

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Villamosmérnöki és Informatikai Kar Szélessávú Hírközlés és Villamosságtan Tanszék

Csúcstényező csökkentése OFDM rendszerekben vivőallokációs eljárások optimalizálásával

TDK DOLGOZAT

Készítette Botlik Barnabás Benedek F5AMBJ Konzulens dr. Kollár Zsolt Horváth Bálint

2014. október 22.

Kivonat

Az ortogonális frekvenciaosztásos-nyalábolás¹ (OFDM) egy széles körben használt modulációs eljárás nagysebességű digitális kommunikációs rendszerekben. Ez a moduláció széles körben alkalmazott mind vezetékes mind pedig vezeték nélküli alkalmazásokban egyaránt. Jól mutatja ezt a tényt, hogy több szabvány is ezt a sémát alkalmazza a fizikai rétegében (DVB², WLAN³, LTE⁴).

Az átvitel során a modulált jel magas csúcstényezője (PAPR⁵), más szóval a csúcsés átlagteljesítmény aránya egy jelentős hátrány lehet, mely miatt kompromisszumot kell hozni a teljesítményerősítők hatásfoka és az előforduló nemlineáris torzítás gyakorisága között. Amennyiben a jelben időnként előforduló nagy csúcsok a nemlineáris tartományba vezérlik az erősítőt, úgy a torzítási termékek növelik a vételi oldalnál a hibás bitek számát, illetve a szomszédos csatornákba sugárzott teljesítmény mértékét is. A probléma kiküszöbölésére csúcstényező-csökkentő algoritmusokat szoktak alkalmazni. Erre a feladatra több metódust fejlesztettek ki, melyek közül a DVB-T2-es szabványban kettőt rögzítenek. Ezek a vivőallokációt alkalmazó (Tone Reservation - TR), valamint az aktív konstelláció kiterjesztő (Active Constellation Extension - ACE) eljárások. A dolgozatban megvizsgálok két, eddig ismert TR technikát: a kernel alapú és a határolás alapú eljárásokat. Ezen felül ismertetek egy harmadik, teljesen új módszert, az inverz-vágáson alapuló metódust.

A TR módszer esetén lineáris programozás (LP) segítségével meghatározható az elvi maximális PAPR csökkentés mértéke is, azonban ennek számításigényes volta miatt a gyakorlatban a fentebb említett, heurisztikusabb eljárások terjedtek el.

Az eljárások többféle szempont alapján kerültek összehasonlításra. Megvizsgáltam a módszerek PAPR csökkentésének hatékonyságát, illetve az eljárások teljesítőképességét az iterációk számának függvényében összehasonlítva az LP segítségével kapott eredményekkel. Ezen felül a módszereket összehasonlítottuk a konvergencia szempontjából is. A vizsgálatok során fontos szerepet játszott a vágási faktor (Clipping

¹Orthogonal Frequency Division Multiplexing

²Digital Video Broadcasting

³Wireless Local Area Network

⁴Long Term Evolution

⁵Peak-to-Average Power Ratio

Ratio - CR) optimális értékének meghatározása is, hiszen ez a paraméter mindhárom metódus során előfordul, és értékétől nem közömbös a PAPR csökkenés mértéke sem. Bemutatok egy újszerű adaptív vágási trajektórián alapuló vizsgálatot is, melyben minden iterációra külön-külön meghatározott CR alkalmazásával PAPR csökkenés szempontjából kedvezőbb eredmény érhető el, mint konstans vágási arány használatával.

A szimulációs modell MATLAB környezetben került kialakításra, így a vizsgálatok lefuttatására egy moduláris, könnyen bővíthető keretrendszert tudtam kialakítani, amelybe az új metódusokat és eljárásokat könnyen be lehetett illeszteni. A vizsgálatok során a három módszer előnyeinek és hátrányainak összevetése után meghatározásra került az optimális CR érték is, valamint az így elérhető PAPR csökkenés mértéke is.

A dolgozat végén ismertetésre került a szimulált eredmények alátámasztására kialakított mérési környezet is, melyben egy szoftverrádió segítségével validáltam a szimuláció során kapott eredményeket.

Abstract

Orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) is a commonly used modulation scheme for high speed digital communication. This modulation scheme is applied in many high rate wired and wireless communication systems such as Digital Video Broadcasting (DVB), Digital Audio Broadcasting (DAB), Wireless Local Area Network (WLAN) and in Asymmetric digital Subscriber Line (ADSL) as well.

The high peak-to-average power ratio (PAPR) of the modulated signal is a major drawback, which may negatively affect the overall system performance if amplifiers with limited linear range are applied. The distortion caused by these high peaks, which bring the amplifiers to its nonlinear range, may increase the bit error rate at the reciever side and the amount of the transmitted power to other channels.

To eliminate this problem, one can apply PAPR reduction algorithms. Multiple methods were developed for this task, but only two of them are part of the DVB-T2 standard. These are the tone reservation (TR) and the active constellation extension (ACE) techniques. In this paper I investigate two well-known TR realisation, namely the gradient based and the kernel based method, and a novel, third variant, the enlipping based tone reservation is also introduced. The maximal amount of PAPR reduction can be determined with the aid of linear programming, but due to its complexity in practical life rather the above mentioned, more heuristic methods were adopted.

These methods were compared through various aspects. I investigated the efficiency as well as the degree of PAPR reduction in correspondence of the number of iterations of these techniques, compared with the results of the LP simulation. The convergence of these TR realisations were also investigated. Finding the optimal value of the clipping ratio (CR) was also a significant task during the simulation, because this parameter occurs in all three methods, moreover the amount of PAPR reduction is highly dependent from its value. I introduced a new method based on an adaptive clipping trajectory as well, where defining the CR for each iteration results in better PAPR values, than using a constant clipping factor.

The performance of the three previously described techniques were compared through simulations in MATLAB, where due to the modularity of the system I created, the new techniques could be evaluated. After the comparison of the three techniques, I proposed implementation parameters, which helps to achieve the best PAPR reduction performance. Finally, I also introduce a measurement environment, where the results of the simulations using a software defined radio (SDR) were evaluated in real life scenario as well.

Tartalomjegyzék

Bevezető 8								
1.	Elméleti áttekintés 10							
	1.1.	Az OFDM moduláció	10					
	1.2.	Felső becslés túlmintavételezéssel	13					
2.	PAPR csökkentő eljárások							
	2.1.	Amplitúdó vágás (Amplitude Clipping)	14					
	2.2. Aktív konstelláció kiterjesztés (ACE)							
	2.3.	Partial Transmit Sequence (PTS)	17					
	2.4.	Selected Mapping (SLM)	18					
	2.5.	Vivőallokáció (TR)	18					
	2.6.	Az eljárások összehasonlítása	19					
3. Vivőallokáció (TR)								
	3.1.	A vágás alapú TR (TR-C) eljárás	20					
	3.2.	A kernel alapú TR (TR-K) eljárás	21					
	3.3.	Az inverz vágás alapú (TR-E) eljárás	24					
	Az adaptív TR eljárás	25						
	3.5.	Az elméleti határ megtalálása	25					
4.	Szimulációs eredmények 28							
	4.1.	A szimulációs környezet leírása	28					
	4.2.	A vágási arány	29					
		4.2.1. Konstans vágási arány	29					
		4.2.2. Adaptív vágási arány	32					
	4.3.	Bithibaarány	34					
5. Mérési eredmények		rési eredmények	36					
	5.1.	A mérési elrendezés	36					
	5.2.	A szimuláció és a mérés összehasonlítása	36					

Összefoglalás	39			
Köszönetnyilvánítás				
Irodalomjegyzék	43			
Függelék	44			
F.1. PAPR értékek változása a vágási arány függvényében	44			
F.2. PAPR értékek adaptív vágási aránnyal	46			

HALLGATÓI NYILATKOZAT

Alulírott *Botlik Barnabás Benedek*, szigorló hallgató kijelentem, hogy ezt a TDK dolgozatot meg nem engedett segítség nélkül, saját magam készítettem, csak a megadott forrásokat (szakirodalom, eszközök stb.) használtam fel. Minden olyan részt, melyet szó szerint, vagy azonos értelemben, de átfogalmazva más forrásból átvettem, egyértelműen, a forrás megadásával megjelöltem.

Hozzájárulok, hogy a jelen munkám alapadatait (szerző(k), cím, angol és magyar nyelvű tartalmi kivonat, készítés éve, konzulens(ek) neve) a BME VIK nyilvánosan hozzáférhető elektronikus formában, a munka teljes szövegét pedig az egyetem belső hálózatán keresztül (vagy autentikált felhasználók számára) közzétegye. Kijelentem, hogy a benyújtott munka és annak elektronikus verziója megegyezik. Dékáni engedéllyel titkosított diplomatervek esetén a dolgozat szövege csak 3 év eltelte után válik hozzáférhetővé.

Budapest, 2014. október 22.

Botlik Barnabás Benedek hallgató

Bevezető

Az ortogonális frekvenciaosztásos-nyalábolást (OFDM) spektrális hatékonysága miatt előszeretettel használják többutas átviteli rendszerekben. Ez a modulációs technika egyre nagyobb népszerűségre tesz szert mind vezetékes, mind pedig vezetéknélküli kommunikációs rendszerekben, többek között a DVB, DAB, WLAN és ADSL szabványa is ezt használja. A felhasználható frekvenciatartomány több frekvenciasávba osztódik, melyek Gyors Fourier-transzformáció (FFT⁶) segítségével hatékonyan szétválaszthatóak. Minden egyes vivőfrekvencia külön modulálható pl. Kvadratúra Amplitúdó Moduláció (QAM⁷) segítségével. Az OFDM-et használó rendszerek egyik hátránya a csúcs- és átlagteljesítmény arányának (PAPR) magas értéke, mely negatívan befolyásolja a rendszerben jelenlévő nem lineáris elemeket, többek között az adó oldali erősítőket is.

A szakirodalomban többféle eljárás található a modulált jel magas dinamikájának csökkentésére. A legtöbb módszer elméleti alapjainak, így az amplitúd óvágás és szűrés, a kódolás, a PTS⁸ és az SLM⁹ metódus, az aktív konstelláció kiterjesztés (ACE), valamint a vivőallokáció (TR) ismertetését [5] foglalja össze. Az említett technikáknak - csúcstényező csökkentő tulajdonsága mellett - hátrányaik is vannak, mely néhol az átlagteljesítmény növekedésében, egyéb esetben átviteli sebesség csökkenésben vagy éppen szomszédos csatornás szivárgásban (ACLR¹⁰) jelentkezik. Jelenleg kizárólag az ACE és a TR azok a módszerek, melyek rögzítésre kerültek a második generációs digitális földfelszíni műsorszórás (DVB-T2) szabványában [2, 4]. Munkám során a TR eljárás alaposabb vizsgálatát tűztem ki célul.

A TR metódus alapötlete, hogy bizonyos, előzőleg meghatározott vivők - úgynevezett foglalt vivők (RT¹¹) - az átvitel során hasznos információt nem hordoznak, ehelyett szerepet játszanak az OFDM szimbólumok PAPR értékének csökkentésében. Ezen eljárás legfőbb előnye, hogy a vevő oldalon egyedül az RT pozíciókat kell ismernünk, egyébiránt a fogadó berendezés változatlanul hagyható, valamint a

 $^{^6{\}rm Fast}$ Fourier transform

⁷Quadrature Amplitude Modulation

⁸Partial Transmit Sequence

⁹Selected Mapping

¹⁰Adjacent Channel Leakage Ratio

 $^{^{11}}$ Reserved Tone

technika alkalmazása bithiba arány növekedésben sem jelentkezik. A metódus teljesítőképessége erősen függ az előbb említett foglalt vivők számának mennyiségétől. Az RT számának növelésével nagyobb javulás érhető el, habár ez átviteli sebesség csökkenésében is jelentkezik. Ezen pozíciók optimális modulációs értékének megtalálása nem magától értődő feladat, a szakirodalomban több szuboptimális eljárás is található [4]-[12]. Munkám során ezek vizsgálatára is sor került.

[11]-ben kettő TR implementációt is találunk, ezek a vágás alapú (TR-C) [11, 7] és kernel alapú (TR-K) metódusok [2]. Dolgozatomban egy új technikát is bemutatok: az inverz vágás alapú TR-t (TR-E). A TR-K módszer a DVB-T2-es szabvány részét képezi, és habár az eljárás főbb lépései ismertetésre kerülnek, mégis több paraméter található az algoritmusban, melynek optimális értékére nem található utalás, így ezek megkeresése még mindig nyitott kérdésnek tekinthető. Mindhárom eljárás lényegi paramétere a vágási arány, így fontos megvizsgálni azt is, hogy ennek értékétől miként függ az említett technikák hatékonysága.

Dolgozatom felépítése a következő. Az első fejezetben ismertetem az OFDM átvitel modelljét, fontosabb statisztikai paramétereit, valamint megvizsgálom a PAPR értékének túlmintavételezéssel (OV^{12}) adódó felső becslését. A második fejezetben a legfontosabb csúcstényező csökkentő technikákkal, valamint ezek összehasonlításával foglalkozom. A harmadik részben részletesebben ismertetem a különböző TR eljárásokat, valamint kitérek a csúcstényező optimális megoldással megkapható elméleti, alsó határának kérdésére is. A negyedik fejezetben a szimulátort, a hozzá kapcsolódó eredményeket, valamint az ehhez tartozó, alternatív eljárásokat és ezek összehasonlítását mutatom be. Ezt követően, a ötödik fejezetben ismertetem a mérési elrendezést, mellyel az elméleti és szimulált eredmények validációját végeztem el. Dolgozatomat összefoglalással és kitekintéssel zárom.

¹²Oversampling

1. fejezet

Elméleti áttekintés

1.1. Az OFDM moduláció

Az átvitel során a moduláció, illetve demoduláció egyszerűen megvalósítható *N*-pontos FFT/IFFT-vel, ahol az OFDM szimbólum komplex harmonikusok összegeként, a következőképpen fejezhető ki:

$$x_n = \frac{1}{\sqrt{LN}} \sum_{k=0}^{LN-1} X_k e^{j2\pi \frac{kn}{LN}}, \quad 0 \le n < LN,$$
(1.1)

ahol az alvivők indexét k-val, a diszkrét időindexet n-el, a túlmintavételezési arányt L-el, a k-adik alvivő komplex, modulációs értékét pedig X_k -val jelöltem.

Egy komplex szám x_n felírható egy valós a_n és egy képzetes b_n összegeként, illetve egy r_n amplitúdójú és φ_n fázisú jelként:

$$x_n = a_n + jb_n = r_n e^{j\varphi_n}, \quad 0 \le n < N, \tag{1.2}$$

ahol j a képzetes (imaginárius) egység, és definíció szerinti értéke $j = \sqrt{-1}$. Az amplitúdó és a fázis a kövekezőképpen számítható ki:

$$r_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad \varphi_n = \arctan\frac{b_n}{a_n}.$$
 (1.3)

A központ határeloszlás tétel (CLT¹) alapján azt mondhatjuk, hogy nagy N esetén a_n és b_n értékeinek eloszlását gaussinak vehetjük, míg az r_n amplitudók Rayleigheloszlásúak, a minták négyzetei pedig Khí-négyzet eloszlást követnek. Tegyük fel, hogy a_n és b_n értékek statisztikailag függetlenek. Ekkor a valószínűsége annak, hogy az amplitúdó meghalad egy bizonyos ε küszöbértéket, kifejezhető a következő elosz-

 $^{^{1}}$ Central Limit Theorem

lásfüggvénnyel:

$$P(r > \varepsilon) = \int_{\varepsilon}^{\infty} \frac{2r}{\sigma^2} e^{\frac{-r^2}{\sigma^2}} dr, \qquad (1.4)$$

$$P(z > \frac{\varepsilon^2}{\sigma^2}) = \int_{\frac{\varepsilon^2}{\sigma^2}}^{\infty} \frac{2r}{\sigma^2} e^{-z} dz = e^{\frac{-r^2}{\sigma^2}} = e^{-z}, \qquad (1.5)$$

ahol σ az átlagteljesítmény, z pedig a Peak-to-Avarage-Power-Ratio (PAPR), vagyis a csúcs és az átlagteljesítmény aránya az amplitúdó, vagyis r függvényében:

$$z = \text{PAPR}(r) = \frac{r^2}{\sigma^2}.$$
(1.6)

Egy adott OFDM szimbólumra a PAPR értéket kiszámolva a következő erdeményre jutunk:

$$PAPR = \frac{\max\{r_n^2\}}{E\{r_n^2\}} = \frac{\max|x_n^2|}{E\{|x_n^2|\}}, \quad 0 \le n < N,$$
(1.7)

Annak a valószínűsége tehát, hogy egy r_n amplitúdójú minta PAPR-je meghalad egy előre meghatározott PAPR₀ értéket, a következőképpen fejezhető ki:

$$P(\text{egy minta PAPR \'ertéke az } r_{1,\dots,N}\text{-ből} > PAPR_0) = e^{PAPR_0}$$
(1.8)

Az együttes valószínűség pedig, miszerint egy N mintából álló OFDM szimbólum PAPR értéke meghaladja $PAPR_0$ küszöbértéket, az alábbi kifejezéssel írható le:

$$P(PAPR(r_{1,...,N}) > PAPR_0) = 1 - (1 - e^{PAPR_0})^N$$
(1.9)

A többvivős adatátvitel egyik legnagyobb hátulütője a vivő jel magas PAPR-je, vagyis csúcs és átlagérték aránya. A minták N számának növelésével annak a valószínűsége is nő, hogy a PAPR meghaladja a PAPR₀ értékét. A magas PAPR érték kedvezőtlenül befolyásolja az adatátvitelt, hiszen ilyenkor az átvitelre szánt jelben, habár kis valószínűséggel, de több magas csúcs is megjelenik, aminek hatására az OFDM rendszer RF adójának erősítője a nemlineáris tartományában kezd működni, ez pedig rontja az adatátvitel minőségét, torzítást okoz. Célunk tehát az átvitel során minél kisebb PAPR érték elérése.

Az OFDM szimbólumokat rendszerint egy úgynevezett ciklikus előtaggal (CP^2)

²cyclic prefix

látják el, melynek feladata egyrészt, hogy elválassza egymástól az egymást követő szimbólumokat, ezáltal pedig meggátolja a szimbólumok közötti áthallást (ISI³), másrészt, hogy kompenzálja a vevő oldali időzítés során fellépő hibákat. A ciklikus előtagot általában az időtartománybeli jelhez adják hozzá, előállítása során az OFDM szimbólum utolsó P mintáját a szimbólum elejére másolják, eltávolítása pedig a vevő oldalon történik. A CP hozzáadása és elvétele a csúcstényező értékében semmiféle változást nem okoz. A ciklikus előtagot az 1.1. ábrán láthatjuk.



1.1. ábra. A ciklikus előtag

Az átvitelre szánt bitek leképzése az úgynevezett leképző egység feladata. Ez az egység felelős az adatfolyam komplex számokkal való megfeleltetéséért. A biteket leképzés után gyakran ábrázolják az úgynevezett konstellációs diagramon, ami tulajdonképpen a komplex minták valós-képzetes koordinátarendszerben való ábrázolását jelenti.

Az átvitel jellemzésére szolgál a bithibaarány, másnéven BER⁴ diagram is, amely a hibásan átvitt bitek és az összes átvitt bit arányát mutatja a jel-zaj viszony függvényében.

A PAPR vizuális ábrázolásához gyakran használt eszköz az inverz eloszlásfüggvény, ismertebb nevén CCDF⁵ használata. Ez a függvény hozzárendeli minden egyes valós x számhoz annak a valószínűségét, hogy az adott valószínűségi változó ennél nagyobb értéket vesz fel. Ezt a következőképpen írhatjuk fel:

$$\bar{F}(x) = P(X > x) = 1 - F(x)$$
 (1.10)

Esetünkben az x tengelyen ábrázolt értékeket PAPR₀-nak fogjuk nevezni, míg a valószínűségi változó maga a PAPR érték lesz. Így a CCDF görbénk a következő összefüggéssel definiált függvény lesz:

$$P(PAPR > PAPR_0) = 1 - F(PAPR_0)$$
(1.11)

³Inter Symbol Interference

⁴Bit-Error-Rate

⁵Complementary Cumulative Distribution Function

1.2. Felső becslés túlmintavételezéssel

A gyakorlatban gyakran használnak túlmintavételezést (OV^6) annak érdekében, hogy az adott, mintavételezett jel minél közelebb álljon a valóságbeli, folytonos jelhez. Ehhez egy úgynevezett túlmintavételezési arányt kell definiálunk. Lényeges megvizsálni, hogy OV alkalmazásakor miként változik meg a jel CCDF görbéje. Mivel a minták száma nő, így várható, hogy annak valószínűsége is emelkedik, hogy a jel meghalad egy bizonyos PAPR értéket, tehát a CCDF görbe az eredeti ábrázoláshoz képest jobbra tolódik el, a jel PAPR értéke nő.

Érdekes kérdés, hogy ennek az eltolódásnak van-e felső határa, vagyis, hogy a csúcstényező értéke meddig tud nőni. Erre [14]-ben találhatunk egy tételt, mely szerint minden L túlmintavételezési arányra, ahol $L > \frac{\pi}{\sqrt{2}}$, és LN egész szám, illetve amennyiben N eléggé nagy szám, a PAPR értékének valószínűségére a következő felső határt adhatjuk:

$$P(PAPR > PAPR_0) < LNe^{-\lambda(1 - \frac{\pi^2}{2L^2})}, \qquad (1.12)$$

ahol N az alvivők számát jelenti. Az alábbi 1.2. ábrán ezt a felső határt láthatjuk.



1.2. ábra. A [14] szerinti felső becslés, N=1024, L=4

⁶oversampling

2. fejezet

PAPR csökkentő eljárások

A PAPR értékének csökkentésére többféle módszert ismert a szakirodalomban, amik mind előnyökkel, mind hátrányokkal egyaránt rendelkeznek. Fontos tehát azt is megnézni, hogy milyen változásokat eredményeznek az adott metódusok. Ezen vizsgálatok közé tartozik, hogy az adott módszer okoz-e torzítást, adatsebességbeli csökkenést, bithibaarány növekedést vagy teljesítmény növekedést az átvitelben, illetve, hogy használatuk során szükséges-e mellékinformációk átvitele. A következőkben bemutatom a különböző eljárások működési elvét.

2.1. Amplitúdó vágás (Amplitude Clipping)

A legegyszerűbb, és talán a legdrasztikusabb megoldás az amplitúdó vágás¹. Az eljárás leírását megtaláljuk [1]-ben. Ez a metódus úgy szabályozza a jel amplitúdójának értékét, hogy ha az nagyobb, mint egy előre meghatározott A_{max} amplitúdó, abban az esetben korlátozza azt egy adott szintre, miközben a fázisban változást nem okoz. Amennyiben a jel abszolútértékének nagysága ezt a limitet nem haladja meg, úgy azt változtatás nélkül átengedi. A módszert leíró egyenlet a következő:

$$y_n = \begin{cases} x_n & |x_n| \le A_{\max} \\ A_{\max} e^{j\varphi(x_n)} & |x_n| > A_{\max} \end{cases}$$
(2.1)

Számos PAPR csökkentő algoritmus fontos paramétere az úgynevezett vágási arány (CR^2), melyet a következőképpen definiálhatunk:

$$CR_{dB} = 20\log_{10}\frac{A_{max}}{\sigma_x},$$
(2.2)

 1 Amplitude Clipping

²Clipping Ratio

ahonnan

$$\gamma = \frac{A_{\max}}{\sigma_x}.$$
(2.3)

Itt σ_x az átvivendő jel vágás előtti átlagtelejesítményének gyökét, míg A_{max} a vágási amplitúdó szintjét jelöli. A CR megadása általában dB³-ben történik, melyből a tényleges vágási amplitúdó - az egyenletek átrendezése után - a következőképp számolható:

$$A_{\max} = 10^{\frac{CR}{20}} \sigma_x \tag{2.4}$$

Az átvitelre kerülő jelben a vágás - amennyiben az az analóg jellé alakítás és erősítés után történik meg - torzítást okoz, melyet vehetünk egyfajta zajnak is, és amelynek hatása mind sávon belül⁴, mind sávon kívül⁵ jelentkezik. Ez a Bussgang-tételből következik, amely kimondja, hogy az amplitúdó vágás gaussi bemenetekre a következő matematikai modell segítségével írható le:

$$y_n = \alpha x_n + d_n, \tag{2.5}$$

ahol x_n az eredeti jelet, y_n a vágott jelet, α a vágás okozta csillapítást, d_n pedig x_n -el korrelálatlan vágási zajt jelenti, melyet Bussgang-zajnak is hívnak [13]. Míg a sávon belüli torzítás nem csökkenthető szűréssel, és így additív zajként jelenik meg az átvitelben, addig a sávon kívüli sugárzás szomszédos csatornás szivárgásként jelentkezik. Ezt figyelhetjük meg a 2.1. ábrán.

Ez a hatás redukálható szűréssel, azonban ez a csúcsok visszanövését eredményezheti, minek hatására a jel néhol túllépheti az A_{max} küszöbértéket. Ahhoz, hogy ezt a hatást csökkentsük, egy iteratívan megismételt vágás-szűrés végrehajtására van szükség. Általában ezt többször szükséges végrehajtani, mire elérjük a kívánt amplitúdószintet. Több metódus is ismert ezeknek a hatásoknak a csökkentésére, például iteratív becsléssel kiküszöbölhető a vágás okozta zaj. Itt azt a tényt használjuk ki, hogy a vágási zaj egy általunk ismert folyamat eredménye, tehát reprodukálható a vevő oldalon, ezután pedig könnyen eltávolítható.

2.2. Aktív konstelláció kiterjesztés (ACE)

Az ACE (Active Constellation Extension) metódus során néhányat a külső konstellációs pontok közül dinamikusan kiterjesztünk, úgy hogy az adatblokk PAPR

 $^{^{3}}$ decibel

⁴in-band

 $^{^{5}}$ out-of-band



2.1. ábra. Sávon kívüli sugárzás vágott OFDM jelben különböző CR-ekre

értéke csökkenjen. A metódus lehetséges realizációira [2, 10] mutat példát. Az eljárás alapelképzelése a legkönnyebben a 4-QAM modulációval szemléltethető. Minden alvivő négy lehetséges konstellációs pont egyikét tartalmazhatja, amelyek a komplex számsík 1-1 negyedében foglalnak helyet, és a valós és képzetes tengelyektől egyenlő távolságra helyezkednek el. A metódus során minden egyes konstellációs pont pontosan 4 irányba terjeszthető ki. Ezek közül csak egyet engedünk meg, hiszen a többi 3 irány növelné a hibás bit átvitelének valószínűségét. A módszer szemléletes ábrázolását mutatja a 2.2. ábra.

Ha ezt megfelelően állítjuk be, akkor ezen járulékos jelek kombinációja felhasználható arra, hogy semlegesítsünk több, időtartománybeli csúcsot az átvitelre szánt jelben. Az ACE ötlete más modulációs ABC-re is alkalmazható, úgy mint az M-QAM vagy az M-PSK moduláció, mert ezeknél a külső tartományban fekvő konstellációs pontoknak van elég helyük, hogy kiterjesszük őket anélkül, hogy ez az átviteli hiba valószínűségét növelné. Ez a módszer egyidejűleg csökkenti a csúcsok nagyságát, mialatt a BER értékét kis mértékben javítja [3]. A módszer alkalmazása sem átviteli sebesség csökkenésben, sem pedig járulékos mellékinformációban nem jelentkezik. Ugyanakkor a módosítások megnövelik az adatblokk átviteli jelteljesítményét,



2.2. ábra. Konstellációs diagram ACE eljárással 4-QAM esetén , N=1024

arról nem is beszélve, hogy az eljárás alkalmazása nagyobb konstellációs méretű modulációkra erősen korlátozott. Lehetséges azonban az ACE és a később ismertetett vivőallokációs (TR) eljárás kombinálása, amivel a TR konvergenciája jelentősen gyorsítható.

2.3. Partial Transmit Sequence (PTS)

A PTS eljárás lényege, hogy egy N szimbólumból álló bemeneti adatblokkot felosztunk független alblokkokra. Az alvivőket minden egyes alblokkban súlyozzuk egy meghatározott fázistényezővel, melyeket úgy választunk meg, hogy a PAPR értéke minimális legyen [5]. A feladatunk tehát, hogy megtaláljuk azokat a fázisfaktorokat, amelyek segítségével a PAPR értéke minimalizálható. A keresés komplexitása exponenciálisan függ az adatblokkok számától, melyet M-el jelölünk. A PTS metódus alkalmazásakor M IDFT művelet elvégzése, valamint $\lfloor \log_2 W^{M-1} \rfloor$ bitnyi mellékinformáció továbbítása szükséges, ahol W a megengedett fázisfaktorok száma, $\lfloor y \rfloor$ pedig y alsó egészrészét jelenti. A PAPR csökkenésének mértéke függ mind az alblokkok M, mind pedig a megengedett fázisfaktorok W számától. A PTS módszer tetszőleges számú alvivővel és bármelyik modulációs technikával működőképes.

2.4. Selected Mapping (SLM)

Az SLM metódus alkalmazása során az adó generál több, igencsak különböző adatblokkjelöltet, amik ugyanazt az információt hordozzák, mint az eredeti adatblokk, és kiválasztja ezek közül a legmegfelelőbbet, amely aztán átvitelre kerül [5]. A vevőhöz szükséges mellékinformációként eljuttatni információt a választott fázisokról is, ahhoz, hogy a fordított műveletet elvégezve az eredeti adatblokkot visszakaphassuk. A SLM módszer alkalmazásakor minden adatblokkhoz U IDFT művelet elvégzése, valamint $\lfloor \log_2 U \rfloor$ bitnyi mellékinformáció továbbítása szükséges, ahol U a fázisblokkok száma. A PAPR csökkenésének mértéke függ mind a fázisblokkok U számától, mind pedig ezek kialakításától. A metódus tetszőleges számú alvivővel és bármelyik modulációs technikával működőképes.

2.5. Vivőallokáció (TR⁶)

A vivőallokáció a többvivős jelek egyik hatékony PAPR csökkentő eljárása. Ez a metódus azon az elven alapszik, hogy az eredeti jelhez hozzáadunk egy olyan, az adatblokktól függő időtartománybeli jelet, amely a jelenlévő csúcsokat csökkenti. Ez az additív jel könnyen előállítható az adóban, míg a vevőoldali eltávolítása legalább ilyen egyszerű.

A TR eljárás során az adó az alvivők egy bizonyos, kisebb csoportján nem küld hasznos adatot, hanem ezeket a PAPR csökkentésére tartja fenn. A feladat tehát megtalálni azt az időtartománybeli jelet, amelyet az eredeti x jelhez hozzáadva a PAPR értéke csökkenthető. Tegyük fel, hogy hozzáadunk a frekvenciatartománybeli X jelhez egy $\mathbf{C} = [C_0, C_1, ..., C_{N-1}]^T$ jelet. Ekkor az új időtartománybeli jelünk az $\mathbf{x} + \mathbf{c} = \text{IDFT}(\mathbf{X} + \mathbf{C})$ alakot ölti, ahol c a C időtartománybeli képe. A TR metódus során fontos feltétel, hogy az X és a C vektorok a frekvenciatartomány egymástól független altereiben kell, hogy találhatóak legyenek, vagyis $X_k = 0, k \in \{i_1, i_2, ..., i_M\}$ és $C_p = 0, p \notin \{i_1, i_2, ..., i_M\}$. A C vektor O db nem nulla pozícióját PRC⁷-knek nevezzük. Mivel az alvivők merőlegesek egymásra, ezért ezek az additív jelek semmiféle torzítást nem okoznak az adathordozó alvivőkben. Ahhoz, hogy megtaláljuk $C_k, k \in \{i_1, i_2, ..., i_M\}$ értékeit, egy konvex optimalizálási problémát kell megoldanunk, ami azonban könnyen visszavezethető egy kvadratikusan határolt kvadratikus problémára (QCQP⁸).

DMT (Discrete Multi-Tone) móduláció vezetékes rendszereiben általában néhány alvivő jel-zaj viszonya (Signal-to-Noise-Ratio) olyan alacsony, hogy alkalmatlanok

 $^{^6\}mathrm{Tone}$ Reservation

⁷Peak Reduction Carriers

⁸Quadratically Constrained Quadratic Program

arra, hogy rajtuk bármiféle információ küldésére sor kerüljön, így ezek felhasználhatóak PAPR csökkentésre. Vezetéknélküli rendszerekben azonban rendszerint nincs olyan gyors és megbízható állapotvisszajelzés, amely jelezni tudná, hogy mely alvivőket nem lenne szabad használni. Ehelyett tehát a vivők egy részhalmazát PAPR csökkentésre fenntartjuk, így azonban a sávszélességből áldoznunk kell.

2.6. Az eljárások összehasonlítása

A különböző PAPR csökkentő metódusokat többféle szempont szerint hasonlíthatjuk össze. Ide tartozik, hogy az adott metódus alkalmazása során történt-e a jelben torzítás, teljesítmény növekedés avagy adatsebesség csökkenés. Ezen adatokat, valamint, hogy az eljárás során az adó, illetve vevő oldalon milyen műveleteket kell végezünk, [5] és [8] alapján a 2.1. táblázat foglalja össze.

Eljárás neve	Torzítás	Teljesítmény növekedés	Adatsebesség csökenés	Tx és Rx műveletek
Vágás és szűrés	Van	Nincs	Nincs	Tx: Amplitúdó vágás, szűrés Rx: Nincs
ACE	Nincs	Van	Nincs	Tx: IDFT-k, kiterjesztés Rx: Nincs
PTS	Nincs	Nincs	Van	Tx: M IDFT, W^{M-1} komplex vektorösszegzés Rx: mellékinformáció feldolgozás, inverz PTS
SLM	Nincs	Nincs	Van	Tx: U IDFT Rx: mellékinformáció feldolgozás, inverz SLM
TR	Nincs	Van	Van	Tx: IDFT-k, PRC-k keresése Rx: PRC-k figyelmen kívül hagyása

2.1. táblázat. A különböző PAPR csökkentő metódusok összehasonlítása

3. fejezet

Vivőallokáció (TR)

A vivőallokációt alkalmazó PAPR csökkentő technikák közül két metódus ismert, ezek a vágás és kernel alapú eljárások, melyek közül az utóbbit a DVB-T2-es szabvány is rögzíti. A két módszer leírását [12] foglalja össze, melyeket röviden a következőkben ismertetek.

3.1. A vágás alapú TR (TR-C¹) eljárás

Ebben a módszerben első lépésként az időtartománybeli bemeneti jelen, x_n -en amplitúdó vágást alkalmazunk. Itt x_n az **x** vektor n. elemét jelenti, és továbbiakban is ezt a jelölésmódot használom. A vágott jel leírása (2.1)-ben tekinthető meg. Ezután y_n -t, vagyis a vágott jelet kivonjuk a bemeneti jelből, x_n -ből, majd a különbözeti, úgynevezett korrekciós c_n jelre végrehajtjuk az FFT műveletet.

$$\mathbf{c_n}^i = \mathbf{x_n}^i - \mathbf{y_n}^i \tag{3.1}$$

$$\mathbf{C}_{\mathbf{k}} = \mathrm{FFT}(\mathbf{c}_{\mathbf{n}}) \tag{3.2}$$

Ahhoz, hogy a TR eljárásnak eleget tegyünk, csak a fenntartott PRC^2 helyeken tartjuk meg a különbözeti jel értékeit, a többi értéket 0-ra állítjuk:

$$\hat{\mathbf{C}}_{\mathbf{k}} = \begin{cases} \mathbf{C}_{\mathbf{k}} & k \in PRC, \\ 0 & k \notin PRC. \end{cases}$$
(3.3)

Minden egyes iteráció során kapunk tehát egy $\hat{\mathbf{C}}_{\mathbf{k}}$ vektort, melyre végrehajtva az IFFT transzformációt az időtartománybeli $\hat{\mathbf{c}}_{\mathbf{n}}$ jelhez jutunk. Ezt a vágott és szűrt

¹TR-Clipping

²Peak Reduction Carrier

korrekciós jelet adjuk hozzá minden iteráció végén a bemeneti, $\mathbf{x_n}^i$ vektorhoz.

$$\mathbf{x_n}^{i+1} = \mathbf{x_n}^i + \mu \mathbf{\hat{c}_n} \tag{3.4}$$

Itt a súlyfaktor μ értéke, valamint az iterációk száma az eljárás paraméterei, melyek optimális értékét nekünk kell megtalálnunk. Látható, hogy mivel a PRC pozíciók értékein kívül mást nem változtattunk, így az átvitelre szánt információban nem lép fel torzulás, a PAPR értéke viszont, amelyet az időtartománybeli jelből számolunk, csökkenni fog. A TR-C eljárás blokkdiagrammja a 3.1. ábrán látható.



3.1. ábra. A vágás alapú TR metódus blokkdiagrammja

3.2. A kernel alapú TR (TR-K³) eljárás

A TR-Kernel módszer két fontosabb lépésre bontható. Ezek a következőek:

• 1. lépés: Létrehozunk egy úgynevezett kernel vektort, amelyet $\mathbf{p_n}$ -el jelölünk, és ezt eltároljuk a memóriában. Az optimális teljesítmény eléréséhez a generált kernelt úgy kell megtervezzük, hogy a lehető leginkább hasonlítson egy diszkrét időimpulzushoz. Így minden alkalommal, amikor az algoritmus kioltja \mathbf{x} egy csúcsát, biztosan nem jelenik meg újabb csúcs egy másik pozícióban. Tökéletes diszkrét időimpluzust azonban nem lehetséges elérni, így optimális megoldásként a következőképpen definiáljuk a kernelt:

$$\mathbf{p_n} = \frac{\sqrt{N_{\text{FFT}}}}{N_{\text{PRC}}} \text{IFFT}(\mathbf{P_k}), \qquad (3.5)$$

 $^{^{3}\}mathrm{TR}\text{-}\mathrm{Kernel}$

ahol $N_{\rm FFT}$ a FFT hosszát, $N_{\rm PRC}$ pedig a PRC-k számát jelenti. Az $\mathbf{P}_{\mathbf{k}}$ vektor pedig egy $N_{\rm FFT}$ hosszú vektort jelöl, amelyben a PRC helyeken 1-es, míg a többi helyen 0 érték található. Egy cirkulárisan elforgatott kernelt figyelhetünk meg a 3.2. ábrán.



3.2. ábra. Cirkulárisan elforgatott kernel a DVB-T2-es szabványnak megfelelően, N = 1024

• 2. lépés: A csúcscsökkentő algoritmus során az X frekvenciatartománybeli jelen IFFT-t hajtunk végre, így jutunk az x jelhez. Itt minden egyes iterációban az NL érték közül megkeressük a legnagyobb csúcs amplitúdóját, valamint annak helyét, vagyis:

$$A^i = \max_n |x_n^i|, \tag{3.6}$$

$$m^{i} = \arg\max_{n} |x_{n}^{i}|, \qquad (3.7)$$

ahol x_n^i jelenti az \mathbf{x}^i vektor *n*. elemét, A^i és m^i pedig a legmagasabb csúcs amplitúdóját, valamint helyét jelentik az *i*. iteráció során. A 3.3. ábrán egy OFDM szimbólumot láthatunk, melyen bejelöltem a maximális amplitúdójú mintát.



3.3. ábra. OFDM szimbólum a legnagyobb amplitúdójú mintával, N=1024

Mindezek után a kernel vektort cirkulárisan eltoljuk úgy, hogy $\mathbf{p_n}$ legnagyobb amplitúdója egybeessen az m^i pozícióval, majd amplitúdóját úgy módosítjuk, hogy az adott A^i csúcs nagysága az előre megadott vágási értékre csökkenjen. Végül a kernel vektoron fázisforgatást hajtunk végre az m^i pozícióban jelenlévő értéknek megfelelően. A módosított kernelt ezután kivonjuk az \mathbf{x} vektorból, és kiszámoljuk a PAPR értéket. Mivel az impulzusszerű kernelünket úgy terveztük meg, hogy a frekvenciatartományban csak a PRC helyeken vegyen fel értékeket, így azzal, hogy hozzáadjuk az időtartománybeli vektorhoz, nem befolyásoljuk semmiféleképpen a frekvenciatartománybeli OFDM szimbólumot. Ugyanígy a cirkuláris eltolás sincs semmilyen hatással rá, hiszen tudjuk, hogy az időtartománybeli eltolás frekvenciatartományban csupán egy fázisforgatásként jelenik meg. Felírhatjuk tehát a következőket:

$$\mathbf{x}^{i+1} = \mathbf{x}^i - \alpha^i \mathbf{p}_{\mathbf{n}}(m^i), \tag{3.8}$$

$$\alpha^{i} = \frac{\mathbf{x}^{i}(m^{i})}{A^{i}}(A^{i} - A_{\max}), \qquad (3.9)$$

ahol $\mathbf{p}_{\mathbf{n}}(m^i)$ a cirkulárisan m^i -re eltolt kernelt, míg A_{\max} a vágási amplitúdót jelenti. Amennyiben a kalkulált PAPR érték megfelel az előzetesen meghatározott szintnek, akkor az algoritmus véget ér, ha viszont meghaladja azt, akkor a 2. lépést megismételjük. Az eljárás akkor is véget ér, ha elérünk egy bizonyos iterációszámot. Mind a PAPR küszöbértékét, minden pedig a végrehajtandó iterációk számát előzetesen kell megadnunk. Az átvitelre szánt jel az *i*. iteráció után a következőképpen néz ki:

$$\mathbf{x}^{i} = \mathbf{x} + \alpha^{1} \mathbf{p}_{\mathbf{n}}(m^{1}) + \dots + \alpha^{i} \mathbf{p}_{\mathbf{n}}(m^{i}) = \mathbf{x} + \sum_{k=1}^{i} \alpha^{k} \mathbf{p}_{\mathbf{n}}(m^{k}).$$
(3.10)

A TR-K eljárás blokkdiagrammját a 3.4. ábrán tekinthetjük meg.



3.4. ábra. A kernel alapú TR metódus blokkdiagrammja

3.3. Az inverz vágás alapú $(TR-E^4)$ eljárás

Az inverz vágás alapú TR metódus egy új, vágás alapú csúcstényező csökkentő eljárás, mely eredetileg az ACE módszerrel kapcsolatban került bemutatásra [15]. Ez adta az új ötletet a TR-re való alkalmazásához. Az inverz vágás⁵ elnevezés először [15]-ben jelenik meg, és innen került átvételre. A TR-E eljárás nagyon hasonló a TR-C-hez, a különbség csupán annyi, hogy nem csak az adott amplitúdójú alvivőkön hajtok végre vágást, hanem az összes alvivő amplitúdóját a megadott, A_{max} vágási

 $^{{}^{4}\}text{TR-Enlipping}$

 $^{^{5}}$ enlipping

szintre állítom. A TR-E során létrejövő jel nagyon hasonló a TR-C során megadott jelhez:

$$\mathbf{y}_{\mathbf{n}} = A_{\max} e^{j\varphi(\mathbf{x}_{\mathbf{n}})},\tag{3.11}$$

ahol A_{max} a vágási amplitúdó szint. Az ezt követő lépések megegyeznek a 3.1-ben bemutatottakkal. A inverz vágás alapú eljárás segítségével alacsonyabb PAPR értékek érhetőek el, mint TR-C-vel.

3.4. Az adaptív TR eljárás

A bemutatott három TR eljárás mindegyikében fontos szerepet játszik a vágási szint megfelelő meghatározása. Új ötletként merült fel az optimális vágási aránynak iterációról iterációra történő meghatározása, egy úgynevezett vágási profil felállítása. Különböző esetek szimulálásával érdemes tehát megvizsgálni, hogy mely vágási trajektória bizonyul a legoptimálisabbnak, és a későbbiekben a konstans vágási szint helyett ezt használni. Az ötletet szimulációval ellenőriztem, a részletes eredmények pedig a következő fejezetben kerülnek ismertetésre.

3.5. Az elméleti határ megtalálása

Az elméleti, optimális határ megtalálásához egy matematikai modellt kell felállítanunk, melynek során több lépést kell végrehajtani. A probléma megfogalmazása után ki kell válasszuk a megfelelő matematikai módszert és modellt, majd meg kell határoznunk annak paramétereit is. A számszerű felírást a modell megoldása követi, majd a gyakorlati megvalósítás után ellenőrizzük, hogy a kapott eredmény sikeresen kielégíti-e a feltételeinket. Végezetül pedig, ha szükséges, úgy a modellen korrekciókat végzünk. A probléma megfogalmazása során egy célfüggvényt definiálunk, melynek minimalizálása vagy maximalizálása a feladatunk. A lineáris szó arra utal, hogy a modellben szereplő függvények mindegyike lineáris. Az elméleti határ megtalálásának modelljét ACE metódusra [6] foglalja össze, amely némi változtatással könnyen alkalmazható a TR eljáráshoz is.

A csúcstényező-csökkentés problémája esetén a célfüggvény a PAPR minimális értékének megtalálását jelenti, annak függvényében, hogy a megadott, foglalt vivőkön milyen jelet hozunk létre. Egzakt formában felírva lehetőségünk van ezen probléma optimális megoldásának megtalálásához adott feltételek mellett. Elsőként fejezzük ki a végső, módosított jelet az eredeti OFDM szimbólum, valamint egy segédjel összegeként:

$$\tilde{x} = x + r \tag{3.12}$$

Ezt a felírást alapul véve a keresett jel az r, melyenek értékét változtatva mind közelebb juthatunk az optimális jel, és ezáltal az optimális PAPR értékéhez. Az eredményként kapott \tilde{x} jel frekvenciatartománybeli reprezentációjának, \tilde{X} -nek eleget kell tennie a TR módszer feltételeinek, miszerint az allokált vivők helyén bármilyen értékek állhatnak, mindazonáltal az adatvivők értéke nem változhat meg. A problémát általánosan a következőképpen foglalhatjuk össze:

$\min E$

$$|x+r| < E \tag{3.13}$$

Ez azt jelenti, hogy a szimbólum minden mintájára az x + r jel abszolútértékének egy felső határt szabunk, melyet *E*-vel jelölünk. Komplex számok esetén a minta abszolút értékét a valós és képzetes rész négyzetösszegének gyöke adja meg, így azt mondhatjuk, hogy az adott kvadratikus probléma kvadratikusan határolt. A probléma felírása diszkrét időtartományban történik, azonban a kritériumokat a frekvenciatartománybeli értékekre adjuk meg. Ezek közötti átjárást jelent az inverz diszkrét Fourier-transzformáció (IDFT). Ennek lineáris algebrai alakját az IDFT $LN \times LN$ -es mátrixa adja, melyet *F*-el, az időtartományból frekvenciatartományba transzformáló műveletet pedig F^{-1} -el jelöljük. Ezt felhasználva, az időtartománybeli jel kifejezhető x = XF alakban. Az optimalizálási feladat felírása során a jel valós és képzetes részét külön kezeljük, így az eredeti és a keresett jel frekvenciatartománybeli megfelelőjére, valamint a Fourier-transzformációra a továbbiakban a következő jelöléseket használjuk:

$$F_{Re} = Re\{F\}, F_{Im} = Im\{F\},$$
(3.14)

$$X_{Re} = Re\{X\}, X_{Im} = Im\{X\},$$
(3.15)

$$R_{Re} = Re\{R\}, R_{Im} = Im\{R\}.$$
(3.16)

Itt Re és Im a valós és képzetes rész operátorai. Ezen kívül jelölje

$$x_{Re} = F_{Re} X_{Re} - F_{Im} X_{Im} \tag{3.17}$$

$$x_{Im} = F_{Re} X_{Im} - F_{Im} X_{Re} (3.18)$$

a diszkrét időtartománybeli jel mintáinak valós és képzetes részét. PAPR csökkentés

szempontjából a vivőknek csak egy előzőleg megadott, kis hányadát használjuk, így az F mátrix méretére $M \times LN$ adódik, ahol M a foglalt vivők, N az összes vivő számát, L pedig a túlmintavételezési arányt jelenti. A TR eljárás tartozó optimális megoldásához vezető problémát a következő egyenletrendszerrel írjuk fel:

$\min E$

$$\begin{bmatrix} F_{Re} & -F_{Im} & x_{Re} & 0 & -I & 0 \\ F_{Im} & F_{Re} & 0 & x_{Im} & 0 & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{Re} \\ R_{Im} \\ 1 \\ 1 \\ E_{Re} \\ E_{Im} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(3.19)

ahol

$$-\infty < R_{Re} < \infty$$

$$-\infty < R_{Im} < \infty$$

$$E \ge \sqrt{E_{Re,k}^2 + E_{Im,k}^2}$$
(3.20)

Az eljárás segítségével meghatározhatóak az r jel valós és képzetes részei, melyeket a foglalt vivőkön elhelyezve a szimbólumok PAPR értéke minimális lesz. A fent ismertetett eljárás használatához, valamint az optimális megoldás megkereséséhez a MATLAB fejlesztőkörnyezet MOSEK7 toolboxát vettem igénybe.

4. fejezet

Szimulációs eredmények

4.1. A szimulációs környezet leírása

A fentebb bemutatott 3 TR eljárás csúcstényező csökkentő képességét szimulációkkal ellenőriztem. A szimulátor létrehozásakor az átviteli lánc minden modulját egyesével készítettem el, így egy könnyen bővíthető, moduláris rendszert sikerült kialakítanom, melynek működését is teljes mértékben átláttam. A szimulátor adó és vevő oldali blokkjait a 4.1. és 4.2. ábrákon követhetjük nyomon.



4.1. ábra. Az adó oldali blokkvázlat



4.2. ábra. A szimulált csatorna, valamint a vevő oldali blokkvázlat

Az egyedileg kialakított szimulációs környezet segítségével minden paraméter egyszerűen beállítható, valamint kézben tartható volt, ezek a 4.1. táblázatban kerültek összefoglalásra. A paraméterek megválasztása során a DVB-T2-es szabvány értékeit vettem alapul. Későbbi szimulációk során a vizsgálatok kiterjeszthetőek ezen paraméterek más kombinációira is.

FFT méret	1024
Foglalt vivők száma	10
Foglalt vivők pozíciói	116, 130, 134, 157, 182, 256, 346, 478, 479, 532
Maximum megengedett amplitúdó	5
Moduláció	4-QAM
Vivők száma (N)	1024
Szimbólumok száma	15000
OV arány	4
μ értéke TR-C és TR-E eljárásoknál	-1

4.1. táblázat. Szimulációs paraméterek

4.2. A vágási arány

Mint már említettem, a korábban definiált vágási arány fontos paramétere a csúcstényező csökkentésnek, hiszen különböző értékeken különböző PAPR javulást kaphatunk. Mivel korábbi vizsgálatokban erre nem térnek ki, ezért szimulációim során először azt vizsgáltam, hogy miként függ a PAPR csökkenés mértéke a CR értékétől. Ehhez két esetet kellett megvizsgálnunk. Ezen eredmények részét a korábban publikált [9]-ben foglaltam össze.

4.2.1. Konstans vágási arány

A konstans vágási arány során a CR értékét az iterációk során azonosnak definiáljuk. A 4.3. ábrán megfigyelhető az elérhető PAPR érték $10^{-1.8}$ valószínűségen a vágási arány és az iteráció függvényében kernel (TR-K), vágás (TR-C) valamint inverz vágás (TR-E) eljárás alkalmazásával. Az ábrák nagyított változatai az F.1 függelékben találhatóak meg. A PAPR értékének $10^{-1.8}$ valószínűségen való vizsgálata abból az okból ered, hogy ezen a szinten a szimulált eredmények még elegendően megbízhatóak az adott szimbólumszám mellett. Alacsonyabb valószínűségek vizsgálatához hosszabb szimulációk szükségesek.

A 4.3b. ábrán megfigyelhetjük, hogy a legjobb eredmény - körülbelül 8.62 dB-es PAPR értéket - a kernel alapú metódusnál CR = 6.9 dB-el érhető el. Az 4.3a. és 4.3c. ábra azt mutatja, hogy a vágás és inverz vágás alapú eljárások kevésbé érzékenyek a vágási szint megválasztására. A TR-C módszernél 4.87 dB-es CR segítségével érhetjük el a legoptimálisabb PAPR szintet - ez 10.6 dB. A TR-E technika igen széles tartományban engedi mozogni a vágási arányt, CR = 2-8 dB bármit választva ugyanarra a 10.4 dB-es eredményre jutunk. Észrevehető még az is, hogy a konvergenciát tekintve az eljárások közül az inverz vágás alapú módszer a leggyorsabb.



(c) Inverz vágás alapú TR eljárás

4.3. ábra. Az elért szuboptimális PAPR értékek $10^{-1.8}$ valószínűségen

A három eljárás CCDF görbéjét különböző iterációszámokkal a 4.4. ábrán tekinthetjük meg. Mindhárom metódusnál az a vágási arány került kiválasztásra, mely a 4.3. ábrák szerint a legjobb PAPR értékhez vezet. Az ábrán bejelöltem a korábban ismertetett modell segítségével meghatározott optimális megoldás inverz eloszlásfüggvényét is.

A bemutatott TR eljárások mindegyik képes javítani a jel PAPR értékét. A kernel módszer rendelkezik a legjobb teljesítőképességgel, és komplexitásban is felülmúlja a többit, hiszen az algoritmus kizárólag az időtartományban dolgozik. Láthatjuk azt is, hogy az inverz vágás alapú eljárás konvergencia szempontjából felülmúlja mindkét másik metódust, valamint teljesítmény szempontjából jobb eredményt produkál a vágási technikánál is. Mindazonáltal a TR-E számítási komplexitása magasabb, mint a TR-K-é, hiszen minden iterációban egy extra IFFT/FFT operáció végrehajtására is szükség van. Megállapítható, hogy a TR-C vagy a TR-E metódust kell használni



4.4. ábra. A vizsgált TR metódusok CCDF görbéje

abban az esetben is, ha a kernel függvény nem áll rendelkezésre, vagy ha adott vivőkiosztás esetén nem generálható.

A vizsgálatok során a DVB-T2-es szabványt vettük alapul, amely specifikálja a foglalt vivők pozícióit. Más vivőelrendezést szintén fontos lenne megvizsgálni, de ahogy [4] is írja, az PRC-k helyzetének meghatározása egy hosszú optimalizációs folyamat eredménye. A szimbólumokban véletlenszerűen elhelyezett foglalt vivők esetén az inverz vágás alapú eljárás használata ajánlott. A TR-C és TR-E eljárások hatékonysága tovább növelhető az PRC-k számának növelésével, azonban mivel ezek ugye hasznos információt nem szállítanak, így a nagyobb PAPR csökkenés mellett az adatsebesség csökkenésével is számolnunk kell.

Az allokált vivőkön engedélyezett maximális energia nagysága mindhárom esetben fontos paraméter. Magasabb értékek engedélyezése gyakorlati alkalmazás szempontjából nem feltétlen célszerű, így ennek ésszerű meghatározása is lényegi kérdés. A szimulációk során mindazonáltal azt vettem észre, hogy míg a TR-K, valamint a TR-C metódus teljesítőképesség szempontjából nem érzékeny a maximálisan engedélyezett amplitúdó szintjére, addig a TR-E igen. Ennek pontosabb meghatározása további vizsgálatok tárgyát képezi.

4.2.2. Adaptív vágási arány

Mint már korábban említettük, fontos megvizsgálni az adaptív vágási arány lehetőségét is. A szimulációk során ugyanazokkal a paraméterekkel dolgoztam, mint korábban, a különbség csupán annyi volt, hogy most nem konstans, hanem változó CR segítségével szimuláltam. Három iterációra nézve minden egyes iterációban 8 féle vágási arány vizsgálatára, vagyis ezek variációjára került sor. Minden esetben az első iteráció CR értékét konstansnak tekintve, a második és a harmadik vágási arányt, illetve a hozzájuk tartozó PAPR értékeket ábrázolva könnyen megkaphatjuk az optimális vágási trajektóriát. A 4.5. ábrákon az optimális adaptív vágási arányok láthatóak mindhárom eljárásra, a lokális minimumhelyeket egy fehér kereszt jelöli. Az ábrák nagyított változatai az F.2 függelékben találhatóak meg.



(a) TR-C, $CR_{1,2,3} = 2 dB$, 4 dB, 5 dB, PAPR = 10.765 dB

(b) TR-K, $CR_{1,2,3} = 6 \, dB, 7 \, dB, 7 \, dB, PAPR = 9.273 \, dB$



4.5. ábra. Az elért szuboptimális PAPR értékek adaptív vágással

Az 4.5. ábrákon több dolog is megfigyelhető. Látjuk, hogy a kernel esetében adaptív CR alkalmazása jobb eredményekhez vezet, mint ha konstans értékekkel dolgoznánk, az inverz vágási metódus esetében a vágási arány változtatása azonban nem eredményez javulást. Ez várható is volt, hiszen ahogy korábban láttuk, a TR-E eljárás kevésbé érzékeny a CR értékére, és viszonylag gyorsan konvergál arra a szintra, ahonnét segítségével a PAPR érték már nem csökkenthető. Az adaptív vágási profil a csúcstényező értékét tekintve TR-K esetén 2.36%-al, míg a TR-C eljárás alkalmazásakor 17.79%-al jobb eredményt mutat, mint ha konstans CR értékeket használnánk. Bár a kernel alapú metódusnál ez az eredmény nem annyira jelentős, a vágás alapú módszernél annál inkább szembeötlő a javulás.



(a) TR-C, $CR_{1,2,3} = 2 dB, 4.3 dB, 4.7 dB,$ PAPR = 10.764 dB

(b) TR-K, $CR_{1,2,3} = 6 dB$, 7.3 dB, 7.2 dB, PAPR = 9.239 dB



4.6. ábra. Az elért szuboptimális PAPR értékek adaptív vágással nagyított felbontásban

A minimum közelében a felbontást növelve további szimulációkat futtattam, azért hogy minél pontosabb eredményeket kaphassunk a lokális minimumról. A 4.6. ábrákon ezek eredményeit láthajuk. Megállapítható, hogy a felbontás növelésével a PAPR értékek alig javultak, így arra a következtetésre juthatunk, hogy mélyebb vizsgálatokba belemenni csupán a számításigényt növelné, azonban szignifikáns javulást nem eredményezne. Ezen vizsgálatok után felállítható az az optimális vágási profil, amelynek segítségével a PAPR értéke tovább csökkenthető, s melyeket az egyes eljárásokhoz 3 iterációra az ábrák alatt feltüntettem.

4.3. Bithibaarány

A bithibaarány szimulálása során több dologra is figyelni kellett. A különböző módszerek PAPR csökkentése eredményeként a szimbólumok maximális amplitúdója lecsökkent, így az átvitel során a jelet jobban fel lehet erősíteni. Ezután fontos volt megvizsgálnom, hogy különböző jel-zaj viszony (SNR¹) értékekre miként változik a hibásan átvitt bitek aránya. A rendszerhez hozzáadott zaj természetesen meg kell, hogy egyezzen a PAPR csökkentés nélküli jel zajával, hiszen azt szerettem volna megvizsgálni, hogy azonos körülmények között a PAPR csökkentett jel miként viselkedik bithibaarány szempontjából. A vevő oldalon demodulálás után alulmintavételeztük a jelet, majd az inverz leképzés után a kiküldött biteket összehasonlítottuk a fogadott adatokkal. A szimuláció eredménye a 4.7. ábrán látható.

Könnyen észrevehetjük, hogy a módszerek majdnem mindegyike javít a bithibaarányon. Ez várható is volt, hiszen a PAPR csökkenés miatt a jelet jobban fel lehetett erősíteni, így a környezeti zajok elleni toleranciája is nőtt. A legnagyobb javulást BER-ben természetesen a korábban megkeresett optimális megoldás szolgáltatja, ezután következik a TR-K, valamint a TR-C metódus. Ahogy láthatjuk, a TR-E metódus nemhogy javítana, hanem még ront is a bithibaarányon, ennek oka, hogy a metódus során létrejött PAPR csökkenés nem a csúcsok csökkenése miatt, hanem tulajdonképpen a rendszerbe bevitt, többi vivőhöz hozzáadott energia miatt jött létre, emiatt az OFDM jelet - több szimbólum esetében is - erősítés helyett inkább csillapítani kell. Kijelenthetjük tehát, hogy a [15]-ben korábban ACE-hez sikeresen bemutatott inverz vágás metódusa vivőallokációhoz nem feltétlen alkalmazható. A TR-E során bemutatott PAPR csökkenés alapján tehát az átvitel javulása nem jelenthető ki teljes bizonyossággal, ahhoz a BER görbe vizsgálata is szükséges még. Fontos azonban megemlíteni, hogy érdemes lehet a foglalt vivők szimuláció során megadott maximális amplitúdóját, valamint a súlyozási faktor μ értékét mélyebb vizsgálat alá vetni, mely alapján nem kizárt, hogy az inverz vágás alapú technikával is megfelelő eredmények érhetőek el, nemcsak a csúcstényező, de a bithibaarány csökkenés szempontjából is.

Fontos megvizsgálnunk a BER görbe változását adaptív vágási profil esetén is. A

 $^{^1 {\}rm Signal-to-Noise-Ratio}$



4.7. ábra. Bithibaarány értékek a különböző metódusoknál, N = 1024

TR-K módszer alkalmazása során a változó CR értékek kevésbé szignifikáns javulást eredményeznek a PAPR csökkenésben, így a bithibaarány javulása sem annyira kézenfogható, a TR-C metódusnál azonban a csúcstényező csökkenéssel összhangban a BER javulása is észrevehető. Kijelenthetjük továbbá, hogy a TR-E eljárás bithibaarányának vizsgálata adaptív CR szempontjából a fentebb ismertetett indokok miatt nem lényeges.

5. fejezet

Mérési eredmények

A mérés során a számítógéppel generált jelfolyamot adtam ki, melyet visszamérve az átviteli csatornáról tudtam következtetéseket levonni. A mérés végén a jel PAPR értékének kiszámolására került sor, melyet összehasonlítottam a szimulációban generált PAPR értékekkel, így validálva a szimulációs környezet helyességét.

5.1. A mérési elrendezés

A mérés egy úgynevezett szoftverrádió (SDR¹) segítségével történt. A szoftverrádió (USRP2) Ethernet segítségével kapcsolódott a számítógéphez, amelytől az túlmintavételezett adatokat kapja, majd ugyanezen csatornán adja ki a visszavett jelet is. Az eszköz Rx és Tx bemenete közötti csillapítás mértéke 20 dB, a két kivezetést egy vezetékkel kötöttem össze, a méréshez pedig Linux operációs alatt a GNURadio nevű szoftvert használtam. A átvitel blokkvázlata az 5.1. ábrán látható.

Az adatok fájlból történő beolvasása után csillapítást adtam a rendszerre, mivel a jel összetevőinek amplitúdóját előzőleg egységnyire normáltam. A mérés paraméterei megegyeznek a szimuláció paramétereivel.

5.2. A szimuláció és a mérés összehasonlítása

A mérés eredményei azt mutatják, hogy a szimuláció megegyezik a valós környezetben mért eredményekkel. Halvány eltérés tapasztalható azon szimbólumok CCDF görbéinél, melyeknél a foglalt vivőkre eső értékeket lineáris programozással, illetve a kernel alapú eljárással alakítottuk ki. Ez az elcsúszás abból eredhet, hogy a szimuláció jel-zaj viszony értékei nem egyeznek meg a mérési környezetben használt paraméterekkel. A különböző módszerek szimulált és mért PSD ábráiból láthatjuk, hogy a szimbólumoknál oldalsávi szivárgás nincs, és jól kivehetőek a korábban meg-

 $^{^1 {\}rm Software}$ Defined Radio



5.1. ábra. A mérés blokkvázlata

adott amplitúdóra normált foglalt vivők is. Kijelenthetjük viszont, hogy szimulációs modellünk a valóságot hűen tükrözi. A mérési, valamint szimulációs eredmények az 5.2. és a 5.3. ábrán kerültek összefoglalásra. A mért szimbólumok PSD-jében a sáv szélein látható leszívást az USRP CIC² szűrői okozzák.



(a) A mért szimbólumok CCDF görbéi kü- (b) A szimulált szimbólumok CCDF görbéi különböző eljárásokra

5.2. ábra. A szimuláció és mérés összehasonlítása

²Cascaded Integrator Comb



 (a) A mért szimbólumok PSD görbéi külön (b) A szimulált szimbólumok PSD görbéi küböző eljárásokra
 lönböző eljárásokra

5.3. ábra. A szimuláció és mérés összehasonlítása

Összefoglalás

Dolgozatomban az OFDM jelek csúcstényezőjét, valamint annak csökkentési lehetőségét vizsgáltam vivőallokációt alkalmazó eljárások segítségével. Az OFDM rendszerek legfontosabb paramétereinek ismertetése után bemutattam a legalapvetőbb, PAPR csökkentő technikákat. Ezek rövid összehasonlítása után három vivőallokációt alkalmazó eljárás elméleti hátterét ismertettem, köztük egy teljesen új, inverz vágáson alapuló metódusét is. Mindhárom módszer fontos eleme a vágási arány, mely alapvetően meghatározza a PAPR csökkentő technikák eredményességét. Mivel korábbi kutatások ezen paraméterre nem vonatkoznak, így fontosnak tartottam ennek tüzetesebb vizsgálatát. A később bemutatott adaptív CR megválasztásának módszere is a PAPR értékek vágási aránytól való függésének mélyebb megértését hivatott szolgálni. Fontos meghatározni az eljárások hatékonyságát is, melyhez segítséget nyújt, ha meg tudjuk adni a vivőallokációval elérhető csúcstényező-csökkentésnek elméleti mértékét is. A csúcstényező problémáját matematika modellel leírva MAT-LAB segítésével meghatároztam az elérhető elméleti határt, mely a későbbiekben viszonyítási alapként szolgált.

A bemutatott technikák teljesítőképességét szimulációk segítségével mutattam be. A szimulátor minden egyes részét egyedileg készítettem el, beleértve mind az adó, mind pedig a vevő egységeit. Így egy olyan rendszerhez jutottam, melyet egyszerűen átláttam, és modularitása miatt később könnyen bővíteni tudtam. Korábban láthattuk, hogy PAPR csökkenés szempontjából nem mindegy, hogy milyen vágási értéket választunk, holott ennek optimális értéke eljárásonként is különbözik. Még jobb eredmény eléréshez az adaptív vágási trajektória lehetőségét vizsgáltam meg, melynél a 3 iterációs lépésre, minden lehetséges vágási arány variációra meghatároztam a szimbólumok PAPR értékeit, majd a felbontáson finomítva további vizsgálatokat végeztem. Bár a TR-K metódusnál és a vágási arányra kevésbé érzékeny TR-E eljárásnál az adaptív CR-nek minimális hatása van, ugyanakkor a vágási arány változtatásával elért eredmény a TR-C-nél jelentős javuláshoz vezet. Ily módon továbbfejlesztettem a TR-C módszert, javítva annak csúcstényező-csökkentő képességét.

Megmutattam, hogy a PARP csökkenés mértéke mindhárom metódus esetén erősen függ az iterációk számától, azonban bizonyos lépésszám fölött a további ismétlések ellenére a javulás mértéke elhanyagolható. Ahogy a szimulációkból is látható, a TR-K módszer adja a legjobb eredményt, míg a TR-C teljesítménye jóval elmarad mögötte. Mindazonáltal kijelenthetjük, hogy a foglalt vivők számának növelésével ez utóbbi hatékonysága is növelhető. Ahogy láthattuk, a PAPR csökkentése önmagában nem elegendő az átviteli tulajdonságok javításához. Megvizsgáltam tehát a különböző metódusok bithibaarány görbéit is, melyek alapján azt mondhatjuk, hogy bár a TR-E módszer csúcstényező-csökkentése felülmúlja a TR-C metódusét, azonban ez csupán a rendszerbe vitt teljesítmény miatt történik. Ha a PAPR csökkenés mértékében nem is, de az eljárások konvergenciáját – vagyis hatékonyságuk iterációszámtól való függését – tekintve kijelenthetjük, hogy a TR-C technika felülmúlja a TR-K metódust.

A dolgozat végén ismertettem egy szoftverrádiós mérési környezetet, melyet az elméleti eredmények verifikálása érdekében állítottam össze. Megmértem, hogy a valóságban miként változik az OFDM szimbólumok PAPR értéke, valamint spektrális teljesítménysűrűsége, majd a mért értékeket összehasonlítottam a szimuláció eredményeivel. Ezek alapján jól látszik, hogy a szimuláció megfeleően közelíti a valóságot, oldalsávi szivárgás nincs, valamint a szimulált metódusok a valóságban is az elvártnak megfelelően működnek.

Továbbfejlesztési lehetőségek közé sorolhatjuk a μ súlyozási faktor, valamint a foglalt vivőkön engedélyezett maximális energia és a PAPR csökkenés kapcsolatának vizsgálatát, az iterációszám pontosabb analízisét, valamint, hogy mekkora az az iterációs érték, amelynél még az eljárások valósidejű alkalmazása megoldható. Elmondható, hogy az iterációszámot 10 fölé növelve az eljárások lényeges javulást nem mutatnak, a metódusok közelíteni kezdik elméleti határukat. Fontos azonban meggondolni, hogy az iterációszám növelésével elérhető javulás mértéke és a számítási idő járulékos növekedése egyesúlyban van-e. Az is megállapítható, hogy a μ értékét –1-nél kisebb értékre állítva sem érhető el jobb eredmény, így - a foglalt vivőkön megengedett maximális amplitúdóhoz hasonlóan - ezen paraméter pontosabb meghatározásához mélyebb vizsgálatok elvégzését tűztem ki célul. Ezen kívül a későbbiekben kívül fontos azt is megvizsgálni, hogy a TR-E eljáráshoz találhatóak-e a fent említett paramétereknek olyan kombinációi, melyekkel a metódussal elért csúcstényező-csökkenés mellett a bithibaarány javulásával is számolhatunk.

Köszönetnyilvánítás

Köszönettel tartozom két konzulensemnek, Dr. Kollár Zsoltnak és Horváth Bálintnak, akik a dolgozat elkészítésében nagy segítségemre voltak. Kitartó támogatással, állandó rendelkezésre állással, valamint folyamatos véleményezéssel segítették és alakították munkámat, melyért kifejezetten hálás vagyok.

Irodalomjegyzék

- [1] J. Armstrong. Peak-to-average power reduction for ofdm by repeated clipping and frequency domain filtering. *Electronics Letters*, 38(5):246–247, Feb 2002.
- [2] R.J. Barsanti and J. Larue. Peak to average power ratio reduction for digital video broadcast T2. In *Proceedings of IEEE Southeastcon 2011*, pages 117–121, March 2011.
- [3] Marc Deumal, Ali Behravan, Thomas Eriksson, and JoanLluis Pijoan. Evaluation of performance improvement capabilities of papr-reducing methods. Wireless Personal Communications, 47(1):137–147, 2008.
- [4] ETSI. Digital video broadcasting (dvb); frame structure channel coding and modulation for a second generation digital terrestrial television broadcasting system (dvb-t2). ETSI EN 302 755 V.1.3.1, April 2012.
- [5] S. H. Han and J.-H. Lee. An overview of peak-to-average power ratio reduction techniques for multicarrier transmission. *IEEE Wireless Communications*, 12(2):56–65, April 2005.
- [6] B. Horvath, Z. Kollar, and P. Horvath. Bridging the gap between optimal and suboptimal ace papr reduction scheme for ofdm. In *Radioelektronika (RADIO-ELEKTRONIKA)*, 2014 24th International Conference, pages 1–4, April 2014.
- [7] S. Janaaththanan, C. Kasparis, and B.G. Evans. A gradient based algorithm for PAPR reduction of OFDM using tone reservation technique. In *Vehicular Technology Conference, 2008. VTC Spring 2008. IEEE*, pages 2977–2980, May 2008.
- [8] Zs. Kollar, L. Varga, and K. Czimer. Clipping-based iterative papr-reduction techniques for fbmc. In OFDM 2012, 17th International OFDM Workshop 2012 (InOWo'12); Proceedings of, pages 1–7, Aug 2012.
- [9] Zsolt Kollar and Barnabas Botlik. Comparison of the performance of tone reservation based papr reduction techniques. *Mesterproba*, pages 11–14, May 2014.

- [10] Brian S. Krongold and D.L. Jones. Par reduction in ofdm via active constellation extension. In Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2003. Proceedings. (ICASSP '03). 2003 IEEE International Conference on, volume 4, pages IV– 525–8 vol.4, April 2003.
- [11] Tianjiao Liu, Xu Li, Cheng Chen, Shulin Cui, and Ying Liu. PAPR reduction for 802.16e by clipping and tone reservation based on amplitude scale factor. In *ICPCA/SWS'12, Proceedings of the 2012 International Conference on Perva*sive Computing and the Networked World, pages 339–349, Berlin, Heidelberg, 2013. Springer-Verlag.
- [12] M. Mroué, A. Nafkha, J. Palicot, B. Gavalda, and N. Dagorne. Performance and implementation evaluation of TR PAPR reduction methods for DVB-T2. *International Journal of Digital Multimedia Broadcasting*, 2010:1–10, 2010.
- [13] E. Rowe. Memoryless non-linearities with gaussian inputs: Elementary results. Bell Syst. Tech. J., 61:1519–1525, September 1982.
- [14] M. Sharif, M. Gharavi-Alkhansari, and B.H. Khalaj. On the peak-to-average power of ofdm signals based on oversampling. *Communications, IEEE Transactions on*, 51(1):72–78, Jan 2003.
- [15] Yang Zhou and Tao Jiang. A novel clipping integrated into ACE for PAPR reduction in OFDM systems. In International Conference on Wireless Communications Signal Processing. WCSP 2009, pages 1–4, November 2009.

Függelék

F.1. PAPR értékek változása a vágási arány függvényében



F.1.1. ábra. TR-C eljárás PAPR értékei a CR függvényében



F.1.2. ábra. TR-K eljárás PAPR értékei a CR függvényében



F.1.3. ábra. TR-E eljárás PAPR értékei a CR függvényében

F.2. PAPR értékek adaptív vágási aránnyal



F.2.1. ábra. TR-C eljárás PAPR értékei adaptív vágással



F.2.2. ábra. TR-K eljárás PAPR értékei adaptív vágással



F.2.3. ábra. TR-E eljárás PAPR értékei adaptív vágással