

# Tranziens magnetohidrodinamikai plazmahullámok radiális amplitúdóeloszlásának vizsgálata

Vavrik Márton Bendegúz  
Természettudományi Kar, Fizika BSc I. évf

Témavezető: **Dr. Pokol Gergő**  
*Egyetemi docens*  
BME Nukleáris Technikai Intézet  
Nukleáris Technika Tanszék

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
2018

## **Kivonat**

A tokamakokban az helikálisan csavart toroidális mágneses geometria mellett létrejövő magnetohidrodinamikai (MHD) hullámoknak toroidális és poloidális irányban globális szerkezete van, de radiális struktúrájuk lehet lokális. Feladatom ennek, a radiális amplitúdóeloszlásnak, és annak időbeli változásának mért jelekből történő megállapítása volt. Ezen hullámok általában tranziensek, megjelenésük után frekvenciájuk gyors növekedésbe vagy csökkenésbe kezd, ami lelassul, de nem fordul meg. Az ilyen, tranziens jelek leírására kiválóan alkalmazható a rövid idejű Fourier-transzformáció (STFT), mely egy tetszőleges, de alapértelmezetten Gauss-ablakot tol végig a jelen, minden lépésben egy Fourier-transzformációt elvégezve, így idő-frekvencia térben tudjuk megjeleníteni a jelet, tehát a frekvenciaösszetevőinek időbeli változását tudjuk jellemezni. Miután az STFT-t leprogramoztam, azután optimalizáltam, illetve összehasonlítottam egy könyvtári STFT-vel. A hullámgerincek beazonosításához speciális, adaptív korlátokkal rendelkező maximumkereső algoritmust fejlesztettem ki, ami tranziens jelekre optimális. Az algoritmusaim teszteléséhez generált jeleket használtam, többek között a mérésekből látható jelekhez igen hasonlókat. A módszerem mért jeleken történő kipróbálását az ASDEX Upgrade lágyröntgen (SXR) mérésein végeztem.

# Tartalomjegyzék

<b>1. Bevezetés, mérési eszközök</b>	<b>2</b>
1.1. A Fúzió reakciói . . . . .	2
1.2. Plazmaösszetartás . . . . .	4
1.3. A plazma fűtése és gyors ionok . . . . .	6
1.4. Plazmahullámok . . . . .	6
1.5. ASDEX Upgrade . . . . .	8
1.6. Eddigi munka . . . . .	10
<b>2. Mérési eszközök és kiértékelésük</b>	<b>11</b>
2.1. Kiértékelés . . . . .	11
2.2. Kiértékelési módszerek tesztelése . . . . .	14
2.3. Könyvtári STFT-vel összehasonlítás . . . . .	21
<b>3. Hullámok kiértékelése</b>	<b>27</b>
3.1. Hullámok, csörpök tulajdonságai . . . . .	27
3.2. Amplitúdófüggvény meghatározása . . . . .	30
3.3. SXR mérések . . . . .	31
<b>4. Összefoglalás és Kitekintés</b>	<b>36</b>
4.1. Köszönetnyilvánítás . . . . .	37

# 1. fejezet

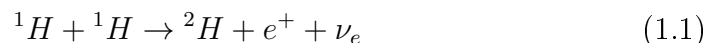
## Bevezetés, mérési eszközök

### 1.1. A Fúzió reakciói

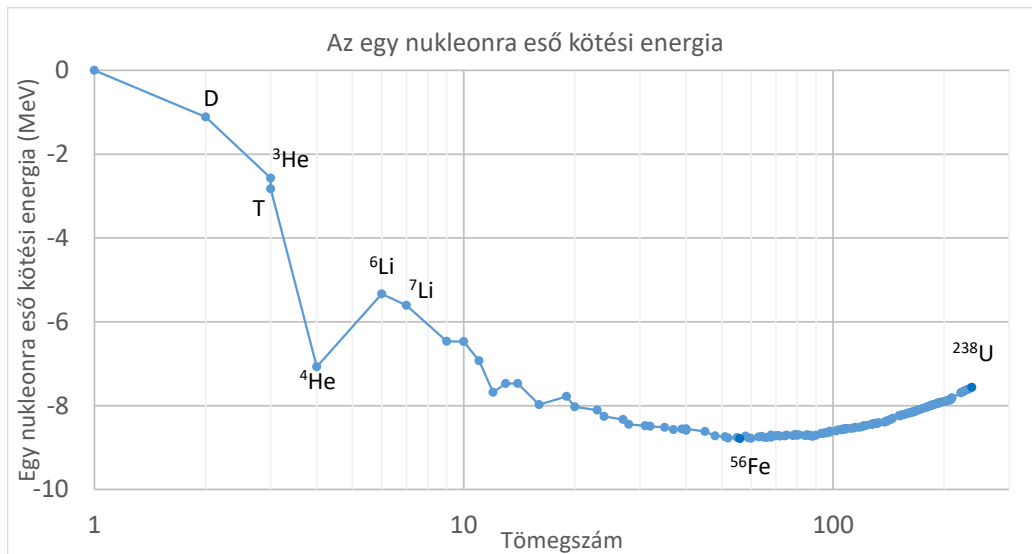
A fúziót sokan a jövő energiatermelő technológiájaként tartják számon. A csillagok is fúzióval termelnek energiát, a napban hétmilliárd éve megbízhatóan, és még ennyi ideig folytatni is fogja az energiatermelést, melynek üzemanyaga veszélytelen és nagy számban található az univerzumban: Hidrogén. Ahhoz, hogy ezt a hatalmas energiasűrűséget mi is hasznosítani tudjuk, reprodukálnunk kell a napban zajló folyamatokat. Több okból kifolyóan a Nap csak az inspirációt szolgáltatja, hisz nyilván nem áll rendelkezésünkre elég anyag, hogy az önmagában egy csillagot formáljon.

Az egyik első felötlő probléma a hőmérséklet: a nap felszíne  $4000^\circ C$  fokok, de a fúzió a belsejében történik, ahol a hőmérséklet 10 millió  $^\circ C$ . De nekünk még ez sem elég magas, hisz a nap a hidrogénkészleteit sok milliárd év alatt égeti el. Ha gyorsabban akarjuk, 290 millió  $^\circ C$  kell, nyilván elég ezt kisebb térfogatban is elérnünk. Ez azt jelenti, hogy egy átlagos részecske energiája  $25keV$  (egy elektronvolt körülbelül  $11\ 600K$ -nek felel meg [2]).

A fúzió során könnyű atommagok, Hidrogénmagok egyesülnek héliummá. A  ${}^4_2He$  tömegéhez képest nagyon jól kötött atom, a négy nukleon egy tetraédert alkot, mindegyik a másik közvetlen közelében van. További előnye, hogy nemesgáz, egyáltalán nem radioaktív. De két neutron is van benne, míg a Hidrogénben egy sem. A napban először a  ${}^1H$  atommagok (protonok) fúziójának végterméke  ${}^2H$  vagy  $D$  (deutérium):



Ez a folyamat igen kis valószínűséggel következik be, azaz kicsi a hatáskeresztmetszete, melyhez hozzájárul, hogy egyrészt a protonok elektrosztatikusan taszítják egymást, illetve, hogy a  ${}^2H$  nem sokkal alacsonyabb kötési energiájú, mint a  ${}^1H$  (1.1 ábra), illetve a folyamat során egy protonnak neutronná



1.1. ábra. A kötési energia a nukleonok számával. Jó látható, hogy ha kis tömegszámú elemeket egyesítünk, az energiakülönbség pozitív, illetve a hélium energetikailag ideális végtermék: tömegszámához képest igen mélyen kötött atommag. Adatok: [3]

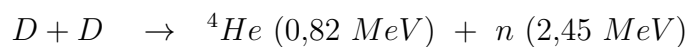
kell alakulnia, azaz  $\beta^+$  bomlást kell szenvednie, ami igen energiaigényes, és csak magban kötött tud megtörténni, ahol is a gyenge kölcsönhatás eredménye. Ezután ez gyorsan egyesül még egy  $H$  atommaggal:

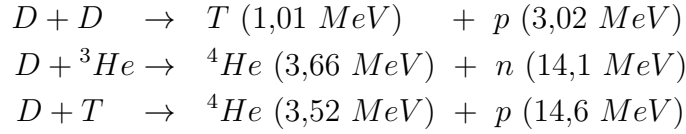


A  ${}^3He$  további reakciókban vesz részt, melyek során keletkezik  ${}^4He$ ,  ${}^7Be$ ,  ${}^7Li$ ,  ${}^8Be$ , de a folyamatok végső végterméke  ${}^4He$  (még  ${}^8Be$  esetén is:  ${}^8Be + \gamma \rightarrow {}^4He + {}^4He$ ).

A napban másodpercenként 600 millió tonna Hidrogén-ion alakul át 596 millió tonna Héliummá. A különbség - másodpercenként 4 millió tonna - tiszta energiává alakul [1].

Mint az előzőekben láttuk, nem csak hidrogén atommagok tudnak egyesülni: ha az egy nukleonra eső kötési energiája kisebb a végterméknek (1.1 ábra), mint a kiinduló anyagnak, a reakció exoterm. Minden ilyen reakciónál le kell győznünk az atommagok közötti Coulomb-taszítást. A szóba eső reakciók [2]:





Ezek közül a  $D - {}^3\text{He}$  fúzióknak van a legjobb energiamérlege, de a  $D - T$  fúzió több okból kedvezőbb, nagyobb a reakció hatáskeresztmetszete, mert hasonló tömeg mellett egy protonnal kevesebb van jelen, tehát a legyőzendő Coulomb-erő is kisebb. És, mindezt úgy, hogy nincs nagy különbség a reakció által termelt energiában.

## 1.2. Plazmaösszetartás

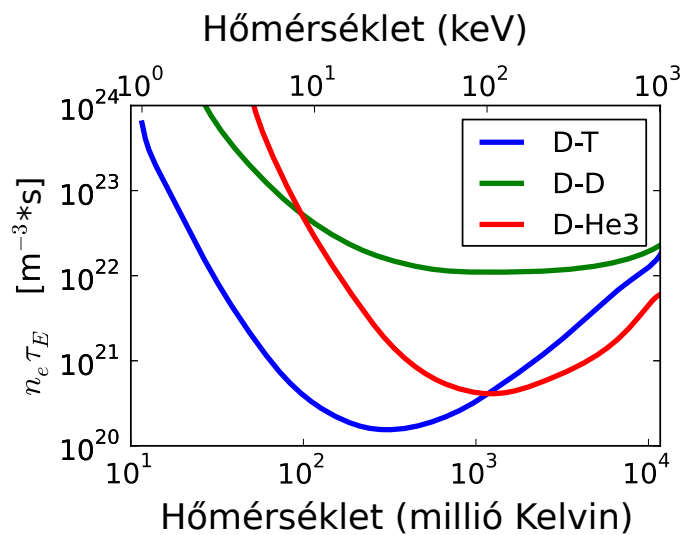
Egy 290 millió °C fokos plazma olyan meleg, hogy akármire hozzáér, abból is plazma lesz, illetve előbb-utóbb a plazmánk is veszít a hőmérsékletéből és elszennyeződik, ami a reakciónak nem kedvező. Tehát, ha egyben akarjuk tartani, mágneses teret kell használnunk. Az összetartás nyilván sose lehet tökéletes, illetve a részecskék elektromágneses sugárzását sem tudjuk kikapcsolni. Ennek jellemzésére alkalmas az energiaösszetartási idő. Ami, ha egy bizonyos határnál nagyobb, a fúzió energetikailag is gazdaságos lehet. Ez a Lawson-kritérium D-T fúzió estén:

$$n\tau_E \geq 10^{20} \text{ sm}^{-3} \quad (1.3)$$

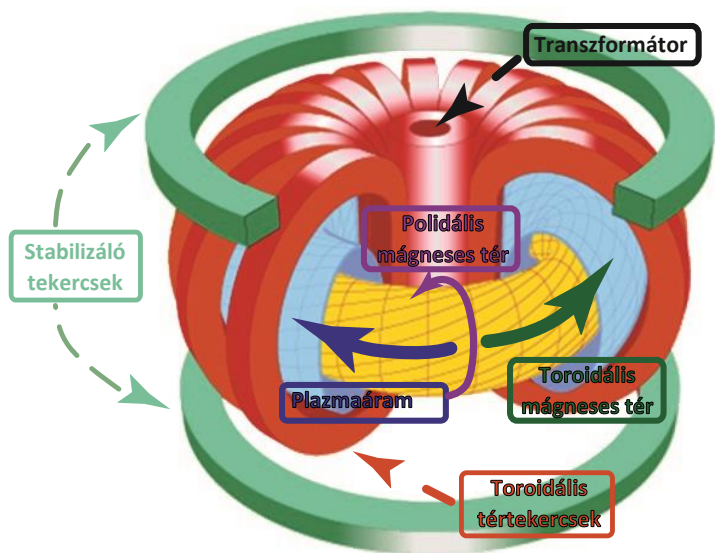
Ahol  $n$  a részecskesűrűség és  $\tau_E$  az energiaösszetartási idő. A minimum helyet 25 keV-nél éri el (1.2 ábra).

A kezdeti próbálkozások ún. mágneses tükröket használtak, de ezeknek mind van egy sebességtérbeli veszteségi kúpja, azaz azok részecskék, melyeknek ebben a tartományban van a sebességbe (elég nagy az erővonalmenti sebességkomponense), azok távoznak a berendezésből így ezekenél a berendezéseknél a Lawson-kritérium teljesítése elég hamar akadályokba ütközik.

Ha a mágneses teret a berendezésen belül önmagába hurkoljuk, a részecskék is követik ezt (Larmor-pályán mozognak), és a berendezésen belül maradnak. Ekkor toroidális mágneses terünk lesz, minek hatására különböző driftek lépnek fel, és ezek kiküszöbölésére ezt meg kell csavarnunk. Ennek egy módját használják a tokamakok 1.3, ahol toroidális mágneses tekercsek segítségével egy tórusz alakú mágneses teret hozunk létre, de itt poloidális tekercsek segítségével áramot hajtunk a berendezésben, az áram meg egy poloidális komponenst generál maga körül.



1.2. ábra. A különböző anyagokkal történő fúzió Lawson-kritériumai. Ez a legalacsonyabb D-T fúziónál, 25 keV-nél, azaz 290 millió K-nél. Forrás: [4]



1.3. ábra. Egy tokamak sematikus rajza. A poloidális és toroidális mágneses tér helikálisan megsavarja a toroidális erővonalrendszert, bent tartva a plazmát. Ábra: [5]

### 1.3. A plazma fűtése és gyors ionok

Ha megfelelő az energiaösszetartás, már csak fel kell melegítenünk a plazmát, hogy megfelelő hatáskeresztmetszete legyen a fúzióknak, többek között, hogy átlépje az Coulomb-gátat. Erre több módszer is létezik: Ezek egyike a semlegesnyaláb befecskendezés, azaz NBI (Neutral Beam Injection) [9].

Ekkor mágneses térrel egy ionnyalábot gyorsítunk, sok  $keV$  nagyságrendű energiákra, de ha ezt egyenesen bevezetnénk a reaktorba, a benne lévő több Teslás mágneses tér azonnal eltérítené, még a berendezésbe érkezés előtt, potenciálisan károsítva a berendezést.

Ezt elkerülendő, semlegesítőbe belevezetve a nyaláb jó része semleges lesz, tehát a mágneses térnek nem lesz rá hatása, könnyedén el tud a plazmához jutni, ahol ütközik a plazma részecskéivel, energiát adva nekik. A nem semlegesített részecskéket kontrolálatlan kivezetjük a nyalábból. Az ütközések során a nyaláb is ionizálódik, tehát nem fog a berendezés túlsó falába csapódni.

Az utóbbi időben megjelentek a negatív ionokkal dolgozó NBI-k, melyek energiája lényegesen nagyobb. Például az ITER tokamakhoz  $1 MeV$  energiájú nyalábot terveznek [10].

Egy másik, széleskörűen használt fűtési rendszer, az ion ciklotron rezonancián alapul (ICRH), mely körülbelül ugyanolyan energiákat tud átadni a plazmának. Mivel az ionokat gyorsítja, ez a technológia is képes gyors ionok létrehozására. [11, 12]

Létezik az elektron ciklotron rezonanciát kihasználó rendszer is (ECRH), jóval kisebb teljesítménnyel, és mivel az elektronokat gyorsítja, nem generál gyors ionokat.

A hálózatra termelő reaktorok fejlesztése során egyre nagyobb hangsúlyt fog kapni fűtés terén az  $\alpha$ -fűtés, azaz a fúzióból keletkező  $\alpha$ -részecskék energiája. Ezek a részecskék egyben gyors ionok is, energiájuk  $3,66 MeV$ , míg a környezetük  $25 keV$  energiájú.

Az általunk vizsgált ASDEX Upgrade kísérleti berendezésben nem használunk  $D - T$  plazmát, így a fúzió szerepe elhanyagolható, mind fűtés, mind gyors ionok tekintetében. A gyors ionok egyetlen jelentős forrása az NBI [5] [14], és az is csak akkor tudja izgatni a plazmahullámokat, ha a kezdeti, gyorsan növekedő energiájú fázisban van a berendezésünk.

### 1.4. Plazmahullámok

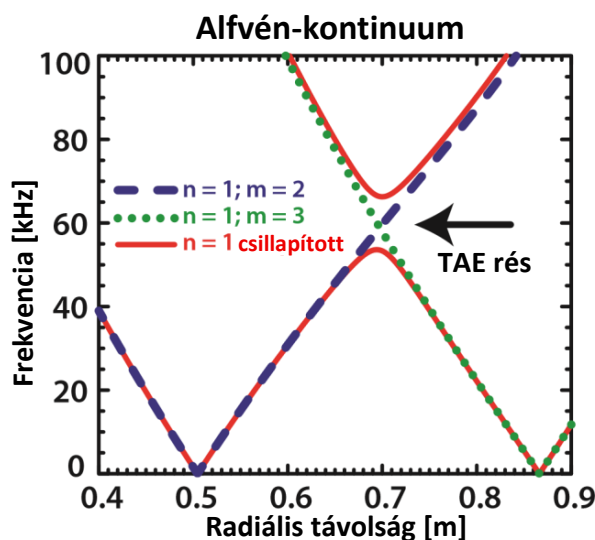
Amennyiben viszonylag lassú időskálájú folyamatokat vizsgálunk, a plazma viselkedése jellemezhető egy mágneses folyadék viselkedésével, azaz magneto-



hidrodinamikával (MHD). Ez esetben, mint egy összenyomható folyadékban, lökeshullámok tudnak a plazmában terjedni.

Az ilyen plazmahullámokat Alfvén [13] kutatásához vezetjük vissza. Ő arról ír, hogy ha egy vezető folyadékot (ami esetünkben jól leírja a plazmát) konstans mágneses térbe helyezünk, a folyadék minden mozgása elektromágneses mezőt generál, ami elektromos áram létrejöttéhez vezet. Ezek az áramok mechanikai erőkhöz vezetnek a folyadékban belül, megváltoztatva annak mozgását, létrehozva egy "elektromágneses-hidrodinamikust", azaz MHD hullámot.

Ekkor minden radiális pozícióhoz, illetve poloidális és toroidális módus-számhoz tartozik egy jellemző periódusidő (és frekvencia), ami alatt a plazma szomszédos részei kölcsönhatásba tudnak lépni egymással, nem feltétlenül az erővonalak mentén, az egymásnak ütközésekkel adott impulzus, vagyis egy longitudinális hullám körbeér. Ez a berendezés rezonancia frekvenciája, azon a helyen, és arra a hullámra vonatkoztatva. Ezek összessége az Alfvén-kontinuum.



1.4. ábra. Az Alfvén-kontinuum csillapítások nélkül (szaggatott vonal)  $n = 1$  toroidális módusszámnál, illetve  $m = 2$  és  $m = 3$  poloidális módusszámoknál. Toroidális geometriában egy frekvencia rés alakul ki a toroidális csillapítás hatására. A csillapított Alfvén-kontinuum pirossal látható. Ábra forrása: [5]

Ha két, azonos toroidális módusszámú de  $m$  és  $m + 1$  poloidális hullámot nézünk, ezek a legtöbb frekvencián csillapítják egymást, de mikor egy radiális koordinátán ez a frekvenciájuk azonos, ez nem történik meg, csillapítatlan a

hullám (1.4 ábra). Ez egy Alfvén-sajátmódust eredményez, amit ebben a felállásban (két azonos poloidális módusszámú hullámnál) toroidicitás-indukált Alfvén-sajátmódusnak (TAE) nevezünk [16] [5]. Hasonlóan, más jelenségek más csillapításokat hozhatnak létre vagy változtathatnak, így a gyors ionok és plazma nyomása okozhat ilyen sajátmódusokat (EGAM, Energetic Particle-driven geodesic acoustic mode, illetve BAE, beta induced Alfvén eigenmodes) [5].

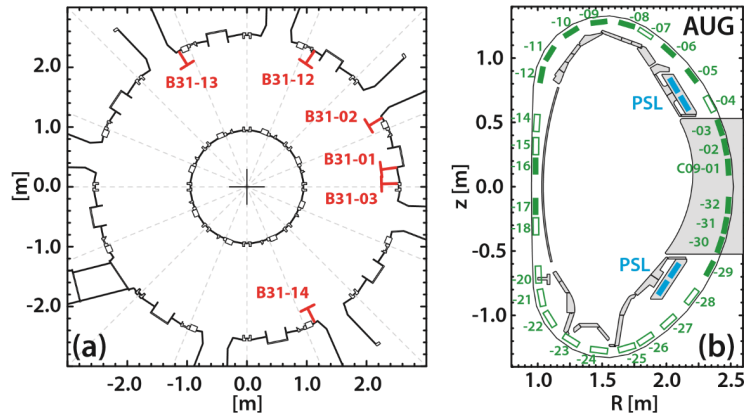
Az eddigiekben szó esett már a gyors ionokról, melyek sebessége lényegesen nagyobb az átlagosnál. Az bizonyos, hogy ezek gerjeszteni tudják az Alfvén-sajátmódusokat, instabil, tranziens hullámzást indítva el benne, mely lényegesen tudja csökkenteni a berendezésünk hatékonyságát, mert gyors részecskék kiszóródhatnak a berendezés falára. Ezért is fontos ezek megismerése. A probléma méginkább számottevő lesz, ha a berendezéseinkben tényleges fúzió van:  $D - T$  fúzió estén a neutron távozik a plazmából, de a keletkező  $\alpha$ -részecske energiája jóval nagyobb, mint más ionoké a plazmában, tehát az is gyors ionként fog viselkedni, és hullámok gerjesztésére lesz képes.

## 1.5. ASDEX Upgrade

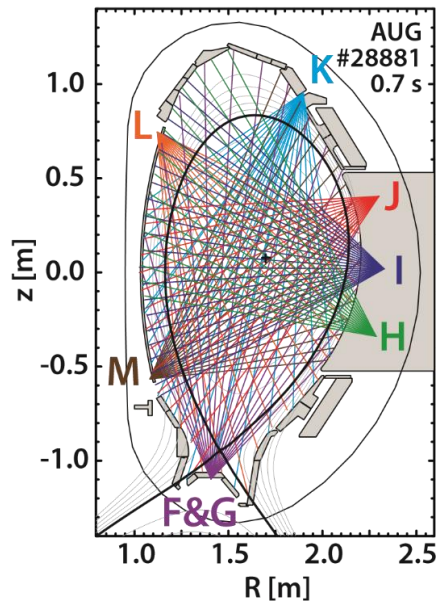
A méréseink a német ASDEX Upgrade tokamakból származtak, mely egy közepes méretű tokamak Németországban, 1,6  $m$  nagysugárral és 0,5  $m$  kisugárral. 1991-től működik, Garchingban, a Max-Planck-Institut für Plasmaphysikben. Több tulajdonságában hasonlít a jelenleg franciaországban épülő ITER [18] berendezéshez, amely a legnagyobb fúziós reaktor. Az ASDEX Upgrade (AUG) egyik fő tulajdonsága, hogy divertorral rendelkezik, amivel a plazma külső rétegeit tudja elnyeletni, illetve csúcstechnológiás NBI rendszere van, amivel a gyors ionok viselkedését vizsgálhatjuk [17].

Diagnosztikák tárházával van felszerelve. Ezek között találhatóak mágneses szondák, melyek tekercsek a vákuumkamrában, és melyekben a plazma mozgása feszültséget indukálhat. Kialakításuktól függően ezek a tekercsek érzékenyek lehetnek a mágneses tér radiális, illetve poloidális komponenseire. A tekercs megnevezés a továbbiakban leginkább ezekre vonatkozik, nem a mágneses teret generáló tekercsekre.

A másik hasznos diagnosztika a plazmában lévő elektronok által kibocsátott fékezési sugárzást érzékeli, ami a lágy röntgen tartományban van. Ez az egyetlen diagnosztika, amellyel a plazma közepében, azaz (általában) a legsűrűbb és legmelegebb részén tudjuk mérni az  $\alpha$ -részecskék mennyiségét, ezzel következtetve a bent folyó fúziós folyamatokra. Ezen mérőeszközök irányuktól függően más-más radiális tartományt érzékelnek, így lehetséges ezek elkülönítése, és egy radiális amplitúdófüggvény előállítása.



1.5. ábra. Az ASDEX Upgrade vázlatos rajza és mágneses szondái. Hat, a Balloning/radiális mágneses tekercesek közül az (a) ábrán, illetve a 30 Minrov-szonda zölddel a (b) ábrán. Ábra forrása: [5]



1.6. ábra. Az SXR szondák rálátási kúpjai a plazmára. Ábra forrása: [5]

Ez körülbelül olyan, mintha szívószállal döfködnénk egy hagymát, és abból, hogy ami a szívószál belsejében marad, azt egybe megesszük, abból próbáljuk megállapítani, hogy milyen csípősek az egyes rétegek.

SXR esetében egy vékony kúp, amit "lát" a műszerünk. Ekkor ha a műszertől  $d$  távolságra mérünk, a mérési kúp vastagsága  $d^2$ -el lesz arányos. A lágy röntgensugárzás egy elektromágneses sugárzás, és mint általában az olyan, az egy részecske által kibocsájtott a sugárzás energiája egyenlő minden gömbhéjon, a sugárzás forrása körül, tehát egy felületegységre a kör sugarával fordítottan négyzetesen arányos. Ezt értékelni is tudjuk, amennyiben a plazma nem nyeli el, mialatt kiér. Szerencsére a plazma ezeken a frekvenciákon gyakorlatilag átlátszó. Esetünkben, ha egy  $d$  sugarú kört veszünk,  $1/d^2$ -el lesz arányos a sugárzás mértéke. De, mivel a vizsgált pontok száma egyenlő egy felületegységen, és a felületegység mérete  $d^2$ -el arányos, a felületegység hatása a szondára  $d^2 \cdot \frac{1}{d^2} = 1$ , tehát független a  $d$  távolságtól. Egészen addig, amíg a vizsgált távolságon mindenhol ugyanakkora a sugárzás kibocsájtása. Mikor ez nem igaz, a szonda ezen a távolságon vett intenzitásfüggvény súlyozásával érzékeli a jeleket. Ebből is látszik, hogy az SXR segítségével a plazma közepére is viszonylag jó rálátásunk van.

## 1.6. Eddigi munka

Magyarországon, a BME NTI fúziós csoportjában Horváth László foglalkozott az ASDEX Upgrade-en megfigyelt csörpök adatfeldolgozásával, ki egyszer elektron ciklotron emissziós mérések dolgozott fel, a Fourier transzformáció energiájára és hibaterjedésére kitérően [6], illetve foglalkozott BAE-k és EGAMok frekvencia-idő térben jellemzésével, amplitúdójával és módusszámával [5].

Az ASDEX Upgrade berendezésen, Philip Lauber vezetésével 2017 októberében új kísérleti felállásokban tudták vizsgálni a gyors részecske által indukált hullámokat [14, 15] azzal, hogy a plazma közepében lévő szennyezőket engedték felgyülemelni, és elég volt kizárólag a semlegesnyaláb befecskendezés, hogy gyors részecske-indukált instabilitásokat figyeljenek meg.

## 2. fejezet

# Mérési eszközök és kiértékelésük

A én feladatomban az eddig bemutatott plazmahullámokkal kapcsolatos mérésfeldolgozás, Python nyelven. Egy, hasonló diagnosztikai célokra, a BME-n kifejlesztett programcsomag az NTI Wavelet tools [24], amit például Horváth [5,6] használt, s mely programcsomag IDL-ben íródott, és időszerű a modernizálása. Továbbá az eltelt időben sok új mérés is napvilágot látott [14, 15], melyek részben a feldolgozásra várnak. A Python nyelv azért megfelelő opció, mert a függvények egy jó része előre megírt, jól optimalizált, és az egész nyelv nyílt hozzáférésű, és emiatt széles körben használt a fúziós közösségben is.

### 2.1. Kiértékelés

Egy jel frekvenciáinak jellemzésekor gyorsan elő szokott kerülni a Fourier-transzformáció, mely során elemi szinuszokra bontjuk a jelünket, azaz minden frekvenciára megnézzük, milyen amplitúdójú és fázisú szinusz illik rá a jelünkre. Ezt egy frekvencia esetén egy komplex számmal reprezentáljuk, hisz azt is megadja az amplitúdója (abszolútértéke) és a fázisa. Mivel egy hullám energiájára az amplitúdójából következtethetünk, ha kirajzoljuk minden frekvenciánál a Fourier-transzformáció eredményének, komplex számok sorozatának, az abszolútértékét, megkapjuk, hogy oszlik el a jel amplitúdója különböző frekvenciákon, milyen frekvenciákból áll a jel.

A Fourier-transzformáció sok területen használt, segítség bizonyos differenciálegyenletek megoldásához, nagy számok és polinomok szorzásához, bizonyos mátrixok hatékony szorzásához, hasznos a kvantuumechanikában, és a jelfeldolgozás területén: képfeldolgozás, filterek, kódolás, kisimítás és élesítés, keresztkorreláció, koherencia, jel-zaj arány becslése, JPEG, MP3/MPEG formátumok kódolása, és még sok más [19, 20].

Esetünkben a jel diszkrét jel, és ha az eredeti jelünk  $N$  valós értékből áll, a Fourier-transzformációjában  $N/2$  hasznos pont lesz, hisz mindegyik frekvencia-pont két információból áll, a mögötte lévő komplex számot két információegység definiálja. Illetve, a maximális frekvenciája a mintavételi frekvencia fele. Ezt másképp Nyquist-frekvenciaként nevezzük. Azzal hogy hosszabb jelet veszünk, a Nyquist-frekvenciáig lévő hasznos pontok számát, a frekvenciasűrűséget növeljük. A Fourier transzformáció egy változatát, a gyors Fourier-transzformációt (FFT) használtuk, mely az általam használt Python nyelv Scipy.fftpack csomagjában található.

Rövid idejű Fourier-transzformációnál ([26], 4.2 fejezet, [27]) (STFT) a jel frekvenciáit, egy  $t$  időpont körül jellemezzük (Fourier-transzformációval). Ezt a  $t$  időpontot eltolva, a Fourier-transzformációt mindenhol elvégezve, és az eredményeket egymás mellé téve megkapjuk a jel frekvencia-idő térbeli reprezentációját. Ehhez kell, hogy az aktuális jel  $t$  körül a jel erősebben számítson bele a Fourier-transzformációba. Ezt úgy tesszük, hogy egy  $a$ -hosszú idősávban meghagyjuk az értékeit, azon kívül lenullázzuk őket. De azt, hogy az éppen aktuális  $t$  időpillanattól milyen távolságban lévő adatpontok mennyire számítanak be ebbe, egy ablak alkalmazásával döntjük el, mely egy 0 és 1 közötti értékkel szorozza be a jelünket ([26], 4.2.2 fejezet).

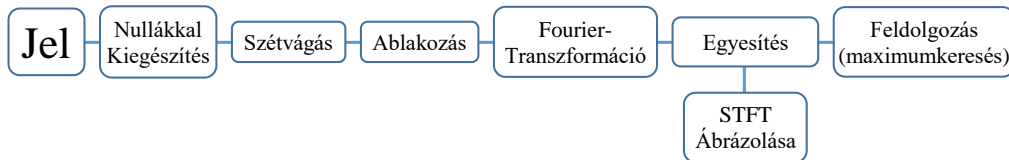
Ha nem használnánk ablakot, csak egy darabon meghagyjuk a jel értékeit, illetve azon kívül 0-kal helyettesítjük be, igazából akkor is használunk ablakot: egy olyan (Boxcar) ablak ez, ahol egy szakaszon az ablak értéke 1, azon kívül 0. Több okból is érdemes sima ablakokat használni, mert ilyenkor a fantomfrekvenciák (az ablak hatásai) kisebbek. Esetünkben az ablak Gauss-ablak volt, melynek a teljes szélessége ( $a$ ) mellett változtatható paramétere a szórása,  $\sigma$  (2.1 egyenlet). Legtöbbször a szórás 6-10 szerese volt az általunk használt ablak szélessége, így viszonylag szépen belesimul a nullába ( $10^{-10}$  körüli az ablak értéke az elején és végén). Az ablakozás hatására az éppen elvégzett Fourier-transzformáció sokkal nagyobb súllyal veszi latba az ablak közepe közelében lévő értékeket, tehát arra az időpontra jellemző frekvenciákat sokkal inkább kiemeli. A Gauss-ablakot a `scipy.signal.gaussian` [23] függvénnyel generáltuk, az ablak egyenlete:

$$w(n) = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{n}{\sigma}\right)^2} \quad (2.1)$$

Jelünket az ablakozás előtt kiszélesítjük, az ablakunk sugarával ( $a/2$ ) mindkét irányba, nulla értékek hozzáadásával (zero-padding). Ez biztosítja, hogy az értelmes jelünk minden pontja ugyanolyan átlagos szorzóval számít bele a végső értékbe. Érdemes megjegyezni, hogy mindig egy  $N + a$  hosszú jelet adunk be a Fourier-transzformációnak, csak az az ablakon kívül 0 értékekkel van feltöltve. Ez a mintavételi frekvenciát, így a Nyquist-frekvenciát

nem befolyásolja, és megengedi, hogy az  $N$  adatpont mindegyikére rakhatjuk az ablak közepét, tehát  $N$  db Fourier-transzformáltból rajuk össze majd a jelünket. Ekkor már  $N$  db,  $N + a$  hosszú jellel/ egy  $N \times N + a$ -es tömbbel dolgozunk, azaz  $N$  darabra "Szétvágtuk" a jelünket.

Ezután az ablakot végigtoljuk a kibővített jelen, és minden csúsztatásnál elvégzünk egy Fourier-transzformációt. Alapértelmezetten ez a csúsztatás folytonos, de mivel diszkrét jelekről van szó, adott mintavételezéssel, a folytonosságot jól közelíti, ha mindig csak a következő adatpontra ugrunk ([26] 4.2.3. fejezet). Ha belegondolunk, ilyenkor abból a jelből, ami  $N$  adatpontból állt, tehát  $N$  információt hordozott magában, amiből  $N$  db  $N/2$  hosszú Fourier-transzformáció lett, ami együtt  $\frac{N^2}{2}$  adatpont. De ez csak  $N$  információt tartalmaz, tehát igen nagy a jel redundanciája. Így bőven elegendő minden  $k$ -edik időpillanatra kiszámolni, ahol  $k$ -t nem érdemes az ablakszélesség ötödénél-hatodánál,  $a/5 - a/6$ -nál nagyobbra venni, mert egyre inkább nem teljesül az, hogy minden pont azonos átlagos súllyal esik latba, tehát az ablakok rajta vett átlagos értékei egyre inkább nem egyeznek meg. De ettől függetlenül ez is egy jelentős, 10 – 100-szoros gyorsítás a programnak, információvesztés nélkül. A teljes jelfeldolgozás folyamatábrája a 2.1 ábrán látható.



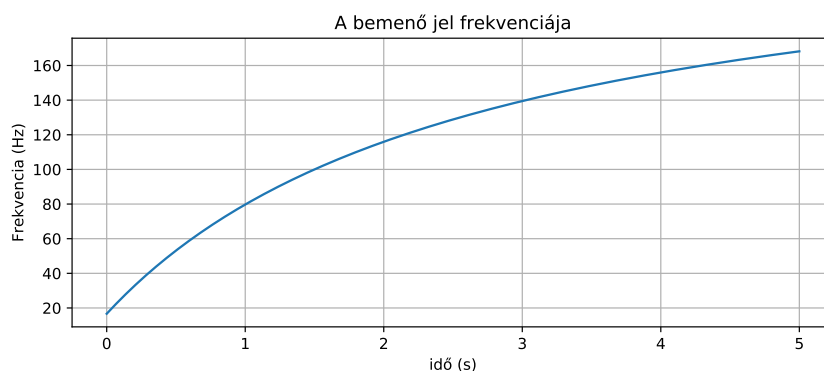
2.1. ábra. A feldolgozási módszerünk folyamatábrája. Az  $N$  hosszú jelet nullákkal kiegészítjük, majd  $N$  db ablakozott jelre elvégezzük a Fourier-transzformációt. Az eredmény egy 2D-s tömb, amit ábrázolhatunk, vagy tovább feldolgozhatunk.

Amennyiben nem nullközepű a jelünk, ez az eljárás jelentősen torzítja a jelünk idő-frekvencia térbeli reprezentációját, fantom-frekvenciák hozzáadásával, hosszú jelnél 0 Hz-nél, de ahogy az ablakunk közeledik a jel méretéhez, úgy jelenik meg ez egyre magasabb frekvenciáknál is, a spektrum alján. A méréseink alatt úgy tapasztaltuk, hogy a jelünk legtöbbször nullközepű. Amennyiben a jel nem nullközepű, a probléma orvosolható azzal, hogy nem nulla értékeket rakunk a szélére, hanem a jel szélétől kis sugárba (mondjuk az ablak sugarába) lévő értékekkel bővítjük ki a jelünket.

Ahogy a 2.1 ábrán látható, végezhetünk még további adatfeldolgozást. Például, ha egy vissza akarjuk állítani a bemenő frekvenciafüggvényt, a Fourier-transzformáltakon végigfuttatva egy maximumkeresést, ezt jó közelítéssel megtehetjük.

## 2.2. Kiértékelési módszerek tesztelése

Mielőtt valós mérésekkel kipróbáltuk volna, általunk generált jelekkel is leteszteltem a fenti feldolgozó algoritmusokat. Először egy szinusz hullámot adtam be a rendszernek, és egy vékony csúcsot láttam a várt frekvenciánál. Majd egy változó frekvenciájú jelet, mely igen hasonlít egy csörpre, illetve a jelhez egy nullközepű zajt is adtunk. Ezután, változtattunk, amit tudtunk: a determinisztikus jel és a zaj amplitúdóját, az adatpontok számát, a mintavételi frekvenciát, a jel fajtáját (időben konstans, lineárisan változó, szinuszosan változó, csörp-imitáló). A továbbiakban egy olyan teszt látható, amelyben mindezt változtattuk. A bemenő jel frekvenciája a 2.2 ábrán látható.

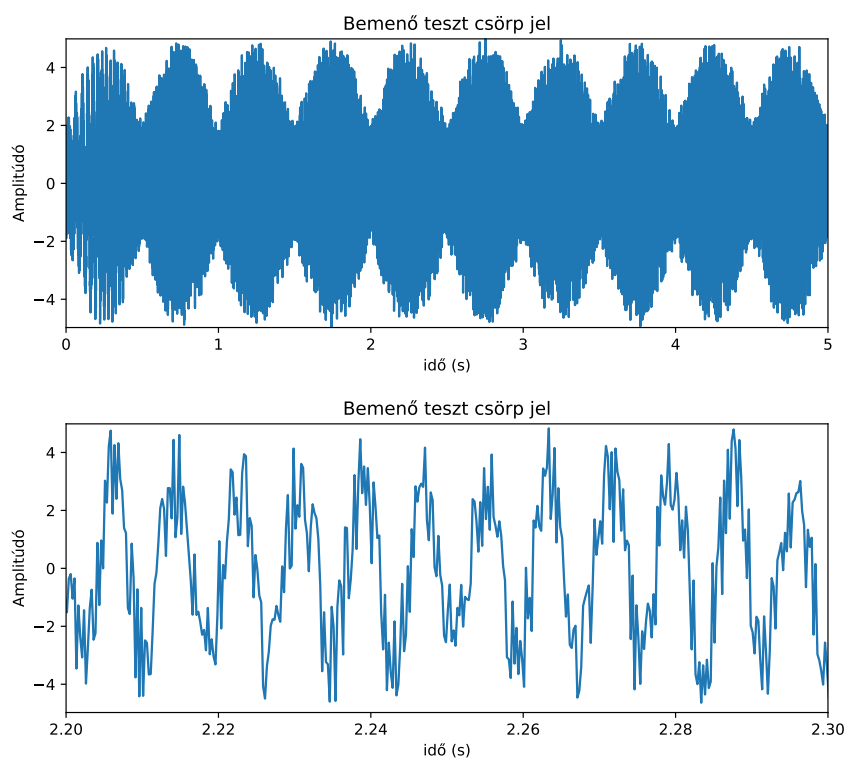


2.2. ábra. A bemenő csörp-imitáló jel frekvenciája.

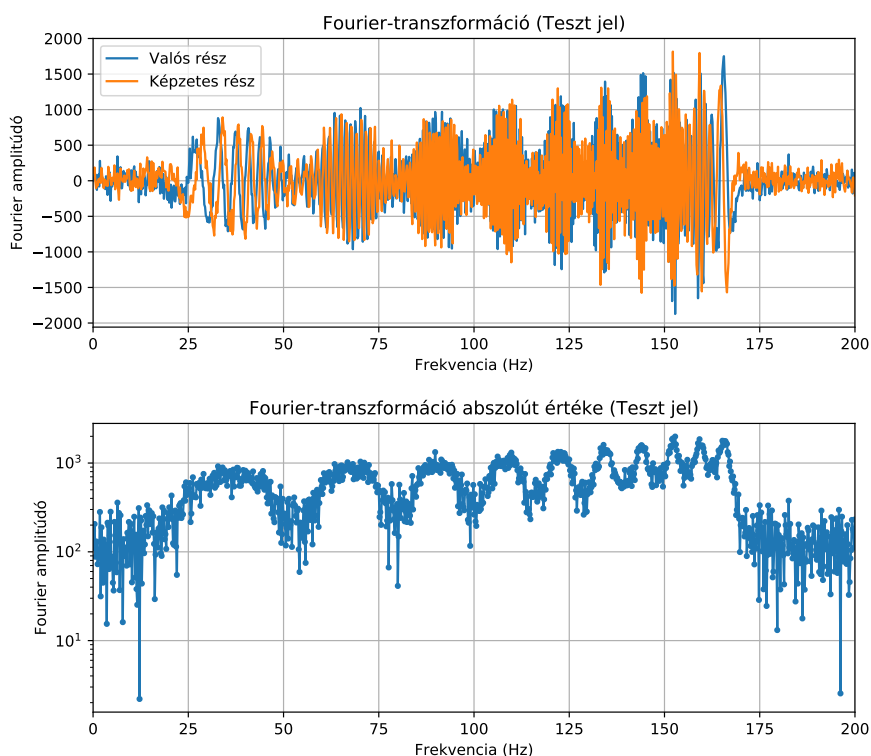
Ebben a tesztben a nullközepű determinisztikus komponens maximum amplitúdója 3, de egy 2  $Hz$  periódusú szinusz szerint változik (Megj.: mivel ez nem egy fizikai jelenség, nem definiálunk az amplitúdónak mértékegységet), és az ehhez adott (nullközepű) fehér zaj amplitúdója 2. Így elméletileg a jel maximum amplitúdója 5. Mintavételi frekvenciánk 2000  $Hz$ , és a jelünk 5  $mp$  hosszú, tehát 20000 mérési pontból áll, frekvenciája  $f(t) = 250 - \frac{630}{t+2.7}$  (2.2 ábra). A teszt jel egy nagyított darabja látható a 2.3 ábrán.

Ezután a Fourier-transzformációt elvégezve a 2.4 ábrát kapjuk, ahol a felső ábra a kimenet, mint komplex függvény, lent pedig annak az abszolút-



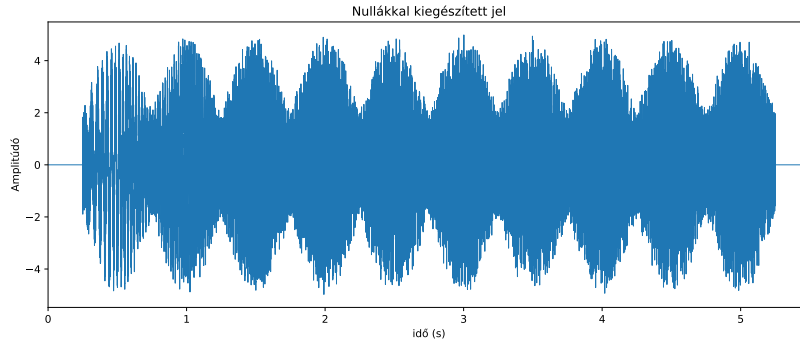


2.3. ábra. A bemenő jel amplitúdója a teljes spektrumon (0–5 s), és 2.2–2.3 másodperc között. A fenti áran viszonylag jól látszik a szinuszos amplitúdó-változás, illetve lent a zaj ellenére szabad szemmel is fel tudunk fedezni a jelben periodicitást.



2.4. ábra. A Fourier-transzformált 200  $Hz$ -ig. Látható a nyolc csúcs az amplitúdónál, de csak azért, mert más frekvenciáknál történtek ezek. Ránézésre lehetetlen megmondani, milyen volt a bemenő jel.

értéke. Az ábrázolás nem terjed ki a Fourier-transzformáció teljes kimenetére (a Nyquist-frekvenciáig), csak a számunkra érdekes frekvenciatartományra. Továbbá az alsó ábra y-tengelye logaritmikus Ez máskor is hasznos, mert ha a legerősebb frekvencia és a zajszint közötti amplitúdó nagyságrend(ek)ben vannak számunkra érdekes jelenségek, azokat így könnyebben észrevehetjük. Láthatjuk, hogy a változó frekvenciának nincs látható nyoma, de az abszolútértékben látunk nyolc hullámhegyet, és a komplex függvényben is láthatjuk az ennek megfelelő hullámzást. Ez az eredeti  $2 Hz$ -es amplitúdóváltozásunk eredménye, hisz ahogy megyünk előre az időben, a frekvencia egyre nő, így az újabb amplitúdóhullámok magasabb frekvenciánál keletkeznek. Ekkor a frekvencia már kevésbé változik, az amplitúdó kisebb frekvenciatartományon oszlik el, így a Fourier-amplitúdóban vékonyabb és magasabb csúcsot ad. Tehát az eredeti jel ismeretében meg tudjuk magyarázni a Fourier-transzformált egyes tulajdonságait, de ez fordítva igen nehéz.



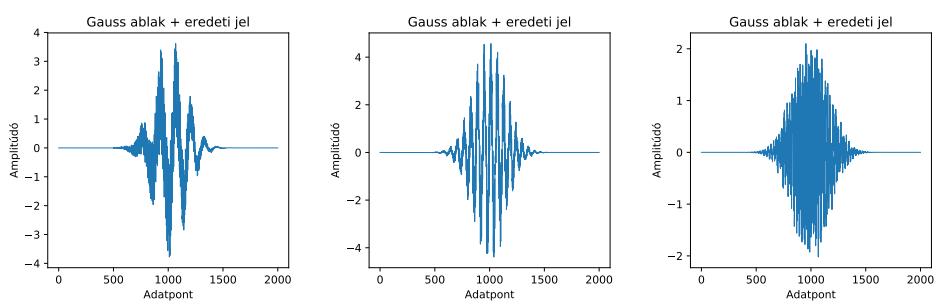
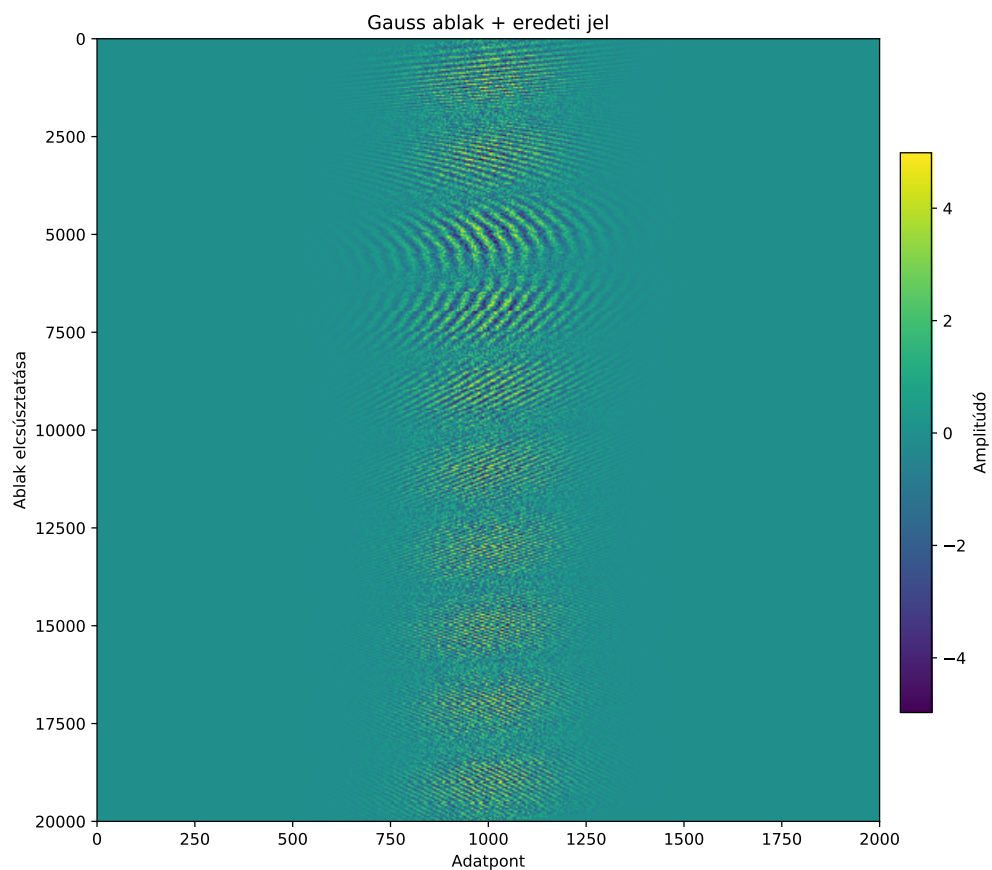
2.5. ábra. A nullákkal kiegészített jel teljes hosszában.

Mivel a Fourier-transzformáció eredménye megtartja az információt,  $N$  adatpontból  $N/2$  komplex számot, tehát  $N$  adatot generál. Ha nem vesszük ezeknek az abszolútértékét, ami megfelelne az információt, lehetséges az eredeti jel visszaállítása (a teljes Fourier-transzformáltból), azaz létezik inverz Fourier-transzformáció, ami egy hasonló transzformáció, csak a frekvenciára, és egy amplitúdókorrekció ([27], [26] 2.2.1 fejezet, 2.1 tétel). Ha abszolútértéket már vettünk, a jel frekvenciáinak visszaállítása lehetséges, csak a fázisai fognak elveszni.

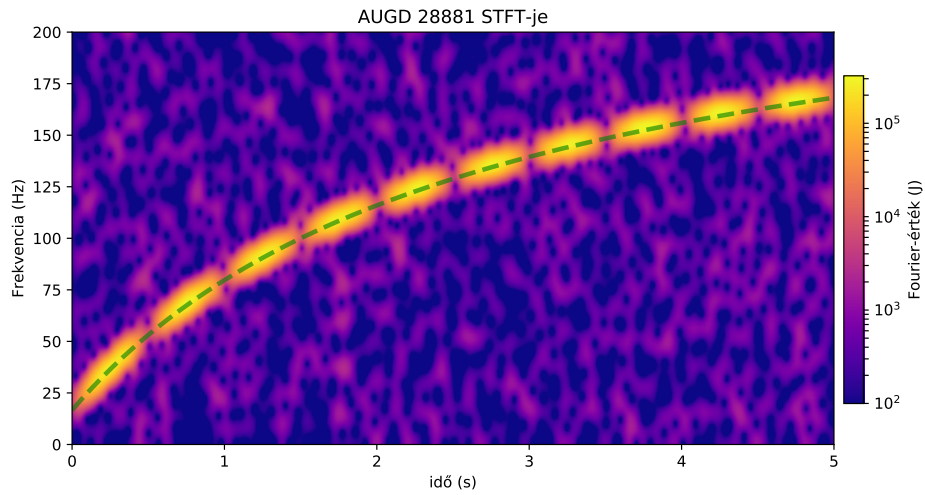
A következőkben kiegészítjük a jelünket nulla értékekkel (zero padding) (2.5 ábra), majd ezen a jelen végigsúsztatjuk az ablakunkat (2.6 ábra), az alatta lévő ábrákon láthatóak ennek az ábrának metszetei, ha az ablak 500., 3000., 18000. adatpontnál van. Ezeken is látható már, hogy a jel frekvenciája folyamatosan nő. Ezt követi a rövid idejű Fourier-transzformáció (STFT), majd elvégezzük a maximumkeresést.

Látható a 2.7 ábrán, hogy a rövid idejű Fourier-transzformált igen jól illeszkedik a beadott jelre, továbbá  $2\text{ Hz}$ -es amplitúdóváltozás is szembe-tűnő: fél másodpercenként eléggé lecsökken a Fourier-transzformált értéke. Ha ezen végigfuttatjuk a maximumkeresést, és az eredményt összehasonlítjuk a beadott jellel, megkapjuk a 2.8 ábrát. A két adatsor átlagos különbsége  $0,37\text{ Hz}$ . Az STFT átlaga és az STFT a 2.9 ábrán látható. Ezen az is lát-szik, hogy a maximumértékben törések/bizonytalanságok láthatóak, amikor a determinisztikus komponens nulla közeli, azaz minden  $0,5$  másodpercben. Ennyiben különbözik az igazi csörpöktől, amik amplitúdója a frekvenciávan hasonló időskálán változik.

Érdeemes megjegyezni, hogy az színezés mindkét STFT-nél logaritmikus. Ez lehetővé teszi igazi jelek esetén a gyengébb komponensek felfedezését, de például itt látható, hogy a zaj értékei egy-két nagyságrenddel kisebbek, mint

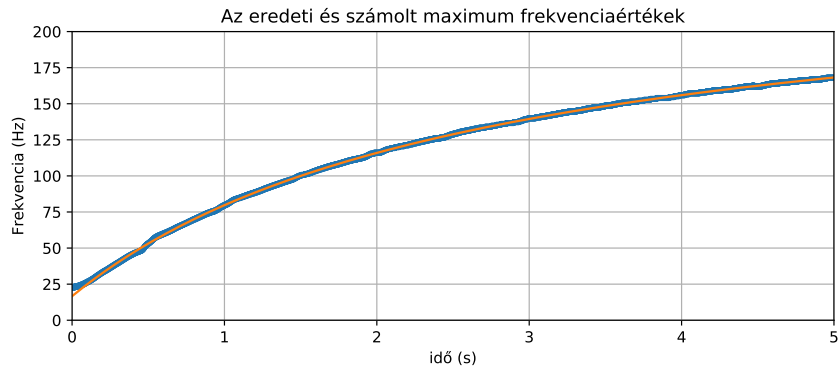


2.6. ábra. Az ablakozott jel egészében, és annak (vízszintes) metszetei, ha az ablak 500., 3000., 18000. adatpontnál van

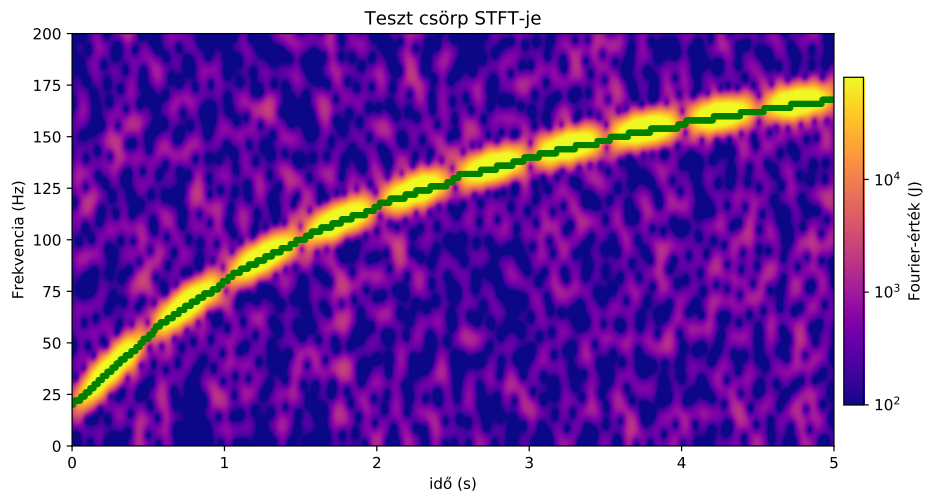


2.7. ábra. A rövid idejű Fourier transzformált, rajta az jelgeneráláshoz használt frekvenciaértékekkel (zöld szaggatott vonal).

a jelünké, holott a kezdeti jelben az amplitúdójuk majdnem ugyanaz volt. Ez annak is köszönhető, hogy a zaj energiája véletlenszerű, azaz egyenletesen oszlik el frekvenciatérben, egészen a Nyquist-frekvenciáig, míg a jel egy 20 – 30  $Hz$  széles tartományon látható.



2.8. ábra. A rövid idejű Fourier transzformált maximumhelyeinek összehasonlítása az jelgeneráláshoz használt frekvenciaértékekkel.



2.9. ábra. A rövid idejű Fourier transzformált, rajta maximumhelyei (zöld).

## 2.3. Könyvtári STFT-vel összehasonlítás

Mivel, a Python `scipy` csomagjának is van egy STFT algoritmus [22], összehasonlítottam azt az általam megírttal. A könyvtári STFT hasonlóan sok állítható paraméterrel rendelkezik, így logikus azonos beállítások mellett (leellenőrizve, hogy azonos a kimenet) összehasonlítani a gyorsaságukat.

Négy mérési sorozatot végeztünk, mindegyikben vagy másmilyen típusú volt a jel, vagy más volt a változtatott paraméter. A 2.10 ábrán látható, amikor konstans, 40 Hz frekvenciájú a bemenő jelünk, és az adatpontok számát változtattuk. Ezután az ablak szélességét változtattuk, és maradtunk ugyanennél a 40 Hz-es jelnél (2.11 ábra), majd egy változó amplitúdójú (2.12 ábra), és egy csörp-imitáló, változó amplitúdójú jellel (2.13 ábra) is lefuttattuk a sebességteszteket. A jellemző futási időket egy-két pontnál a 2.1 táblázat tartalmazza.

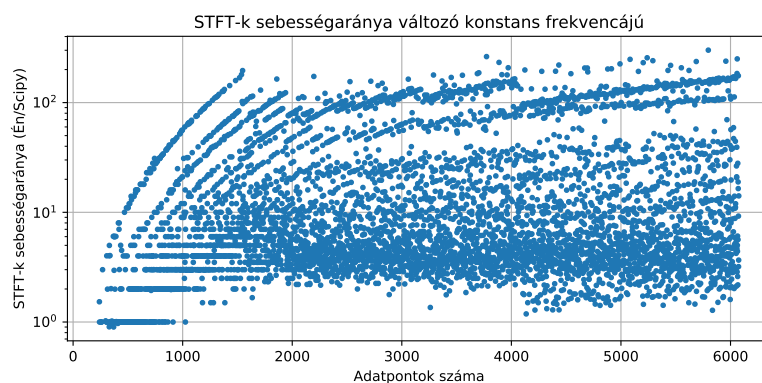
Amikor az adatpontok számát változtattuk, az ablakunk konstans 120 egység széles volt, és mikor az ablak hosszát változtattuk, a jelünk minden esetben 10000 adatpontból állt. A mérési pontok véletlenszerűen lettek kiválasztva.

Látható a 2.10-2.13 ábrákon, hogy a saját fejlesztésű STFT általában lassabb volt, átlagosan 5-50-szer lassabb, és az arány maximuma az adatpont-változtatásoknál növekvő meredekségű (logaritmusos y-tengelyenél csökkenő meredekségű), és 2000 adatpont után lassan növekvő (az arány a 300-at nem lépi át). Az ablakhossz változtatásánál is növekvő meredekségű a függvény, de ez logaritmusos y-tengelyenél körülbelül konstans meredekséget eredményez. A 2.1 táblázatban látható, hogy a jel fajtája nincs nagy hatással a jelre, 1000 adatpontnál mindig 2 – 60 ms a futási idő, és 4000 adatpont esetében 0,03 – 2,8 s ez az érték a saját fejlesztésű STFT-nél. A könyvtári algoritmus esetében 1 – 2 ms a futási idő 1000 adatpontnál, és 10 – 20 ms volt 4000 adatpontnál. Ebből az is levezethető, hogy a könyvtári algoritmus nemcsak kevésbé nő, de a minimum és maximum futási idők hányadosa sem változik nagyon, míg ez a hányados a saját fejlesztésű esetében nem változik nagyon.

Ha vizsgáljuk, hogy milyen mintahosszoknál volt gyors az STFT, azt találhatjuk, hogy kis prímtényezőkre bontható számok. Néhány példa a három sorozatból vegyesen (könyvtári STFT): 3976, 3978, 3990, 3993, 4000, 4050, 4026, 4032, 4050, 4060. Illetve a saját STFT: 3960, 3972, 3990, 3995, 4010, 4035, 4044, 4050. Illetve igen lassúak voltak nagy prímtényezőz számoknál: Könyvtári: 3987, 3991, 4003 (prím), 4009, 4029, Saját: 3989 (prím), 3991, 4001 (prím), 4003 (prím), 4013 (prím). Ezt az okozhatja, hogy az STFT-hez (a jel szétbontása és ablakozása után) használt Fourier-transzformáció nem diszkrét Fourier-transzformáció (DFT), hanem gyors Fourier-transzformáció, mely lényegesen gyorsabban fut le (Huba: Méréselmélet 11.5.2 fejezet [25]).

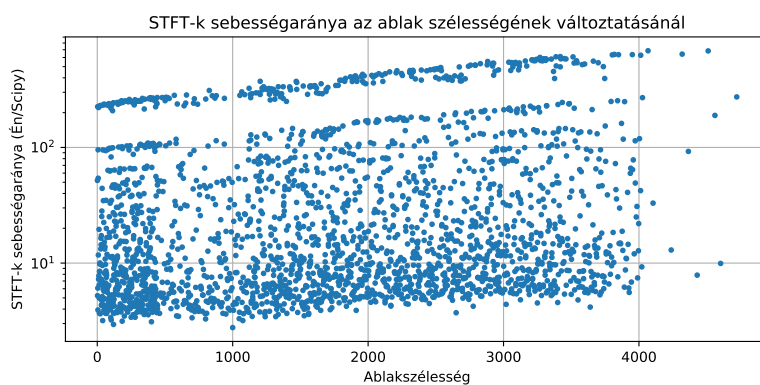
Jel fajtája és mért mennyiség	Adatpont/ Ablakhossz	STFT gyorsasága	
		Saját	Scipy
Konstans 40 Hz	1000	2 – 62 ms	1 – 2 ms
	4000	0,03 – 2,8 s	10 – 18 ms
40 Hz változó ablak(hossz)	200	0,18 – 13 s	51 – 57 ms
	3000	0,3 – 31 s	56 – 61 ms
40 Hz változó amplitúdó	1000	2 – 60 ms	1 – 2 ms
	4000	0,04 – 2,76 s	10 – 19 ms
40 Hz vált. amp., csörp-szerű	1000	2 – 60 ms	1 – 2 ms
	4000	0,04 – 2,73 s	10 – 17 ms

2.1. táblázat. STFT gyorsaságai különböző bemeneti jeleknél

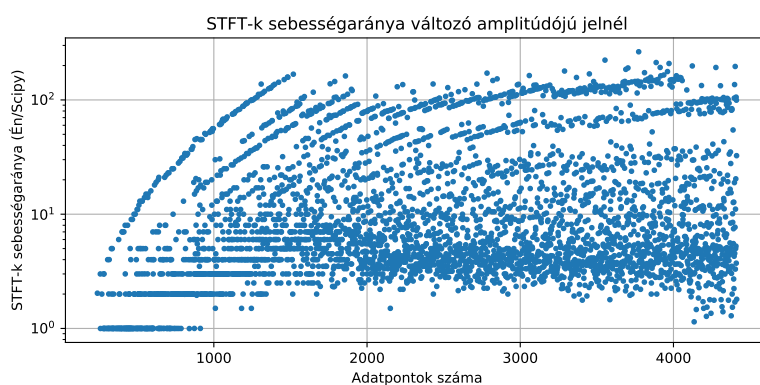


2.10. ábra. STFT sebességarányok változtatása, konstans 40 Hz-nél.

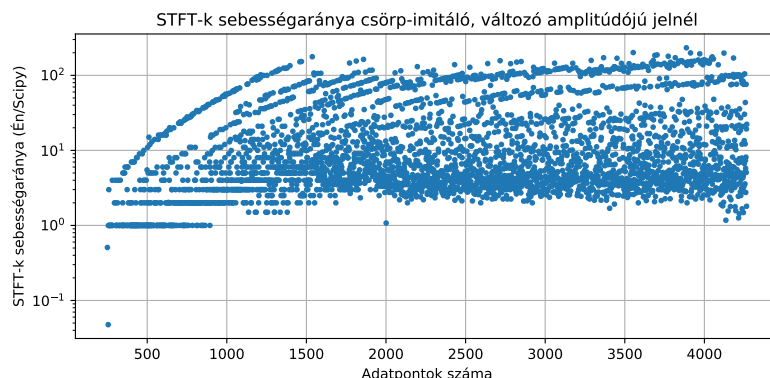




2.11. ábra. STFT sebességarányok változtatása az ablak szélességének változtatásánál, konstans 40 Hz-es jelnél



2.12. ábra. STFT sebességarányok változtatása, változó amplitúdójú, 40 Hz-es jelnél.



2.13. ábra. STFT sebességarányok változtatása, tranziens, csőr-p-imitáló, változó amplitúdójú jelnél.

Az STFT kiszámítása során a Fourier-transzformációnak beadott jel az ablakozás miatt csak ablak szélességnyi sávon tartalmaz értékeket, de ahogy az ablakot eltoljuk, a többi adatpont 0 értéket vesz fel. Így a Fourier-transzformációnak ettől függetlenül egy hosszú (adatpontok száma + ablak szélesség,  $N + a$ ) tömböt adunk be, amit végig kell számolnia. Azzal tudjuk gyorsítani a számolást, ha csak az ablakon belüli értékeket adnánk be 2.14. Ekkor amellet, hogy kevesebb adatponttal dolgozik, kevesebb frekvenciára tudja kiszámolni a Fourier-transzformáltat, hisz már csak  $a$  információból áll a jel, így csökken a frekvenciafelbontása ( $a$  mintavételezés, és így a Nyquist-frekvencia ugyanaz).

Tehát,  $N^2/2$  STFT adatpontról indulva, azzal, hogy minden  $h$ -edik időpontnál végezzük el a Fourier-transzformációt,  $\frac{N^2}{2 \cdot h}$  adatpont lett. Ha a Fourier-transzformációt  $N$  helyett  $a$  adatpontra végezzük el, így az adatpontok száma:

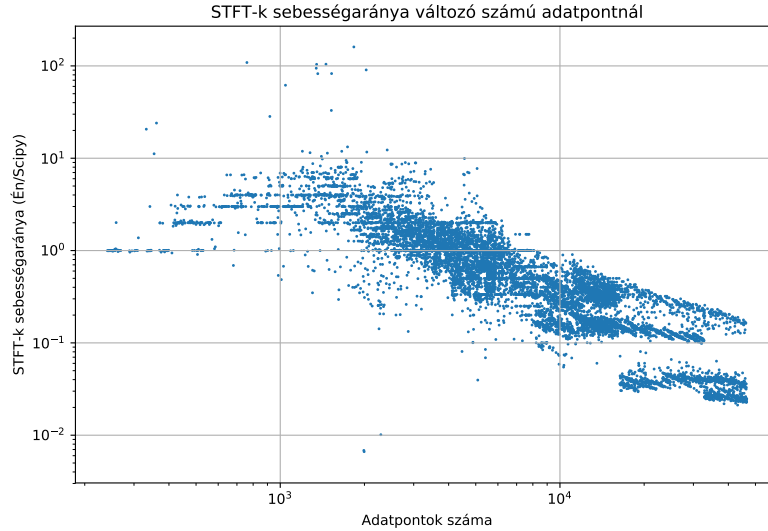
$$\frac{N^2}{2h} \cdot \frac{a}{N} = \frac{N \cdot a}{2h}$$

Ennek kell elégnen lennie  $N$  információnak:

$$\frac{N \cdot a}{2h} > N$$

$$a > 2h$$

Ha  $h$  értéke 10 és 100 között van, akkor ablak szélességünknek (ötszörös redundanciát itt is hozzáadva) 100 – 1000 között kell lennie (ebben a sorrendben). A 2.2 fejezetben lévő szemléltető példa esetében  $N = 20000$ ,



2.14. ábra. STFT sebességarányok változtatása, ha csak az ablakban végzük el a Fourier-transzformációt. Igaz, ekkor két, nem pont ugyanazt az eredményt produkáló programot hasonlítottunk össze, más a mintavételezés.

$h = 10$ ,  $a = 2001$  (a szimmetrikusság miatt páratlan) (még hússzoros redundancia van benne). Ha úgy általában egy ablak szélességét változtatjuk, az egy nyújtásnak szokott megfelelni, így az eddig valamilyen távol eső pontokat a Fourier-transzformáció nagyobb súllyal fogja számításba vetni. De Gauss-ablak esetén az értékeket a  $\sigma$  határozza meg (aminek értéke a példában 150), az ablakszélesség ( $a$ ) csak az értelmezési tartományát. Így anélkül változtathatjuk a frekvenciafelbontást, hogy az eddigi értékeket változtanánk. Problémát tud okozni, ha a jelünk hirtelen egy értékről 0-ra változik, ezért érdemes esetünkben sok  $\sigma$ -ra venni az ablakszélességet. Nálunk az ablak szélén az értékek  $10^{-10}$  nagyságrendűek, tehát ez az effektus nem számottevő. Ha köztes értékeket akarunk kiszámolni, megfelelő redundanciánál az interpoláció megfelelő eszköz.

A módszer előnye, hogy a kimeneti adatpontok száma már  $N$ -el lesz arányos. Ennek megfelelően a számítási idő is kevésbé lesz meredek  $N$  függvényében. Az eredeti STFT  $N^2$ -el arányos adatot tartalmazott, kiszámításához  $O(N^2 \log_2 N)$  művelet szükséges ([26] 4.2.3. fejezet). A 2.14 ábra az ezzel kapcsolatos teszteredményeket mutatja be. Látható, hogy  $10^3$  adatpontnál még a könyvtári STFT akár 10-szer gyorsabb, de  $10^4$  adatpont után az ablakon belül számoló, saját fejlesztésű STFT 10-szer gyorsabb. A könyvtári STFT-nél

nem találtam hasonló funkciót, így nem ugyanazt az eredményt produkálja a két STFT, de az információ, amit hordoznak, gyakorlatilag ugyanaz. A teszt végén, 46000 adatpontnál a könyvtári STFT 8.8 s, az ablakon belül számoló, saját STFT 0.2 s alatt végezte a számolásokat.  $10^5$  után végzet néhány tesztnél a könyvtári program 10 – 30 s, míg a saját fejlesztésű 0,3 s végzett. Mivel a legtöbb használt jelünk hossza ebbe a nagyságrendbe esik, amellet hogy ugyanúgy alkalmas jelfeldolozásra, a módszer lényegesen gyorsabb és a skálázódása kedvezőbb.

## 3. fejezet

# Hullámok kiértékelése

### 3.1. Hullámok, csörpök tulajdonságai

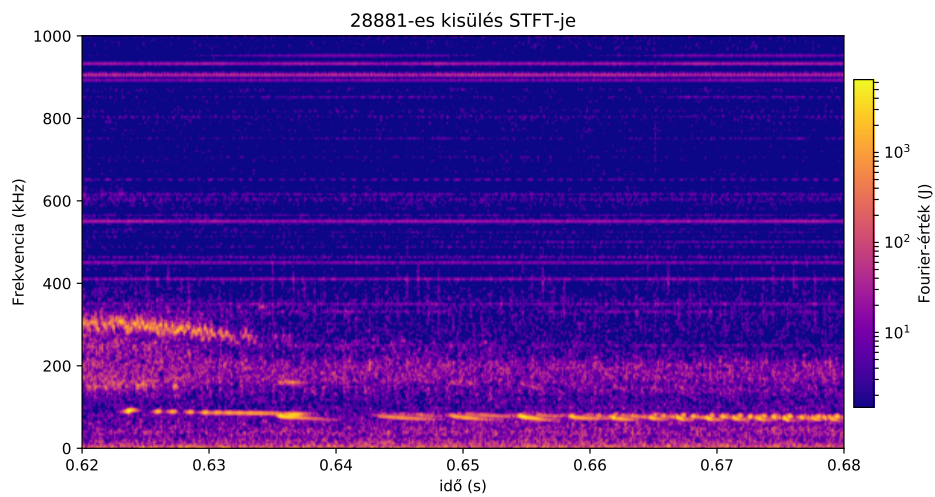
Az általunk vizsgált hullámok egy másik, összegző megnevezése: csörp (angolul chirp), mely egy olyan tranzienst hullám, mely viszonylag hirtelen jelenik meg, majd a frekvenciája kezdetben igen gyorsan változik, majd a változás lelassul, és a hullám megszűnik. Ez a frekvenciatérben felfelé és lefelé is történhet, így megkülönböztetünk felfelé és lefelé csörpölést.

A felfelé csörpökésre a mindennapokban is hallunk példát: egy fűttség is ilyen. A jelenség optikában is ismert, egy prizmán áthaladó fénysugárnál, mely különböző frekvenciákra válik szét, és így térben alkot csörpöt [21], illetve jeldiagnosztikában a sweepeléshez, egy frekvenciatartomány végigsöpítéséhez használt jelet is nevezik olykor csörpnek.

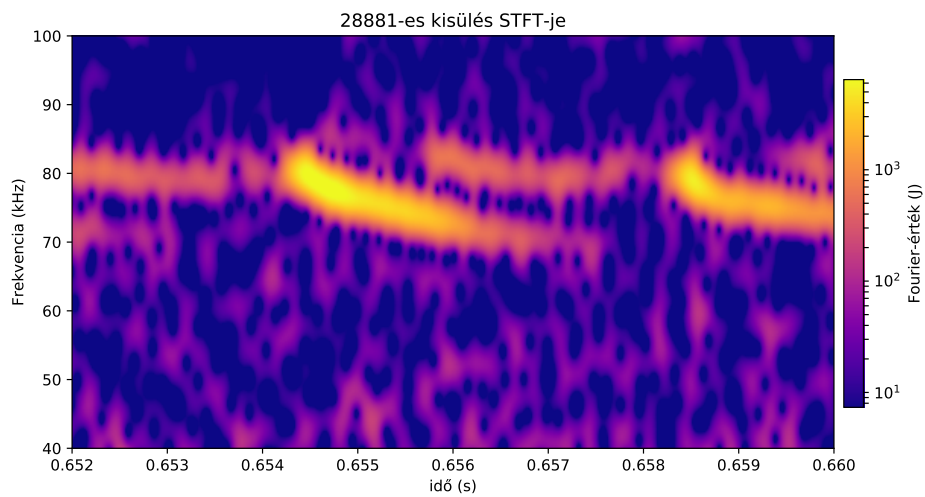
Elsőként az ASDEX Upgrade 28881 számú kisülésében kerestünk csörpöket, melynek a teljes spektruma az 3.1 ábrán látható. Érdeemes megjegyezni, hogy az ábrázolás itt (is) logaritmikus.

Egy csörp viselkedése a következő: általában  $1 - 10$  ms nagyságrendű ideig állnak fent,  $50 - 100$  kHz-n fordulnak elő. Ha a 3.1 ábrán keresünk ilyeneket, láthatjuk, hogy  $70 - 80$  kHz és  $0,66$  s környékén látható néhány. Ennek a nagyított verziója a 3.2 ábrán látható.

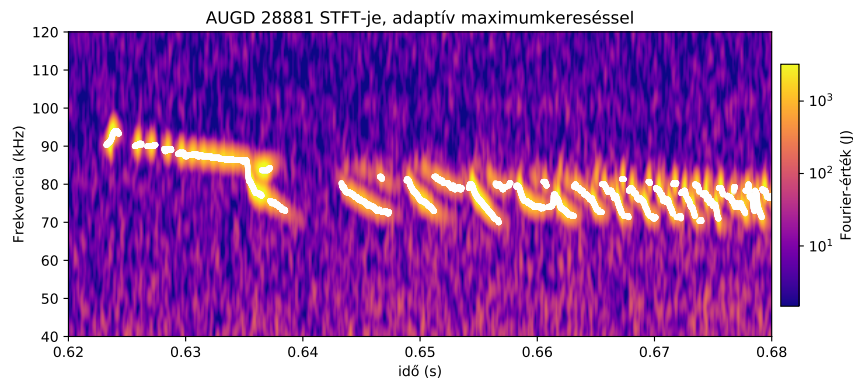
Ha közelebbről nézzük, a csörp frekvenciája olyan  $80$  kHz-ről indul, és  $3$  ms alatt  $70$  kHz-re változik, ahol megszűnik, miután folyamatosan csökken az amplitúdója. Közben egy másik csörp is kíséri,  $1 - 2$  ms-mal később indulva, ami  $80$  kHz környékén mozog. Majd  $0,658$  s-nál már elindul a következő csörp. A jelenséget lefelé csörpölésnek (downchirping) is szoktuk hívni, hiszen a frekvenciája lefelé változik. Érdeemes megjegyezni, hogy a csörpök egyre gyorsabban változnak, és egymásba torlódnak. Ez leginkább a 3.1 ábrán



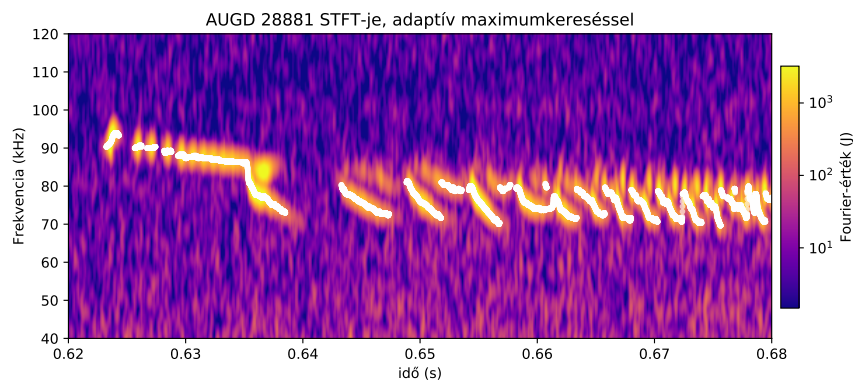
3.1. ábra. A 28881-es kisülés spektruma



3.2. ábra. Egy jól látható csörp



3.3. ábra. A csörpök sorozata, maximumkereséssel (fehér pontok)

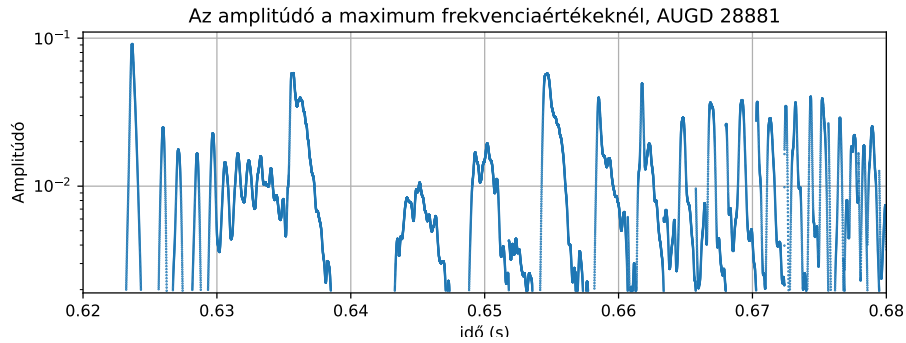


3.4. ábra. A csörpök sorozata, adaptív maximumkereséssel (fehér pontok)

ról látható, ahol is 0,635 s-nál látható az első csörp, utána majd 5 ms szünet, míg például 0,67 s-nál már maga a csörp csak 1 ms hosszú.

Ha ezen végigfuttatunk egy maximumkeresőt, mely a 60 – 100 kHz-es tartományban keresi azokat az értékeket, amik nagyobbak a teljes STFT spektrum maximumértékének 15000-ed részénél, láthatjuk a hullám mozgását (3.3 ábra).

Ebben még mindig érzékelhetünk hibákat, hisz ha szemmel végigkövetjük 635 ms-nél a csörpöt, azután, hogy elkezd frekvenciában lefelé változni, egy másik hullám is megjelenik mellette, ami van, hogy erősebb lesz, és ekkor a maximumkereső azt fogja maximumként beazonosítani. Amennyiben egy adaptív maximumkereső algoritmust használunk, ami az előző megtalált maximumértékhez képest (amennyiben az létezett) egy kisebb távolságon belül



3.5. ábra. A csörpök sorozata, maximumkereséssel (fehér pontok)

(esetünkben ez  $2kHz$  volt) sugarú körben keresi a maximumot, az végig tudja követni az egész csörpöt, mint ahogy a 3.4 ábrán látszik.

Ha megvan a maximumkeresés, az amplitúdó meghatározásához a maximumhelyeknél ábrázolnunk kell a hullám amplitúdóját (ha az STFT-t négyzetre emeltük, mint a fenti ábrák esetében, hogy energiát kapjunk, akkor gyököt kell vonnunk). Az eredmény a 3.5 ábrán látható, ahol észrevehető, hogy a csörp amplitúdója a keletkezése után általában gyorsan növekedni indul, majd azt elérve csökkenni kezd, nem feltétlenül egyenletesen.

## 3.2. Amplitúdófüggvény meghatározása

Egy adott frekvenciánál az amplitúdót a Fourier-transzformáltja határozza meg. Igaz, általában a spektogramok ennek a négyzetét jelenítik meg, ami már az energiával arányos [7]. Ez, ha egy jüllám mozgási energiáját nézzük:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 \quad (3.1)$$

$$E/V = \frac{1}{2}\rho v^2 = \frac{1}{2}\rho\left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)^2 \quad (3.2)$$

Mivel most egyetlen frekvenciakomponensre nézzük a Fourier-transzformációban, az definíció szerint szinusz lesz, hisz a Fourier-transzformáció során szinuszokra bontjuk szét a jelet:

$$\psi = \psi_0 \cdot \sin(\omega t + \alpha) \quad (3.3)$$

$$E/V = \frac{1}{2}\rho \cdot \psi_0^2 \cdot \cos^2(\omega t + \alpha) \cdot \omega^2 \quad (3.4)$$



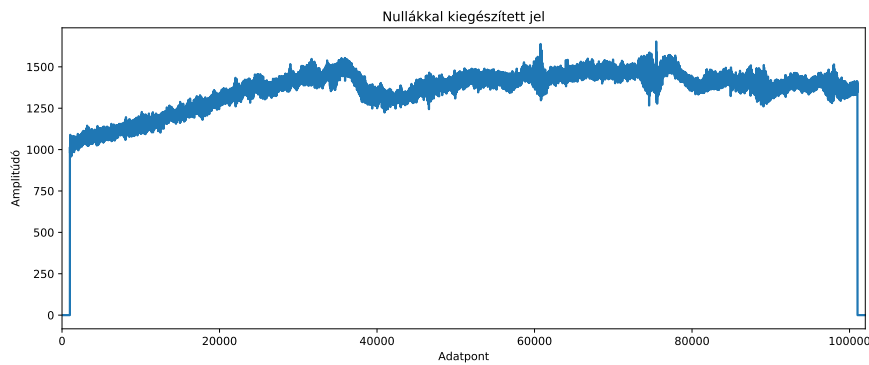
Ahol  $E/V$  egy térfogatra eső energia,  $\rho$  az átlagsűrűség, és  $\psi$  a hullám amplitúdófüggvénye. Ha ezt átlagoljuk ( $\cos^2(\omega t + \alpha) \approx \frac{1}{2}$ ):

$$E/V = \frac{1}{4}\rho\psi_0^2\omega^2 \quad (3.5)$$

Mint ismertettük, egy jel Fourier-transzformációja annak amplitúdójával van összefüggésben. Ez az összefüggés viszonylag egyszerű egykomponensű szinuszok esetén, de minél bonyolultabb a jel, ez annál nehezebb. Az általunk vizsgált folyamatokban például egy térfogat van hatással a szondáinkra, és a távolabb elhelyezkedő régiók kevésbé hatnak.

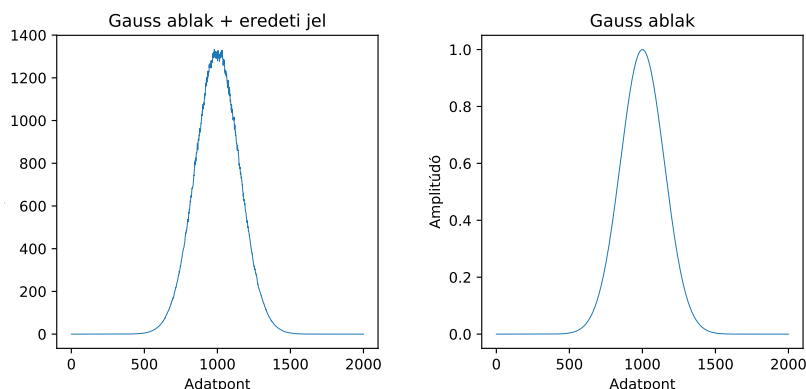
### 3.3. SXR mérések

Mivel az SXR szondák gyakorlatilag egy félegyenes mentén szolgáltatnak információt a plazma energiájáról, különböző radiális tartományokra van rálátásunk. Az egyik első probléma, amivel szembesülünk, hogy az SXR mérések távolról sem nullközepűek. Így, ha a nullákkal kiegészített jelre nézünk (3.6 ábra), láthatjuk, hogy az elején és a végén, a nullákkal kiegészítés miatt egy hatalmas ugrás van.



3.6. ábra. SXR jel nullákkal kiegészítve, AUG 39424-es kisülés, J051-es szonda

Ha ez még nem elég bajós, a 3.7 ábrán látható az ablakozott jel egy részlete, és alig látható különbség közte és a Gauss-ablak között. Ez azt jelenti, hogy ha elvégezzük a Fourier-transzformációt, az leginkább a Gauss-ablakot fogja transzformálni, és a jelünk zaj-erősségű lesz, és, mint ahogy a 3.8 ábrán látszik, minden,  $10\text{ kHz}$  alatti hasznos jelet elnyom a Gauss-ablak Fourier-transzformáltja.

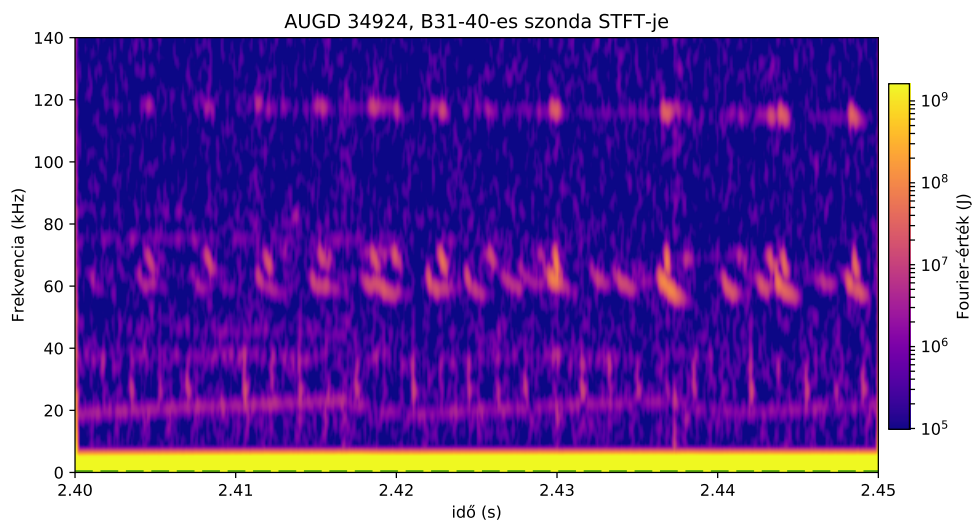


3.7. ábra. Az ablakozott SXR jel metszete a 20000. adatpontnál, illetve a használt Gauss-ablak. Látható, hogy a kettő között alig van alaki különbség, lényegében az ablakot kapja meg a Fourier-transzformáció.

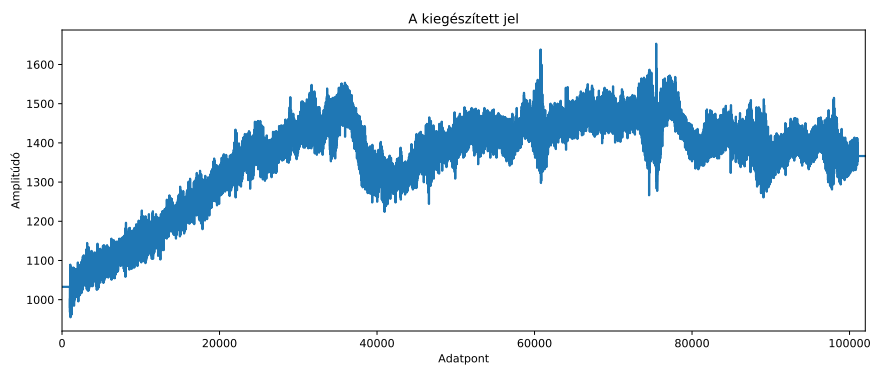
Hogy ezt a problémát megoldjuk, először a nullákkal történő kiegészítést kell lecserélnünk, úgy hogy a jel szélének - ablak-sugárnyi hosszon vett - átlagával egészítjük ki a jelünket (3.9 ábra). EZ még nem elég, hisz 3.7 ábra is a jel közepéről van, és elnyomja a Gauss-ablak. Az alapgondolat ugyanaz: ha nullközepű jelekre jól működik a módszerünk, akkor nullközepű jelet adjunk be, mindezt úgy, hogy ne torzítsuk a jelet. Erre egy jó megoldás az amplitúdó eltolása, ami gyakorlatilag egy  $0\text{ Hz}$  frekvenciájú tag hozzáadása, ami nem befolyásolja a Fourier-transzformációt. De ha az egész jelünket tolnánk el, hogy körülbelül 1300-nál legyen a  $0$  érték, ha egy ablakot néznénk, a maximum amplitúdó még mindig lehet 300 körüli, míg minimum 200, tehát a jel szélessége marad 100 körül, ami messze van a nullközepű jeltől.

De, ha átgondoljuk, annak a jelnek kell nullközepűnek lenni, amit a Fourier-transzformációnak beadunk. Az ablakozás csak egy  $0$  és  $1$  közötti számmal szorozza ezt meg, tehát az ablakozásnak is nullközepű jelet kell kapnia. De, mint ahogy az előzőekben megmutattuk, szétvágás előtt nem lehet egyszerűen nullközepűvé tenni. Tehát, közvetlenül szétvágás után kell a jelünket nullközepűvé tenni, a szétvágott jel az átlagának kivonásával. Ez a transzformáció az adott szétvágott jel Fourier-transzformáltját nem befolyásolja, és mivel a végeredmény ezek összessége (egymástól függetlenül), arra sincs hatással. Az eredeti feldolgozás folyamatábrája a 2.1 ábrán látható, a nem nullközepű jelek feldolgozására is alkalmas módszer pedig a 3.12 ábrán.

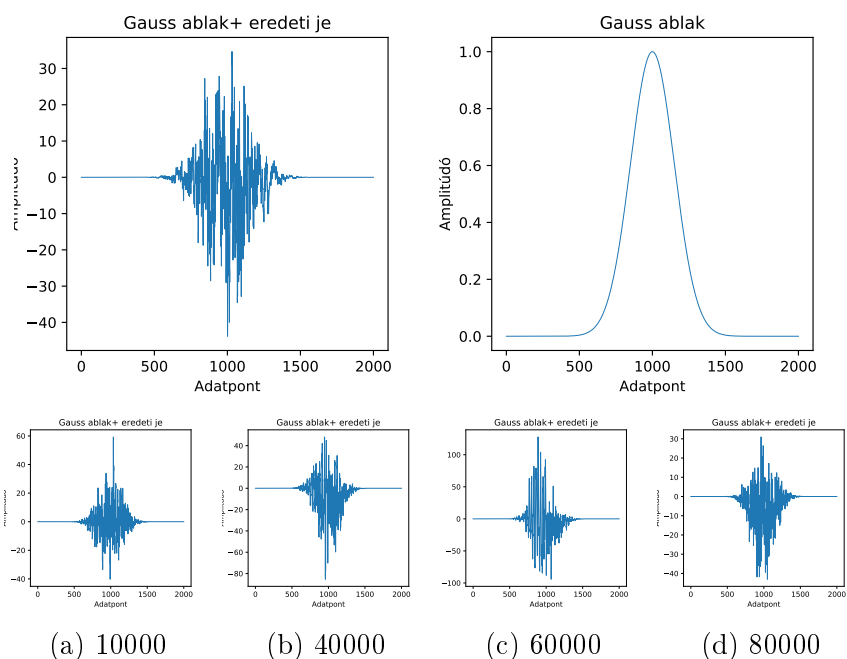
Érdekesség, hogy a jel ilyesfajta változtatására a könyvtári STFT-ben nincs funkció. A három STFT végeredményei a 3.13 ábrán látható.



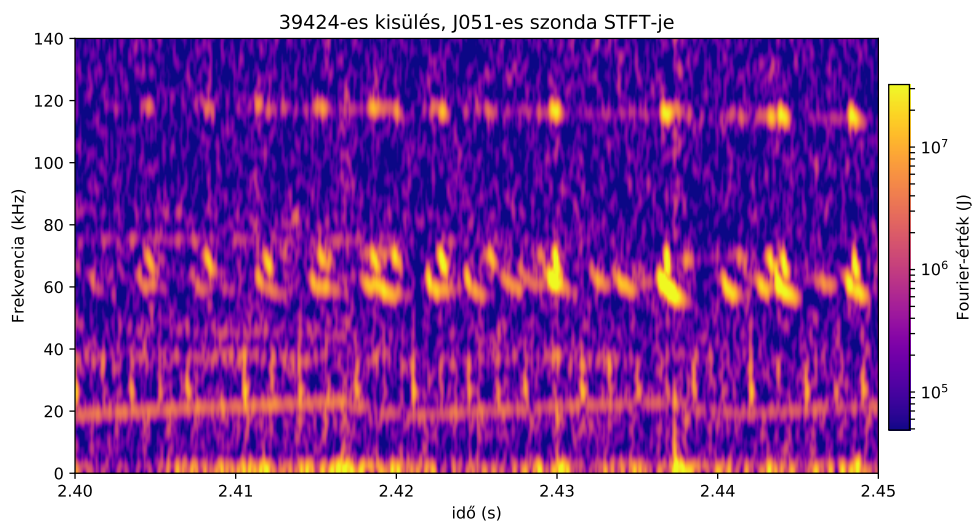
3.8. ábra. SXR jel STFT-je, látható, hogy ha volt bármi hasznos jel  $10\text{ kHz}$  alatt volt, azt elnyomja a Gauss-ablak



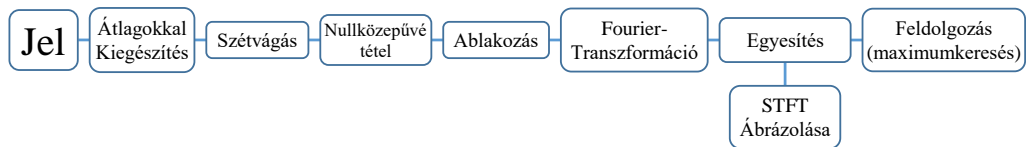
3.9. ábra. SXR jel a kétoldali átlaggal kiegészítve, AUG 39424-es kisülés, J051-es szonda



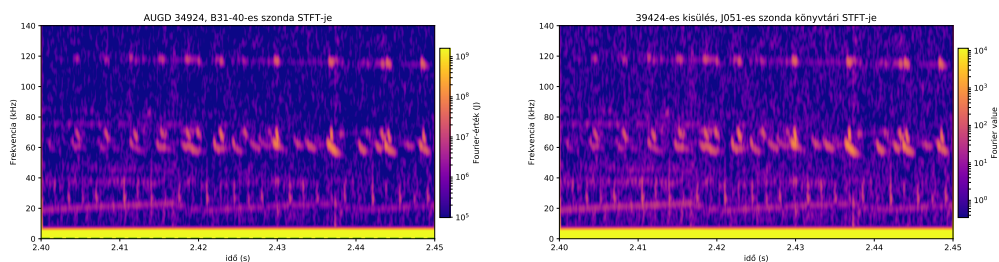
3.10. ábra. Az ablakozott SXR jel metszete a 20000. adatpontnál, illetve a használt Gauss-ablak. Az alsó sorban (a-d) a jel további metszetei. Látható, hogy mindnyájan eléggé különböznek az ablaktól, jóval reprezentatívabbak.



3.11. ábra. SXR jel STFT-je, látható, hogy a  $10\text{ kHz}$  alatti sáv tiszta

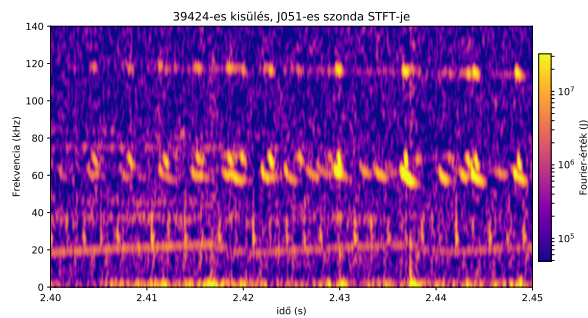


3.12. ábra. A nem nullközepű jelek feldolgozására is alkalmas módszerünk folyamatábrája. Ennél a módszernél nem nullákkal, hanem a jel végén lévő tartományban vett átlaggal egészítjük ki a jelet. Új elem a nullközépűvé tétel, ahol a szétvágott jelből kivonjuk az átlagát, minden jelszakaszt nullközepűvé téve.



(a) Saját STFT, a beavatkozás előtt

(b) A könyvtári STFT



(c) A nem nullközepű jeleket is kezelni képes, saját STFT

3.13. ábra. A három STFT képe. Látható, hogy a könyvtári STFT-ben is megjelenik a Gauss-ablak hatása, elnyomva a  $10\text{ kHz}$ -nél kisebb jeleket.

## 4. fejezet

# Összefoglalás és Kitekintés

A feladatom tranziens plazmahullámok adatfeldolgozása és amplitúdóváltozásának meghatározása volt, melyhez hozzátársult egy rövid idejű Fourier-transzformáció leprogramozása és optimalizálása. Az elkészített program flexibilis, változtatható az idő- és frekvenciafelbontása, és képes a nem nullközepű SXR jeleket széleffektusok nélkül kezelni, ami kardinális a vizsgált tranziens gyors részecske-hajtott MHD hullámok vizsgálatához, illetve rendelkezik egy adaptív maximumkeresővel, mely akkor is követni tudja a kívánt csörpöt ha amellet más hullám jelenik meg, és az STFT értékeit ezeken a lokális maximumhelyeken kirajzolva megkapjuk a kívánt hullám amplitúdófüggvényét.

Továbbá az STFT fel van szerelve grafikus ábrázolással és tetszőleges beadható ablakkal, de az általam használt Gauss-ablak ideális két független paramétere, a szórása  $\sigma$ , miatt, ami meghatározza az értékeit, és egy külön paramétere  $a$ . Az elkészített programot összehasonlítottam egy könyvtári STFT-vel, és bár azt tapasztaltam hogy ugyanolyan bemenet és kimenet mellett lényegesen gyorsabb a könyvtári. Ha a saját STFT frekvenciafelbontását is állítjuk, úgy hogy az STFT által hordozott információ még mindig többszörösen redundáns, szignifikánsan lassabban skálázódó programot kapunk ami így a tényleges jelek elemzésére ugyanolyan alkalmas, rövidebb idő mellett.

A ezen plazmahullámok a gyors ionok kiszórása által károsíthatják a berendezést, és megnehezíthetik a fúziós energia előállítását. Jelfeldolgozás terén a Fourier-transzformáció alkalmazása messze túlterjed a plazmahullámok feldolgozásán, a jelfeldolgozás minden ágában előkerül, de hasznos eszköz a matematika és fizika több ágában, főleg, hogyha nagy mennyiségű adatból vagy függvényekből kell következtetéseket levonnunk.

## 4.1. Köszönetnyilvánítás

Köszönöm a segítségemet a témavetetőmnek, Pokol Gergőnek, és, hogy kezdeti enyhe érdeklődésemet felerősítette, és bevonzott a fúzió világába.

# Irodalomjegyzék

- [1] Mark Tiele Westra/Adorjáné Farkas Magdolna: Fúzió a Világegyetemben: a Nap energiája (magyar nyelven). Science in school <https://www.scienceinschool.org/print/281>
- [2] John Wesson. The Science of JET. JET-R(99)13, 1999. <http://www.iop.org/Jet/fulltext/JETR99013.pdf>.
- [3] Adatok: [https://web.archive.org/web/20060309210852/http://www.einstein-online.info/en/spotlights/binding\\_energy/binding\\_energy/index.txt](https://web.archive.org/web/20060309210852/http://www.einstein-online.info/en/spotlights/binding_energy/binding_energy/index.txt) Válogatva: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File\\_talk:Binding\\_energy\\_curve\\_-\\_common\\_isotopes.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File_talk:Binding_energy_curve_-_common_isotopes.svg)
- [4] Ábra forrása: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fusion\\_ntau.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fusion_ntau.svg) (2010)
- [5] Horváth László, Analysis of fast ion induced instabilities in tokamak plasmas, BME NTI, MSc dolgozat, 2015
- [6] Horváth László, Characterization of electron temperature measurements through time-frequency analysis on ASDEX Upgrade, BME NTI, TDK dolgozat, 2012
- [7] David Morin, Oscillations and Waves notes: Chapters of a book in progress, Chapter 5.3.2 <http://www.people.fas.harvard.edu/~djmorin/waves>
- [8] John Wesson. Tokamaks. Clarendon Press, Oxford, third edition, 2004.
- [9] Jure Maglica, Plasma heating with neutral beam injection (2005), University of Ljubljana Seminar [http://mafija.fmf.uni-lj.si/seminar/files/2004\\_2005/NBI1.pdf](http://mafija.fmf.uni-lj.si/seminar/files/2004_2005/NBI1.pdf)



- [10] LR. Grisham, P. Agostinetti, G. Barrera, P. Blatchford, D. Boilson, J. Chareyre, et al., Recent improvements to the ITER neutral beam system design, *Fusion Engineering and Design* 87 (11), 1805-1815
- [11] G J Wilkie et al., Global anomalous transport of ICRH- and
- [12] Tajima, T. (1982). Ion cyclotron resonance heating (IAEA-SMR-82). International Atomic Energy Agency (IAEA) [https://inis.iaea.org/search/search.aspx?orig\\_q=RN:13701193](https://inis.iaea.org/search/search.aspx?orig_q=RN:13701193)
- [13] H. Alfvén, Existence of Electromagnetic-Hydrodynamic Waves, *Nature* volume 150, pages 405–406 (03 October 1942), <https://doi.org/10.1038/150405d0> NBI-heated fast ions <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1361-6587/aa5902/meta>
- [14] Ph. Lauber et al., Strongly non-linear energetic particle dynamics in ASDEX Upgrade scenarios with core impurity accumulation, IAEA Proceedings
- [15] Ph. Lauber et al., Strongly non-linear energetic particle dynamics in ASDEX Upgrade scenarios with core impurity accumulation, IAEA Előadás, 2018.10.23., Gandhinagar, India [http://www2.ipp.mpg.de/~pw1/NAT/NATfiles/2018\\_IAEA\\_FEC\\_Lauber\\_talk\\_v3.pdf](http://www2.ipp.mpg.de/~pw1/NAT/NATfiles/2018_IAEA_FEC_Lauber_talk_v3.pdf)
- [16] S.E.Sharapov, Lecture 4, Australian National University, Canberra, 7-9 July 2010 [https://maths.anu.edu.au/files/sharapov\\_lec5.pdf](https://maths.anu.edu.au/files/sharapov_lec5.pdf)
- [17] Az ASDEX Upgrade technikai paramétereit: <http://www.ipp.mpg.de/16208/einfuehrung>
- [18] ITER Homepage <https://www.iter.org/>  
Design: R. Aymar et al, The ITER design, *Plasma Phys. Control. Fusion* 44 (2002) 519-565 <http://dx.doi.org/10.1088/0741-3335/44/5/304>
- [19] [https://en.wikipedia.org/wiki/Fourier\\_transform#Applications](https://en.wikipedia.org/wiki/Fourier_transform#Applications) [https://en.wikipedia.org/wiki/Fast\\_Fourier\\_transform#Applications](https://en.wikipedia.org/wiki/Fast_Fourier_transform#Applications)
- [20] Applications of Fourier Transforms, Mhaske Viabhav, Avdhoot Bane, Gaurav bharjatiya <https://goo.gl/ZKr25z>
- [21] Dr. Kovács Attila, Dr. Börzsönyi Ádám, Dr. Horváth Zoltán, Dr. Osvay Károly (2013), A femtoszekundumos optika alapjai, Szegedi Tudományegyetem, [https://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop412A/2011\\_0025\\_fiz\\_5/ch06s03.html](https://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop412A/2011_0025_fiz_5/ch06s03.html)

- [22] Python, scipy.signal.stft dokumentáció <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.signal.stft.html>
- [23] Python, scipy.signal.gaussian dokumentáció <https://docs.scipy.org/doc/scipy-0.14.0/reference/generated/scipy.signal.gaussian.html>
- [24] NIT Wavelet Tools, jelfeldolgozó programcsomag [deep.reak.bme.hu/projects/wavelet](http://deep.reak.bme.hu/projects/wavelet)
- [25] Méréselmélet Dr. Huba, Antal Dr. Lipovszki, György, Mechatronikai mérnök MSc tananyag, <http://www.mogi.bme.hu/TAMOP/mereselmelet/>
- [26] Stéphane Mallat: a wavelet tour of signal processing, third edition, 2009 ISBN 13: 978-0-12-374370-1
- [27] D. Gabor. Theory of communication. J. IEE, 93:429–457, 1946. <http://genesis.eecg.toronto.edu/gabor1946.pdf>
- [28] The Scientist and Engineer’s Guide to Digital Signal Processing, Steven W. Smith, Ph.D., Chapter 11: Fourier Transform Pairs: Chirp Signals <http://www.dspguide.com/ch11/6.htm>