



M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

**Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem**  
Villamosmérnöki és Informatikai Kar  
Hálózati Rendszerek és Szolgáltatások Tanszék

Csóka Bence

**HANGFORRÁSOK  
LOKALIZÁCIÓJA  
MIKROFONRENDSZEREKKEL**

KONZULENS

**Dr. Fiala Péter**

BUDAPEST, 2020

# Tartalomjegyzék

<b>Kivonat .....</b>	<b>4</b>
<b>Abstract .....</b>	<b>5</b>
<b>1 Bevezetés .....</b>	<b>6</b>
1.1 Motiváció, cél.....	6
1.2 Korábbi kutatások a témában .....	6
<b>2 Nyalábformáló algoritmusok .....</b>	<b>8</b>
2.1 A nyalábformálás alapjai .....	8
2.1.1 Fókuszálás és forráslokalizáció .....	8
2.1.2 A mikrofonok és a vászon elhelyezkedése.....	9
2.1.3 A vizsgálati frekvencia.....	11
2.2 Conventional Beamforming .....	12
2.3 Multiple Signal Classification.....	13
<b>3 Mozgó forrás követése Kálmán-szűrővel.....</b>	<b>14</b>
3.1 Optimális lineáris állapotbecslés .....	14
3.2 Unscented Kalman Filter .....	16
<b>4 Szimulációk.....</b>	<b>18</b>
4.1 A szimulációs keretrendszer.....	18
4.2 Szimulációk két dimenzióban .....	20
4.2.1 Conventional Beamforming .....	21
4.2.2 Multiple Signal Classification .....	22
4.2.3 Mozgó hangforrás követése Kálmán szűrővel.....	23
4.3 Szimulációk három dimenzióban .....	24
4.3.1 Conventional Beamforming .....	25
4.3.2 Multiple Signal Classification .....	26
4.3.3 Mozgó hangforrás követése Kálmán-szűrővel .....	27
4.4 A fókusz távolság és a forrás távolsága .....	28
<b>5 Mérések, eredmények.....</b>	<b>30</b>
5.1 Szabadtéri mérések .....	30
5.1.1 A Kálmán-szűrő paraméterfüggő működése .....	31
5.1.2 Secopx8 .....	35
5.1.3 Tarot680 .....	37

5.2 Az elért eredmények értékelése.....	39
5.3 Továbbfejlesztési lehetőségek.....	40
<b>6 Összefoglalás .....</b>	<b>41</b>
<b>Köszönetnyilvánítás.....</b>	<b>42</b>
<b>Irodalomjegyzék.....</b>	<b>43</b>

# Kivonat

Jelen dolgozat témája hangforrások pozíciójának vagy pályájának automatizált meghatározása mikrofonrendszerekkel történő akusztikai mérésekkel. A mikrofonrendszer által a felvett hangjelek megfelelő erősítésével és késleltetésével egy adott irányba fókuszálhatunk különböző nyalábformáló algoritmusok segítségével.

A dolgozat kettő nyalábformáló algoritmus részletezésével foglalkozik, ezek a szakirodalom által részletesen tárgyaltak. A CBF (Conventional Beamforming) módszer a kettő közül az egyszerűbb, ugyanakkor kevésbé pontos is. A MUSIC (Multiple Signal Classification) algoritmus a vett jelek keresztspektrum-mátrixának a jel- és zajterekre való felbontásán alapul.

Tárgyalásra kerül a mozgó hangforrások követésének problémája is, ami például Kálmán-szűrő segítségével oldható meg. A Kálmán-szűrő hagyományos változata optimális állapotbecslést ad lineáris, mozgó vagy változó állapotú rendszerekre, illetve kiterjeszhető, hogy nemlineáris rendszerek esetében is működjön.

A különböző nyalábformáló algoritmusokat MATLAB környezetben elvégzett szimulációk segítségével zajmentes és zajos esetekben is összehasonlítjuk. Méréseket mutatunk be, melyekkel a gyakorlatban is értékelhetjük a nyalábformáló algoritmusok működését, ezzel is igazolva használhatóságukat különböző hangforrások (például drónok) lokalizációjához. Mindezek mellett a Kálmán-szűrő működését is megvizsgáljuk a mérési eredményeken, hogy milyen előnyöket és többletinformációt nyújt a nyalábformáló algoritmusokhoz képest, és hogy a különböző paraméterei hogyan befolyásolják a működését.

## **Abstract**

The topic of this thesis is the automatized determination of the location and trajectory of sound sources by acoustic measurements with microphone systems. It is possible to focus in a specific direction with the microphone system by amplifying and delaying the received signals in a suitable manner, with the help of beamforming algorithms.

The thesis details two types of beamforming algorithms, which have already been discussed extensively in the scientific literature. CBF (Conventional Beamforming) is the simpler of the two, but it is also the less accurate. MUSIC (Multiple Signal Classification) is based on the separation of the received signal's cross-spectral matrix to signal and noise subspaces.

The problem of tracking moving sound sources is also discussed which can be solved with the help of a Kalman-filter. The traditional version of the Kalman-filter gives an optimal estimation for the state of linear, moving systems, and it can be extended to work on nonlinear systems.

These beamforming algorithms are comparable through simulations in the MATLAB environment, both in noiseless or noisy conditions. We can also evaluate the performance of these methods in practice by performing measurements, and prove their usability in localizing sound sources. Moreover, the Kalman-filter is also tested on measurements, to deduce its advantages over beamforming algorithms, and how its different parameters affect its performance.

# 1 Bevezetés

## 1.1 Motiváció, cél

Napjainkban sokszor felmerül az igény arra, hogy akusztikai kameraként használt mikrofonrendszerek segítségével, akusztikai módszerekkel tudjuk meghatározni egy hangforrás pozícióját. Ez a módszer jól használható alternatívát jelent olyan esetekben, amikor különböző okokból nem lehet vagy nem érdemes szenzorokat elhelyezni a hangot lesugárzó objektumon. A mikrofonok által vett jelek nyalábformáló algoritmusokkal feldolgozva felhasználhatók arra, hogy megbecsüljük a forráseloszlást, és ez alapján amplitúdótérképeket készítsünk. Mindezt álló és mozgó hangforrás esetén is megtehetjük, utóbbinál az idő függvényében is vizsgálhatjuk a forráseloszlás és a rá végzett becslések változását.

Munkám során a céloom két nyalábformáló algoritmus megismerése és tesztelése, ezek a Conventional Beamforming (CBF) és a Multiple Signal Classification (MUSIC). Mindezek mellett mozgó hangforrás Kálmán-szűrővel való követésének problémájával is foglalkozom. Az algoritmusokat MATLAB környezetben implementálva felhasználom szimulációkhoz és mérési eredmények feldolgozásához, ezáltal kipróbálom a pontosságukat és a megbízhatóságukat különböző hangforrások és körülmények esetén.

## 1.2 Korábbi kutatások a témában

Ebben a szakaszban röviden megemlítek néhány újabb kutatási eredményt a nyalábformáló algoritmusok és a forráskövetés témakörében a teljesség igénye nélkül, és ezeket összevetem a saját munkámmal, a legfőbb hasonlóságokat és különbségeket keresve.

A hagyományos nyalábformálás [1], [2], [3] és a MUSIC [4], [5], [6] a szakirodalom által részletesen tárgyalt algoritmusok. Xenaki, Gerstoft és Mosegaard 2014-es cikke többek között a CBF-et és a MUSIC-ot tárgyalja [7]. Az algoritmusok bemutatása mellett kétdimenziós szimulációkkal hasonlítják össze őket. Coldrey és Viberg a hagyományos nyalábformálás kiterjesztését végzik el úgy, hogy figyelembe veszik a hangforrás (és egyben maga a hang, mint jel) térbeli kiterjedését [8]. Yang egy

dekonvolvált CBF változatot javasol, amivel vékonyabb főnyalábokat és alacsonyabb melléknyaláb-szinteket lehet elérni a módszer robusztusságának megtartása mellett [9]. Gupta és Kar a MUSIC algoritmusnak egy olyan változatát dolgozták ki, amely koherens források iránybecslésére is alkalmas [10]. Yaning, Juntao, Xinghao és Le a számítási komplexitást csökkentik az algoritmus javításával [11].

A nyalábformáló algoritmusok, illetve a forráskövető és lokalizáló módszerek a gyakorlatban használhatóak bányászatban [2], víz alatti környezetben gyenge jelek detektálására [9], teremakusztikában és telekonferencia-rendszerekben [12], hallókészülékekben, megfigyelő rendszerekben [13] és navigációs rendszerekben. A nyalábformálás akusztikai módszereken kívül rádióhullámokkal is történhet, ezt alkalmazzák például radarokban és vezeték nélküli kommunikációban is.

Jelen dolgozatban bemutatom a nyalábformálás alapelvét, majd ehhez kapcsolódóan két egyszerű algoritmust, a CBF-et és a MUSIC algoritmus hagyományos formáját. Ezután tárgyalom a Kálmán-szűrőt és annak nemlineáris kiterjesztését, illetve azt, hogy hogyan használható mozgó hangforrás állapotbecslésére. Ezeket az algoritmusokat kétdimenziós szimulációk mellett három dimenzióban is tesztelem. Az eddigi kutatásokhoz képest újdonságként végül pilóta nélküli légi járművek, mint mozgó hangforrások segítségével kapott valós mérési eredményeken is megvizsgálom a működésüket, és értékelem a gyakorlati használhatóságukat.

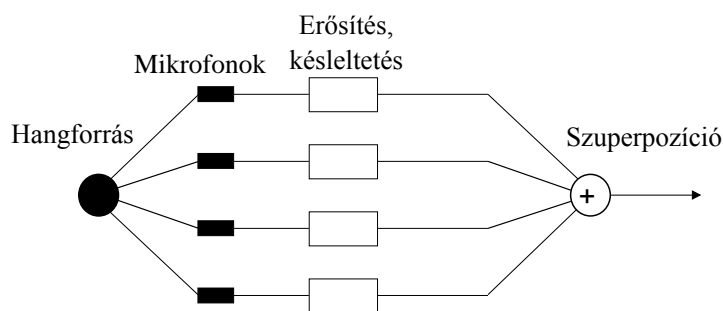
## 2 Nyalábformáló algoritmusok

Ebben a fejezetben a nyalábformálás elvét és a két vizsgált algoritmust részletezem. A 2.1 szakaszban bemutatom a használt Delay and Sum módszert, ennek véges és végtelen fókusz távolságú eseteit, a mikrofonok és a mérési pontok elhelyezkedésének hatását, és a választott mérési frekvencia alsó és felső határait. A 2.2 és 2.3 szakaszok tárgyalják a Conventional Beamforming és a Multiple Signal Classification elvét.

### 2.1 A nyalábformálás alapjai

#### 2.1.1 Fókuszálás és forráslokalizáció

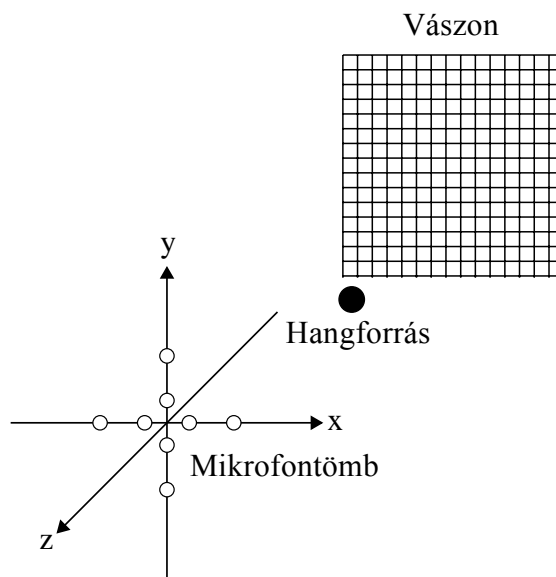
A nyalábformáló algoritmusok használatával és a mikrofonrendszerrel két fő feladatot kell elvégeznünk, ezek az akusztikai fókuszálás és a forráslokalizáció. Az akusztikai fókuszálás a Delay and Sum nevű módszeren alapszik, aminek lényege, hogy gömbkarakterisztikájú mikrofonokat többféle különböző elrendezésben elhelyezhetünk, majd ezek vett jelét külön-külön erősítjük és késleltetjük, majd ezeket a módosított jeleket szuperponáljuk [14]. A jelek egymáshoz képesti fázisviszonyai megfelelő beavatkozás esetén azt eredményezik, hogy a tér egy adott irányából érkező hangot kiemeljük velük, más irányokból érkezőket pedig elnyomjuk. A mikrofonok térbeli elrendezésével és a vett jelek erősítésével és késleltetésével lehet kialakítani egy számunkra megfelelő iránykarakterisztikát, a késleltetések további befolyásolásával pedig hasonló hatást érhetünk el, mintha elforgatnánk a mikrofontömböt, ezáltal többféle irányra lehet fókuszálni.



1. ábra: A Delay and Sum módszer. A mikrofonok vett jeleit külön-külön erősítjük és késleltetjük, majd szuperponáljuk, ezzel egy adott irányra fókuszálunk.



A másik fő feladat, a forráslokalizáció (vagy nyálábformálás) során a térben lévő hangforrások irányát és teljesítményét becsüljük meg a nyálábformáló algoritmusok segítségével. A térben kijelölünk egy ponthalmazt, amik közösen alkotják az úgynevezett akusztikai vásznat, és az ezeken a pontokon elhelyezett virtuális források közül azokat választjuk ki, amelyek által létrehozott hangtér a leginkább hasonlít a mikrofontömb által vett valós hangjelekhez. A két feladat (fókuszálás és nyálábformálás) egymástól függetlenül is végrehajtható, de jelen munka során mindkettőt együttesen használva hajthatjuk végre az iránybecslést és a forrásjel kiemelését.



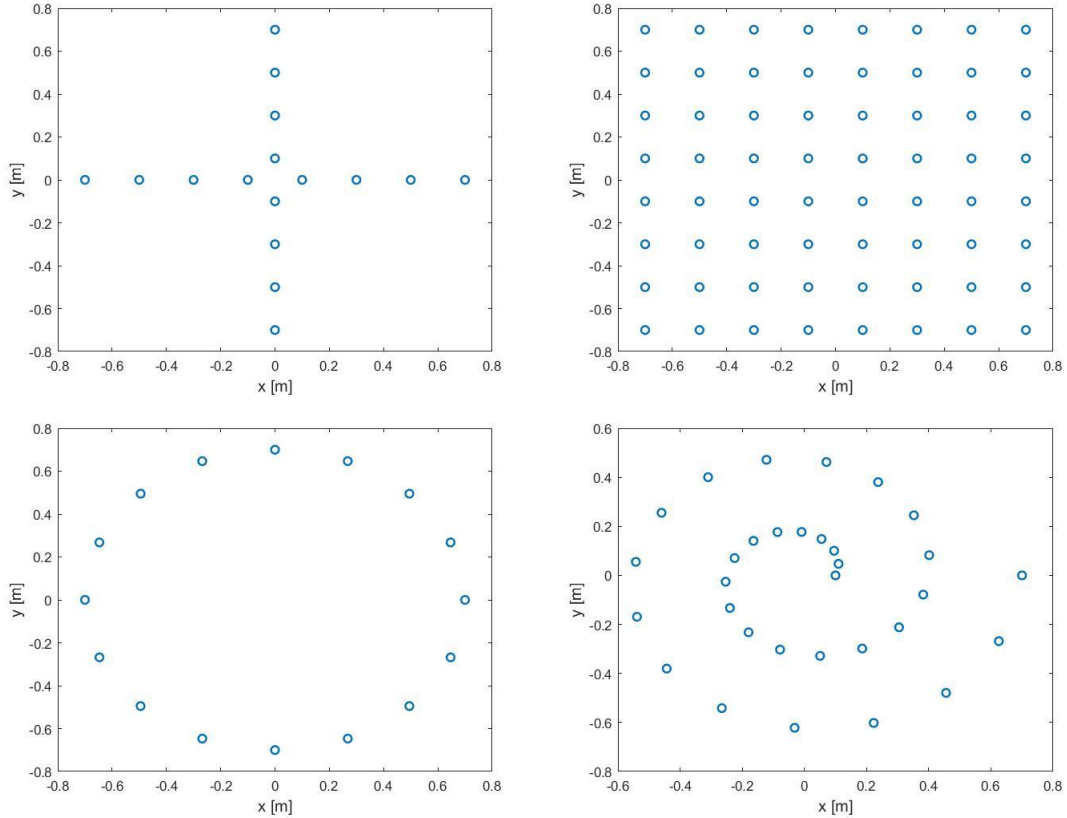
2. ábra: Általános mérési elrendezés.

### 2.1.2 A mikrofonok és a vászon elhelyezkedése

A mikrofonokat többféle elrendezésben helyezhetjük el, például vonal, kereszt, téglalap, négyzetrács, kör vagy spirál formában. Az elrendezés formája és az egyes mikrofonok pozíciói is meghatározzák a vett jeleket módosító beavatkozó függvényt, illetve a mikrofontömb iránykarakterisztikáját is. Két dimenzióban, ahol csak egy síkon belül, egy szögparaméterrel leírható irányokra fókuszálunk, a vonal elrendezést használjuk. Három dimenzióban, ahol az egész térben, két szögparaméterrel leírható irányokra fókuszálhatunk, a drágán megvalósítható négyzetrács elrendezés helyett érdemes téglalapot vagy keresztet (esetleg kört vagy spirált) alkalmazni.

Az akusztikai vászon pontjai/irányai általában egy egyenesen/körön, vagy egy síkban/gömbfelületen helyezkednek el egyenletesen. A hangnak a vászon és a

mikrofonrendszer közötti terjedésében figyelembe kell venni a levegő, mint közvetítő közeg bizonyos tulajdonságait, mint például a légnyomást és a hőmérsékletet, amik alapján kiszámolható a hangsebesség.

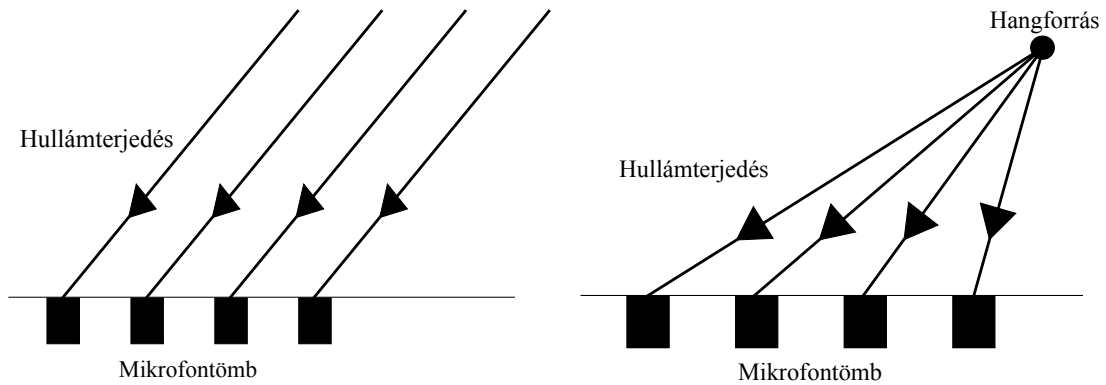


**3. ábra: Kereszt, négyzetrács, kör és spirál elrendezés.**

A nyalábformálást kétféleképpen is elvégezhetjük attól függően, hogy a forrás milyen messze helyezkedik el a mikrofontömbtől. Ha ehhez a távolsághoz képest elhanyagolható a tömb mérete, akkor alkalmazhatjuk a végtelen fókusz távolságú nyalábformálást. Ebben az esetben a forrás által kibocsátott hang hullámfrontja síkfelületnek tekinthető, és a mikrofonokhoz közel azonos amplitúdójú és beesési szögű hullámok érkeznek, de különböző fázisban. Itt a nyalábformálás során csak a beesési szöget kell figyelembe venni, a forrás és a mikrofon távolságát nem, és a vászon definiálásakor is elég csak irányokat (szögeket) megadni.

Ha a mikrofonok és a forrás távolsága összemérhető a mikrofonrendszer méretével, akkor véges fókusz távolságú nyalábformálást kell használnunk. Ilyenkor a hullámfront egy gömbfelület, azaz a mikrofonok által vett jelek különböző amplitúdójúak és fázisúak, és a beesési szög is különböző minden mikrofonnál. A nyalábformálás során a beesési szöget és a távolságot is figyelembe kell venni, a vásznat

pontok koordinátáinak összességéként kell definiálni. Érdeemes megvizsgálni azt is, milyen mérési és szimulációs eredmények adódnak akkor, ha a forrás távolsága és a vászon távolsága a mikrofontömbtől különbözik.



4. ábra: Végtelen és véges fókusz távolságú nyalábformálás.

### 2.1.3 A vizsgálati frekvencia

A nyalábformáló algoritmusokat frekvenciatartományban alkalmazzuk, ami ez esetben azt jelenti, hogy egy adott pillanatban (rövid időintervallumban) minden mikrofon vett jelének egy adott frekvenciájú komponensét használjuk fel a becsléshez. A megfelelő frekvencia választása kulcsfontosságú, be kell tartanunk a térbeli mintavételezés elvét, ugyanis bizonyos határfrekvenciák által behatárolt tartományon kívül a mérési elvbe hiba csúszik.

Amennyiben a frekvencia megfelelően lett kiválasztva, a forrás irányára fókuszálva a mikrofonok vett jelét késleltetés után összeadva azok erősítik egymást, mert fázisban vannak, más irányokra pedig gyengítik, vagy akár ki is oltják egymást a fáziskülönbségek miatt. Ha a frekvencia túl nagy (a hullámhossz túl kicsi), akkor térbeli átlapolódás történik, a mikrofonok jele olyan irányra fókuszálva is fázisban lehet, ahol valójában nincs forrásunk. Ha a frekvencia túl kicsi (a hullámhossz túl nagy), akkor ugyan nem látunk szellemforrásokat, de rossz irányra fókuszálva sem lesz nagy a fáziskülönbség a jelek között, és csak nagyon durva becslést tudunk adni [15]. A felső határfrekvencia az (1) összefüggéssel számítható ki:

$$f < \frac{c}{2d}, \quad (1)$$

ahol  $c$  a hangsebesség,  $d$  pedig a mikrofonok egymástól való távolsága (egyenletes elrendezést feltételezünk). Minél közelebb vannak egymáshoz a mikrofonok, annál nagyobb a felső határfrekvencia. Az alsó határfrekvenciára nincs konkrét összefüggés,

minél kisebb a frekvencia, úgy fokozatosan annál elmosódottabb lesz az amplitúdótérkép.

## 2.2 Conventional Beamforming

A Delay and Sum módszerben a mikrofonok vett jelének az erősítését és késleltetését minden mikrofonhoz egy külön beavatkozó függvénnyel tehetjük meg. A beavatkozó függvényt úgy is fel lehet fogni, hogy valódi forráseloszlás-vektor ( $\mathbf{x}$ ) és a mikrofonok által vett jelek vektora ( $\mathbf{y}$ ) között a kapcsolatot egy  $\mathbf{A}$  érzékelési mátrix valósítja meg. Ennek a mátrixnak a segítségével tudunk becslést adni a vett jelekből a forráseloszlásra a nyálábformáló algoritmusokkal. Az érzékelési mátrix a mikrofonok és a vászon elhelyezkedése, illetve a választott mérési frekvencia alapján határozható meg. Az  $\mathbf{x}$  és  $\mathbf{y}$  vektorok frekvenciatartománybeli információt hordoznak, azaz azt mondják meg, hogy a kisugárzott/vett jeleknek a kiválasztott vizsgálati frekvencián mekkora amplitúdójú komponensük van egy rövid időszakason.

Az érzékelési mátrix elemei a következő formulák alapján határozhatók meg, a (2)-es egyenlet kétdimenziós, a (3)-as pedig háromdimenziós esetre vonatkozik [7], [8]:

$$\mathbf{A}(i, j) = \frac{1}{\sqrt{M}} e^{jk\alpha_i \sin \eta_j}, \quad (2)$$

$$\mathbf{A}(i, j) = \frac{1}{\sqrt{M}} e^{jk(\alpha_i \sin \theta_j \sin \varphi_j + \beta_i \cos \theta_j \sin \varphi_j)}, \quad (3)$$

ahol  $M$  a mikrofonok száma ( $1/\sqrt{M}$ -mel normalizálunk),  $k$  pedig a hullámszám (a vizsgálati körfrekvencia és a hangsebesség hányadosa).  $\alpha_i$  és  $\beta_i$  az  $i$ -dik mikrofon koordinátái derékszögű koordináta-rendszerben az  $\alpha$  és a  $\beta$  tengelyek mentén (a mikrofonok az  $\alpha$ - $\beta$  síkban helyezkednek el),  $\eta_j$ ,  $\theta_j$  és  $\varphi_j$  pedig a vászon  $j$ -dik pontjának az irányát azonosítják, végtelen fókusz-távolság esetén ( $\eta$  az  $\alpha$  tengellyel bezárt szög mínusz  $90^\circ$ ,  $\varphi$  az irány  $\alpha$ - $\beta$  síkra levetítésének az  $\alpha$  tengellyel bezárt szöge,  $\theta$  pedig a  $\gamma$  tengellyel bezárt szög, a koordináta-rendszer középpontja egyben a mikrofonrendszer geometriai középpontja is). Véges fókusz-távolság esetén természetesen minden mikrofon-vászonpont párhoz külön-külön beesési szögek tartoznak. Az  $\mathbf{A}$  mátrixnak összesen annyi oszlopa van, ahány pontból áll a vászon, és annyi sora, ahány mikrofonból áll a mikrofontömb. Az érzékelési mátrix az alábbi módon hozza létre a kapcsolatot a forrás ( $\mathbf{x}$ ) és a vett jelek ( $\mathbf{y}$ ) között:

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}. \quad (4)$$

Az egyik legegyszerűbb nyálábformálási módszer a CBF, ami során az  $\mathbf{y}$ -t balról szorozzuk az  $\mathbf{A}$  mátrix konjugált transzponáltjával:

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{A}^H \mathbf{y}. \quad (5)$$

Ennek a módszernek az előnye az egyszerűsége és kis számításigénye, hátránya azonban a pontatlansága, ugyanis az antenna iránykarakterisztikájának a főnyalábja véges, de nullánál nagyobb szélességű, és a valódi forráspozíció közvetlen közelében is zérustól jelentősen eltérő értékeket becslünk, az amplitúdótérkép elmosódott lesz.

## 2.3 Multiple Signal Classification

A MUSIC algoritmus egy lineáris algebrai módszer [16], amelynek során a vett jelekből képzett spektrális keresztkorrelációs mátrixot szétválasztjuk jel és zaj alterekre, majd a zaj sajátvektorainak és az érzékelési mátrixnak a segítségével becslünk.

A keresztkorrelációs mátrixot ( $\mathbf{R}$ ) az alábbiak szerint határozhatjuk meg:

$$\mathbf{R} = \mathbf{y}\mathbf{y}^H. \quad (6)$$

A mátrix sajátvektorait sorba rendezzük a hozzájuk tartozó sajátértékek szerint növekvő sorrendbe. Ezek közül a  $K$  legnagyobb sajátértékhez tartozó sajátvektor alkotja a jel alterét ( $\mathbf{U}_s$ ), a többi pedig a zajét ( $\mathbf{U}_n$ ), ahol  $K$  a források becsült száma (ezt például úgy is megbecsülhetjük, hogy megnézzük, hogy a sorba rendezett sajátértékek közül melyik két szomszédos hányadosa a legnagyobb, és ott lesz a jel és a zaj alterek határa). Az érzékelési mátrixszal és a zaj altérrel a következő formula szerint végezzük a becslést [4], [5], [7], [10]:

$$\mathbf{P}_{MUSIC} = \frac{1}{\mathbf{A}^H \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{A}}, \quad (7)$$

vagyis az  $\mathbf{A}^H \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{A}$  mátrix minden elemének vesszük a reciprokát.

A módszer hátránya, hogy előre meg kell becsülni a források számát, illetve az, hogy csak inkoherens forrásokra működik. Előnye azonban a hagyományos nyálábformáláshoz képest nagyobb pontosság, illetve a számításigénye viszonylag alacsony, valós idejű alkalmazásokban is használható.

## 3 Mozgó forrás követése Kálmán-szűrővel

A Kálmán-szűrő egy olyan algoritmus, aminek a segítségével mozgó, változó rendszerek állapotára végezhetünk optimális becslést. Ehhez a becsléshez felhasználjuk a mérési eredményeken kívül a rendszer korábbi állapotáról rendelkezésre álló információt is. Ez nagyobb pontosságot eredményez, mintha csak a mért eredményeket vennénk figyelembe, és predikciót is végezhetünk a rendszer egy jövőbeli állapotára. A Kálmán-szűrővel minimalizálhatjuk a becslés hibájának négyzetes középértékét. Esetünkben a változó rendszer egy mozgó hangforrás, aminek a pozíciójára és a sebességére végzünk becslést.

A következő fejezetben az algoritmus két változatát mutatom be. Az első lineáris rendszerek esetén használható, lineáris állapotbecslésen alapuló Kálmán szűrő, a második pedig ennek egy kiterjesztése, az úgynevezett Unscented Kalman Filter (UKF), ami használható nemlineáris rendszerek becslésére is.

### 3.1 Optimális lineáris állapotbecslés

Feltesszük, hogy a rendszerünk lineáris és időinvariáns. Diszkrét időben így az állapotvektorra a következő összefüggést írhatjuk le [15], [17], [18]:

$$\mathbf{x}(n+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(n) + \mathbf{B}\mathbf{u}(n) + \mathbf{w}(n). \quad (8)$$

Itt az  $\mathbf{x}(n)$  az állapotvektor az  $n$ -edik mintavételi időpontban;  $\mathbf{u}(n)$  a bemeneti vektor (gerjesztés);  $\mathbf{A}$  és  $\mathbf{B}$  a rendszerre jellemző mátrixok, amik leírják az állapotváltozást két mintavételi időpont között;  $\mathbf{w}(n)$  pedig a bemenetet terhelő zajvektor (angolul process noise), ami a modell pontatlanságait reprezentálja. Az  $\mathbf{x}(n)$  állapotvektor mozgó hangforrás követése esetében pozíció- és sebességinformációt is tartalmaz (három dimenzióban így egy hatelemű vektor), az előbbit például egy nyalábformáló algoritmus által becsült maximumhelyből nyerhetjük ki.

Az  $\mathbf{y}(n)$  kimeneti vektorra felírható egyenlet:

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{C}\mathbf{x}(n) + \mathbf{D}\mathbf{u}(n) + \mathbf{v}(n), \quad (9)$$

ahol  $\mathbf{C}$  és  $\mathbf{D}$  a rendszerre jellemző mátrixok ( $\mathbf{D}$ -t nullának vehetjük, mert a bemenet nem hat közvetlenül a kimenetre);  $\mathbf{v}(n)$  pedig a méréseket terhelő zajvektor. A két zajvektor,

$\mathbf{w}(n)$  és  $\mathbf{v}(n)$ , zérus várható értékű, egymással korrelálatlan, normális eloszlású fehérzajok, rendre  $\mathbf{Q}(n)$  és  $\mathbf{R}(n)$  kovarianciamátrixszal:

$$E[\mathbf{w}(n)\mathbf{w}(m)^T] = \mathbf{Q}(n)\delta_{n-m}, \quad (10)$$

$$E[\mathbf{v}(n)\mathbf{v}(m)^T] = \mathbf{R}(n)\delta_{n-m}, \quad (11)$$

$$E[\mathbf{w}(n)\mathbf{v}(m)^T] = 0. \quad (12)$$

A  $\delta_{n-m}$  a Kronecker delta függvény, aminek értéke 1, ha  $n=m$ , és 0, ha  $n \neq m$ .

Első lépésként a Kálmán-szűrő az állapotegyenlet alapján egy előzetes (a priori) becslést végez el az állapotvektorra és a kimenetre az  $n+1$ -edik mintavételi időpontra:

$$\mathbf{x}^- = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}}(n) + \mathbf{B}\mathbf{u}(n), \quad (13)$$

$$\tilde{\mathbf{y}}(n) = \mathbf{C}\mathbf{x}^-(n). \quad (14)$$

A mérési eredmények ( $\mathbf{y}(n)$ ) és a becslés ( $\tilde{\mathbf{y}}(n)$ ) közötti különbség:

$$\mathbf{d}(n) = \mathbf{y}(n) - \tilde{\mathbf{y}}(n). \quad (15)$$

Ennek a különbségnek a segítségével tudunk az állapotvektorra egy utólagos (a posteriori), a mérési eredményeket figyelembe vevő becslést végezni egy korrekciós lépéssel:

$$\tilde{\mathbf{x}}(n+1) = \mathbf{x}^+ = \mathbf{x}^- + \mathbf{K}_n\mathbf{d}(n), \quad (16)$$

ahol  $\mathbf{K}_n$  egy megfelelően választott korrekciós mátrix. Az  $\tilde{\mathbf{x}}(n)$  (az  $n$ -edik időponti állapotvektorra már korábban végzett becslés eredménye) várható értéke  $\mathbf{x}(n)$ , a kovarianciamátrixát vegyük  $\mathbf{P}(n)$ -nek.

Célunk tehát az optimális becslést lehetővé tevő  $\mathbf{K}_n$  korrekciós mátrix meghatározása. Ehhez szükségünk van az állapotvektor kovarianciamátrixára, amit a következőképpen számíthatunk ki:

$$\mathbf{P}_n^- = \mathbf{A}\mathbf{P}_{n-1}\mathbf{A}^T + \mathbf{Q}_n. \quad (17)$$

Ebből az optimális  $\mathbf{K}_n$  mátrix:

$$\mathbf{K}_n = \mathbf{P}_n^- \mathbf{C}^T (\mathbf{C}\mathbf{P}_n^- \mathbf{C}^T + \mathbf{R}_n)^{-1} = \mathbf{P}_n^+ \mathbf{C}^T \mathbf{R}_n^{-1}. \quad (18)$$

Ezek után már meghatározhatjuk mérési eredményeket figyelembe vevő állapotvektor-becslés ( $\mathbf{x}^+$ ) kovarianciamátrixát:

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}_n^+ &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_n \mathbf{C}) \mathbf{P}_n^{-1} (\mathbf{I} - \mathbf{K}_n \mathbf{C})^T + \mathbf{K}_n \mathbf{R}_n \mathbf{K}_n^T = \\
&= (\mathbf{P}_n^{-1} + \mathbf{C}^T \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{C})^{-1} = \\
&= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_n \mathbf{C}) \mathbf{P}_n^-.
\end{aligned} \tag{19}$$

Érdemes megjegyezni, hogy a korrekciós mátrix csak a zajok kovarianciájától ( $\mathbf{R}$  és  $\mathbf{Q}$ ), illetve a rendszermátrixoktól ( $\mathbf{A}$  és  $\mathbf{C}$ ) függ, az aktuális méréstől és az állapotvektortól nem. Ez azt jelenti, hogy értéke kiszámolható előre, és ezzel gyakorlati alkalmazásokban implementálva a Kálmán-szűrőt a számítási költségeket jelentősen csökkenthetjük.

### 3.2 Unscented Kalman Filter

A gyakorlatban a vizsgált rendszerünk sokszor nemlineáris, így szükség van a Kálmán szűrő kiterjesztésére (EKF, Extended Kalman Filter). Ezek a kiterjesztett algoritmusok legtöbbször valamilyen linearizáláson alapulnak. Egy másik lehetőség az úgynevezett Unscented Kalman Filter (UKF), amelynek során a becsült kovarianciamátrix segítségével szórt állapotvektorokat hozunk létre egy ellipszis vagy ellipszoid mentén, majd ezeken végezzük el a Kálmán-szűrést [15], [18], [19], [20].

Az UKF használata során a következő lépéseket végezzük el:

1. Mindegyik időlépésben választunk  $2N$  darab szigma-pontot (ahol  $N$  az állapotér dimenziója) az alábbiak szerint:

$$\mathbf{x}_i^\sigma, \mathbf{x}_{N+i}^\sigma = \mathbf{x}_n \pm \boldsymbol{\sigma}_i, \quad i = 1 \dots N, \tag{20}$$

ahol  $\boldsymbol{\sigma}_i$  a  $\sqrt{N\mathbf{P}_n}$  mátrix  $i$ -edik sora. Ha így választjuk meg  $\boldsymbol{\sigma}_i$  értékét, akkor a szigma pontok statisztikai éppén megegyeznek az állapotvektorával, azaz a pontok átlaga az  $\mathbf{x}(n)$  állapotvektor, a tapasztalati szórásuk pedig kiadja a  $\mathbf{P}_n$  kovarianciamátrixot.

2. A szigma pontokra alkalmazzuk az állapotegyenletet, és a kapott pontokat  $\mathbf{x}_i^{\sigma*}$ -vel jelöljük. Ezek átlagával becsüljük az új állapotot:

$$\tilde{\mathbf{x}}^- = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^{2N} \mathbf{x}_i^{\sigma*}, \tag{21}$$

a kovarianciájuk pedig:



$$\tilde{\mathbf{P}}^- = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^{2N} (\mathbf{x}_i^{\sigma^*} - \tilde{\mathbf{x}}^-) (\mathbf{x}_i^{\sigma^*} - \tilde{\mathbf{x}}^-)^T. \quad (22)$$

Ehhez pedig hozzáadva a rendszerzajt (process noise,  $\mathbf{Q}$ ), akkor megkapjuk az állapotvektor kovarianciájára a becslésünket:

$$\mathbf{P}^- = \tilde{\mathbf{P}}^- + \mathbf{Q}. \quad (23)$$

3. Létrehozunk újabb szigma-pontokat  $\tilde{\mathbf{x}}^-$  várható értékkel és  $\mathbf{P}^-$  kovarianciával. Ezekre alkalmazzuk a kimeneti egyenletet, és az így kapott pontok ( $\mathbf{y}_i^\sigma$ ) átlaga lesz a kimenetre végzett becslés ( $\tilde{\mathbf{y}}$ ). Meghatározzuk ennek a vektornak a kovarianciáját ( $\mathbf{P}_{yy}$ ) és az  $\tilde{\mathbf{x}}$ -el vett keresztkorrelációs mátrixát ( $\mathbf{P}_{xy}$ ):

$$\mathbf{P}_{yy} = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^{2N} (\mathbf{y}_i^\sigma - \tilde{\mathbf{y}}) (\mathbf{y}_i^\sigma - \tilde{\mathbf{y}})^T, \quad (24)$$

$$\mathbf{P}_{xy} = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^{2N} (\mathbf{x}_i^{\sigma^*} - \tilde{\mathbf{x}}^-) (\mathbf{y}_i^\sigma - \tilde{\mathbf{y}})^T. \quad (25)$$

4. Ezek alapján létrehozuk a korrekciós mátrixot:

$$\mathbf{K}_n = \mathbf{P}_{xy} \mathbf{P}_{yy}^{-1}, \quad (26)$$

amivel már ki tudjuk fejezni az állapotvektor és kovarianciájának a mérési eredményeket figyelembe vevő becslését:

$$\mathbf{x}_{n+1} = \tilde{\mathbf{x}}^+ = \mathbf{x}^- + \mathbf{K}_n (\mathbf{y}_n - \tilde{\mathbf{y}}), \quad (27)$$

$$\mathbf{P}_{n+1} = \mathbf{P}^+ = \mathbf{P}^- + \mathbf{K}_n (\mathbf{P}_{yy} + \mathbf{R}) \mathbf{K}_n^T. \quad (28)$$

## 4 Szimulációk

A fent részletezett nyálábformálási módszerek összehasonlíthatók szimulációk elvégzésével. MATLAB környezetben elvégezhetők olyan számítások, amik akár kétdimenziós, akár háromdimenziós térbeli mérési elrendezéseket szimulálnak.

### 4.1 A szimulációs keretrendszer

A munkám során felhasznált MATLAB környezetben megírt szimulációs keretrendszer objektum-orientált, különböző osztályokból létrehozott elemek segítségével lehet a szükséges számításokat elvégezni. A keretrendszer néhány fontosabb, általam is felhasznált osztálya [15]:

- Environment: az akusztikus környezetet valósítja meg (amely általában levegő), annak olyan tulajdonságait tárolja, mint például a légnyomást, a hőmérsékletet és a relatív páratartalmat, illetve ki tudja számítani a hangsebességet az adott közegben;
- Source: a hangforrás osztálya, amelyet egy trajektória és egy jel ír le;
- SoundField: egy Environment és egy Source elemből áll, képes kiszámolni egy adott pozícióban az időfüggő hangnyomást;
- MicrophoneArray: a mikrofontömböt megvalósító osztály, a mikrofonok koordinátáit tárolja;
- Canvas: a vászon pontjainak koordinátáit tároló osztály;
- Propagation: az akusztikus környezet, a vászon és a mikrofontömb alapján képes kiszámítani az érzékelési mátrixot;
- Mixdown: a vett jel alapsávba való lekeverését végzi el;
- CsmEstimator: a spektrális keresztkorrelációs mátrixot számítja ki;
- ConventionalBeamformer: a hagyományos nyálábformálást elvégző osztály, egy Propagation és egy CsmEstimator elemet kell megadni neki;

- Music: a MUSIC iránybecslést elvégző osztály, egy-egy Propagation és CsmEstimator elemeken kívül még a források előre megbecsült számát kell megadni;
- Kalman: a Kálmán-szűrőt megvalósító osztály; a konstruktorában az időablak hosszát, az állapotvektor kovarianciamátrixának kezdeti értékét, a rendszerzaj kovarianciamátrixát, a kimenetet terhelő zaj kovarianciamátrixát és a blokkszámot kell megadni.

A nyálábformáló algoritmusokban a mikrofonok által vett jelnek egy pillanatban egy adott frekvenciájú komponensét használjuk fel (2.1.3 alfejezet). A spektrumot egy adott pillanatban úgy közelíthetjük, hogy a jelnek egy rövid szakaszán végzünk Fourier-transzformációt, ennek a módszernek azonban korlátozott a pontossága, ugyanis az időablak hossza és a kapott spektrum felbontása fordítottan arányos:

$$\Delta f = \frac{1}{T}, \quad (29)$$

itt a  $T$  az időablak hossza (ez a mostani szimulációk során 0,2 másodperc),  $\Delta f$  pedig a maximális frekvenciafelbontás. Ez azt jelenti, hogy minél rövidebb időtartamra akarunk becslést végezni, minél inkább pillanatszerűen akarjuk megkapni a spektrumot, annál alacsonyabb lesz a felbontás. Lehetőségünk van arra, hogy meghatározzuk pontosabban a jel egy adott frekvenciájú komponensét, anélkül, hogy megnöveljük az időablak méretét. Ezt a feladatot a MixDown osztály hajtja végre a következő lépéseken keresztül [21]:

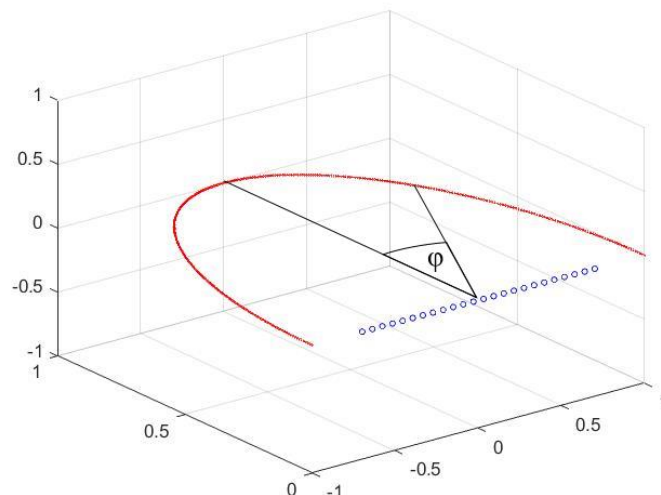
1. A kiválasztott  $f_0$  frekvenciát felhasználva az eredeti jelünket egyoldali frekvenciamodulációval eltoljuk balra:

$$x_{mod}(t) = x(t)e^{-j2\pi f_0 t}. \quad (30)$$

2. A modulált jelet egy aluláteresztő szűrővel szűrjük, aminek a vágási frekvenciája jóval kisebb, mint a választott frekvencia.
3. A modulált és szűrt jelet időtartományban dolgozzuk fel. A jel amplitúdója a szűrő beállása után közel állandó, és ezt az értéket vesszük az adott frekvenciájú komponens amplitúdójának.

## 4.2 Szimulációk két dimenzióban

Kétdimenziós szimulációk esetén 24 darab mikrofont használunk vonal elrendezésben, két szomszédos mikrofon távolsága 6,1 centiméter. A hangsebességet 343,4 m/s-nak vesszük. Ennek megfelelően a felső határfrekvencia az (1) formula alapján 2821,16 Hz. Érdekes a nyalábformálás eredményét ennél lényegesen kisebb, lényegesen nagyobb, illetve nagyjából ekkora frekvencián is megvizsgálni és ez alapján is értékelni a különböző algoritmusok használhatóságát különböző frekvenciákon. Vizsgálati frekvenciáknak 500, 2500 és 5000 Hz-et választottam. A vászon 361 pontból áll, ezek egyenletesen helyezkednek el egy 100 méter sugarú félkörön, aminek a középpontjában van a mikrofontömb. A vászon által behatárolt szögtartomány  $[-90^\circ, +90^\circ]$ . A térben négy pontszerű, stacionárius forrás helyezkedik el 150 méter távolságban és  $-45^\circ$ ,  $-30^\circ$ ,  $0^\circ$  és  $+30^\circ$  irányokban (a negyedik forrás 5000 Hz-es vizsgálati frekvencia esetében szükség szerint át lett helyezve  $+60^\circ$ -ra, hogy bizonyos jelenségek jobban vizsgálhatók legyenek). A források fehérzajt bocsátanak ki (a mintavételi frekvencia 48 kHz), szórásuk rendre 3, 1, 2 és 1 egységnyi (azaz teljesítményük 9, 1, 4 és 1 egységnyi). Mindkét nyalábformáló algoritmus működését vizsgálom zajmentes és zajos esetben is, utóbbinál 20 dB-es jel-zaj viszonyal. Az eredményüket egy véletlenszerűen kiválasztott pillanatban (0,2 másodperces időtartamra vonatkoztatva) ábrázolom. Az ábrákon a valódi forrásirányokat kézzel, az algoritmusok becslését pirossal jelölöm, ezek a maximumukhoz viszonyított relatív értékeként értelmezendők.

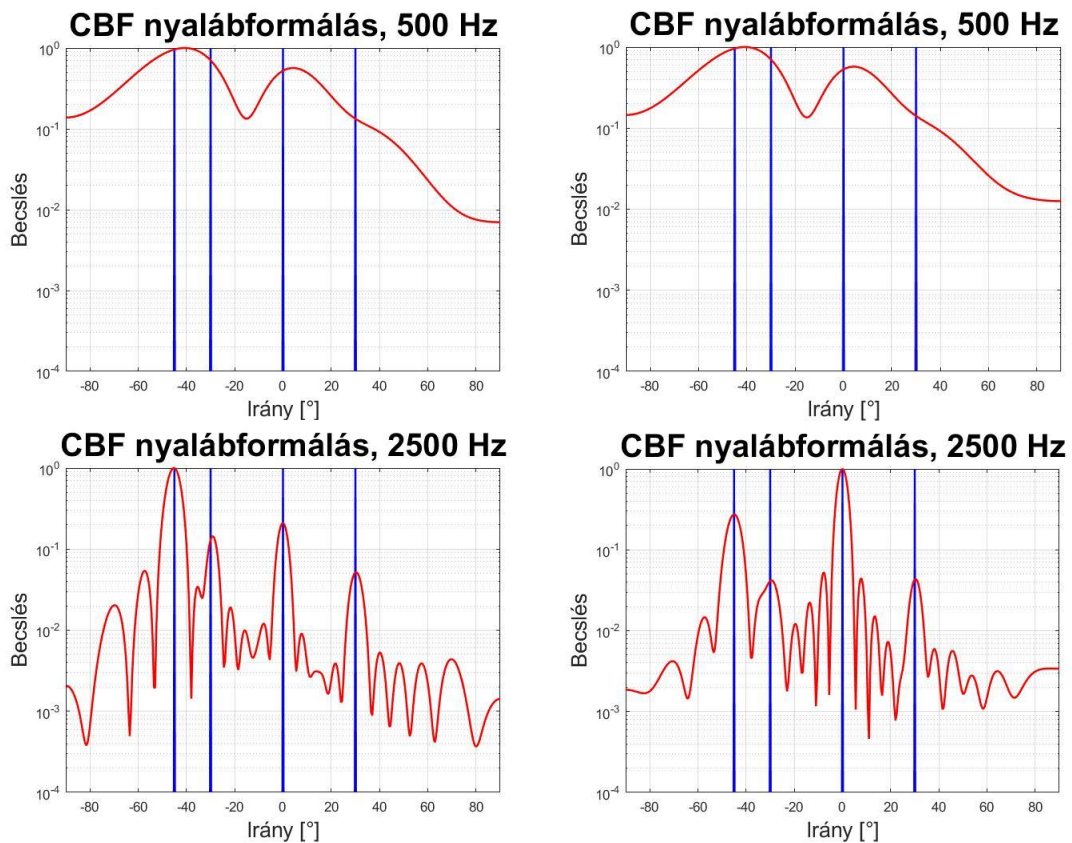


5. ábra: Az irányok értelmezése két dimenzióban.

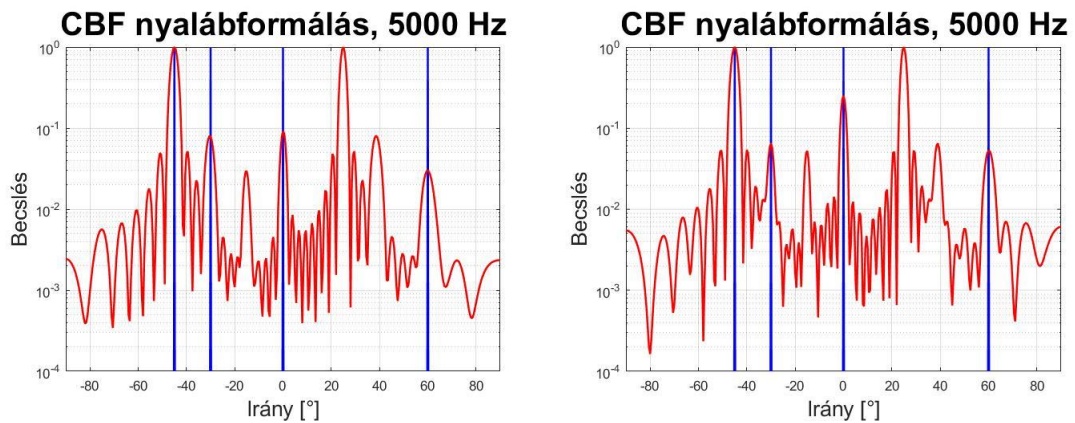
## 4.2.1 Conventional Beamforming

A 6. ábra mutatja a hagyományos nyalábformálás eredményét, késsel a valóságos forrásirányok, pirossal pedig a becslések eredménye van ábrázolva. 500 Hz-es vizsgálati frekvencián a módszer nem alkalmas a források irányának becslésére. 2500 Hz-en zajtalan esetben az első három forráshoz tartozó főnyalábok még kiemelkednek a melléknyalábok közül, de a negyedik már nagyjából a legnagyobb melléknyalábok szintjén van, ráadásul a második és a negyedik forrás irányának a becslése kicsit pontatlan. Zajos esetben már csak két főnyaláb emelkedik ki a melléknyalábok közül.

5000 Hz-en már egyáltalán nem használható ez a módszer jó jel-zaj viszonyban sem, ugyanis a térbeli átlapolódás miatt megjelenik 20-30 fok környékén egy szellemforrás, ami a legnagyobb főnyalábbal van egy szinten, emiatt nem lehet helyesen meghatározni a források irányát (7. ábra). Ez a jelenség feltűnik a többi módszernél két és három dimenzióban is, ezért azoknak az eredményét nem ábrázolom külön 5000 Hz-es vizsgálati frekvencia mellett.



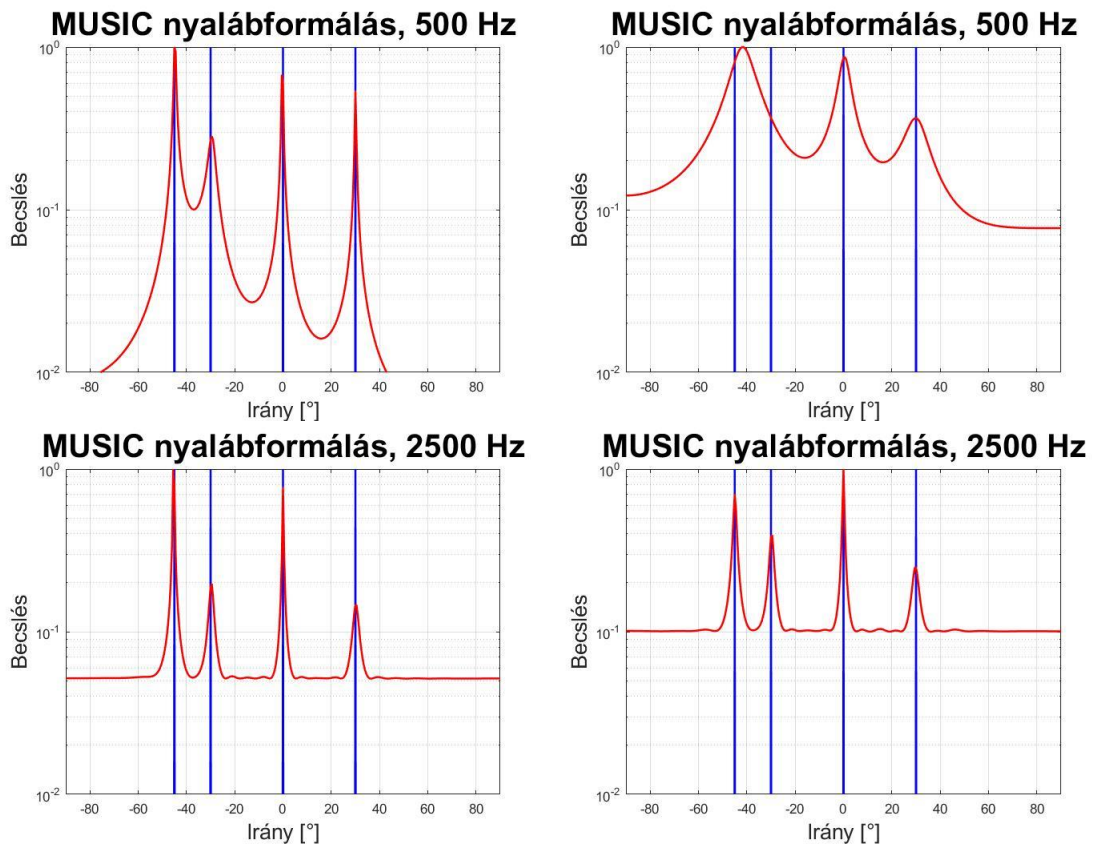
6. ábra: CBF nyalábformálás zajmentes (bal) és 20 dB jel-zaj viszonyú (jobb) esetben, 500 Hz (fent) és 2500 Hz (lent) vizsgálati frekvencián.



7. ábra: CBF nyalábformálás zajmentes (bal) és 20 dB jel-zaj viszonyú (jobb) esetben, 5000 Hz vizsgálati frekvencián.

#### 4.2.2 Multiple Signal Classification

A 8. ábra mutatja a MUSIC algoritmus alapú iránymeghatározás eredményét. A CBF-fel ellentétben 500 Hz-en kicsit pontatlan, de használható becslést kapunk, csak a zaj bevezetésekor nem sikerül mind a négy forrást elkülöníteni egymástól. 2500 Hz-es vizsgálati frekvencián még zajjal együtt is viszonylag nagy pontosságú megbecsülhetjük eredményt kapunk. Ez az algoritmus sok szempontból kedvezőbb a CBF-nél, ezért a Kálmán-szűrővel ennek az eredményeit érdemesebb feldolgozni.



8. ábra: MUSIC nyálábformálás zajmentes (bal) és 20 dB jel-zaj viszonyú (jobb) esetben, 500 Hz (fent) és 2500 Hz (lent) vizsgálati frekvencián.

### 4.2.3 Mozgó hangforrás követése Kálmán szűrővel

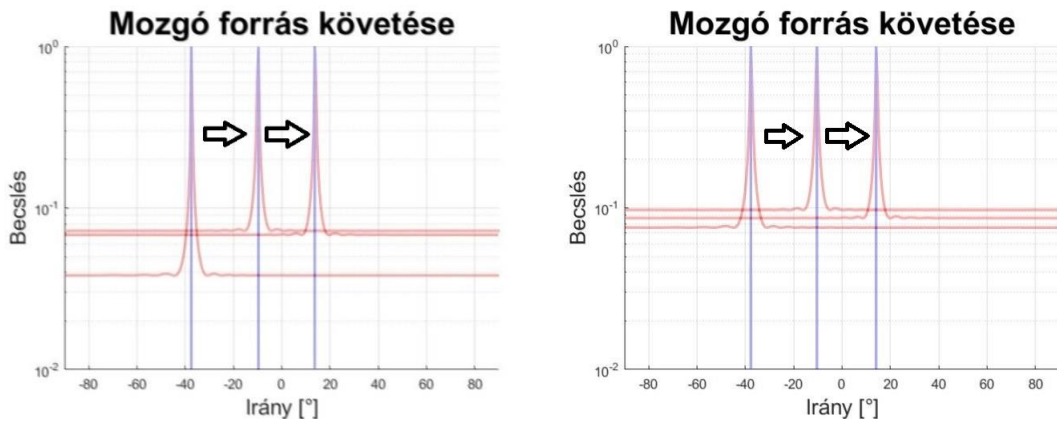
Az eddigi szimulációk során stacionárius fehérzaj forrásokról készült kameraképeket vizsgáltunk. A hangforráshoz hozzárendelve egy trajektóriát, ami mentén mozog, tesztelhetjük a Kálmán-szűrő működését néhány egyszerű szituáción keresztül.

A 9. ábra egy olyan szimuláció eredményét ábrázolja, amelynek során egy egyenletesen mozgó hangforrás halad el a mikrofontömb előtt. A hangforrás 3 egységnyi szórású fehérzajt bocsát ki, a mikrofonok vonalával párhuzamos egyenes mentén mozog egyenletesen: az  $[x, y, z] = [-150, 150, 0]$  koordinátájú pontból indul és az x tengellyel párhuzamosan 50 m/s-os sebességgel mozog. A Kálmán-szűrő mérési eredményként a MUSIC algoritmus maximumhelyeit használja fel. Bal oldalon a zajmentes, jobb oldalon a zajjal terhelt (SNR = 20 dB) szimuláció alatt létrejött kameraképeket láthatjuk, három különböző időpontban. A Kálmán-szűrő paraméterei az 5.1.1 szakaszban részletezett kiindulási paraméterek, a blokkhossz 0,02 s. A Kálmán-

szűrő az egyenletesen mozgó hangforrást jól tudja követni, az általa becsült beesési szög az esetek nagy részében megegyezik a MUSIC-ével, háttérzaj mellett is (1. Táblázat).

Időpont (s)	Zajmentes		Zajos	
	MUSIC	Kálmán	MUSIC	Kálmán
1,32	-37,5°	-37,5°	-37,5°	-37,5°
2,96	-10°	-10°	-10,5°	-10,5°
4,28	14°	14°	14°	14°

1. Táblázat: A MUSIC algoritmus és a Kálmán-szűrő által becsült irányok.



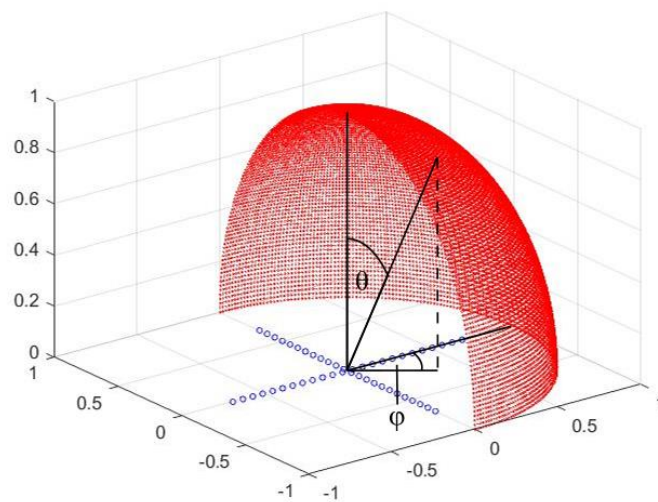
9. ábra: Mozgó fehérzajforrás követése két dimenzióban, bal oldalon zajmentes, jobb oldalon zajos esetben (piros: MUSIC algoritmus eredménye; kék: a Kálmán-szűrő által becsült irány).

### 4.3 Szimulációk három dimenzióban

Háromdimenziós szimulációk esetén összesen 48 darab mikrofont használunk kereszt elrendezésben (azaz két egymásra merőleges vonalban, mik egyenként 24 mikrofonból állnak), két szomszédos mikrofon távolsága ebben az elrendezésben 6 centiméter. A felső határfrekvencia ebben az esetben 2862,07 Hz. Vizsgálati frekvenciáknak itt is 500, 2500 és 5000 Hz-et választottam. A vászon 32851 pontból áll, ezek egy gömb felületén helyezkednek el, aminek a középpontjában van a mikrofontömb és a sugara 100 méter. A vászon pontjainak irányai két szöggel írhatók le, gömbi koordinátarendszerben, ahol  $\theta$  a z tengellyel bezárt szög,  $\varphi$  pedig az irány x-y síkra vett vetületének az x tengellyel bezárt szöge. A vászon által behatárolt szögtartomány:  $\varphi=[-90^\circ, +90^\circ]$  és  $\theta=[0^\circ, +90^\circ]$ . A térben négy pontszerű forrás helyezkedik el 150 méter távolságban és  $(\varphi, \theta)=(-30^\circ, 30^\circ), (30^\circ, 30^\circ), (30^\circ, 60^\circ), (-30^\circ,$



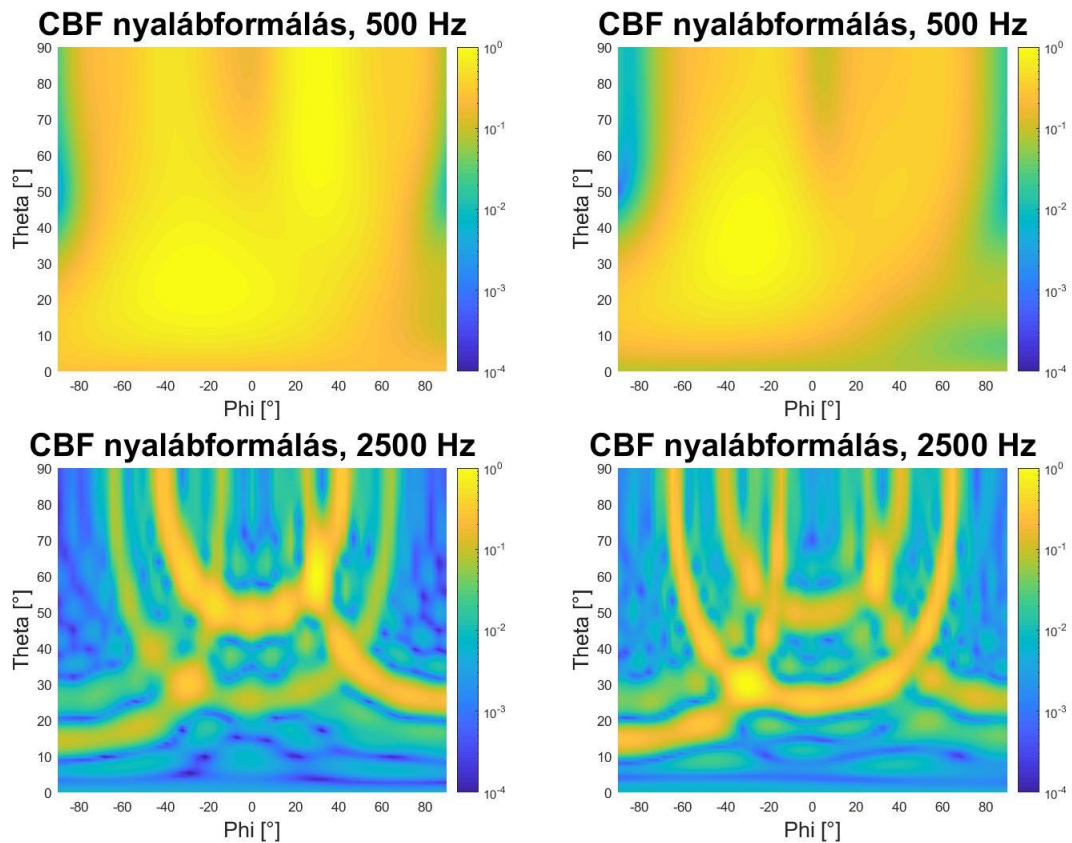
60°) irányokban. A források fehérzajt bocsátanak ki (a mintavételi frekvencia 48 kHz), szórásuk rendre 3, 1, 2 és 1 egységnyi. Mindkét nyalábformáló algoritmus működését vizsgálom zajmentes és zajos esetben is, utóbbinál 20 dB-es jel-zaj viszonyal. Az eredményüket egy véletlenszerűen kiválasztott pillanatban (0,2 másodperces időtartamra vonatkoztatva) ábrázolom.



10. ábra: Az irányok értelmezése három dimenzióban.

### 4.3.1 Conventional Beamforming

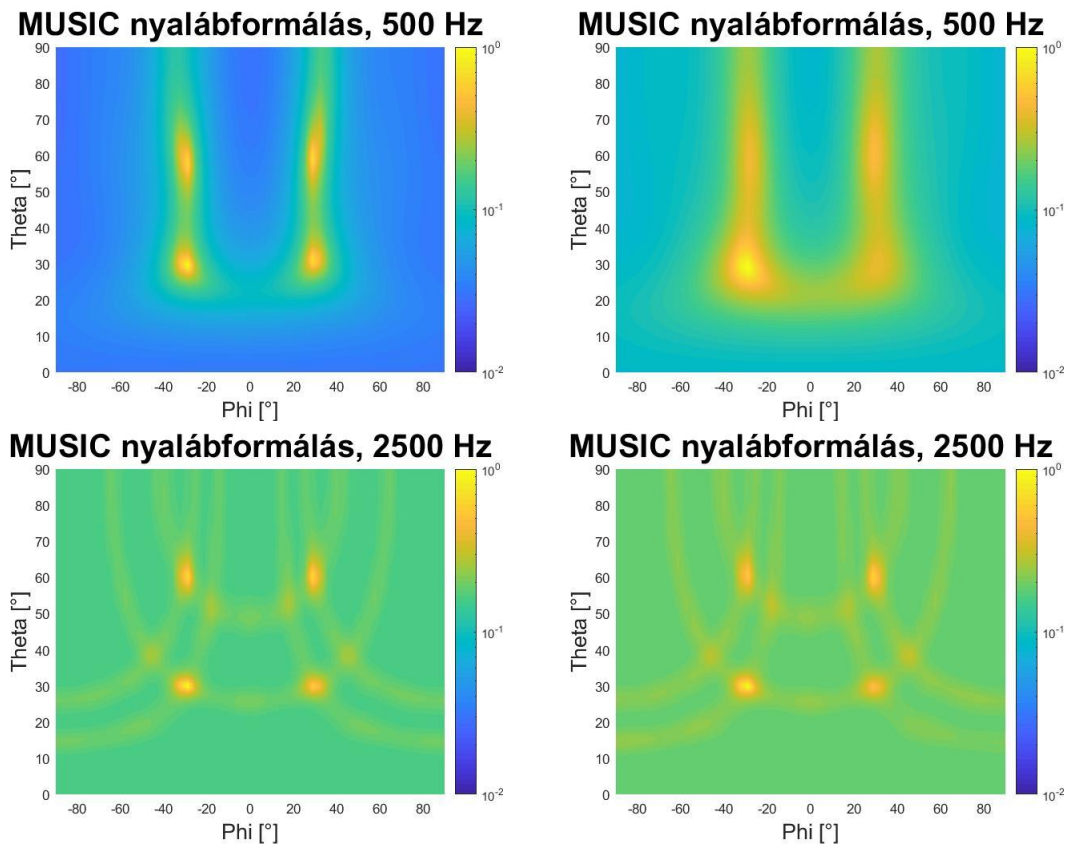
A 11. ábra mutatja a hagyományos nyalábformálás eredményét. A kétdimenziós szimulációhoz hasonlóan, 500 és 5000 Hz-en nem használható jól a módszer, ugyanis előbbinél az elmosódott kép, utóbbinál a térbeli átlapolódás révén létrejött szellemforrások miatt nem tudunk pontos iránybecslést végezni. 2500 Hz-en, zaj nélkül és zajjal is csak pontatlanul tudjuk megbecsülni az irányokat.



11. ábra: CBF nyalábformálás zajmentes (bal) és 20 dB jel-zaj viszonyú (jobb) esetben, 500 Hz (fent) és 2500 Hz (lent) vizsgálati frekvencián.

### 4.3.2 Multiple Signal Classification

A MUSIC algoritmus is hasonló eredményeket ad két és három dimenzióban (12. ábra). 500 Hz-es vizsgálati frekvencián, kellően jó jel-zaj viszony mellett jól használható a módszer. 2500 Hz-en, a határfrekvencia közelében viszonylag jó a zajtűrése, 20 dB-es jel-zaj viszonyal együtt is képes meglehetősen pontos iránymeghatározásra. Amikor a MUSIC és a CBF is használható, a MUSIC pontosabb és nagyobb bizonyosságú becslést tud adni.



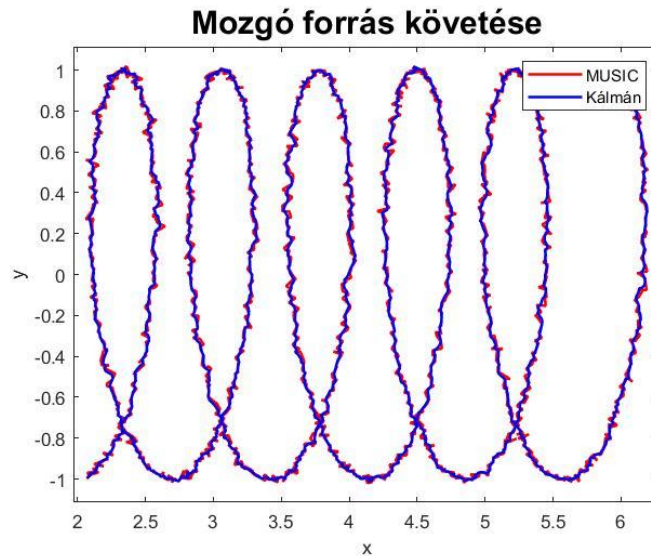
12. ábra: MUSIC nyálábformálás zajmentes (bal) és 20 dB jel-zaj viszonyú (jobb) esetben, 500 Hz (fent) és 2500 Hz (lent) vizsgálati frekvencián.

### 4.3.3 Mozgó hangforrás követése Kálmán-szűrővel

A Kálmán-szűrő működését három dimenzióban az eddigiekhez képest más jellegű szimulációval mutatom meg. A MUSIC algoritmus által alkotott teljes kameraképek nincsenek generálva, csak az azokon talált maximumhelyek, mégpedig úgy, hogy az  $x$  és az  $y$  koordináták egy-egy adott érték körül normális eloszlás segítségével generálódnak (a  $z$  koordináta konstans, ebben a szimulációban 5 egység). Ezzel voltaképpen egy olyan stacionárius hangforrást szimulálunk, amely zajos környezetben helyezkedik el, és ezért a MUSIC algoritmus becslései a várható érték (a forrás valódi pozíciója/iránya) körül ingadoznak. A Kálmán-szűrő paraméterei az 5.1.1 szakaszban részletezett kiindulási paraméterek, a blokkhossz 0,01 s; mérési eredményként a MUSIC maximumhelyeit használja fel.

A 13. ábra mutatja a MUSIC algoritmus maximumhelyei (piros) és a Kálmán-szűrő becslései (kék) által bejárt pályát egy 20 másodperc alatt bejárt szakaszon, mindkét pálya a  $z=5$  síkban helyezkedik el. A forrás által kibocsátott hangjelre zaj rakódik, ezért a mérési eredmények a valódi, spirális jellegű pálya körül ingadoznak. A

MATLAB-ban elvégzett számítások igazolják azt, ami a kép alapján sejthető: az utóbbi kisebb utat jár be. Ebből arra következtethetünk, hogy spirális (vagy más, gyakorlatban előforduló) trajektórián haladó, zajos környezetben lévő hangforrás vizsgálatokor a MUSIC algoritmus becsléseit a Kálmán-szűrő „kisimítja”, stabilizálja, ilyen mérési szituációkban mindenképpen érdemes használni.



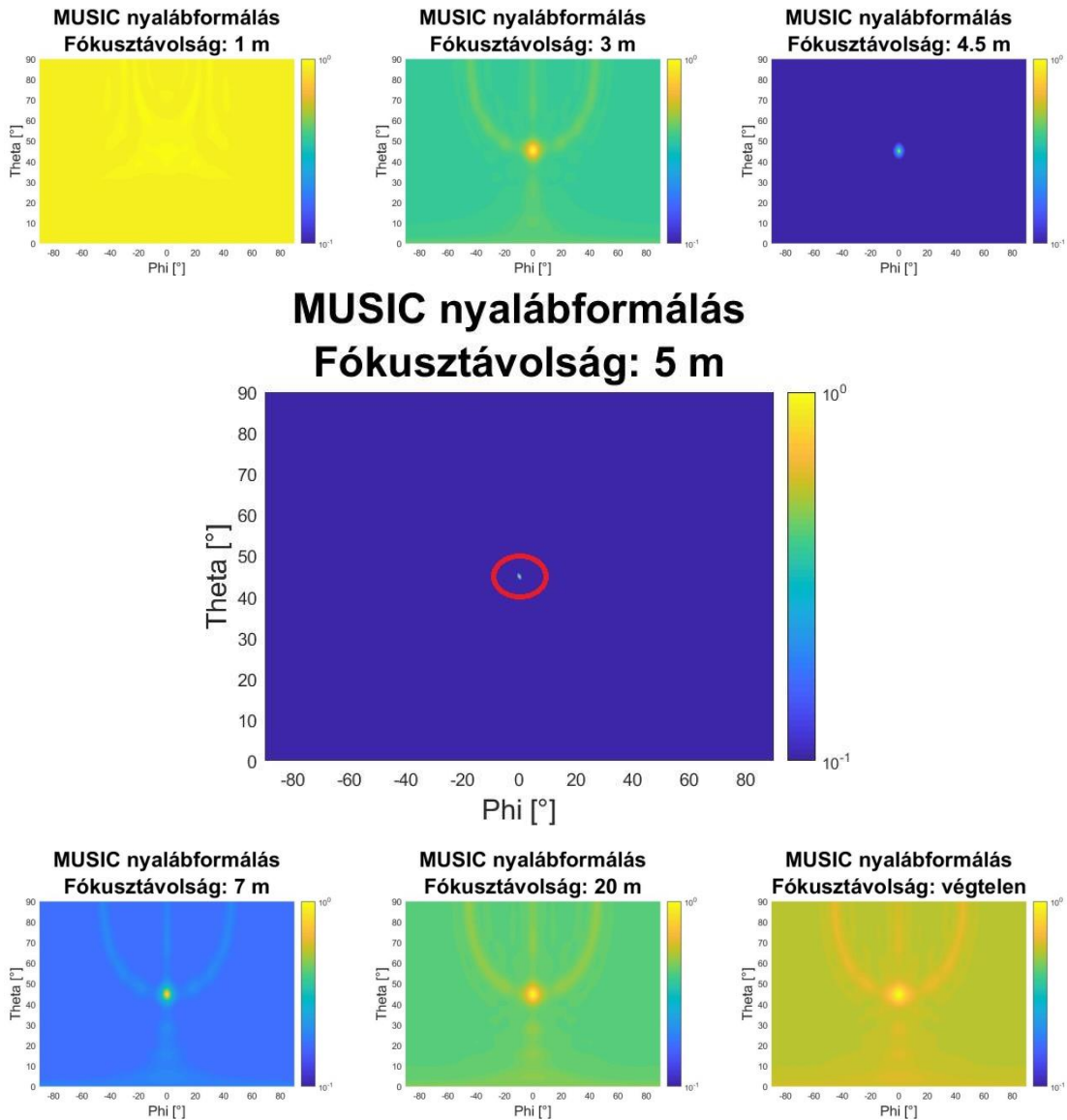
13. ábra: Mozgó hangforrás követése Kálmán-szűrővel, három dimenzióban (piros: MUSIC algoritmus eredménye; kék: a Kálmán-szűrő által becsült irány).

#### 4.4 A fókusz távolság és a forrás távolsága

Az akusztikai fókuszálás során fontos, hogy a fókusz távolságot megfelelően válasszuk meg. A szem, mint optikai képalkotó működése során is kulcsfontosságú ez a paraméter, ugyanis ha egy adott tárgyra fókuszálunk, akkor azt élesen, az attól különböző távolságra lévő tárgyakat pedig homályosabban látjuk. Hasonló jelenség lép fel akusztikai kameraként használt mikronrendszerek használata során is, ha nem pontosan akkora a fókusz távolság, mint a hangforrás távolsága, akkor elmosódottabb kameraképet kapunk.

A 14. ábra kameraképein látható a képalkotás fókusz távolságtól való függése. A mérési elrendezés hasonló az eddigi háromdimenziós szimulációkéhoz, viszont a vászon pontjainak a mikrofontömb közepétől vett távolságai minden ábrára más (rendre 1, 3, 4,5, 5, 7, 20 méter és végtelen), és egy fehérzaj forrás helyezkedik el a tömbtől 5 méterre,  $\varphi=0^\circ$  és  $\theta=45^\circ$  irányban (ezekben a szimulációkban háttérzaj nincs hozzáadva a mikrofonok vett jeleihez). 5 méteres fókusz távolságnál a mikrofonrendszer nagyon nagy

pontossággal meg tudja határozni a hangforrás irányát, azonban ahogy távolodunk a helyes fókusz távolságtól, egyre rosszabb kameraképet kapunk. A nyalábformáló algoritmusok becslésének maximumhelye egyre bizonytalanabb, sokkal nagyobb amplitúdójúak lesznek a kereszt mikrofonelrendezésből adódó melléknyalábok, és a becslés alapszintje is egyre magasabb a maximumhoz képest.



14. ábra: A mikrofontömbtől 5 méterre elhelyezkedő hangforrásról alkotott kameraképek, különböző fókusz távolságokkal.

## 5 Mérések, eredmények

Ebben a fejezetben a hagyományos nyalábformálás és a MUSIC algoritmus közül az előnyösebb MUSIC algoritmus által feldolgozott mérési eredményeket mutatok be. A MUSIC algoritmus a kis számításigény mellett jobb minőségű kameraképet produkál, a hangforrás pozícióját/irányát képes kisebb bizonytalansággal meghatározni. A MUSIC algoritmus eredményei Kálmán-szűrővel további feldolgozásra kerülnek, így újdonságként a két algoritmust mozgó hangforrás lokalizálására és követésére alkalmazom valós mérési eredményeken, szabadtéri környezetben.

### 5.1 Szabadtéri mérések

Munkám során lehetőségem adódott arra, hogy részt vegyek egy olyan mérésben, ahol pilóta nélküli légi járművek (másképpen drónok) röptetése során azok lokalizációja volt a cél, többféle módszerrel (pl. radar, optikai, akusztikai stb.). A mérést a korábban már részletezett 48 csatornás mikrontömbbel végeztük el. A vászon ebben az esetben egy téglalap mentén helyezkedik el, aminek az oldalai 20 és 10 méter hosszúak, és 200-szor 100 (összesen 20000) pontból áll. A vászon és a mikrontömb síkjai párhuzamosak, távolságuk 5 méter, a közepeiket összekötő szakasz merőleges ezekre a síkokra.



15. ábra: A mérések ideje alatt reptetett drónok, balról jobbra: DJI Phantom4, Quad480, Eurotor4, Tarot680, Secopx8 és Flying Ranger.



16. ábra: A mérésekhez felhasznált 48 csatornás mikrofontömb, az állvány tetején elhelyezett webkamerával.

### 5.1.1 A Kálmán-szűrő paraméterfüggő működése

A szimulációs környezetben implementált „Kalman” osztályú objektum létrehozásakor öt bemeneti paramétert kell megadni: az időablak hosszát ( $T_s$ ), az állapotvektor kovarianciamátrixának kezdeti értékét ( $P_0$ ), a rendszerzaj kovarianciamátrixát ( $Q$ ), a kimenetet terhelő zaj kovarianciamátrixát ( $R_0$ ) és a teljes mérés blokkszámát kell megadni. Kiindulási alapként ezek a paraméterek a következő értékeket veszik fel [15]:

$$P_0 = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1000 \end{bmatrix}, \quad (31)$$

$$Q = T_s \begin{bmatrix} 10^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^3 \end{bmatrix}, \quad (32)$$

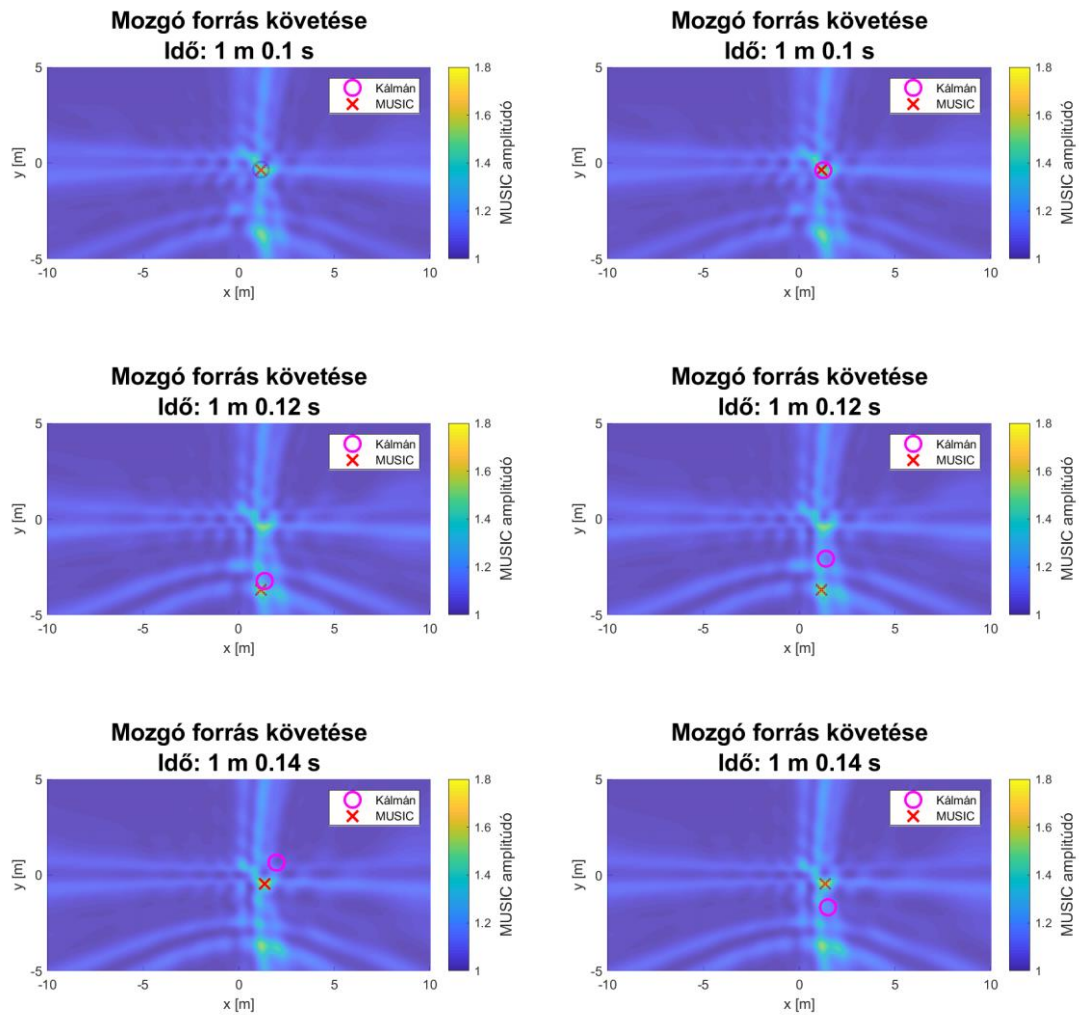
$$R_0 = \frac{1}{T_s} \begin{bmatrix} 10^{-5} & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-5} & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-3} \end{bmatrix}. \quad (33)$$

A  $P_0$  mátrix diagonális, mert feltételezzük, hogy kezdetben a becslések függetlenek egymástól, illetve nagyra választottuk a kezdeti pontatlanság miatt. A  $Q$  mátrixban az első három és az utolsó három főátló menti mezők értékei közötti különbséget az indokolja, hogy a sebességet jóval pontatlanabban tudjuk becsülni, mint a pozíciót. Az időablak hossza megegyezik a MUSIC algoritmus blokkhosszával, és a teljes mérés időtartamának és ennek az időnek a hányadosa a blokkok száma. Az öt paraméter közül az első négyet változtatva befolyásolhatjuk a Kálmán-szűrő viselkedését, ezért MATLAB környezetben, egy adott drónra (ez esetben a Flying Ranger névre hallgat) vonatkozó mérési eredményekre alkalmazva megvizsgáltam az algoritmus paraméterfüggő működését.

A rendszerzaj ( $Q$ ) változtatásával befolyásolhatjuk azt, hogy a Kálmán-szűrő által felállított modellre vagy a MUSIC algoritmustól kapott mérési eredményekre helyezünk-e nagyobb hangsúlyt. A rendszerzaj megnövelésével lényegében azt mondjuk, hogy „nem bízunk annyira” a modellben, ezért a mérésekre „hallgatunk inkább”. Ez esetben a szűrő becslései sokkal szorosabban követik a mérési eredményeket, ami pontatlan modell és jó mérési körülmények esetén előnyös lehet, viszont pontos modell és rossz jel-zaj viszonyú mérések esetében a szűrőnek a 4.3.3 szakaszban tárgyalt stabilizáló hatása kevésbé érvényesül. A rendszerzaj csökkentésével ezzel ellentétes hatást érhetünk el, azaz nagyobb hangsúlyt fektetünk a modellre és kisebbet a mérésekre, mert a kisebb rendszerzaj pontosabb modellt feltételez. Ekkor a szűrő becslései sokkal kevésbé szorosan követik a mérési eredményeket, gyorsan változó mozgásnál „lemarad”, viszont a stabilizáló hatása jobban érvényesül.

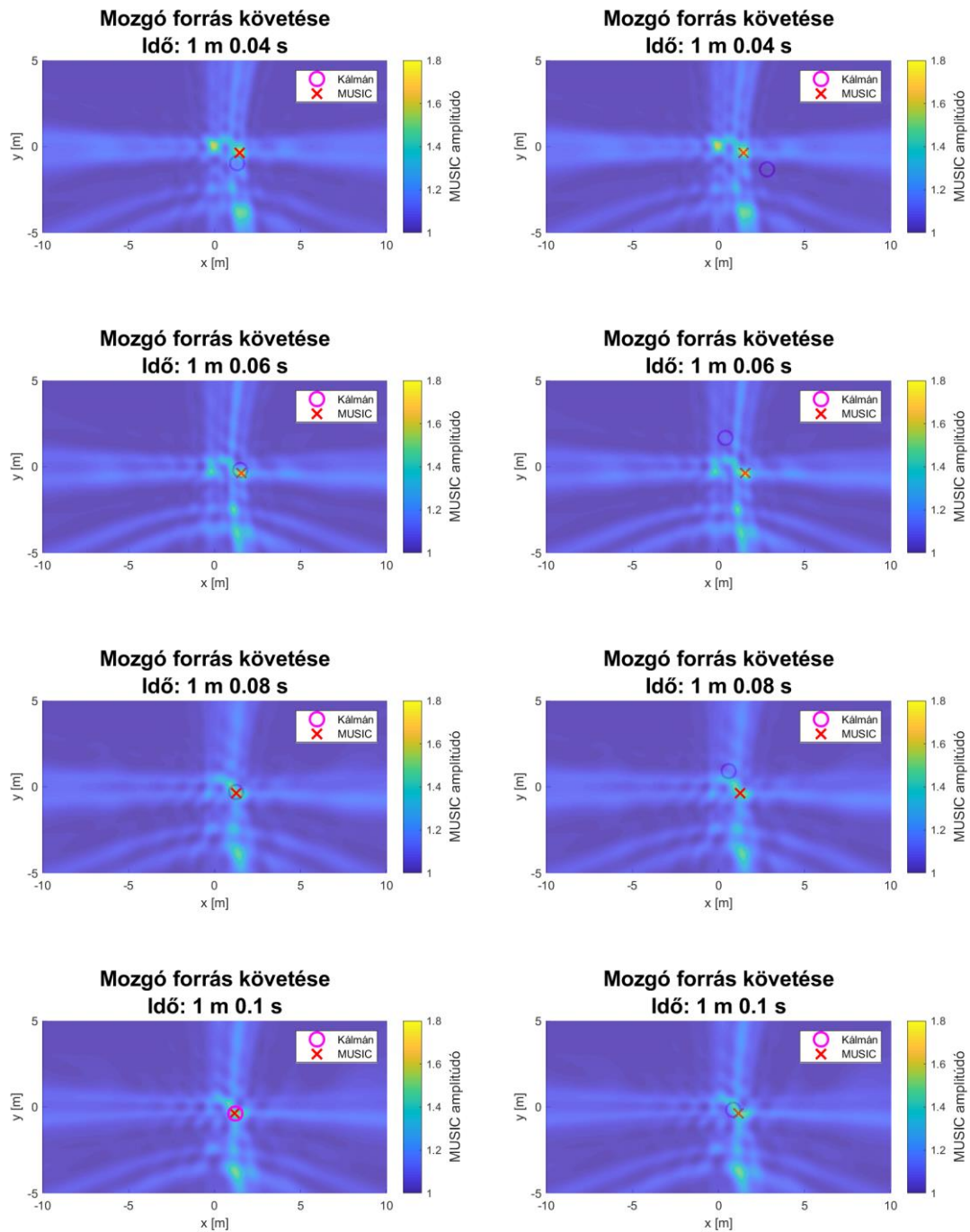
A kimeneti zaj ( $R_0$ ) a mérési eredménybe vetett bizalmunkat reprezentálja, ezért a változtatásával ugyanazt befolyásolhatjuk a Kálmán-szűrő működésében, mint a rendszerzajjal, csak azzal ellentétesen. A kimeneti zaj megnövelésével a modellen lesz nagyobb hangsúly, csökkentésével pedig a mérési eredményeken (17. ábra).





**17. ábra: Mozgó hangforrás követése Kálmán-szűrővel, a mérési eredményekre (bal), majd a modellre (jobb) helyezve a hangsúlyt.**

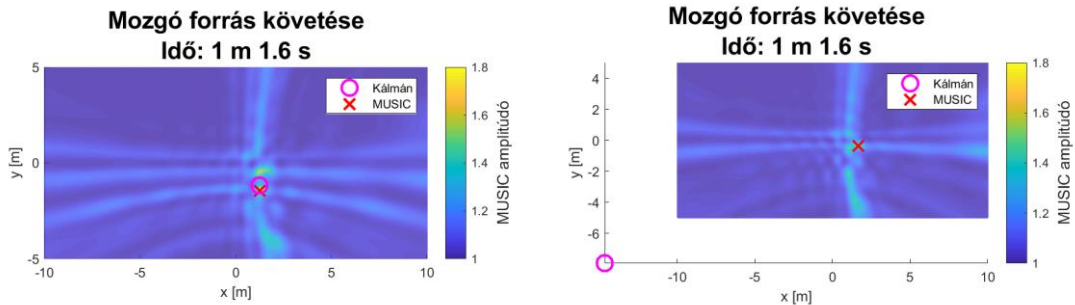
A becslés kovarianciamátrixának kezdeti értéke ( $P_0$ ) lényegében a kezdeti bizonytalanságot adja meg. Ha a mátrixnak nagyobb értéket adunk, akkor ezt a bizonytalanságot nagyobbak feltételezzük. Egy adott szimuláció vagy mérés legelején néhány blokkhossznyi ideig a Kálmán-szűrő nem ad hasznos becslést, időre van szüksége, amíg beáll a MUSIC általi mérési eredményhez közeli értékekre. Ha nagyobb kezdeti bizonytalanságot feltételezünk, akkor több időre van szüksége ahhoz, hogy ez megtörténjen (18. ábra).



18. ábra: Mozgó hangforrás követése Kálmán-szűrővel, normál (bal), majd tízszeres (jobb) kezdeti bizonytalansággal.

A blokkhossz ( $T_s$ ) a rendszerzaj és a kimeneti zaj kovarianciamátrixait is befolyásolja, előbbivel egyenesen, utóbbival fordítottan arányos. Ezért (bizonyos korlátok között) ha az időablakot (egyben a MUSIC algoritmus blokkhosszát) megnöveljük, a rendszerzaj nagyobb, a kimeneti zaj kisebb lesz, ezzel nagyobb lesz a hangsúly a méréseken. Az időablak csökkentésével pedig a modellen lesz nagyobb

hangsúly. Az időablak egy bizonyos ponton túli növelésével (egyelőre ismeretlen okokból) a Kálmán-szűrő becslései teljesen használhatatlanok lesznek, az általa becsült pozíció látszólag szabálytalanul és nagymértékben változik egy-egy időlépésben, és nincs összefüggésben a mérési eredményekkel (19. ábra).

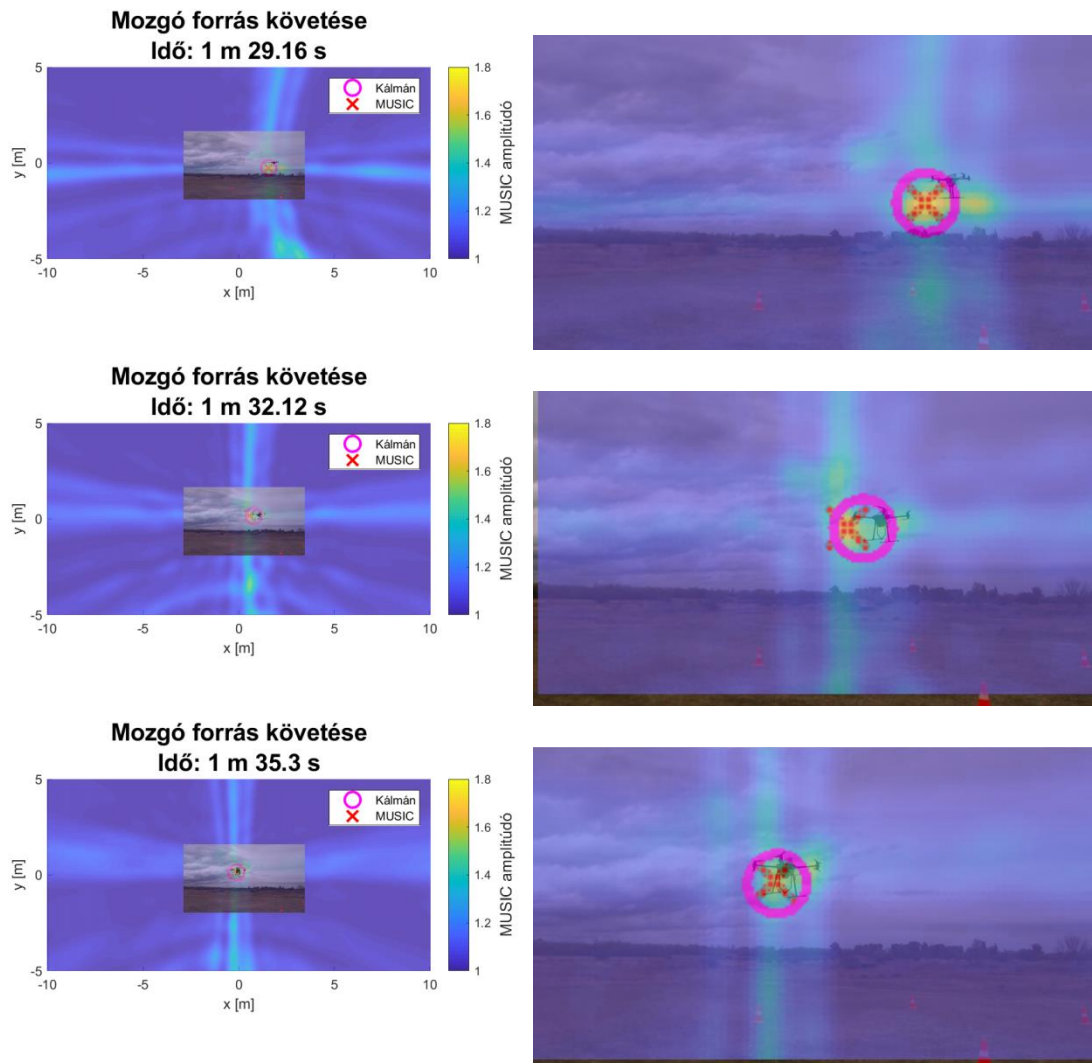


**19. ábra: Mozgó hangforrás követése Kálmán-szűrővel, 0,02 másodperces (bal), majd 0,1 másodperces (jobb) blokkhosszal.**

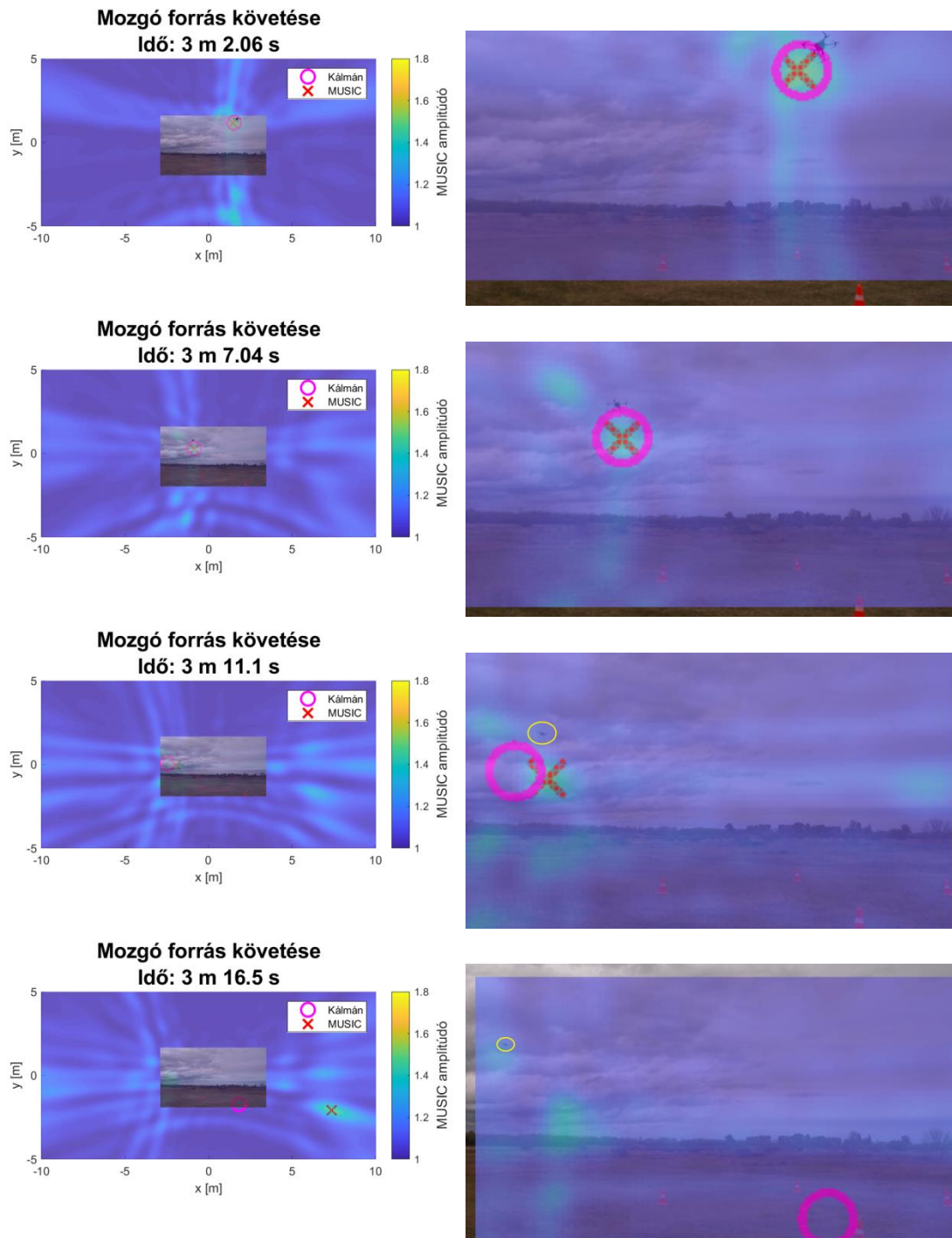
### 5.1.2 Secopx8

Ebben a szakaszban a Secopx8 nevű drónról készített mérésekből ábrázolok néhány rövid szakaszt. A MUSIC algoritmus által létrehozott kameraképen a maximumkeresés és a Kálmán-szűrő becslését is ábrázolom. Mindemellett ábrázolok az adott amplitúdótérképek időpontjának megfelelő pillanatképeket az állvány tetején lévő webkamera által készített videofelvételből is. Habár a kamera látószöge jóval kisebb, mint az akusztikai vászon által felölelt szögtartomány, az optikai és az akusztikai felvételek közötti összefüggés jól látható, a drón mozgása követhető.

A 20. ábra a gép mozgásának egy rövid szakaszát mutatja a vászon által lefedett területen belül. Az algoritmusok jól tudják követni a mozgás irányát, de a távolságbecslés jelenlegi hiányában pontos pozíció- és sebességbecslést még nem lehet végezni. Amikor a drón távolodik a mikrofontömbtől (21. ábra), akkor a mikrofonok által felvett hangjelek egyre gyengébbek, a hangforrás egyre jobban beolvad a háttérzajba, illetve a fókusz távolság is túl kicsi lesz a valódi távolsághoz képest, és az algoritmusok egyre nehezebben tudják követni.



20. ábra: Secopx8 mozgása a vizsált szögtartományon belül.

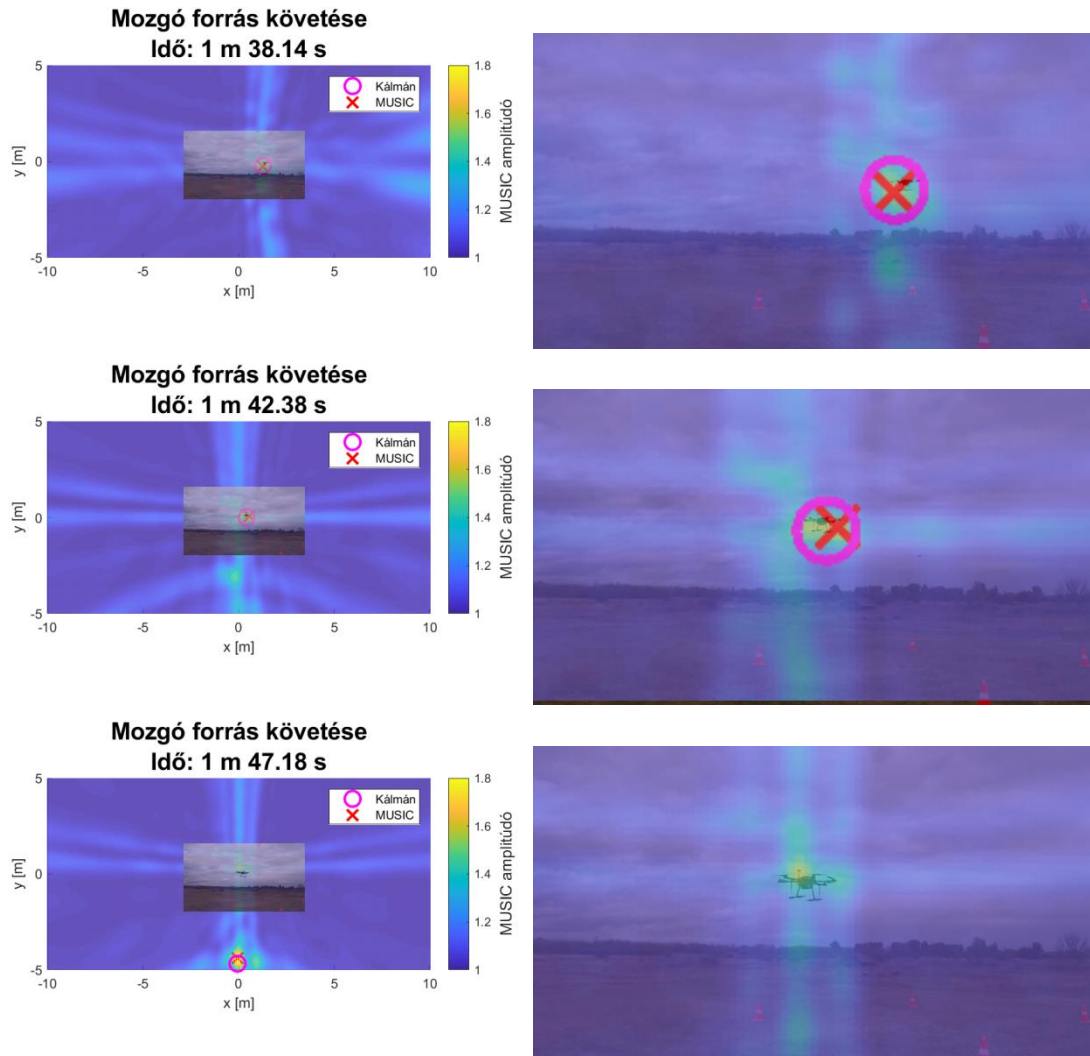


21. ábra: Secopx8 távolodása a mikrofontömbtől.

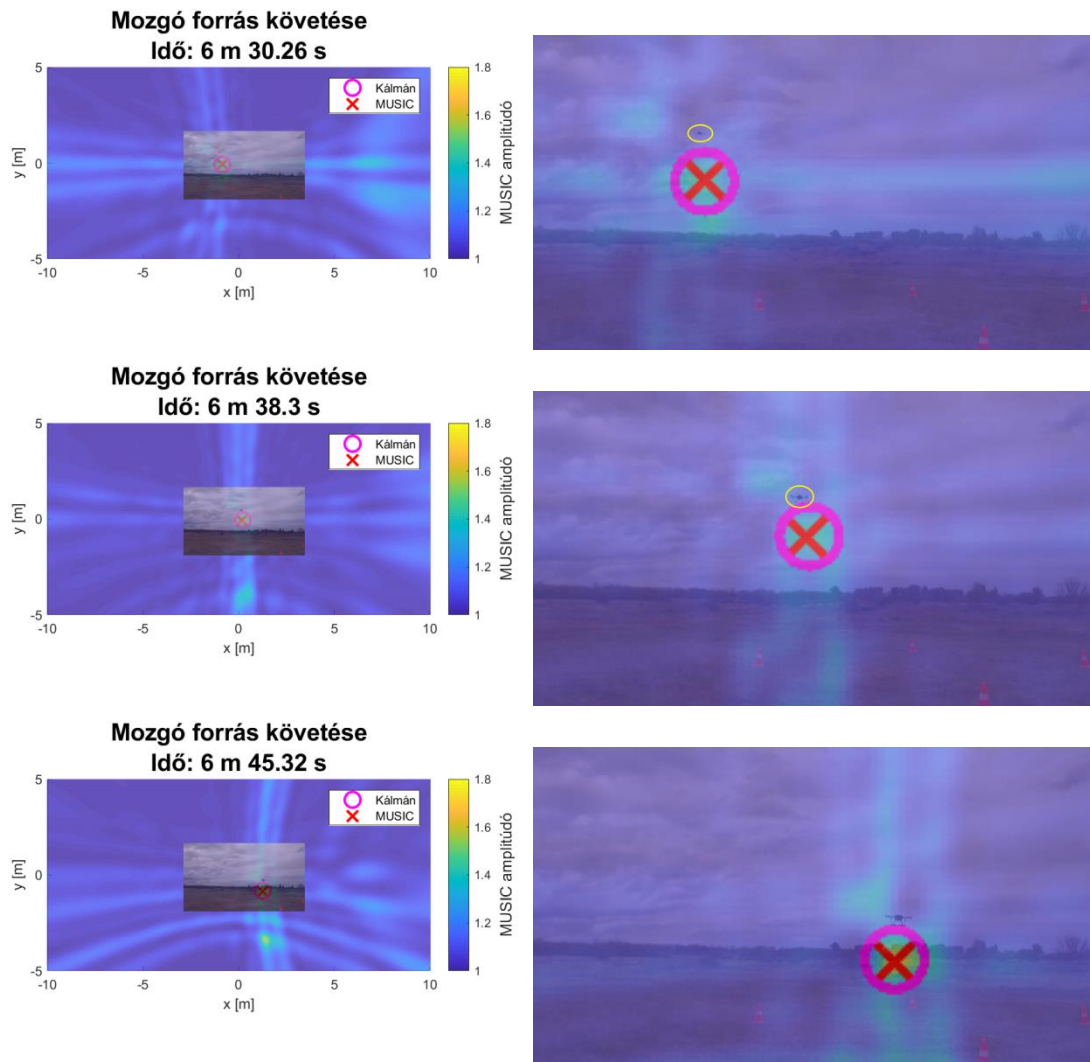
### 5.1.3 Tarot680

Ebben a szakaszban egy másik drónról (Tarot680) készített mérésekről ábrázolok rövid szakaszokat, ugyanabban a formában. A Tarot680 a Secopx8-hoz hasonló módon mozog a vizsgált szögtartományon belül (22. ábra), viszont ezen a szakaszon a vászon alsó szélén megjelenik egy zavaró hatás, például reflexió, ami megnehezíti a helyes iránybecslést. A 23. ábra a gépnek a mérés végén a

leszállópályához való közeledését ábrázolja. Minél közelebb van a mikrofontömbhöz és az akusztikus vászon síkjához, annál jobb minőségű amplitúdótérképet lehet készíteni, és annál pontosabb becslést lehet végezni.



22. ábra: Tarot680 mozgása a vizsgált szögtartományon belül.



23. ábra: Tarot680 közeledése a leszállóterület felé.

## 5.2 Az elért eredmények értékelése

A Kálmán-szűrő a MUSIC nyalábformáló algoritmussal együttműködve képes mozgó hangforrások iránybecslésére. Működése azonban nem hibátlan. Kedvező mérési körülmények között is a jelenlévő háttérzaj miatt felléphetnek kisebb pontatlanságok, a becsült és a valódi irány között kis különbségek. Amikor egy adott irányból különösen erős zavaró hatás érkezik, akkor az algoritmus gyakran helytelenül azt állítja, hogy a vizsgált hangforrás abban az irányban van. Fokozatosan romló jel-zaj viszony esetén (például a hangforrás távolodásakor) egyre nehezebben lehet helyes becslést végezni.

A vizsgált mérési módszernek megvannak a maga korlátai, illetve előnyei és hátrányai más, hasonló módszerekkel szemben; mindegyik más szituációban, más körülmények között kedvezőbb. Radartechnológiával lokalizálni elektromágneses zajjal terhelt környezetben nehezebb, illetve ha olyan tárgyat vizsgálunk, amelynek felületéről

kevésbé vagy egyáltalán nem reflektálódnak vissza elektromágneses hullámok. Infrakamerával nehézségek adódhatnak, ha a lokalizálni kívánt tárgy hőmérséklete közel van az őt körülvevő környezet hőmérsékletéhez, ugyanez elmondható hagyományos optikai kameráról is, ha a tárgy a színének köszönhetően beleolvad a háttérbe. Akusztikai kamerával természetesen csak olyan tárgyakat lehet lokalizálni, amelyek meglehetősen nagy amplitúdójú hanghullámokat bocsátanak ki, de városi környezetben, vagy országút mellett stb. ez is nehézkes lehet a sok zavaró hatás miatt.

### 5.3 Továbbfejlesztési lehetőségek

Jelen munka többféleképpen is kibővíthető, továbbfejleszhető. Érdemes megfigyelni, hogy az algoritmusok miként viselkednek különböző típusú hangforrásokra a fehérzajon kívül (pl. azonos frekvenciájú szinuszjeleket sugárzó források lokalizációjára nem alkalmas a MUSIC, mert azok nem korrelálatlanok). A kör és a spirál mikrofon elrendezések is a gyakorlatban megvalósítható elrendezések, ezért érdemes ezekkel is szimulációkat és méréseket elvégezni.

A MUSIC algoritmus és a Kálmán-szűrő kibővíthető úgy, hogy egyszerre több forrás követésére is alkalmas legyen. Ezzel amellet, hogy egyszerre több drónt vagy egyéb mozgó hangforrást is lehet követni, kiküszöbölhetjük azt a hibát, amikor a vizsgált szögterületen belüli erős zavaró hatásra (pl. zaj vagy reflexió) becsülünk.

A fókusz távolság változtatásával lehetőség van az iránybecslésen túl távolságbecslésre is, ugyanis ugyanazon mérési elrendezéseknél, de különböző fókusz távolságokon jelentősen különböző mérési eredményeket kapunk. Egy adott kezdeti fókusz távolságot használva például meg lehet nézni, hogy a maximumhely körül mekkora szögterületen kívül csökkennek a becsült amplitúdók a maximumhoz képest egy adott határszint alá. Ezen a szűkebb területen belül pedig többféle távolságra fókuszálva, amelyikkel a legélesebb kameraképet kapjuk, arra a távolságra becsülünk. Felmerül azonban a kérdés, hogy ez mennyire növeli meg a számításigényeket, és lehet-e ezek után is valós idejű alkalmazásokban használni az algoritmusokat, Ezért érdemes lehet az ideális fókusz távolság keresését optimalizálni valamilyen módszerrel. Miután az iránnyal és a távolsággal együtt képesek vagyunk pontosabban is pozíciót becsülni, megnyílik a lehetőség a Kálmán-szűrő általi sebességbecslésre is.



## 6 Összefoglalás

Dolgozatomban céloim nyalábformáló algoritmusok, illetve a Kálmán-szűrő bemutatása, illetve azok tesztelése volt szimulációkkal és mérési eredmények feldolgozásával. Az algoritmusokat akusztikai kameraként használt mikrofonok vett jelen alkalmazva a mikrofontömb alkalmassá válik arra, hogy hangforrásokat lokalizáljon és kövessen.

Két főbb nyalábformálási módszert mutattam be, ezek a hagyományos nyalábformálás (CBF), és a MUSIC algoritmus. Ezek közül a CBF az egyszerűbb, ugyanakkor ez az algoritmus eredményezi a legkisebb felbontású kameraképet, és kisfrekvenciás hangforrások helybecslésére nem alkalmas. A MUSIC egy lineáris algebrai módszer, aminek előnye a CBF-fel szemben, hogy jobb a zajtűrése, kisfrekvencián is képes forráslokalizációra, és nagyobb a felbontása, hátránya viszont, hogy csak inkoherens források esetén működik.

A Kálmán-szűrő egy olyan algoritmus, amelyet használhatunk mozgó hangforrások követésére. Az éppen aktuális mérési eredmények mellett (amit a nyalábformáló algoritmusok biztosítanak) felhasználja a vizsgált rendszer korábbi állapotát is, ezzel pedig elérhetjük, hogy zajjal terhelt mérés során pontosabb becslést végezzünk, és predikciót is végezhetünk. A Kálmán-szűrőnek tárgyaltam a hagyományos változatát és egy nemlineáris rendszerekre alkalmazható kiterjesztését is.

Az algoritmusokkal két- és háromdimenziós szimulációkat végeztem, ahol a forrásokat fehérzajnak feltételeztem. Két dimenzióban vonal, három dimenzióban pedig kereszt alakú mikrofonelrendezést használtam. Végül a szakmában újdonságként szabadtéri mérési eredményekkel is teszteltem a nyalábformáló módszereket. A Kálmán-szűrő a kedvezőbb MUSIC algoritmussal együttműködve képes hangforrások lokalizálására és követésére, azonban bizonyos zavaró hatások (pl. rossz jel-zaj viszony, reflexiók) korlátozzák a helyes működését. A felhasznált keretrendszer továbbfejleszhető többféleképpen, például hogy irány- mellett távolság- és sebességbecslésre, vagy hogy egyszerre több hangforrás követésére is alkalmas legyen.

## **Köszönetnyilvánítás**

Szeretném megköszönni konzulensemnek, Dr. Fiala Péternek a segítségét, tanácsait és iránymutatását. Köszönöm Dr. Rucz Péternek is a munkám haladását segítő ötleteit, észrevételeit. Végül megköszönném családomnak támogatásukat, építő kritikáikat és érdeklődésüket.

## Irodalomjegyzék

- [1] J. Benesty, J. Chen, Y. Huang: „Microphone Array Signal Processing”. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg (2008).
- [2] H. E. Camargo, R. A. Burdisso, P. A. Ravetta, A. K. Smith: „A comparison of beamforming processing techniques for low frequency noise source identification in mining equipment”. American Society of Mechanical Engineers, 2009, pp. 1-7.
- [3] Z. D. Zaharis, I. P. Gravas, P. I. Lazaridis, T. V. Yioultsis, C. S. Antonopoulos, T. D. Xenos: „An Effective Modification of Conventional Beamforming Methods Suitable for Realistic Linear Antenna Arrays”. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 68 (7), July 2020, pp. 5269-5279, doi: 10.1109/TAP.2020.2977822.
- [4] M. Mohanna, M. L. Rabeh, E. M. Zieur, S. Hekala: „Optimization of MUSIC algorithm for angle of arrival estimation in wireless communications”. NRIAG Journal of Astronomy and Geophysics, Vol. 2 (1), June 2013, pp. 116-124.
- [5] Q. Zhao, W. Liang: „A Modified MUSIC Algorithm Based on Eigen Space”. In: Jin D., Lin S. (eds) Advances in Computer Science, Intelligent System and Environment. Advances in Intelligent and Soft Computing, Vol 104. Springer, Berlin, Heidelberg, 2011, doi: 10.1007/978-3-642-23777-5\_45.
- [6] S. Li, X. Chen, R. He: „Robust Cyclic MUSIC Algorithm for Finding Directions in Impulsive Noise Environment”. International Journal of Antennas and Propagation, Vol. 2017, Article ID 9038341, 9 pages, 2017, doi: 10.1155/2017/9038341.
- [7] A. Xenaki, P. Gerstoft, K. Mosegaard: „Compressive beamforming”. The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 136 (1), 2014, pp. 260-271.
- [8] M. Coldrey, M. Viberg: „Generalization and analysis of the conventional beamformer for localization of spatially distributed sources”. 2006 14th European Signal Processing Conference, Florence, 2006, pp. 1-5.
- [9] T. C. Yang: „Deconvolved Conventional Beamforming for a Horizontal Line Array”. IEEE Journal of Oceanic Engineering, Vol. 43 (1), Jan. 2018, pp. 160-172, doi: 10.1109/JOE.2017.2680818.
- [10] P. Gupta, S. P. Kar: „MUSIC and improved MUSIC algorithm to estimate direction of arrival”. 2015 International Conference on Communications and Signal Processing (ICCSP), Melmaruvathur, 2015, pp. 0757-0761, doi: 10.1109/ICCSP.2015.7322593.
- [11] L. Yaning, F. Juntao, R. Xinghao, M. Le: „An improved MUSIC algorithm for DOA estimation of non-coherent signals with planar array”. J. Phys.: Conf. Ser. 1060 012026, 2018.

- [12] M. Imran, A. Hussain, N. M. Qazi, M. Sadiq: „A methodology for sound source localization and tracking: Development of 3D microphone array for near-field and far-field applications”. 2016 13th International Bhurban Conference on Applied Sciences and Technology (IBCAST), Islamabad, 2016, pp. 586-591, doi: 10.1109/IBCAST.2016.7429936.
- [13] F. Keyrouz, K. Diepold, S. Keyrouz: „High performance 3D sound localization for surveillance applications”. 2007 IEEE Conference on Advanced Video and Signal Based Surveillance, London, 2007, pp. 563-566, doi: 10.1109/AVSS.2007.4425372.
- [14] J. Novoa, R. Mahu, A. Díaz, J. Wuth, R. Stern, N. B. Yoma: „Weighted delay-and-sum beamforming guided by visual tracking for humanrobot interaction”. 2019, arXiv:1906.07298.
- [15] Tapolczai Péter: „Mozgó zajforrások észlelése és követése akusztikus nyalábfórmálással”, BME Diplomaterv (2018).
- [16] R. Schmidt: „Multiple emitter location and signal parameter estimation”. IEEE Transactions on Antennas and Propagation Vol. 34, 1986, pp. 276–280.
- [17] D. Simon: „Optimal State Estimation – Kalman, H<sub>∞</sub>, and Nonlinear Approaches”, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey (2006).
- [18] Belső Zoltán, Gáti Balázs, Koller István, Rucz Péter, Turóczy Antal: "Design of a nonlinear state estimator for navigation of autonomous aerial vehicles" Repüléstudományi közlemények (Aviation scientific publications) XXVII/3 pp. 255–276 (2015).
- [19] E. A. Wan, R. Van Der Merwe: „The unscented Kalman filter for nonlinear estimation”. Proceedings of the IEEE 2000 Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium (Cat. No.00EX373), Lake Louise, Alberta, Canada, 2000, pp. 153-158, doi: 10.1109/ASSPCC.2000.882463.
- [20] G. Valverde, V. Terzija: „Unscented Kalman filter for power system dynamic state estimation”. IET Generation, Transmission & Distribution, Vol. 5 (1), 2011, pp. 29-37, doi: 10.1049/iet-gtd.2010.0210.
- [21] Fiala Péter, Rucz Péter: „Hangjelek digitális feldolgozása az akusztikai gyakorlatban”. Mérési leírás.