.9991	9.63%	3.05%	0.60%
300 mA	0.9977	0.9979	0.9989	-1.57%	-1.70%	-0.20%
500 mA	0.9993	0.9996	0.9995	0.02%	0.80%	2.43%
700 mA	0.9992	0.9992	0.9990	1.64%	2.53%	3.18%
1000 mA	0.9996	0.9997	0.9994	1.09%	0.87%	-1.08%

XXXVI. Táblázat. Split Pearson VII függvény és Mixed #1 modell kiértékelése

Kevert #1	R^2			$\Delta\phi_e$ [%]		
	10°C	50°C	90°C	10°C	50°C	90°C
100 mA	0.9780	0.9768	0.9818	16.30%	16.48%	14.48%
300 mA	0.9985	0.9989	0.9987	0.45%	0.87%	-0.72%
500 mA	0.9985	0.9990	0.9981	-1.85%	-1.34%	-2.77%
700 mA	0.9988	0.9993	0.9989	-0.93%	0.04%	-1.36%
1000 mA	0.9994	0.9987	0.9994	2.26%	3.87%	2.58%

XXXVII. Táblázat. Split Pearson VII függvény és Mixed #2 modell kiértékelése

Kevert #2	R^2			$\Delta\phi_e$ [%]		
	10°C	50°C	90°C	10°C	50°C	90°C
100 mA	0.7612	0.7093	0.6029	-45.56%	-50.83%	-59.78%
300 mA	0.8597	0.8960	0.9279	-35.23%	-29.78%	-24.18%
500 mA	0.9282	0.9679	0.9920	-25.02%	-15.76%	-5.05%
700 mA	0.9729	0.9980	0.9852	-14.85%	-2.51%	11.73%
1000 mA	0.9954	0.9707	0.8672	0.57%	16.89%	35.62%

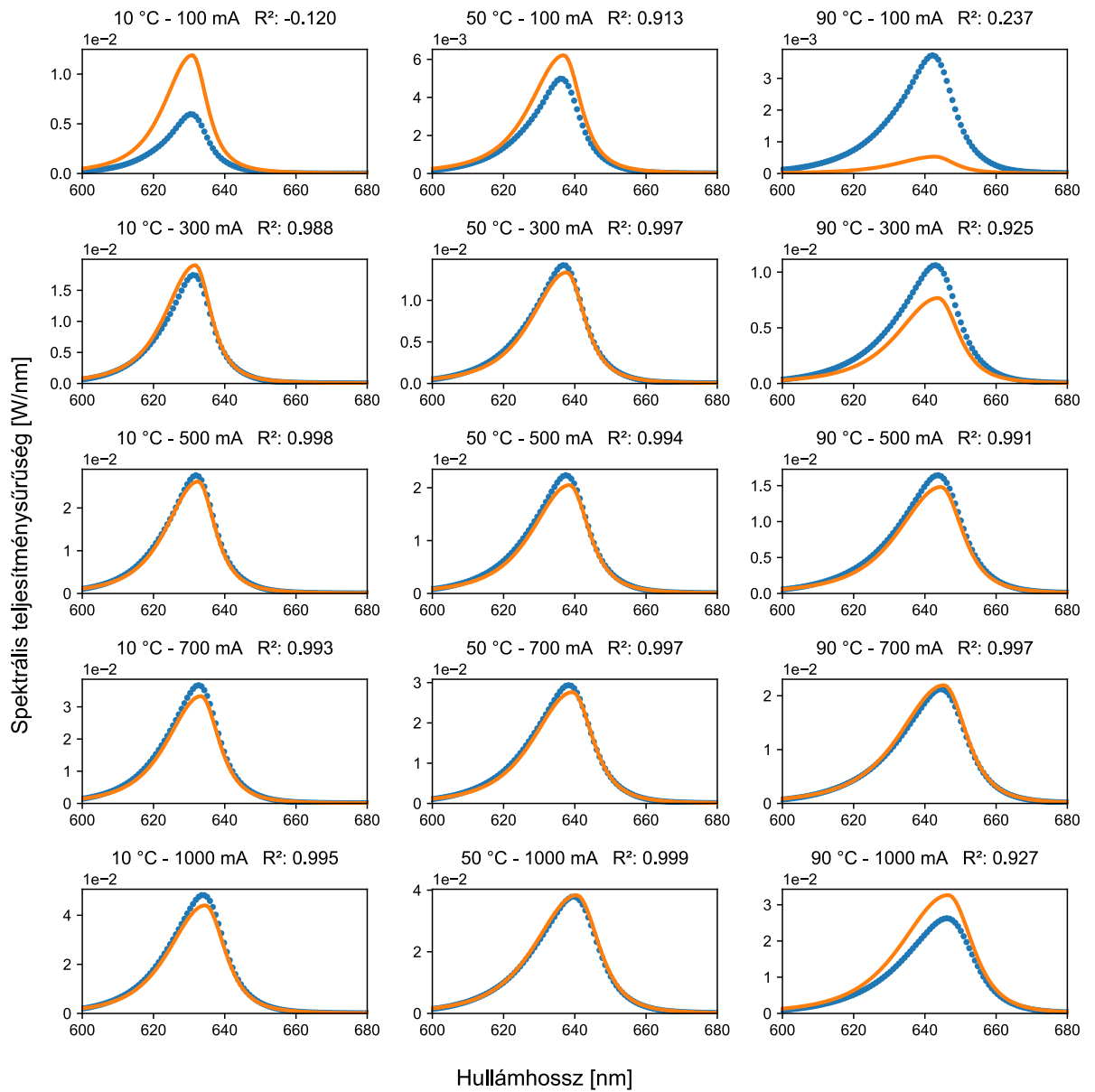
Monokromatikus demonstrációs táblázatok és ábrák megismételve piros LED-re

XXXVIII. Táblázat. Determinációs együttható (R^2) és a mért és modellezett sugárzott teljesítmény különbsége ($\Delta\phi_e$) méréspontonként a Split Pearson VII függvény illesztésekor

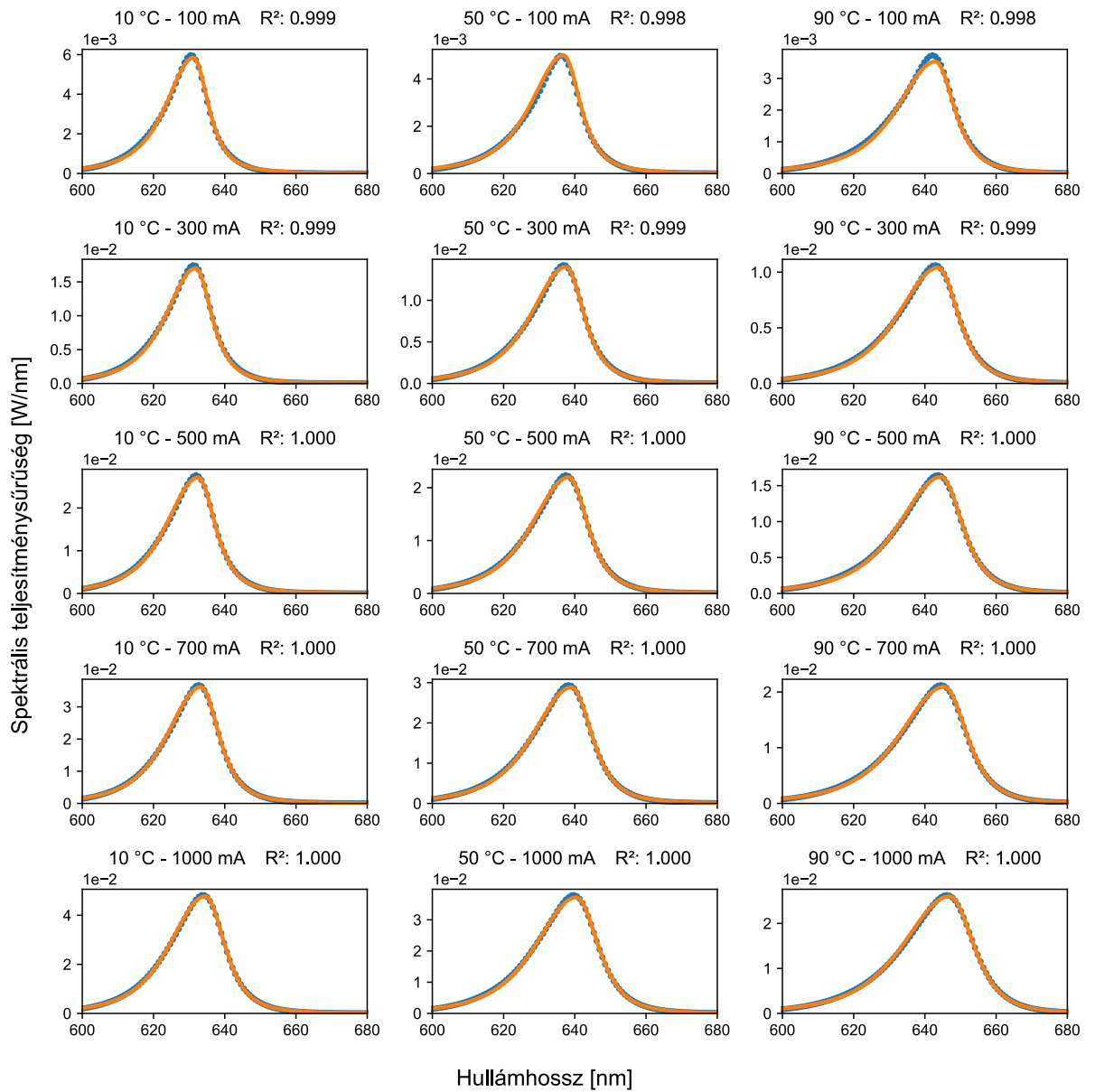
	R^2	10°C	50°C	90°C	$\Delta\phi_e$ [%]	10°C	50°C	90°C
	SPVII	10 mA	0.9985	0.9984		0.9984	10 mA	3.74%
50 mA		0.9989	0.9988	0.9989	50 mA	3.02%	2.82%	2.52%
100 mA		0.9991	0.9991	0.9991	100 mA	2.62%	2.42%	2.25%
500 mA		0.9996	0.9996	0.9996	500 mA	1.52%	1.47%	1.36%
700 mA		0.9996	0.9996	0.9996	700 mA	1.41%	1.33%	1.31%
1000 mA		0.9997	0.9997	0.9997	1000 mA	1.12%	1.06%	1.10%

XXXIX. Táblázat. Determinációs együttható (R^2) és a mért és modellezett sugárzott teljesítmény különbsége ($\Delta\phi_e$) méréspontonként módosított Split Pearson VII függvény illesztésekor

	R^2	10°C	50°C	90°C	$\Delta\phi_e$ [%]	10°C	50°C	90°C
	SPVII + ϕ_e	10 mA	0.9981	0.9981		0.9982	10 mA	0.00%
50 mA		0.9986	0.9986	0.9987	50 mA	0.00%	0.00%	0.00%
100 mA		0.9989	0.9989	0.9989	100 mA	0.00%	0.00%	0.00%
500 mA		0.9995	0.9995	0.9995	500 mA	0.00%	0.00%	0.00%
700 mA		0.9996	0.9996	0.9996	700 mA	0.00%	0.00%	0.00%
1000 mA		0.9997	0.9997	0.9997	1000 mA	0.00%	0.00%	0.00%



4.3. ábra. Polinomiális regressziós modell (narancssárga görbe) összehasonlítása a mért spektrális teljesítményeloszlásokkal (kék pontozott görbe) az eredeti munkapontokban



4.4. ábra. Polinomiális regressziós modell (narancssárga görbe) összehasonlítása a mért spektrális teljesítményeloszlásokkal (kék pontozott görbe) az eredeti munkapontokban

Logistic Power Peak modellek

XL. Táblázat. Logistic Power Peak függvény és lineáris regressziós modell kiértékelése

Linear	R^2			$\Delta\phi_e$ [%]		
	10°C	50°C	90°C	10°C	50°C	90°C
100 mA	-0.1328	0.9103	0.1901	92.18%	21.76%	-88.38%
300 mA	0.9817	0.9923	0.9201	4.25%	-9.06%	-30.37%
500 mA	0.9933	0.9902	0.9874	-8.98%	-10.99%	-13.15%
700 mA	0.9892	0.9932	0.9935	-12.04%	-8.34%	0.10%
1000 mA	0.9906	0.9953	0.9253	-10.78%	-0.83%	20.57%

XLI. Táblázat. Logistic Power Peak függvény és polinomiális regressziós modell kiértékelése

Second degree	R^2			$\Delta\phi_e$ [%]		
	10°C	50°C	90°C	10°C	50°C	90°C
100 mA	0.9918	0.9915	0.9924	-6.52%	-2.72%	-7.53%
300 mA	0.9938	0.9942	0.9947	-6.21%	-4.72%	-5.26%
500 mA	0.9949	0.9952	0.9955	-4.87%	-4.51%	-4.49%
700 mA	0.9955	0.9957	0.9959	-4.02%	-4.30%	-3.91%
1000 mA	0.9962	0.9963	0.9964	-4.10%	-4.66%	-3.63%

XLII. Táblázat. Irodalomban megtalálható (46)-os modell kiértékelése

Literature (46)	R^2			$\Delta\phi_e$ [%]		
	10°C	50°C	90°C	10°C	50°C	90°C
100 mA	0.9303	0.9887	0.9331	15.91%	0.17%	17.78%
300 mA	0.9915	0.9830	0.9886	-1.97%	-13.73%	1.43%
500 mA	0.9938	0.9776	0.9920	-4.93%	-16.04%	-0.21%
700 mA	0.9954	0.9808	0.9905	-4.64%	-15.32%	2.47%
1000 mA	0.9932	0.9886	0.9624	-1.76%	-11.38%	11.33%

XLIII. Táblázat. Logistic Power Peak függvény és Mixed #1 modell kiértékelése

Kevert #1	R^2			$\Delta\phi_e$ [%]		
	10°C	50°C	90°C	10°C	50°C	90°C
100 mA	0.9416	0.9689	0.9797	14.77%	8.71%	5.53%
300 mA	0.9929	0.9942	0.9933	-2.45%	-5.75%	-8.40%
500 mA	0.9949	0.9940	0.9928	-5.22%	-7.90%	-9.34%
700 mA	0.9955	0.9948	0.9951	-5.22%	-7.11%	-6.68%
1000 mA	0.9962	0.9963	0.9935	-3.60%	-3.55%	1.01%

XLIV. Táblázat. Logistic Power Peak függvény és Mixed #2 modell kiértékelése

Kevert #2	R^2			$\Delta\phi_e$ [%]		
	10°C	50°C	90°C	10°C	50°C	90°C
100 mA	0.9717	0.4835	-1.6474	-19.19%	-71.79%	-156.42%
300 mA	0.9534	0.9196	0.8585	-24.15%	-30.67%	-39.08%
500 mA	0.9642	0.9750	0.9928	-21.33%	-18.09%	-9.26%
700 mA	0.9764	0.9933	0.9720	-17.33%	-8.87%	10.29%
1000 mA	0.9910	0.9884	0.8028	-10.50%	4.11%	37.05%

Split Pearson VII modellek

XLV. Táblázat. Split Pearson VII függvény és lineáris regressziós modell kiértékelése

Linear	R^2			$\Delta\phi_e$ [%]		
	10°C	50°C	90°C	10°C	50°C	90°C
100 mA	-0.1201	0.9125	0.2368	108.22%	32.22%	-84.90%
300 mA	0.9881	0.9971	0.9249	11.85%	-2.90%	-25.39%
500 mA	0.9977	0.9941	0.9912	-2.89%	-5.58%	-7.76%
700 mA	0.9931	0.9969	0.9973	-6.51%	-3.16%	5.85%
1000 mA	0.9945	0.9986	0.9270	-5.56%	4.36%	26.97%

XLVI. Táblázat. Split Pearson VII függvény és polinomiális regressziós modell kiértékelése

Second degree	R^2			$\Delta\phi_e$ [%]		
	10°C	50°C	90°C	10°C	50°C	90°C
100 mA	0.9990	0.9981	0.9983	2.64%	5.57%	-0.45%
300 mA	0.9993	0.9994	0.9994	0.82%	1.97%	1.14%
500 mA	0.9995	0.9996	0.9996	1.51%	1.62%	1.46%
700 mA	0.9996	0.9996	0.9996	1.91%	1.40%	1.66%
1000 mA	0.9997	0.9997	0.9997	1.16%	0.46%	1.35%

XLVII. Táblázat. Split Pearson VII függvény és Mixed #1 modell kiértékelése

Kevert #1	R^2			$\Delta\phi_e$ [%]		
	10°C	50°C	90°C	10°C	50°C	90°C
100 mA	0.9494	0.9750	0.9848	25.11%	18.03%	14.28%
300 mA	0.9985	0.9993	0.9981	4.83%	0.97%	-2.10%
500 mA	0.9995	0.9983	0.9969	1.11%	-1.99%	-3.75%
700 mA	0.9996	0.9987	0.9988	0.61%	-1.59%	-1.37%
1000 mA	0.9997	0.9997	0.9969	1.71%	1.68%	6.29%

XLVIII. Táblázat. Split Pearson VII függvény és Mixed #2 modell kiértékelése

Kevert #2	R^2			$\Delta\phi_e$ [%]		
	10°C	50°C	90°C	10°C	50°C	90°C
100 mA	0.9735	0.4853	-1.5971	-13.88%	-69.48%	-159.02%
300 mA	0.9548	0.9220	0.8611	-19.36%	-25.94%	-35.15%
500 mA	0.9667	0.9788	0.9967	-16.53%	-12.76%	-3.94%
700 mA	0.9797	0.9972	0.9757	-12.45%	-3.15%	16.42%
1000 mA	0.9947	0.9907	0.8014	-5.46%	10.35%	44.24%