

# TDK dolgozat

## Formula Student autó kerékszlip szabályzása PID és csúszómód szabályzóval

*Szerző:*  
**Alföldi Ádám**



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Közlekedés- és Járműirányítási Tanszék

*Konzulens:*  
**Dr. Fényes Dániel**

TDK dolgozat,  
2023. november 7.

# Tartalomjegyzék

<b>1. Bevezető</b>	<b>1</b>
1.1. Az autó bemutatása . . . . .	3
1.2. Probléma leírása, általános megoldások . . . . .	4
<b>2. PID szabályzó</b>	<b>7</b>
2.1. Elméleti háttér . . . . .	7
2.1.1. Minőségi jellemzők . . . . .	7
2.1.2. Arányos tag . . . . .	8
2.1.3. Integráló tag . . . . .	8
2.1.4. Deriváló tag . . . . .	9
2.2. PID kerékszip szabályzó megalkotása . . . . .	11
2.2.1. Koncepció . . . . .	11
2.2.2. Részletes felépítés . . . . .	12
<b>3. Csúszómód szabályzó</b>	<b>17</b>
3.1. Elméleti háttér . . . . .	17
3.1.1. Az ideális csúszómód . . . . .	18
3.1.2. A csattogás . . . . .	19
3.2. Longitudinális modell megalkotása . . . . .	20
3.2.1. Gumierők . . . . .	21
3.2.2. Ellenállás erők . . . . .	22
3.2.3. Vertikális terhelés . . . . .	22
3.3. Csúszómód kerékszip szabályzó tervezése . . . . .	24
3.3.1. Az ekvivalens jel . . . . .	25
3.3.2. A „switching function” . . . . .	25
3.4. Vonóerő megfigyelő tervezése . . . . .	26
3.4.1. Elméleti háttér . . . . .	26
3.4.2. A megfigyelő implementálása . . . . .	27
<b>4. Tesztelés</b>	<b>30</b>
4.1. Carmaker környezet bemutatása . . . . .	30

4.2. PID szabályzó tesztelése . . . . .	31
4.2.1. Tesztelés Carmakerben . . . . .	31
4.3. Csúszómód szabályzó tesztelése . . . . .	32
4.3.1. Tesztelés kerékpár modellel Simulinkben . . . . .	32
4.3.2. Tesztelés Carmakerben . . . . .	38
4.4. Tesztelés valós körülmények között . . . . .	42
<b>5. Konklúzió</b>	<b>45</b>
<b>6. Hivatkozások</b>	<b>46</b>

## Kivonat

A kutatás célja egy Formula Student autó kerékszip szabályzó algoritmusának megtervezése kétféle szabályzási módszer alapján, azok tesztelése és összehasonlítása.

A dolgozatban először bemutatom az autót, annak főbb komponenseit. Részletezem az autó fejlesztési szempontjait, az alkalmazott technikákat, illetve, hogy a dolgozat témájának választott feladat hogyan épül ebbe be. Ezt követően leírom a problémát, ami a gumikarakteristikából adódó optimális szlipre való szabályzást jelenti. Ezután egy ilyen jármű (elektromos versenyautó) kerékszip szabályzásához használt általános módszerek kerülnek felsorolásra. Az összehasonlítás a következő módszereket foglalja magában: Model Predictive Control, neurális háló, PID, valamint csúszómód szabályzó. Kitérek ezek előnyeire és hátrányaira, megindokolva, hogy egy Formula Student versenyautó fejlesztése esetén miért az utóbbi kettő alkalmazása a célszerű.

Ezt követően a PID és csúszómód szabályzó algoritmus tervezését és annak Carma-ker szoftverben való tesztelését ismertetem. Az elméleti áttekintést követően hangsúlyt fektetek a megvalósításhoz elengedhetetlen komponensekre, amely a PID szabályzó esetén az „anti-windup” logika fejlesztését és tesztelését jelenti, míg a csúszómód szabályzónál a csattogás megszüntetését, valamint egy a vonóerőt becslő állapotbecslő fejlesztését foglalja magában. A csúszómód szabályzó esetén bemutatok egy saját hosszirányú modellt is Matlab/Simulink környezetben, amely segítségével egyszerűbbé vált a szabályzó implementálásának korai szakasza. A tesztelésnél szó esik a gyakorlatban használatos szabályzó hangolási eljárásokról, például a Ziegler-Nichols módszerről. Megvizsgálom továbbá a különböző paraméterek bizonytalanságából származó hatásokat, biztosítva ezzel, hogy a szabályzó a valóságban is robusztusan működik.

Ezek után valós teszteken kerül összehasonlításra a két módszer. Validálom a szabályzók működését, illetve részletezem a későbbi fejlesztési lehetőségeket, kitérve a sebességbecslés és egyéb állapotbecslés fontosságára.

# 1. fejezet

## Bevezető

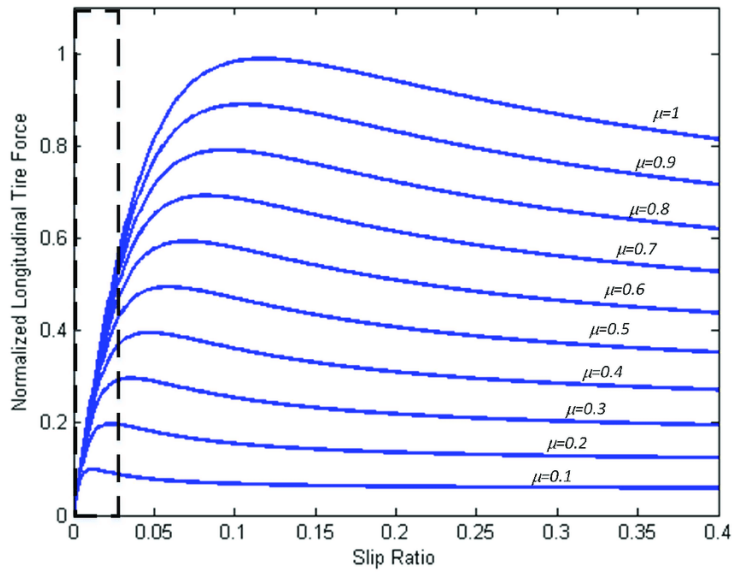
A járműdinamikai szabályzórendszerek, mint a blokkolásgátló (ABS) vagy az elektronikus menetstabilizáló (ESC) a modern járművek kötelező tartozékai, melyek nagyban növelik azok biztonságát. Egy kutatás szerint utóbbi évi 5300-9600 balesetet képes megelőzni. [1] A borulásgátló, illetve egyéb oldalirányú szabályzórendszerek már egy ideje mélyen kutatott területek, és szinte minden közúti járműben megtalálhatóak. Ezzel szemben a kerékszip szabályzó rendszerek nagyobb kihívásokat állítanak a tervezőjének. Ennek oka, hogy az utak minősége nagyon eltérő lehet, ennek hatására a szabályozott rendszer tulajdonságai változnak.

A kerékszip definíciója:

$$\kappa = \frac{r\omega - v}{r\omega} \quad (1.1)$$

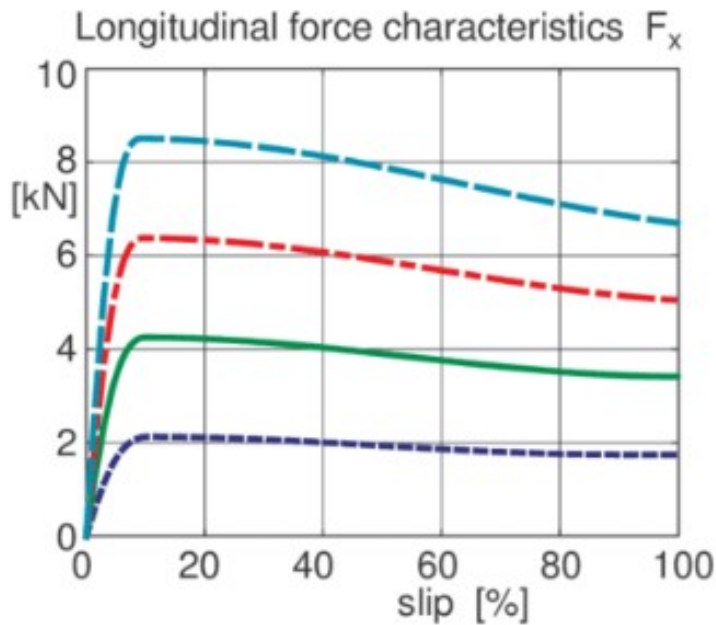
Ahol:

- $\kappa$  a kerékszip  $[-]$
- $r$  a kerék sugara  $[m]$
- $\omega$  a kerék szögsebessége  $\left[\frac{1}{s}\right]$
- $v$  a jármű hosszirányú sebessége  $\left[\frac{m}{s}\right]$



1.1. ábra. Hosszirányú erő és szlip különböző súrlódási tényezők esetén [2]

Látható, hogy a különböző utak hatására a vonóerő-szlip görbe alakja, a kinyerhető maximális gumierő, valamint az ehhez tartozó kerékszlip értéke is változik.



1.2. ábra. Általános hosszirányú gumikarakterisztika különböző vertikális terhelés mellett [3]

Megfigyelhető, hogy a vertikális terhelés is igencsak megváltoztatja a rendszer tulajdonságait.

Ezen nehézségek ellenére mégis széles körben alkalmazzák az efféle szabályzókat:

- közúti autók esetén: a kipörgés megakadályozására nedves vagy jeges útfelületen,

- versenyautóknál a tapadási határon történő gyorsítás eléréséhez,
- kamionokon,
- motorkerékpárokon (az első ilyen motor a BMW K1, 1988-ban került piacra)
- off-road járművek esetén, ahol az elektronikus kipörgésgátló jobb kormányozhatóságot eredményez a differenciálzárhoz képest.[4]

A motorsportban egyik elsődleges cél a leggyorsabb köridő elérése. Ehhez a lehető legnagyobb gyorsulásokra van szükség, amihez - egyebek mellett - az elérhető maximális gumierő kiaknázása szükséges. Ez hosszirányban a kerékszlip szabályozásával lehetséges. A problémát természetesen ki lehet bővíteni a fékezés esetére is, itt a karakterisztika ugyanolyan jelleget mutat, csak épp a legnagyobb lassító erőt szeretnénk elérni.

## 1.1. Az autó bemutatása

Az idei a BME Formula Racing Team 21.autója, a 13. elektromos hajtású. Képes manuális és önvezető módban is üzemelni. Hajtásáért 4 db AMK DD5-14 állandó mágneses



1.3. ábra. Az autó önvezető gyorsulás versenyszám közben

szinkronmotor (PMSM) felel. Ezen motorok egyenként 21 Nm maximális nyomatékra, 21000 1/perc fordulatszámra és 31 kW teljesítményre képesek. A kerékig ez  $i = 15$ -ös

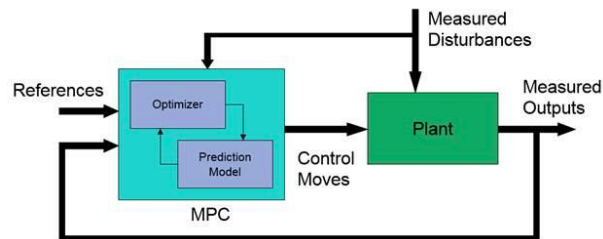
lassító áttétellel ér el. A motorok vezérlése egymástól független. A cél egy olyan szabályozási rendszer megalkotása, amely minden pillanatban a lehető legjobban kihasználja az autóban rejlő potenciált, „tapadási határon” tartja azt.

## 1.2. Probléma leírása, általános megoldások

Visszatérve a gyorsítás esetéhez, a cél az optimális kerékszlip fenntartása a kerekeken. Mivel autónk 4 agymotorral van hajtva, ez a 4 motor egymástól független szabályozásával történik. Ennek megvalósítása többféle stratégia alapján történhet, a legjellemzőbbeket összegyűjtöttem előnyükkel és hátrányukkal.

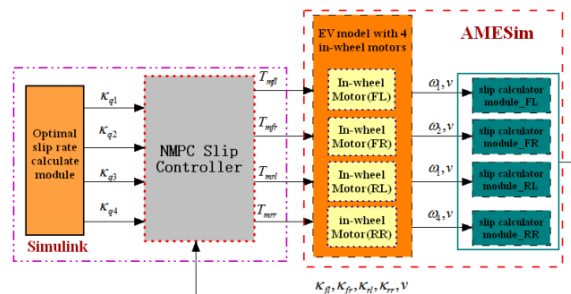
### MPC

A modell prediktív irányítás (MPC) egy optimális irányítási megoldás, ami egy véges időhorizonton minimalizál egy költségfüggvényt minden időlépésben. Ehhez felhasználja a rendszer jelenlegi állapotát, valamint annak modelljét.



1.4. ábra. MPC sematikus ábrája[5]

Ezt az módszert nagy szeretettel alkalmazzák napjainkban, ugyanis komplex rendszereket hatékonyan lehet vele irányítani, illetve a különböző fizikai korlátokat (például a motor maximális nyomatéka) jól lehet kezelni vele.[6] Emiatt több kutatás is vizsgálta, valamint sikeresen alkalmazta ezen megoldást a kerékszlip szabályzására.[7][8]



1.5. ábra. MPC alkalmazása kerékszlip szabályzásra

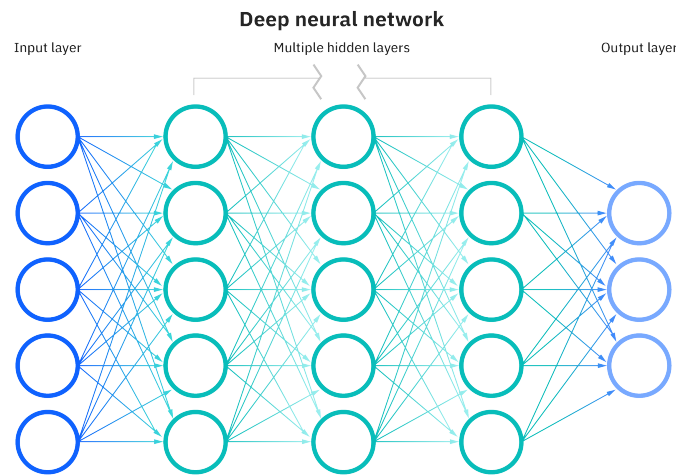
[9]



Hátránya viszont, hogy az online optimalizációs probléma megoldásához nagy számítási kapacitás szükséges[6]. Fel kell állítani egy nemlineáris modellt, amely leírja a jármű hosszirányú dinamikáit. Ez alapján kerül meghatározásra a jármű jövőbeli mozgása, ami aztán optimalizálva lesz. Mivel egy komplex rendszerről van szó, ennek a hosszú időhorizontú optimalizálása igen számításigényes. Megfelelő hardver ehhez nem állt rendelkezésemre, így ezt a módszert elvetettem.

## Neurális háló

Napjaink egy másik általánosan népszerű megoldása a neurális háló alkalmazása, ami lehetséges kerékszlip szabályozás esetén is. A kerék-talaj kapcsolat bonyolultsága egyes kutatások szerint ezen megoldás használatával jobban kezelhető.[10]



1.6. ábra. Neurális háló felépítése[11]

A neurális háló alapvetően három rétegből áll:

- **Bemeneti réteg:** a bemeneti adatokat kapja meg, feldolgozza, majd továbbítja a rejtett rétegnek.
- **Rejtett réteg:** amely az adatot vagy a bemeneti rétegtől, vagy másik rejtett rétegtől kapja. A megkapott adatot tovább feldolgozza, majd odaadja a következő rétegnek. Egy neurális hálónak több rejtett rétege lehet.
- **Kimeneti réteg:** ennek kimenete meghatározza a végső eredményt. [12] A kerékszlip szabályozás esetén ez a kerékre kikerülő nyomték értékét jelenti.

A rejtett rétegek számának függvényében ezzel a megoldással elvileg bármilyen függvény leírható. Azonban a megvalósítás sok kihívás elé állítja a tervezőt:

- a tanuláshoz sok és jó minőségű adatra van szükség. Ennek mind a tesztidő, mind a rendelkezésre álló szenzorok határt szabnak.

- Mivel ez egy úgynevezett „black box”, tesztseason alatt a váratlan működést nehezebb lenne kijavítani, mint a többi megoldás esetén.

Ennek fényében a neurális hálót is elvettem. A másik kettő megvizsgált megoldást a következő fejezetekben részletezem, azok implementálásával együtt.

## 2. fejezet

# PID szabályzó

A PID szabályzó az iparban leggyakrabban használt szabályzótípus. Neve a 3 tagjának rövidítéséből adódik (Proportional, Integral, Derivative), mely tagok hangolásával különböző viselkedést lehet elérni a szabályzóval.[13] Előnye az egyszerű implementáció illetve a kis számítási kapacitás igény. Hátránya, hogy a nemlinearitásokat nem képes úgy kezelni, mint a többi említett megoldás. Ezen felül érzékeny lehet a körülmények változására (gumi kopása, aszfalt változása). Elmondható, hogy bár a többi szabályzási módszernél rosszabb teljesítményre képes, egyszerű megvalósítása értékes tesztidőhöz juttathat.

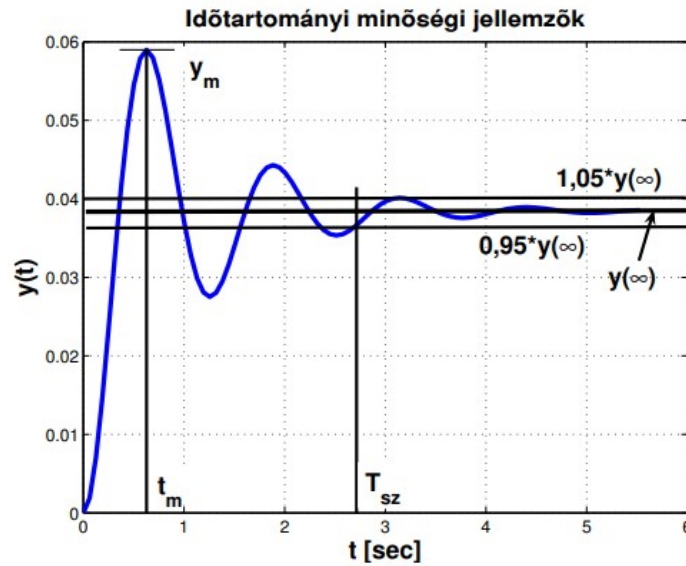
### 2.1. Elméleti háttér

Az alapja ezen szabályzásnak a szabályozott változó mérése, majd ezen mérés segítségével a beavatkozó jel meghatározása az arányos (P), integrál(I) és derivált(D) tagok összegének segítségével.

#### 2.1.1. Minőségi jellemzők

A szabályzó megtervezésének alapja a minőségi követelmények felállítása. Ezen jellemzők vizsgálata általában különböző próbafüggvényekre adott válasz elemzésével történik. Ezen függvények közé tartozik az egységugrás, a dirac-delta vagy a végigsöprő szinuszfüggvény („chirp”)[14]. Több szempontot kell figyelembe venni, úgy mint:

- Túllövés: az alapjeltől (angolul set point) számított túllövés maximuma, százalékban
- Szabályzási idő: a szükséges idő, amíg egy adott hibánál kisebbre áll be a rendszer (általában ez a hiba 5%)
- Szabályzási eltérés: a végső különbség az alapjel és a szabályzott jel értéke között
- Túllendülési idő: az az időpillanat, amikor a túllendülés a legnagyobb mértékű[15]



2.1. ábra. Minőségi jellemzők[15]

### 2.1.2. Arányos tag

Az arányos jelet az alapjel és a kimenet pillanatnyi különbsége (hiba) határozza meg. Ezen hiba az arányos taggal ( $K_p$ ) megszorozva megkapjuk a beavatkozó jelet. Ennek növelése gyorsabbá teszi a rendszert, viszont a túllövés és az oszcillációk is nagyobbak lesznek. Egy bizonyos érték felett a rendszer instabillá válhat.

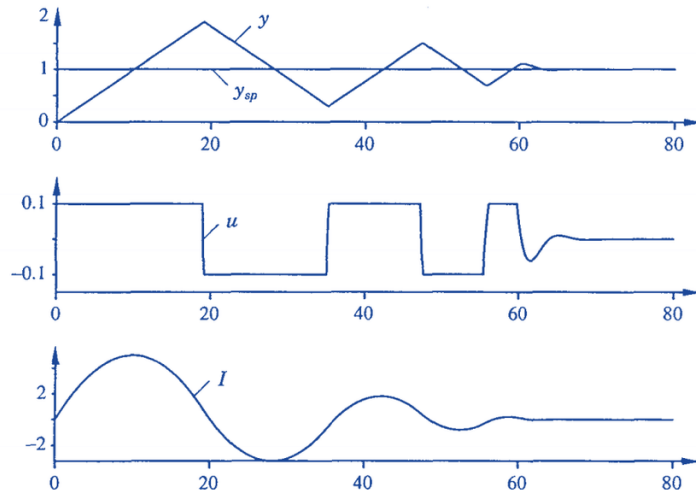
$$u_p = K_p(y_{ref} - y) \quad (2.1)$$

Ahol:

- $K_p$  az arányos tag
- $y_{ref}$  a referenciajel
- $y$  a bemenet

### 2.1.3. Integráló tag

Az integrált tag nevéből adódóan (idő szerint) integrálja a hibát. Ennek következtében egy kis hiba is az integrált jel folyamatos növekedéséhez vezet. Ezzel a szabályozási eltérés beállási értéke 0 lesz. Egy negatív mellékhatásra, az „integral windup”-ra érdemes odafigyelni: valós rendszereknél a beavatkozó jel nagyságának vannak határai. Nagy hiba integrálása esetén lehetséges, hogy a beavatkozó jel még a túllövést követően is növeli a hibát, lassítva a beállási időt, növelve a túllövést.[16]



2.2. ábra. Az „integral windup” jelensége[17]

$$u_{I(folytonos)} = \frac{K_i}{s} \quad (2.2)$$

$$u_{I(diszkret)} = K_i I(z) \quad (2.3)$$

Ahol:

- $K_i$  az integráló tag
- $I(z)$  az integrálási mód diszkrét időben (pl. előre Euler, hátra Euler, trapéz módszer)

### 2.1.4. Deriváló tag

A deriváló tag értéke a hiba deriváltjából adódik, ezáltal „elsimítja” az oszcillációkat, csillapítja a rendszer egységugrásra adott válaszát[18]. Megfelelően nagy deriváló tag ( $K_D$ ) a túllövést és a beállási időt is csökkenti, azonban a túl nagy érték túlszabályozáshoz vezethet. Ezen felül a deriváló tag érzékeny a szenzor zajokra, instabillá válhat a rendszer, ezért a valóságban általában kis értékűre célszerű választani, vagy teljesen el lehet hagyni. Továbbá emiatt általában szükséges valamilyen szűrő alkalmazása is.

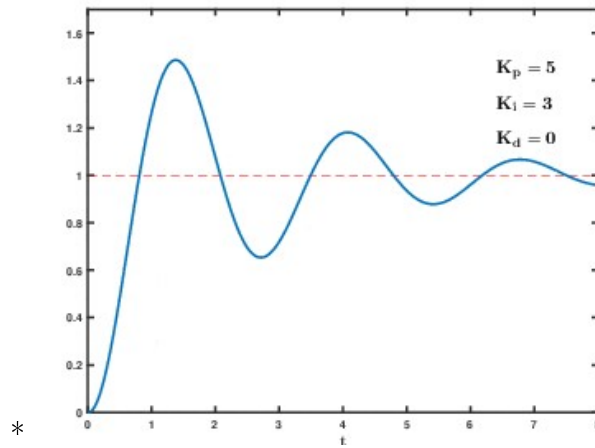
$$u_{D(folytonos)} = \frac{K_D s}{T_f s + 1} \quad (2.4)$$

$$u_{D(diszkret)} = \frac{K_D}{T_f + D(z)} \quad (2.5)$$

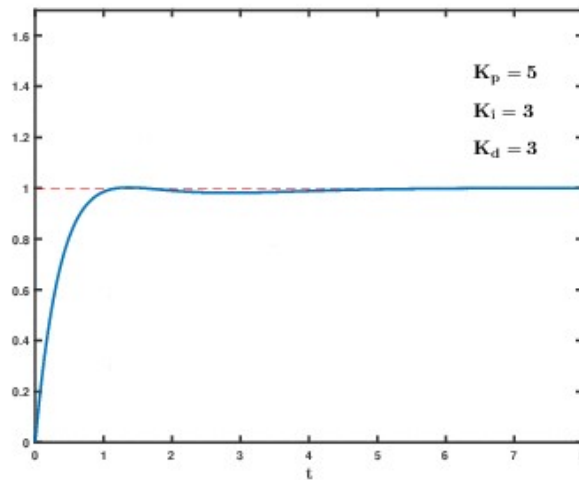
Ahol:

- $K_D$  a deriváló tag

- $T_f$  a szűrő időállandója
- $D(z)$  az az integráló módszer, amivel a deriváltat számoljuk (ugyanaz, mint a diszkrét integrátornál)



2.3. ábra



2.4. ábra. Ideális esetben a D tag csökkenti a túllövést, gyorsítja a beállást[19]

A PID szabályzó a három tag összege lesz:

$$u_{PID(folytonos)} = K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d s}{T_f s + 1} \quad (2.6)$$

$$u_{PID(diszkrét)} = K_p + K_i I(z) + \frac{K_d}{T_f + D(z)} \quad (2.7)$$

## 2.2. PID kerékszlip szabályzó megalkotása

### 2.2.1. Konceptió

Ebben az esetben a beavatkozó jel a motorra kivezérelt nyomaték:

$$u(t) = T(t) \quad (2.8)$$

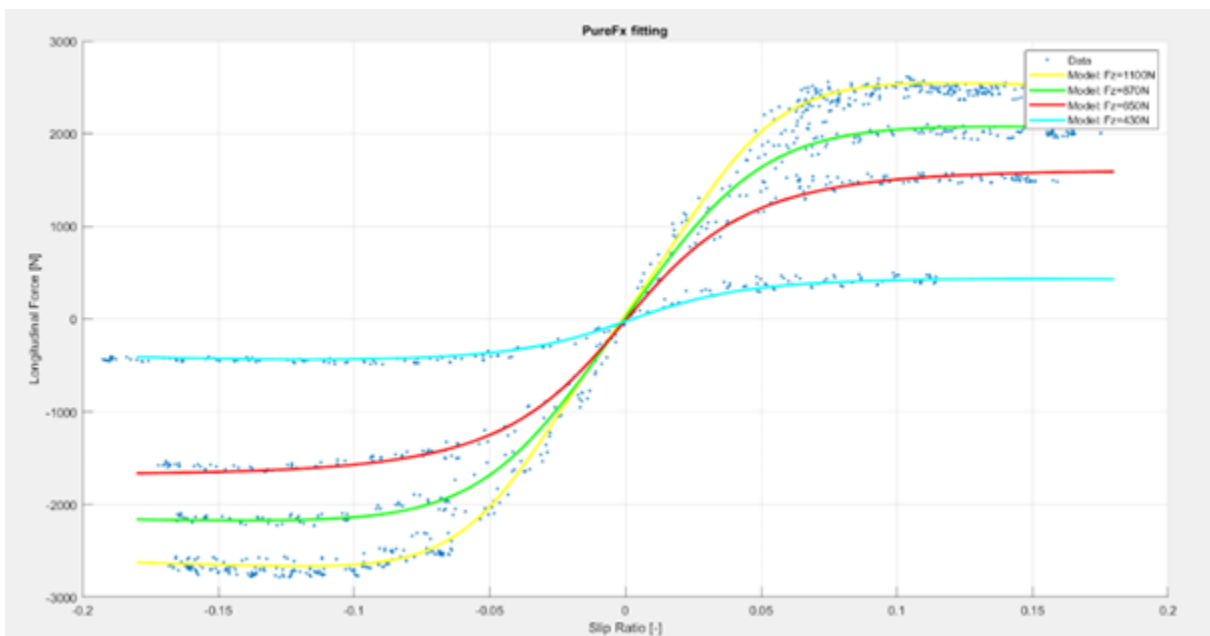
A szabályozni kívánt jel a kerékszlip, ami a következőképp írható le gyorsítás esetén:

$$\kappa = \frac{r\omega - v}{r\omega} \quad (2.9)$$

Ahol:

- $\kappa$  a kerékszlip  $[-]$
- $r$  a kerék sugara  $[m]$
- $\omega$  a kerék szögsebessége  $\left[\frac{1}{s}\right]$
- $v$  a jármű hosszirányú sebessége  $\left[\frac{m}{s}\right]$

Ez a kerékszlip van összevetve az optimálissal, amit mérésekből állapítottam meg:



2.5. ábra. Az általunk használt gumi (Hoosier R20) hosszirányú karakterisztikája

Látható, hogy az optimális szlip értéke nagyjából  $\kappa = 0,12$ , ugyanakkor az is látható, hogy a környezetében (0,08-0,15) még igen hasonló erők lépnek fel.

## 2.2.2. Részletes felépítés

### A szabályzó szükséges bemenetei

A kerék szögsebessége a kerékenkóderrel meghatározott. A kerék sugarának változása elhanyagolható a guminyomás nagysága miatt.

A hosszirányú sebesség fuzzy logika, illetve Kálmán-szűrés segítségével van becsülve. Előbbi a fordulatszámok, valamint az előző időpillanat becsült sebességéből a megcsúszó kereket hívatott kiszűrni, ezzel egy előzetes sebességbecslést ad. Utóbbi ezt a becslést a hossz- és oldalirányú gyorsulások, valamint a legyezési szögsebesség segítségével tovább pontosítja.[20]

### Sebesség átszámítása a kerekek pontjára

Először a súlypontra becsült hosszirányú sebesség átszámításra kerül a kerék pontjára. Ehhez az IMU(Inertial Measurement Unit)-ból származó legyezési szögsebességre (angolul yaw rate) és a kerekek súlyponttól való oldalirányú távolságára van még szükség:

$$v_{FL} = v_x - \dot{\psi} \frac{l_{elso}}{2} \quad (2.10)$$

$$v_{FR} = v_x + \dot{\psi} \frac{l_{elso}}{2} \quad (2.11)$$

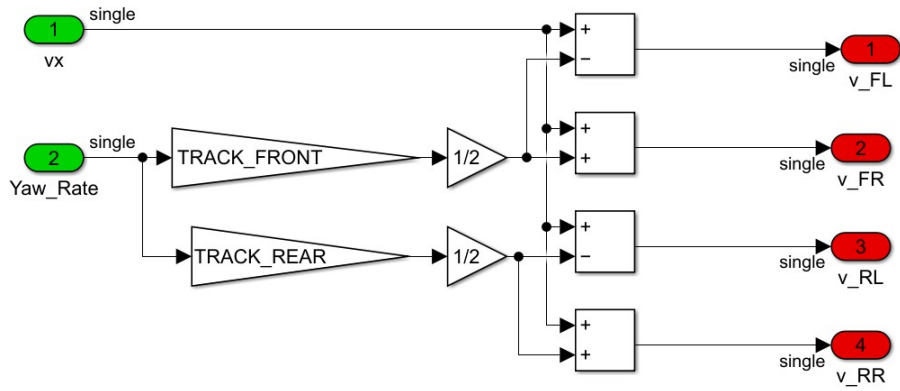
$$v_{RL} = v_x - \dot{\psi} \frac{l_{hatso}}{2} \quad (2.12)$$

$$v_{RR} = v_x + \dot{\psi} \frac{l_{hatso}}{2} \quad (2.13)$$

Ahol

- $v_{ij}$  az adott kerék hosszirányú sebessége  $\left[\frac{m}{s}\right]$
- $[FL, FR, RL, RR]$  a bal első, jobb első, bal hátsó és jobb hátsó kereket jelöli
- $v_x$  a jármű (súlypontjának) hosszirányú sebessége  $\left[\frac{m}{s}\right]$
- $\dot{\psi}$  a jármű legyezési szögsebessége  $\left[\frac{1}{s}\right]$
- $l_{elso}$  és  $l_{hatso}$  az első és hátsó nyomtáv  $[m]$

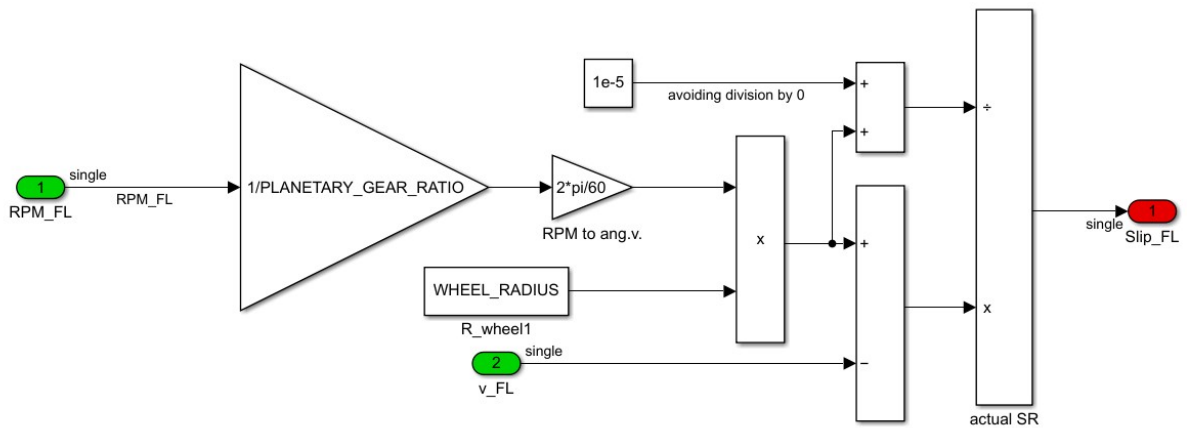




2.6. ábra. Kerekek sebességének meghatározása

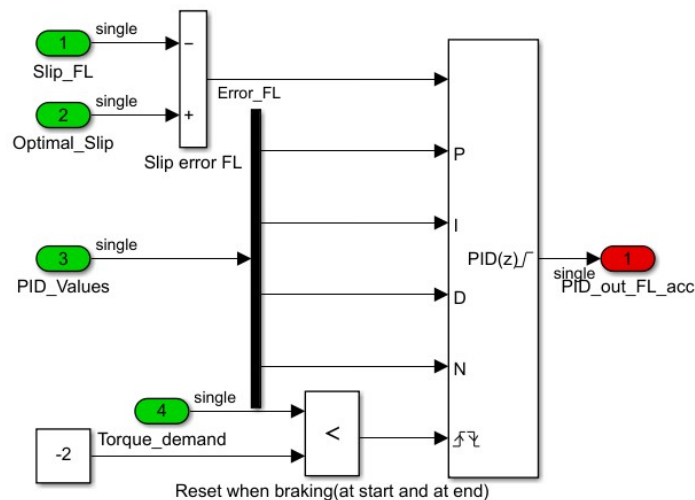
### Kerékszlip

Ezt követően a kerékszlipiek kerülnek meghatározásra.



2.7. ábra. Egy kerék szlipjének meghatározása a 2.9 egyenlet értelmében

## PID szabályzó



2.8. ábra. PID szabályzó Simulinkben

Fent egy kerék PID szabályzója látható. Ehhez a Simulink beépített diszkrét PID blokkját használtam. A külső reset-nek az „anti-windup”-nál van jelentősége. A kimenet limitálva van 0 és 21 [Nm] közé (gyorsítás esetén).

### Launch control

Mivel a sebességbecslés nagyon alacsony sebességnél relatív nagy hibával működik, egy egyszerű indulást segítő logikával egészítettem ki a szabályzót. Ezt a kormányról állítható paraméter ( $\mu$ ) segítségével lehet hangolni különböző útminőségeknek megfelelően:

$$u_{indulas_{ij}} = \frac{F_{z_{ij}} \mu r}{i} \quad (2.14)$$

Ahol:

- $F_z$  az adott keréken levő vertikális terhelés [Nm]
- $\mu$  paraméter (súrlódási együttható) [-]
- $r$  a kerék sugara [m]
- $i$  az áttétel [-]

A két logika együttműködése:

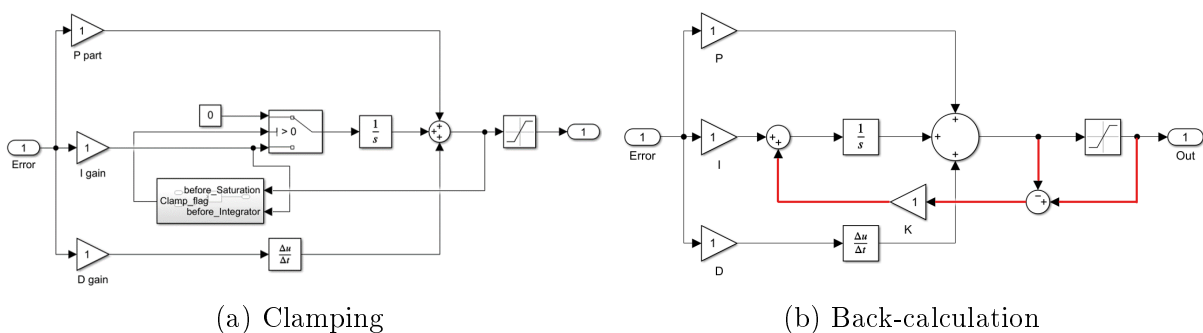
$$u = \begin{cases} u_{indulas}, & \text{ha } v \leq 1 \left[ \frac{m}{s} \right] \\ u_{PID}, & \text{ha } v > 1 \left[ \frac{m}{s} \right] \end{cases}$$

Amennyiben a PID szabályzó és a „launch control” jól van hangolva, úgy az átmenetnél a nyomatékok közti eltérés minimális.

## „Anti-windup”

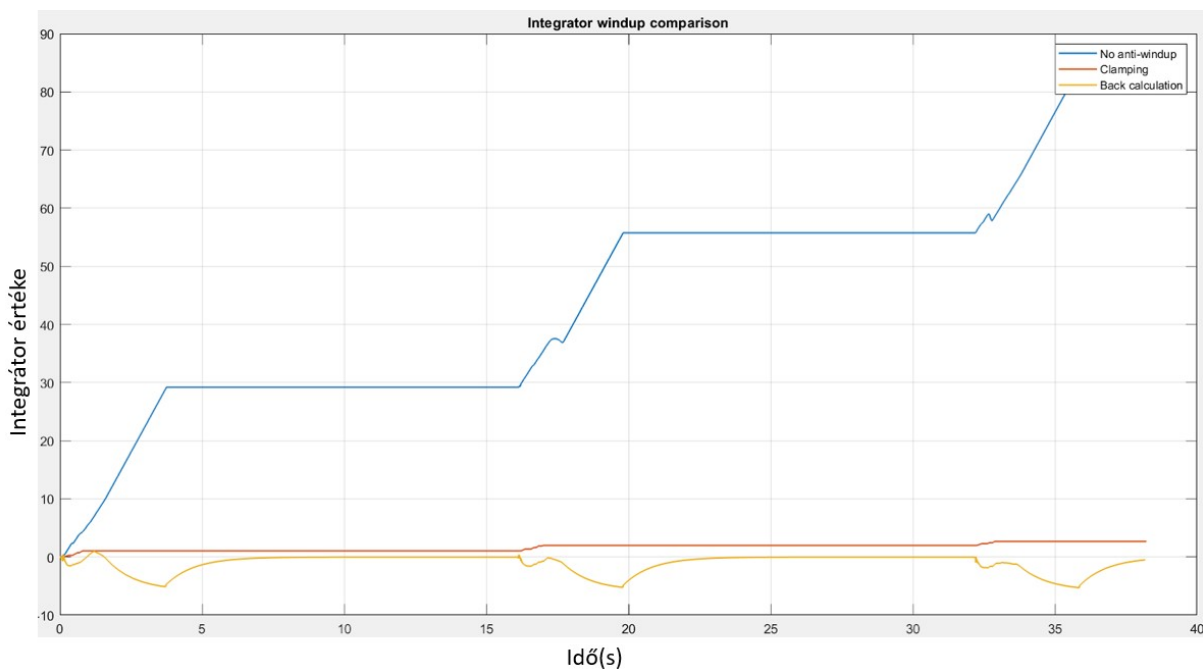
A motor véges nyomatékából adódóan fennállhat a 2.1.3-ban leírt „windup” jelenség. Ez a szabályzó lassulását, vagy hibás működését vonhatja maga után. Ennek megoldására két technikát próbáltam ki: az úgynevezett „clamping”-et és a „back calculation”-t.

Előbbi a túlsordulás esetén az integrátor értékét 0-ra állítja. Utóbbi túlsordulás esetén egy visszacsatoláson keresztül meríti az integrátort. Ennek működését nagyban befolyásolja a visszacsatolás erősítése. Ennek megfelelő behangolása mellett jobb teljesítményre képes, mint a clamping, ám a rendszer pontos ismerete nélkül nehéz azt megállapítani.[21]



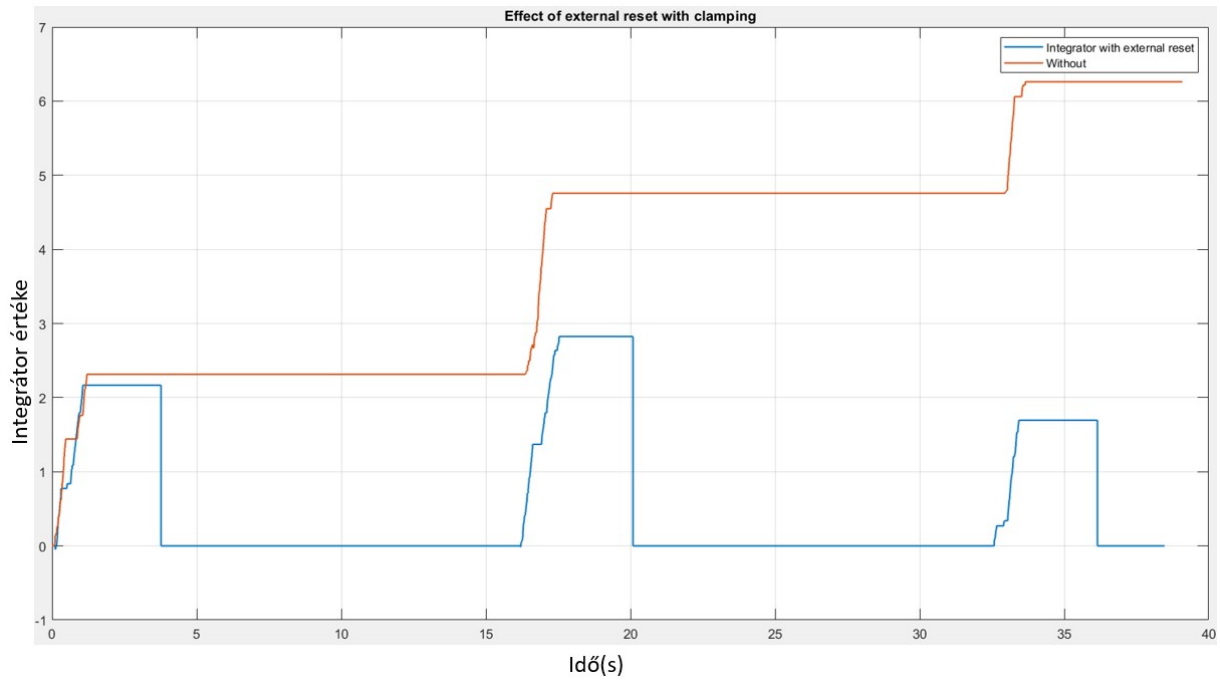
2.9. ábra. Megvizsgált anti-windup technikák blokkdiagramja

Ezt több egymást követő gyorsulás szimulálásával jól lehet ábrázolni:



2.10. ábra. Integrátor értéke 3 egymást követő gyorsulás esetén.

Látható, hogy a clamping mutatja a legjobb viselkedést. A back-calculation esetén nem találtam megfelelő konstanst, ami jobb teljesítményt nyújtana. Megfigyelhető továbbá, hogy egy kevés telítődés a clamping esetén is jelen van, ezért kiegészíttem a szabályzót egy további logikával, ami fékezésnél nullázza az integrátort (blokkolásgátló esetén ezt meg lehet oldani fordított logikával).



2.11. ábra. Anti windup külső reset használatával és anélkül

Látható, hogy mind a három gyorsulás esetén 0-ról indul az integrátor.

## 3. fejezet

# Csúszómód szabályzó

### 3.1. Elméleti háttér

A csúszómód szabályozás sajátos helyet foglal el szabályozáselméletben. Egyrészt az egzakt matematikai kezelése számos érdekes kihívást jelentett és mind a mai napig jelent a matematikusok számára. Másrészt e komoly matematikai háttér mélyebb ismerete nélkül is sok esetben viszonylag könnyen alkalmazható, ezért széles körben alkalmazzák is a mérnöki gyakorlatban.[22]

A csúszómód szabályzó egy nemlineáris szabályzási technika. Célja, hogy a rendszer akkor is az elvárt alapjelet vagy trajektóriát érje el, ha jelentős bizonytalanságok vagy zavarások vannak jelen. Ezen szabályzási séma úgynevezett *változó struktúrájú*, tehát a szabályzó része valamilyen döntési logika, angolul „switching function”. Ez a rendszer valamely állapota alapján eldönti, hogy melyik szabályzási struktúra legyen érvényes az adott időpillanatban, melynek eredménye olyan rendszerek összessége, amelyek külön-külön nem változóak. Előnye, hogy a rendszer bizonyos régióinak megfelelő szabályzásokat lehet alkalmazni.[23] Ezen szabályzóval történő irányítás számos előnyös tulajdonsággal rendelkezik jelen probléma esetén:

- a PID szabályzónál gyorsabb beállítás elérhető vele,
- nemlineáris rendszerek esetén alkalmazható,[23]
- nem szükséges akkora számítási kapacitás, mint az MPC vagy a neurális háló alkalmazása esetén,
- képes egyes szenzorajaktól függetlenül működni. [23]

Hátránya a nem folytonos szabályzó jelből következően a csattogás jelensége, ezt azonban különböző megoldásokkal el lehet simítani.[24] [25] Ennek következtében több kutatás is foglalkozott ezen megoldás alkalmazásával a kerékszlip szabályozásához.[26][27]

A csúszómód szabályzó esetén a változó struktúra oly módon van megtervezve, hogy a rendszer közelítse, majd maradjon a „switching function” váltópontja közelében. Ennek egyik előnye, hogy ezzel a rendszer a bizonytalanságok egy típusára teljesen érzéketlen lesz. Továbbá, a „switching function”-t megfelelő módon megválasztva a rendszer az adott célnak megfelelően fog viselkedni. Ez az állapot a csúszósík, definíció szerint:

$$s(x) = 0 \quad (3.1)$$

A szabályzó tervezése két részre bontható:

- A „switching function” ( $u_{sw}$ ) megalkotása oly módon, hogy az a rendszert a megfelelő állapotba juttassa. Ez egy nem folytonos függvény.
- Az „ekvivalens jel” ( $u_{eq}$ ) definiálása oly módon, hogy az a rendszert a kívánt állapotban tartsa, annak elérése után. Ez általában egy folytonos függvény.

Ezek alapján  $u_{sw}$  felírható úgy, mint:

$$u_{sw} = -\eta|s| \quad (3.2)$$

Ahol  $\eta$  egy megfelelően nagy választott pozitív konstans. Belátható, hogy ebben az esetben a rendszer állapota bármi legyen, a „switching function” mindig közelebb fogja vinni  $s = 0$ -hoz.

Az ekvivalens jel esetén teljesülnie kell a következőnek:

$$\dot{s} = 0 \quad (3.3)$$

Hiszen ebben az esetben amennyiben a csúszósíkot eléri a rendszer, zavarások nélkül ott is marad. Ugyan a valós beavatkozó jel a két jel összegeként írható fel, az ekvivalens jelre úgy is lehet gondolni, mint a beavatkozó jel átlagára.

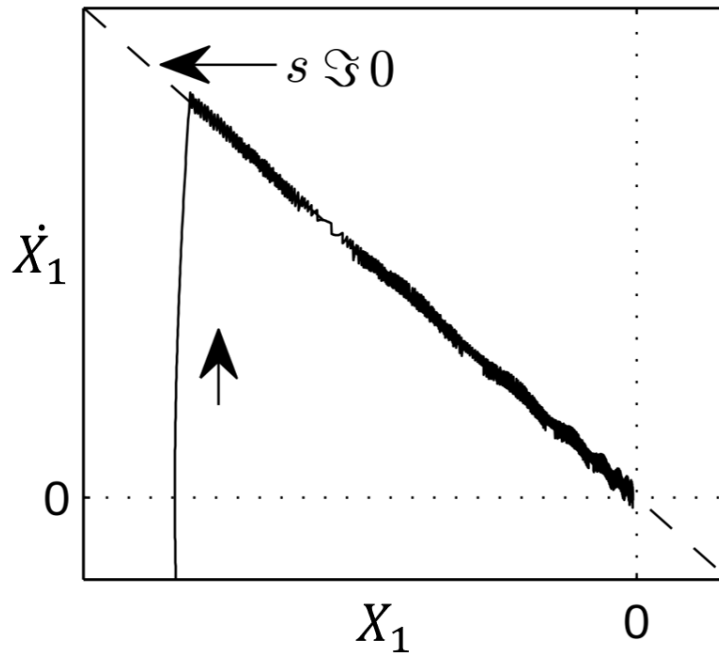
A beavatkozó jel tehát felírható úgy, mint:

$$u = u_{eq} + u_{sw} \quad (3.4)$$

### 3.1.1. Az ideális csúszómód

A csúszómód szabályzás esetén a rendszer állapota két részre osztható:

- a kezdeti állapot, mely alatt a rendszer közelíti a csúszófelületet,
- a csúszómód, mely esetén a rendszer a csúszófelületen „halad”



3.1. ábra. Rendszer trajektóriája csúszómód szabályzás esetén[28]

### 3.1.2. A csattogás

A „switching function” a szabályzó tervezéséből adódóan nem folytonos, szakadása a csúszófelületen van. Ennek köszönhetőek a zajokkal szembeni előnyös tulajdonságok, viszont emiatt a csúszómódban ezen függvény nagy frekvenciában váltakozik. Bizonyos esetekben ez elfogadható (bang-bang controller, különböző PWM-el meghajtott elektronikai eszközök), azonban a legtöbb aktuátor számára ez nem kívánatos viselkedés:

- a mechanikus alkatrészek sérülhetnek,
- a késésük miatt nem képesek ilyen nagy frekvenciájú beavatkozó jeleket aktuálni,
- nem energiahatékonyak, melegedhetnek,
- eredetileg nem modellezett jelenségek állhatnak elő.[28]

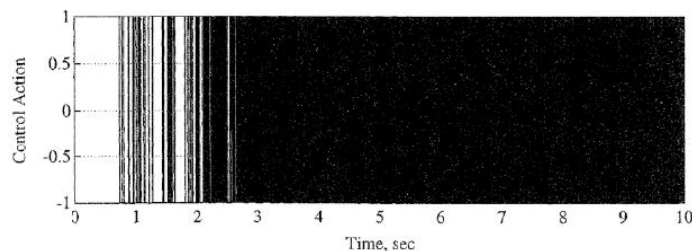


Figure 1.7: Discontinuous control action

3.2. ábra. Csattogás jelensége csúszómód szabályzónál[23]

Ennek elkerülése érdekében a gyakorlatban a switching function-ben a szignum függvényt helyettesíteni lehet folytonos szigmoid-szerű függvénnyel:

$$\nu_\delta(s) = \frac{s}{|s| + \delta} \quad (3.5)$$

Ahol  $\delta$  egy kis pozitív konstans, ahogy  $\delta \rightarrow 0$ , úgy  $\nu_\delta$  közelíti a szignumfüggvényt.

Így elérhető, hogy olyan helyzetekben is lehessen alkalmazni a csúszómód szabályzót, ahol egyébként nem lenne lehetséges a nem folytonos beavatkozó jel miatt. Ez magával vonja, hogy a rendszer már nem marad rajta a csúszófelületen, de a  $\delta$ -t megfelelően kicsire választva annak környezetében fog maradni.[28]

## 3.2. Longitudinális modell megalkotása

A csúszómód szabályzáshoz tehát fel kell írni a rendszert állapotteres alakban. Ehhez először a jármű hosszirányú modelljét írom fel. Ezt az egyszerűség kedvéért először a tengelyekre írom fel (kerékpár modell), amit később kibővítek 4 kerékre.

Az autóra ható hosszirányú erők egyenlete:

$$m\dot{v}_x = F_{x_{elso}} + F_{x_{hatsso}} - F_{legellenallas} - \frac{T_{r_{elso}} + T_{r_{hatsso}}}{r} \quad (3.6)$$

Ahol:

- $m$  az autó tömege [ $kg$ ]
- $\dot{v}_x$  az autó hosszirányú gyorsulása  $\frac{m}{s^2}$
- $F_{x_{elso}}$  és  $F_{x_{hatsso}}$  az első és hátsó tengelyen ható vonóerő [ $N$ ]
- $F_{legellenallas}$  a légellenállásból származó erő [ $N$ ]
- $T_{r_{elso}}$  és  $T_{r_{hatsso}}$  a súrlódási ellenállásból ható nyomaték az első és hátsó tengelyen [ $m$ ]
- $r$  a kerék sugara [ $m$ ]

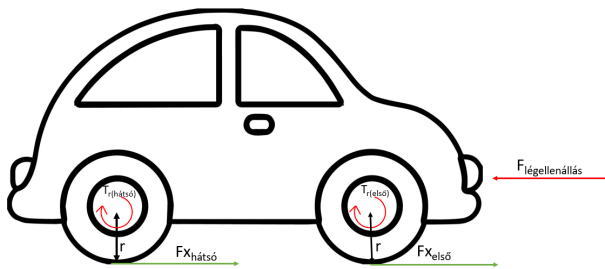
Egy kerékre ható nyomatékok egyenlete:

$$\theta\dot{\omega} = M_{kerék} - F_x r - T_r \quad (3.7)$$

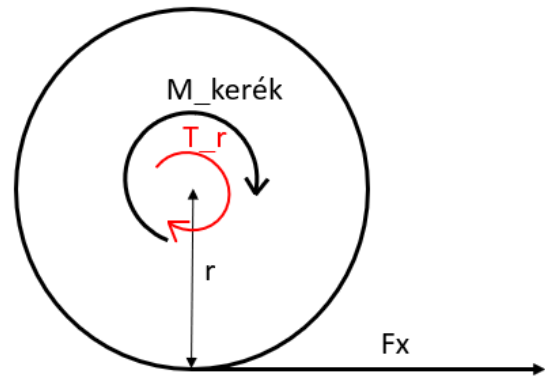
ahol:

- $\theta$  a kerék inerciája [ $kgm^2$ ]
- $\dot{\omega}$  a szöggyorsulás  $\left[ \frac{1}{s^2} \right]$
- $M_{kerék}$  adott kereket hajtó nyomaték [ $Nm$ ]





(a) Autóra ható erők és nyomatékok(3.6)



(b) Egy kerékre ható erő és nyomaték(3.7)

### 3.2.1. Gumierők

A kerék talaj kapcsolat leírása igen bonyolult és kutatott téma, több megoldás is született rá az elmúlt évtizedekben. Ezeket alapvetően két részre lehet bontani:

- Fizikai modellek: ezek a modellek valamilyen fizikai összefüggést alkalmaznak. Hátrányuk a komplexitás, valós idejű számításokra nehezen használhatóak. Pl. brush model
- Empirikus modellek: ezek mérési eredményekből nyert matematikai összefüggések, vagy mérésre illesztett görbék segítségével írják le a kerék-talaj kapcsolatot. [29]

A feladatom megoldásához utóbbit, azon belül is a Magic Formulát választottam, mivel rendelkezésemre állt mérési adat[30], illetve a fizikai modellnél egyszerűbb implementáció (Matlab-on elérhető add-on[31]) miatt.

A longitudinális gumierő ebben az esetben- adott gumi és 0 oldalirányú szlip esetén- függ a vertikális terheléstől és a hosszirányú szliptől:

$$F_x = D \sin [C \arctan (B\lambda - E (B\lambda - \arctan (B\lambda)))] \quad (3.8)$$

$$B = \frac{K}{CD} \quad (3.9)$$

ahol:

- $\lambda$  a szlip [-]
- $K C D E$  paraméterek, amikből  $K$  és  $D$  lineárisan függ a vertikális terheléstől

Ezt az egyenletet tovább lehetne bővíteni különböző nem lineáris hatásokat figyelembe vevő konstansokkal, azonban jelen esetben számomra ez is elegendő pontossággal írja le a kerék-talaj kapcsolatot.

### 3.2.2. Ellenállás erők

A légellenállás képlete:

$$F_{\text{legellenallas}}(v) = \frac{1}{2}c_a\rho Av^2 = c_D v^2 \quad (3.10)$$

ahol:

- $c_a$  konstans [-]
- $\rho$  a levegő sűrűsége  $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
- $A$  a jármű frontális felülete  $[m^2]$
- $v$  a sebesség  $\left[\frac{m}{s}\right]$

A súrlódási veszteség megadható a

$$F_{\text{gordulesi}}(v) = T_r r = F_z(c_{R1} + c_{R2}|v| + c_{R3}v^2 + \dots) \quad (3.11)$$

összefüggéssel, ahol:

- $F_{\text{gordulesi}}$  a súrlódási veszteség  $[N]$
- $c_{R_i}$  konstansok

Ennek értéke a valóságban jól közelíthető az első két tag megtartásával.

A veszteségek egy kifejezésbe írva tehát:

$$F_{\text{veszteseg}} = F_{\text{legellenallas}} + F_{\text{gordulesi}} \quad (3.12)$$

### 3.2.3. Vertikális terhelés

A vertikális terhelés becslése egy fontos feladat, mivel sok egyéb állapot függ tőle. Ez a valós alkalmazás esetén is kritikus, mivel jelenleg nincs megbízható mérési lehetőségünk.

Ez a becslés 3 komponensből áll:

- a statikus súlyeloszlásból,
- a gyorsulásból származó átterhelődésből,
- a leszorítóerő eloszlásából.

Oldalirányú átterhelődés jelen modell esetén nem lehetséges. A három tag és az összegük az első tengelyen:

$$F_{Z(statikus)_{első}} = mgw_{statikus} \quad (3.13)$$

$$F_{Z(atterhelodes)_{első}} = \frac{-\dot{v}h_{CoG}m}{w_b} - \frac{1}{2}c_D A H_{AERO} \rho v^2 \quad (3.14)$$

$$F_{Z(leszorito)_{első}} = \frac{1}{2}\rho c_L A v^2 D_{AERO_{első}} \quad (3.15)$$

Így összegük:

$$F_{Z_{első}} = F_{Z(statikus)_{első}} + F_{Z(atterhelodes)_{első}} + F_{Z(leszorito)_{első}} \quad (3.16)$$

Ugyanez a hátsó tengelyen:

$$F_{Z(statikus)_{hátsó}} = mg(1 - w_{statikus}) \quad (3.17)$$

$$F_{Z(atterhelodes)_{hátsó}} = \frac{\dot{v}h_{CoG}m}{w_b} + \frac{1}{2}c_D A H_{AERO} \rho v^2 \quad (3.18)$$

$$F_{Z(leszoritoero)_{hátsó}} = \frac{1}{2}\rho c_L A v^2 (1 - D_{AERO_{első}}) \quad (3.19)$$

$$F_{Z_{hátsó}} = F_{Z(statikus)_{hátsó}} + F_{Z(atterhelodes)_{hátsó}} + F_{Z(leszoritoero)_{hátsó}} \quad (3.20)$$

Ahol:

- $w_{statikus}$  a statikus súlyeloszlás [-]
- $h_{CoG}$  a súlypont magassága [m]
- $w_b$  a tengelytáv [m]
- $c_D$  az ellenállás tényező [-]
- $\rho$  a levegő sűrűsége  $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
- $c_L$  a leszorítóerő tényező [-]
- $A$  a jármű felülete a menetirány felé [m<sup>2</sup>]
- $D_{AERO}$  a leszorítóerő eloszlása az első és hátsó tengely arányában [-]
- $H_{AERO}$  a nyomásközéppont (centre of pressure) magassága [m]

### 3.3. Csúszómód kerékszlip szabályzó tervezése

A felírt modell segítségével megtervezhető maga a szabályzó. Továbbra is kerékpármoddellre lesznek felírva az egyenletek, amit a Carmakeres tesztelésnél majd bővítek.

Először a csúszósíkot kell megalkotni. Ezen sík a 3.1 értelmében olyan kell, hogy legyen, ami teljesíti a kívánt irányítási célt.

Mivel azt szeretnénk, hogy a kerékszlip az optimális értéken (illetve annak környezetében) legyen, a:

$$\kappa = \kappa_{opt} \quad (3.21)$$

egyenlet teljesülése a cél, ahol:

- $\kappa_{opt} = 0,12 [-]$  a gumimodell alapján,
- $\kappa [-]$  a kerékszlip, ami:

—

$$\kappa = \frac{r\omega - v}{r\omega} \quad (3.22)$$

gyorsulás esetén,

—

$$\kappa = \frac{v - r\omega}{v} \quad (3.23)$$

fékezés esetén.

Jelen dolgozat esetén a fékezés esetét nem érintem, de a gyorsítással azonos módon került megtervezésre.

Ezekből egy megfelelő csúszósík a

$$S(v, \omega)_i = (\kappa_i - \kappa_{opt}) \omega_i \quad (3.24)$$

ahol  $i$  az első és hátsó tengely egyenként.

A szabályzó, mint ahogy az elméleti áttekintésben említettem, két részből áll:

- az ekvivalens kontrollból,
- illetve a „switching funtcion”-ból

### 3.3.1. Az ekvivalens jel

Az 3.3 egyenlet értelmében a csúszósík deriváltját egyenlővé kell tenni 0-val:

$$\dot{S}(v, \omega) = 0 \quad (3.25)$$

A sebesség deriváltja (tehát a gyorsulás) 3.6 és a különböző veszteségek összevonása alapján:

$$\dot{v} = \frac{F_x - F_{veszteseg}}{m} \quad (3.26)$$

A kerék szögsebességének deriváltja (a kerék szöggyorsulása) 3.7 alapján:

$$\dot{\omega} = \frac{M_{kerék} - F_x r - T_r}{\theta} \quad (3.27)$$

A csúszósík 3.22 és 3.24 egyenletből:

$$S_i = \kappa_i \omega_i - \kappa_{opt} \omega_i = \frac{r \omega_i - v}{r \omega_i} \omega_i - \kappa_{opt} \omega_i = \frac{r \omega_i - v}{r} - \kappa_{opt} \omega_i = (1 - \kappa_{opt}) \omega_i - \frac{v}{r} \quad (3.28)$$

3.28-ből  $\dot{S}$ :

$$\dot{S} = (1 - \kappa_{opt}) \dot{\omega}_i - \frac{\dot{v}}{r} \quad (3.29)$$

Behelyettesítve 3.26, 3.27 és 3.29 egyenletekből:

$$\dot{S}(v, \omega)_i = \frac{F_{veszteseg}}{rm} - \frac{F_{elso}}{rm} - \frac{F_{hatso}}{rm} - \frac{(1 - \kappa_{opt}) F_i r}{\theta} + \frac{(1 - \kappa_{opt}) u_i}{\theta} \quad (3.30)$$

Ahol  $i$  az első és hátsó tengely,  $u$  a beavatkozó nyomaték.

Az ekvivalens jel tehát 3.25 és 3.30-t felhasználva  $u$ -ra rendezve:

$$u_{i,eq} = \left( \frac{\theta}{1 - \kappa_{opt}} \right) \left( \frac{F_{elso} + F_{hatso} - F_{veszteseg}}{rm} \right) + \frac{(1 - \kappa_{opt}) r F_i}{\theta} \quad (3.31)$$

### 3.3.2. A „switching function”

A „switching function” a 3.1-ban megfogalmazottak szerint a rendszert a csúszósík felé mozdítja. Tehát teljesülnie kell a

$$S \dot{S} = -\eta |S| \quad (3.32)$$

egyenletnek, amire az egyik legkézenfekvőbb megoldás:

$$u_{sw} = -\eta \operatorname{sgn}(S) \quad (3.33)$$

Ahol:

- $u_{sw}$  a beavatkozó jel
- $\eta$  egy pozitív konstans
- $\operatorname{sgn}(S) \begin{cases} 1 & \text{ha } S > 0 \\ -1 & \text{ha } S < 0 \end{cases}$

## 3.4. Vonóerő megfigyelő tervezése

### 3.4.1. Elméleti háttér

A csúszómód szabályzó ekvivalens jelének egyik legfontosabb eleme a vonóerő. Ennek értéke nem, vagy csak nehézkesen mérhető a változó tapadási súrlódási ellenállás miatt. Ehhez különböző megoldások kerültek kidolgozásra.[32] Én a Luenberger megfigyelőt választottam egyszerűbb implementálása okán.

Ezen diszkrét megfigyelő a rendszer állapotát a következő egyenlettel becsli[33]:

$$\hat{x}(k+1) = A_d \hat{x}(k) + B_d u(k) + L_d (y(k) - \hat{y}(k)) \quad (3.34)$$

Ahol:

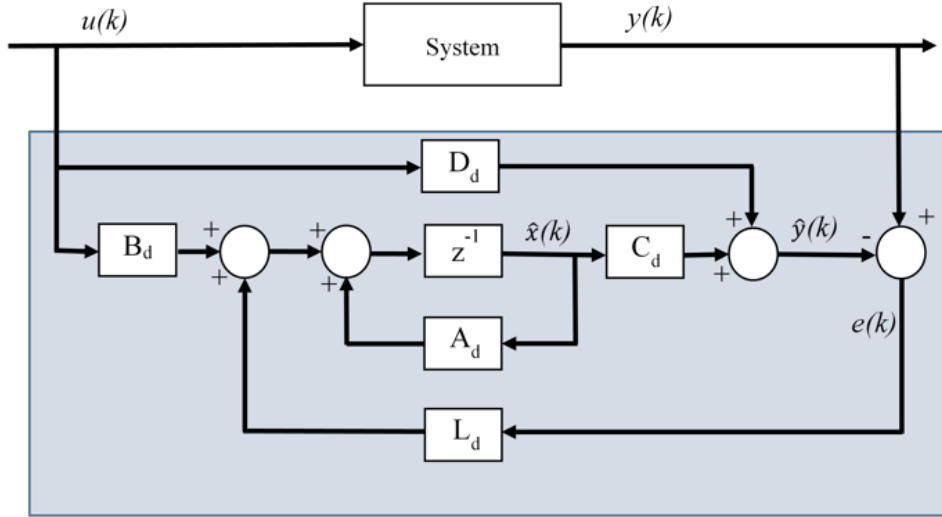
- $\hat{x}(k)$  a  $k$ -edik becsült állapotvektor
- $\hat{y}(k)$  a  $k$ -edik becsült kimenet vektor
- $u(k)$  a  $k$ -edik bemenet vektor
- $y(k)$  a  $k$ -edik mért kimenet vektor
- $A_d$  a diszkrétizált állapotmátrix
- $B_d$  a diszkrétizált bemenet mátrix
- $L_d$  a megfigyelő diszkrétizált erősítése (angolul „observer gain”)

A megfigyelő hibáját a következő egyenlet írja le:

$$e(k+1) = (A_d - L_d C_d) e(k) \quad (3.35)$$

Ahol:

- $e(k)$  a  $k$ -ik hibavektor
- $C_d$  a kimenet mátrixa



3.4. ábra. Luenberger megfigyelő blokkdiagramja  
[33]

### 3.4.2. A megfigyelő implementálása

Ennek implementálását 4 kerekes modellre írom fel, mivel először a Carmaker szimulációban alkalmaztam. A cél a kerekeken lévő vonóerők becslése. A megfigyelő egyenletei a 3.6 és 3.7 egyenletek négy kerekessé bővítéséből és azok megfelelő alakra rendezéséből következnek.

Az állapotvektor jelen esetben tartalmazza a hosszirányú sebességet, kerekek szögsebességeit és a vonóerőket:

$$x^T = [v_x \ \omega_{FL} \ \omega_{FR} \ \omega_{RL} \ \omega_{RR} \ F_{FL} \ F_{FR} \ F_{RL} \ F_{RR}] \quad (3.36)$$

A bemenet a kerekekre adott nyomaték és a veszteségek:

$$u^T = [M_{FL} \ M_{FR} \ M_{RL} \ M_{RR} \ F_{vesztesegek}] \quad (3.37)$$

ahol  $[FL, FR, RL, RR]$  a bal első, jobb első, bal hátsó és jobb hátsó kereket jelöli. Az állapotmátrix:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{m} & \frac{1}{m} & \frac{1}{m} & \frac{1}{m} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-r}{\theta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-r}{\theta} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-r}{\theta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-r}{\theta} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

A bemenet mátrixa:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{m} \\ \frac{1}{\theta} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\theta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\theta} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\theta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

A kimenet mátrixa:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

A megfigyelő hibája folytonos időben akkor konvergál a 0-ba, ha pólusai negatívak. Pólusallokációt alkalmaztam, a pólusok nagyságát Carmaker szimulációk segítségével állapítottam meg, végül ezek értékei:

$$p = [-1 \ -2 \ -3 \ -4 \ -5 \ -6 \ -7 \ -8 \ -9]50 \quad (3.41)$$



Ennél nagyobb pólusok a becsült érték oszcillációját, ennél kisebbek annak lassú beállítását eredményezték. A megfigyelő erősítését ezen pólusok alapján választottam meg a Matlab *place* függvénye segítségével. Mivel az előzőekben felírt mátrixok mind folytonos rendszerre vonatkoztak, ezeket át kell számítani diszkrétre. Ezt a Matlab *c2d* függvénye segítségével tettem meg, Tustin transzformációt választva. Azért ezt a módszert választottam, mivel:

- egyszerű implementálni,
- a folytonos időben stabil rendszer áttanszformálva biztosan stabil marad,
- ez a módszer általánosan használható szinte bármilyen alkalmazás esetén.

A pólusok átszámítását a

$$p_{diszkrét} = e^{p_{folytonos} T_{minta}} \quad (3.42)$$

egyenlet segítségével oldottam meg, ahol:

- $p_{diszkrét}$  a diszkrét pólusok vektora
- $p_{folytonos}$  a folytonos rendszer pólusai
- $T_{minta}$  a mintavételezési idő, jelen esetben 0,005 [s]

A megfigyelővel kibővített diszkrét rendszer pólusai az egységkörön belül helyezkednek el, biztosítva a hiba 0-ba konvergálását.

## 4. fejezet

# Tesztelés

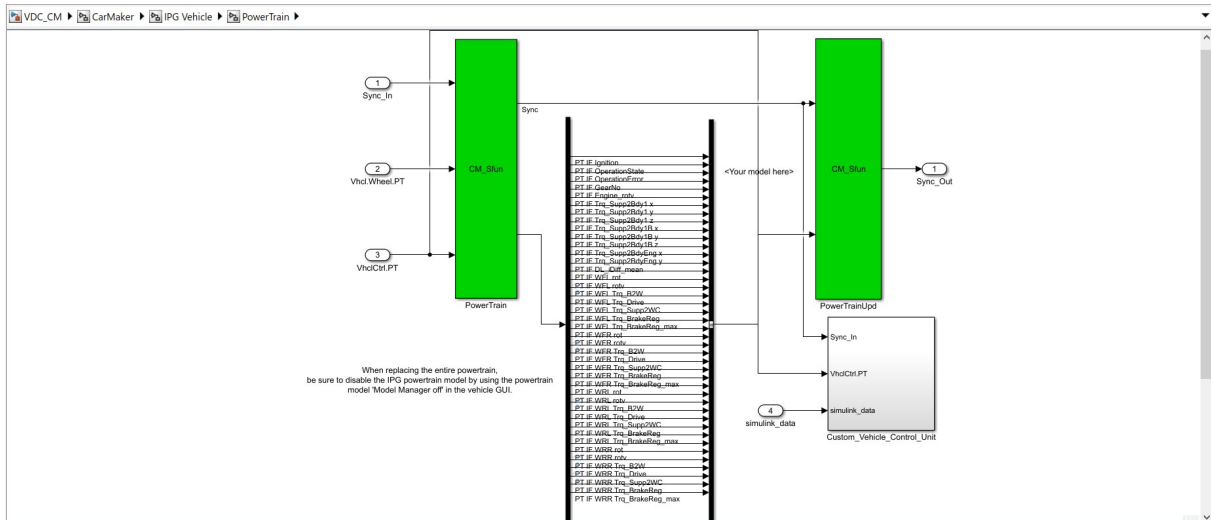
A következő fejezetben a két szabályzó tesztelése kerül bemutatásra először szimulációs, majd valós környezetben. A csúszómód szabályzó esetén a Carmaker-es szimuláció előtt kitérek egy kerékpármodellt alkalmazó Simulink-es szimulációra is, mivel így könnyebben megfigyelhetők bizonyos jelenségek.

### 4.1. Carmaker környezet bemutatása

Mielőtt rátérnék a szimulációk eredményeire, előbb röviden részletezem az ahhoz használt szoftvert. A Carmaker egy komplex járműdinamikai szimulációs szoftver, mely nagyon részletes modellen keresztül szimulálja a jármű viselkedését. Előnyei többek között:

- realiztikus, megismételhető, iparban is használt szimulációk
- gyors C/C++ alapú szimuláció
- segítségével a valós tesztelés ideje rövidíthető

A szimulációhoz a saját járművünk paramétereit beállítottam Carmakerben. Ezeknek módját nem részletezem, mivel nem tárgya a dolgozat témájának. A kerékszip szabályzó tesztelése érdekében létrehoztam egy egyenes pályát. Ezután definiálni kell egy manővert. Ez jelen esetben egy 75 méteren át tartó szakasz maximális gázpedálállás alkalmazásával, álló helyzetből indulva. A Carmaker Matlab/Simulink-el összekapcsolt módját használva lehetőség nyílik a saját szabályzót beilleszteni a szimulációba.



4.1. ábra. Saját irányítási modell integrálása Carmaker környezetbe

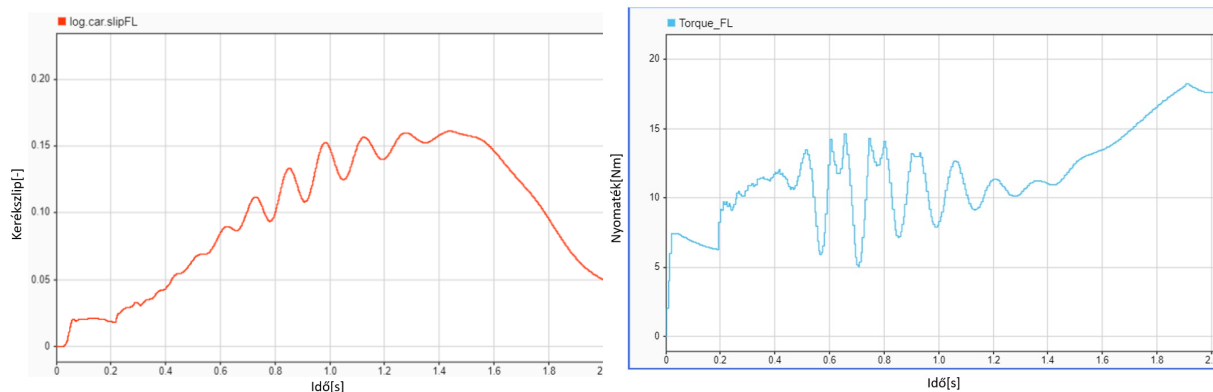
## 4.2. PID szabályzó tesztelése

### 4.2.1. Tesztelés Carmakerben

A teszteléshez a Ziegler-Nichols módszert vettem alapul.[34] Ez egy empirikus módszer, nevét kitalálóiól, John G. Ziegler-ről és Nathaniel B. Nichols-ról kapta. A módszer a következő lépésekből áll: először csak az arányos taggal meg kell határozni azt az erősítést, ahol az oszcillációk a szabályozott jelben konstansak (kritikus erősítés). Jelölje  $K_{P_{krit}}$  a kritikus erősítést,  $T_{krit}$  a kritikus periódust, tehát a konstans lengések periódusát. Ezután a szabályzó paraméterei megállapíthatók az alábbi táblázat alapján:[35]

P	$K_p = 0,45K_{P_{krit}}$	-	-
PI	$K_p = 0,45K_{P_{krit}}$	$T_i = 0,85T_{krit}$	-
PID	$K_p = 0,6K_{P_{krit}}$	$T_i = 0,5T_{krit}$	$T_D = 0,12T_{krit}$

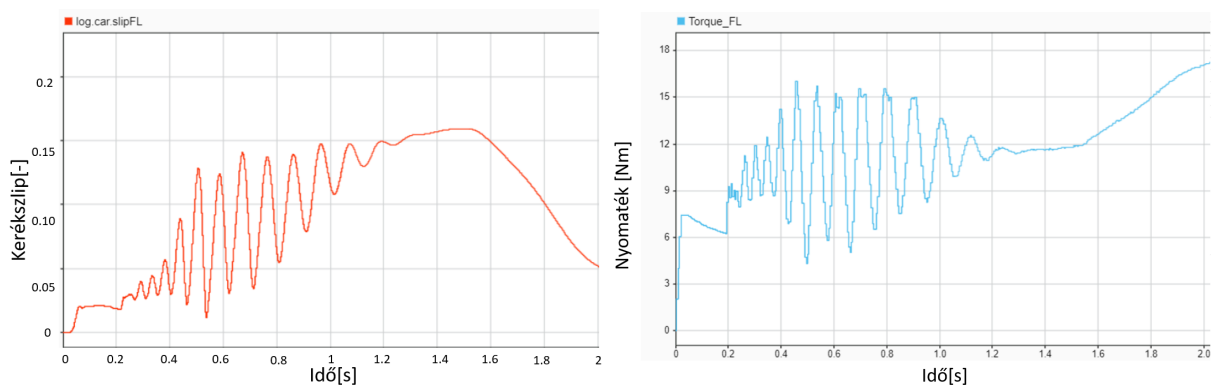
Ebből kiindulva, több érték között iterálva a legjobb eredményre az alábbi beállítással jutottam:



(a) Kerékszip PID szabályzóval Carmakerben (b) Nyomatékok PID szabályzóval Carmakerben

4.2. ábra. Az ábrán látható eredmények  $P = 100$   $I = 50$   $D = 0$  érték mellett születtek.

A deriváló tag minden esetben csak további oszcillációt vitt a rendszerbe:



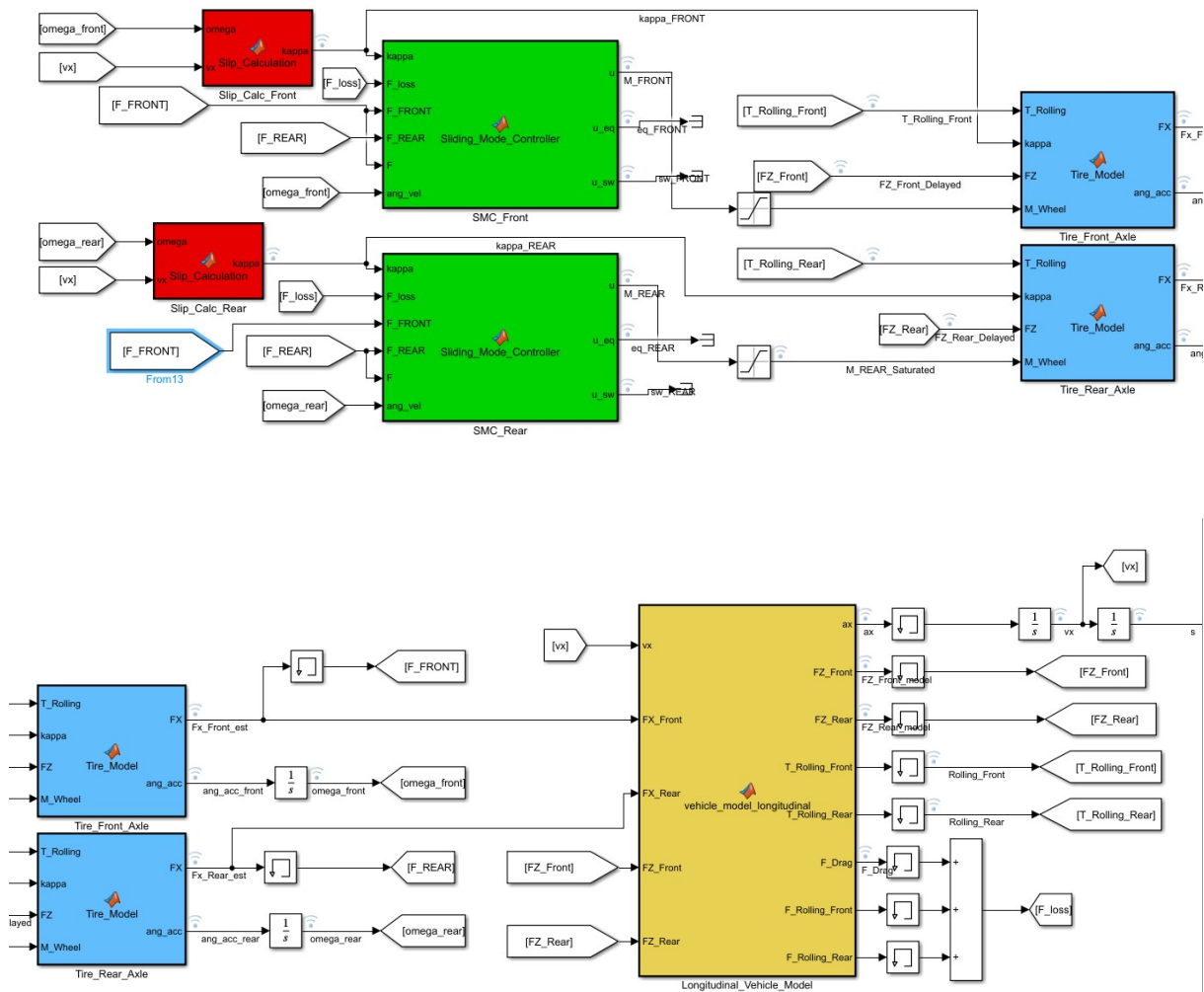
4.3. ábra. Gyorsulás  $P = 100$   $I = 50$   $D = 1$ -el

## 4.3. Csúszómód szabályzó tesztelése

Mivel ez egy bonyolultabb felépítésű szabályzó, így több részletre bontottam annak tesztelését, a lehetséges problémák kiszűrésének, valamint a további fejlesztés megkönnyítésének érdekében.

### 4.3.1. Tesztelés kerékpár modellel Simulinkben

Első körben saját magam által felépített simulációban teszteltem a szabályzót. Ehhez Simulinkben megalkottam a 3.1-ban felvázolt modellt Simulink környezetben. Az alábbi két ábrában szemléltetem ezt:



4.4. ábra. Hosszirányú kerékpármodell Simulinkben

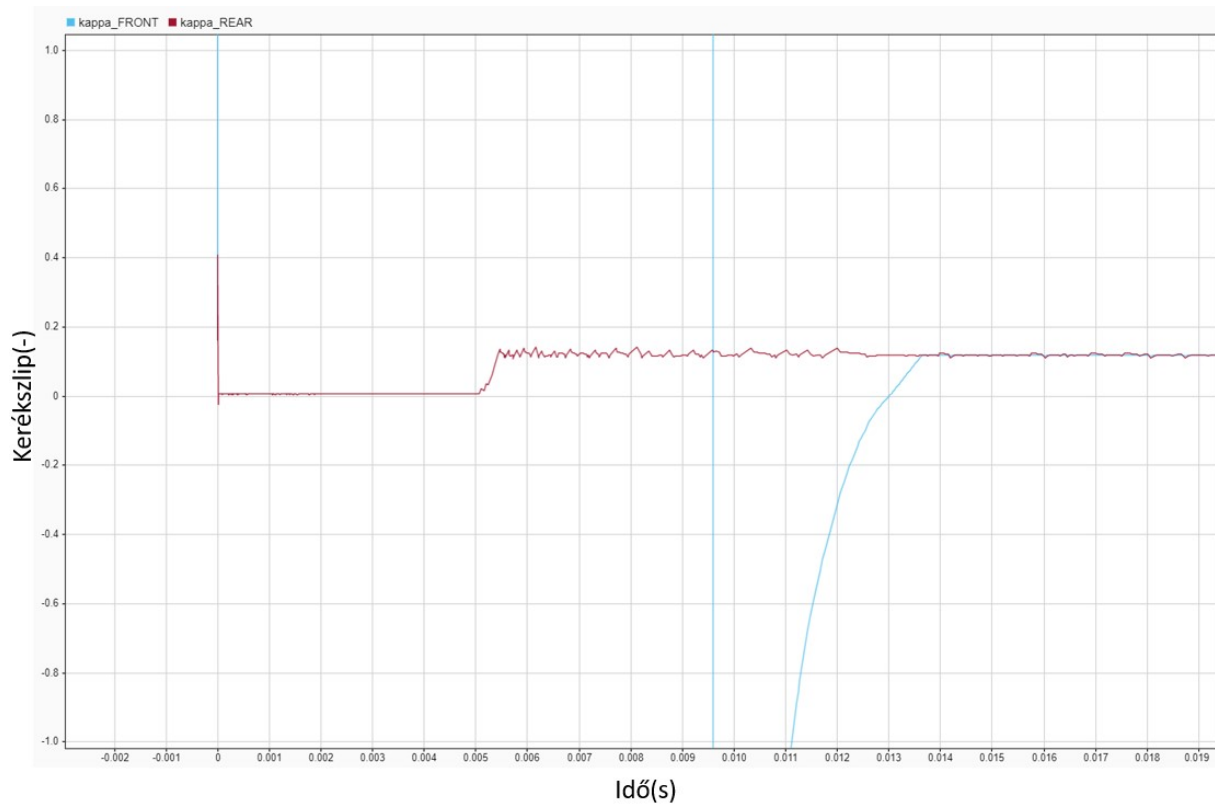
A főbb elemeit kiemeltem:

- pirossal a szlip számolása,
- zölddel maga a szabályzó,
- kékkel a gumimodell,
- sárgával a járműmodell látható.

Ennek a modellnek megvan az az előnye a Carmakerrel szemben, hogy a zavarásokat/limitációkat saját magam kezelhetem, így az ideálistól a valóság felé lépésenként haladva fejleszthettem a szabályzót.

### Ideális szimuláció eredménye

Ebben az esetben semmiféle limitáció nem került bevezetésre (pl. lehetséges nem folytonos beavatkozó jel), a cél a szabályzási mód validálása.



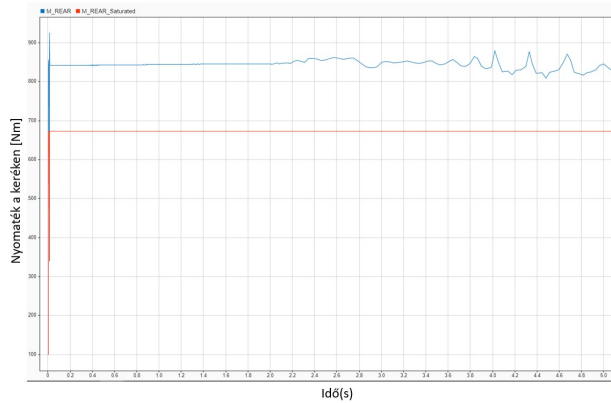
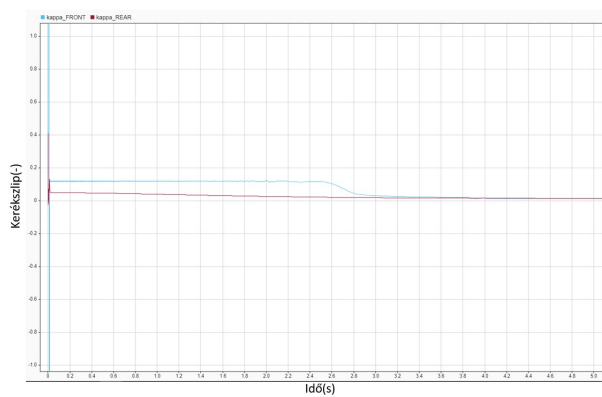
4.5. ábra. Ideális gyorsulás szimulációja

Látható, hogy a kerékszip szinte azonnal beállt a kívánt értékre. Ezzel megerősítésre került a szabályzási logika helyessége.

### Véges nyomaték

A valóságban a motorok nem képesek akármekkora nyomaték leadására. Korlátjuk  $21 [Nm]$ , ami 15-ös fix lassító áttételen keresztül jut a kerékre. Ezért szaturáltam a beavatkozó jelet tengelyenként:

$$u_{max} = 21 \cdot i \cdot 2 [Nm] \quad (4.1)$$



(a) Kerékszlipek limitált nyomaték mellett (kék:első, bordó:hátsó tengely) (b) Szabályzó által kért és maximum nyomaték a hátsó tengelyen

4.6. ábra. Látható, hogy a hátsó tengelyen ekkora nyomaték mellett nem is lehetséges a kerekek kipörgése, „nyomatéklimitált” az autó

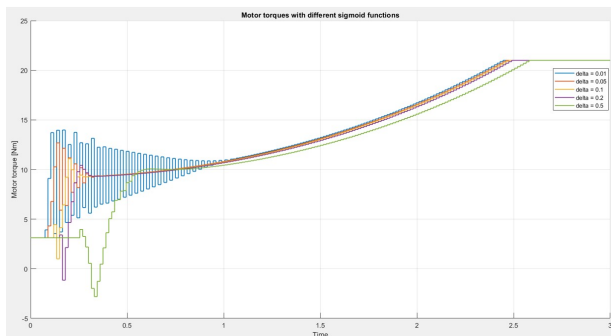
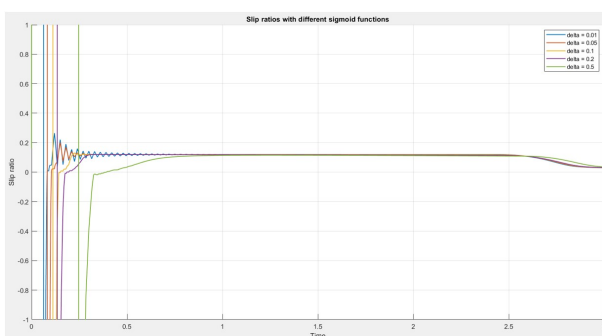
### Motorvezérlő késése, mintavételezési idő, folytonos beavatkozó jel

A következőkben további, a címben megnevezett limitálásokat vettem számításba. Ezen a ponton foglalkozok a csattogás megszüntetésével is, amely egy kulcsmozzanata a csúszómód szabályzó valós alkalmazásának.

- a motorvezérlőnek mérések alapján nagyjából 0,015 [s]-ra van szüksége a nyomatékpontot beállítani
- a mintavételezési idő 0,005 [s]

Ezek hatására az eredeti szabályzó esetén mind a szabályzott kerékszlip, mind a beavatkozó jel oszcillálni kezd:

Ezek elkerülése érdekében a 3.5 egyenletben bevezetett megoldást alkalmazom, azaz a szignum függvényt kicserélem egy arra hasonlító, de folytonos szigmoid-ra. Különböző paraméterrel végeztem szimulációkat a megfelelő beállítás megtalálásához:



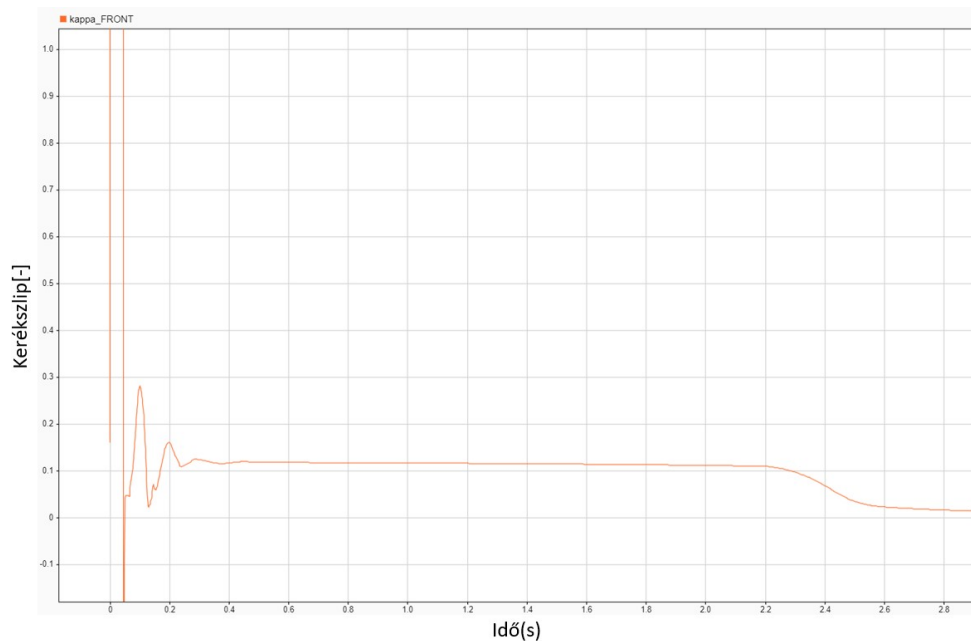
(a) Kerékszlippek különböző  $\delta$  értékek mellett (b) Nyomatékok különböző  $\delta$  értékek mellett

4.7. ábra. Különböző meredekségű szigmoid függvények összehasonlítása

3.5-ből  $\delta$ -t növelve egyre jobban el lehet simítani a csattogás jelenségét, viszont ez egy idő után a szabályzás lassulását okozza. Az ábrákból megállapítható, hogy  $\delta$  optimális értéke valahol 0, 1 és 2 között van. Ezalatt a rendszer túl lassan reagál, efelett a csattogás jelensége még szignifikáns.

### Nyomaték változásának limitálása

A motornyomaték egy időlépés alatt maximum  $2 [Nm]$ -t változhat a hajtás mechanikus komponenseinek védelme érdekében. Ennek bevezetésével a beállítás valamelyest lassabb lesz a szabályzó paramétereitől függetlenül.



4.8. ábra. Kerékszip beállása a nyomaték változásának limitálása mellett

### Zajok hozzáadása

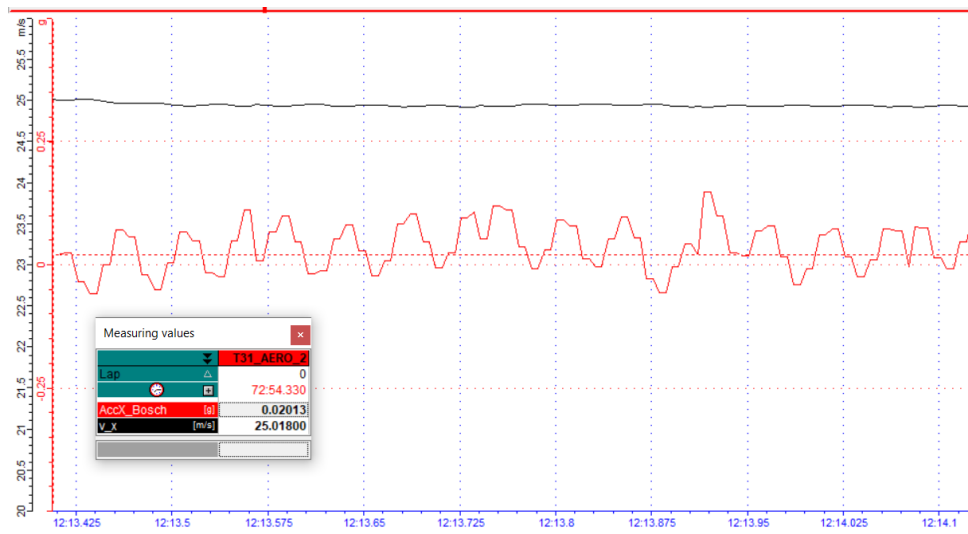
A Carmakeres szimulációk előtt egy utolsó eset, amit megvizsgálunk az a különböző szenorzajok és paraméterbizonytalanságok hatása a szabályzóra. Alapvetően két fajta zavarást vizsgálunk:

- Fehér zajok: ezek a különböző szenzorok jeleiből származó zajokat szimulálják.
- Offsetelt jelek/paraméterek: ezek a különböző jelek/paraméterek becsléseiből származó eltolási hibák, amik mindig jelen vannak a rendszerben.

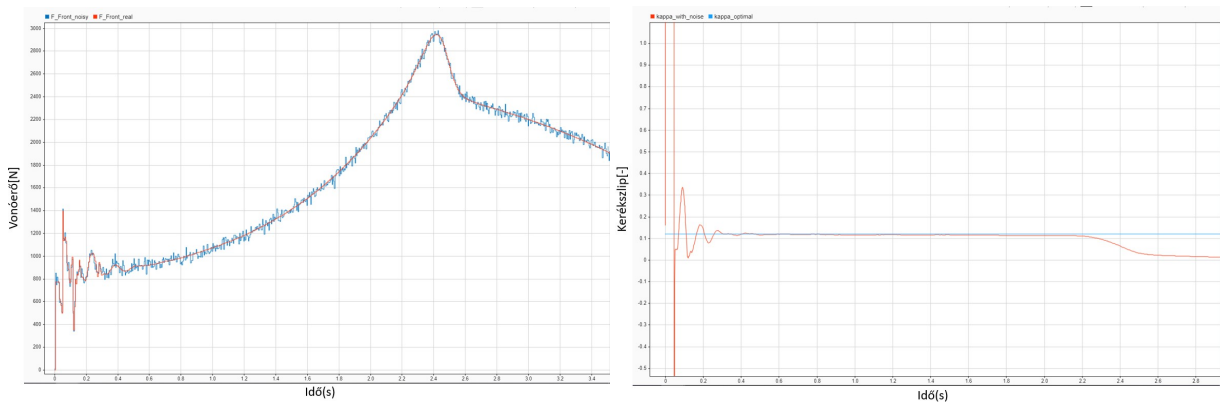
**Fehér zajok** Először a fehér zajok esetével foglalkozok: az példaként nézzük a vonóerőre tett zaj hatását. Ebben az esetben a zajt az IMU-ból származó gyorsulásjel zaja okozhatja. Ennek értéke konstans sebességgel végzett mérések segítségével lett megállapítva, jelen esetben:



$$s^2 = 0,00137 \quad (4.2)$$



4.9. ábra. Konstans sebességű teszt



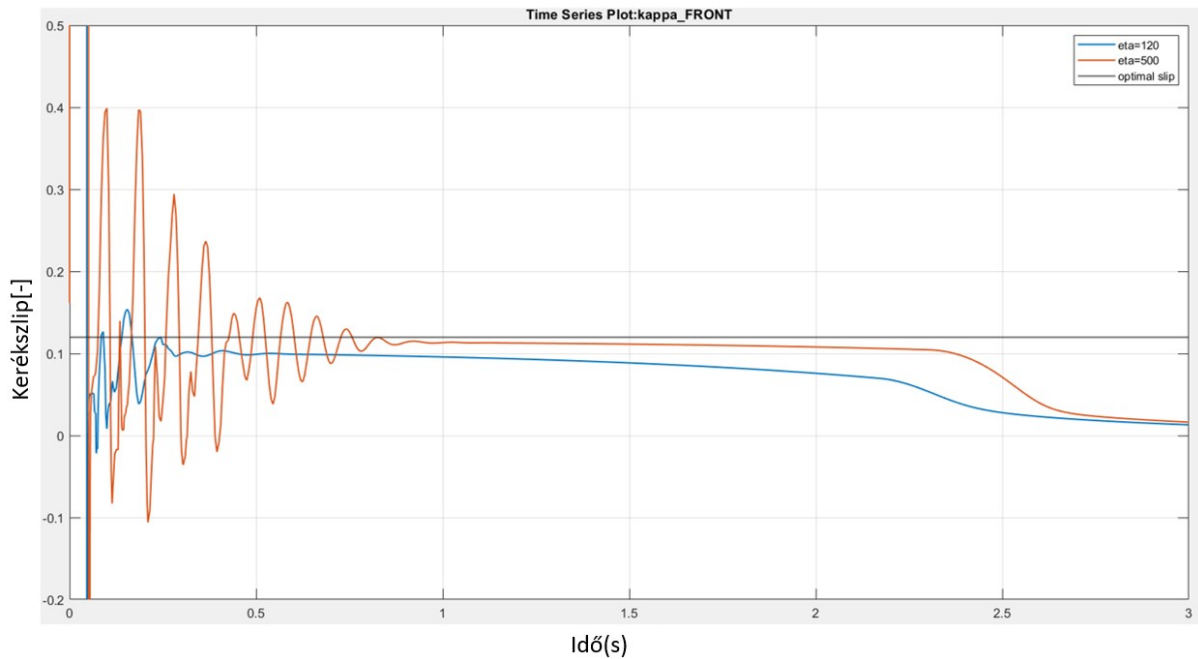
(a) Zajjal terhelt és eredeti vonóerő

(b) Kerékszlip

4.10. ábra. Fehér zaj hatása a csúszómód szabályzó esetén nem megfigyelhető

Jól mutatja a fenti ábra a csúszómód szabályzó (azon belül is a „switching function”) előnyös tulajdonságát a zajokkal szemben.

**Offset hatása** Ebben az esetben példaként a tapadási súrlódási együtthatót változtatom meg 10%-al. Ez egy könnyen elképzelhető szituáció, hiszen az útminőség változhat, illetve a gumik is elhasználódhatnak.



4.11. ábra. Kerékszip beállása 20%-os súrlódási tényező hiba esetén, különböző  $\eta$  paraméterek mellett

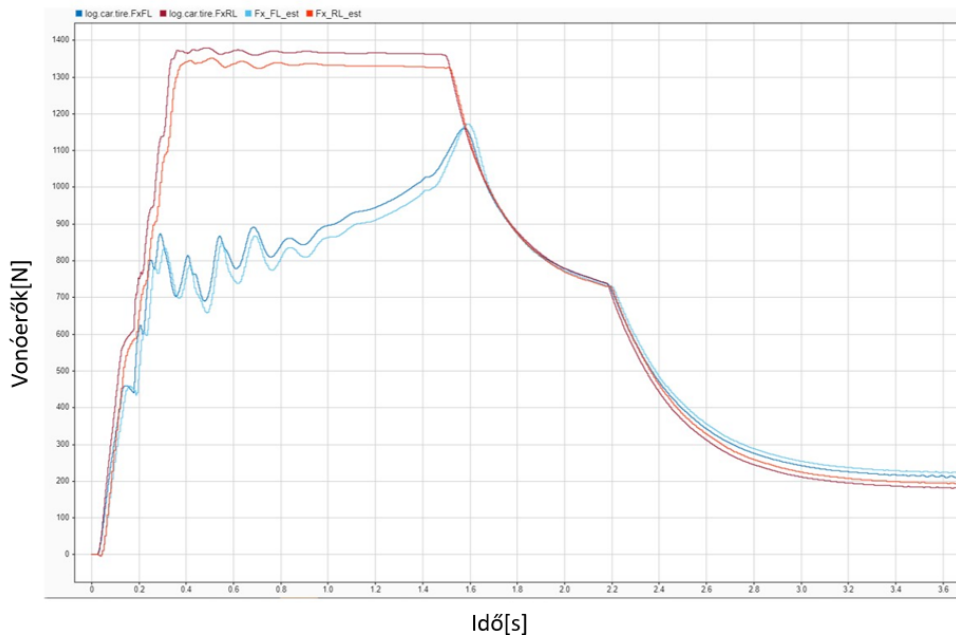
A fenti képből látszik, hogy ez nagyobb gondot okoz, mint a 0 középértékű zaj. Ugyan a „switching functon” amplitúdójának növelésével ezt is át lehetne hidalni, az a többi limitáció miatt oszcillációkat okoz a szabályzás első szakaszában. Emiatt van szükség a 3.4-ben taglalt vonóerő megfigyelőre.

### 4.3.2. Tesztelés Carmakerben

A Simulinkes tesztelés kimerítése után áttérek a Carmakeres szimulációkra. Itt lehetőség van olyan mélységű tesztek elvégzésére, hogy kis szerencsével a valóságban már „plug-and-play” módon működhet a szabályzó.

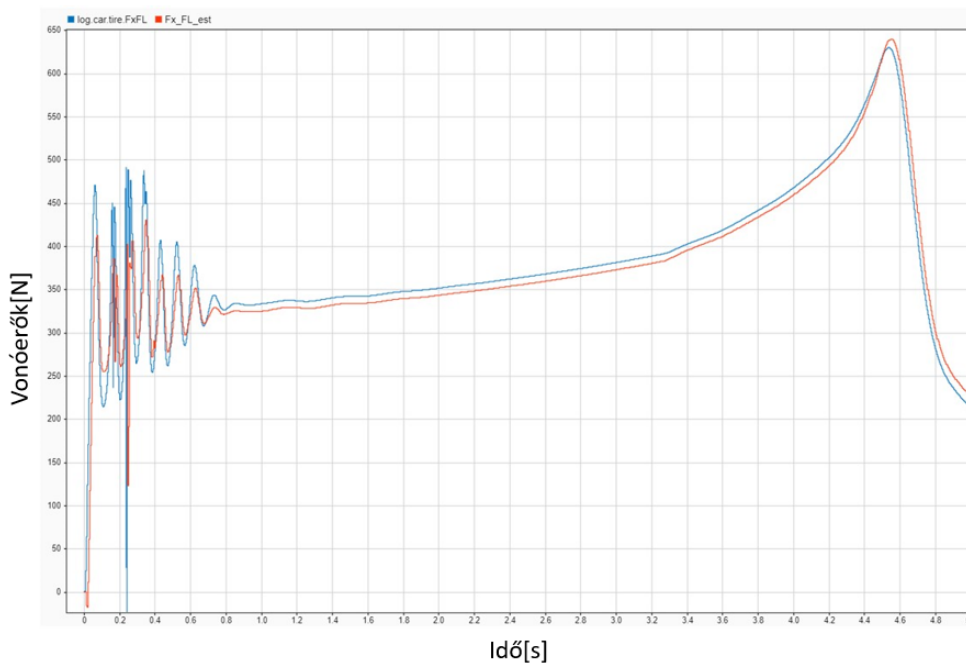
#### A vonóerő megfigyelő tesztelése

4.3.1 végén kifejtettem, miért szükséges a megfigyelő használata. Az első szimuláció esetében a tapadási súrlódási tényezőt az eredeti 1 értéken hagytam. Ennek eredménye:



4.12. ábra. Az állapotbecslő összehasonlítása a valós értékekkel

Látható, hogy a hiba igen csekély. Ezen hiba a mintavételezésből vagy a nem modellezett elemekből adódhat. Ezt még képes a „switching function” kijavítani. Ezután  $\mu$  értékét megfelezttem, szimulálva például nedves aszfaltot elhasznált gumival.



4.13. ábra. Az állapotbecslő működése  $\mu = 0,5$  mellett

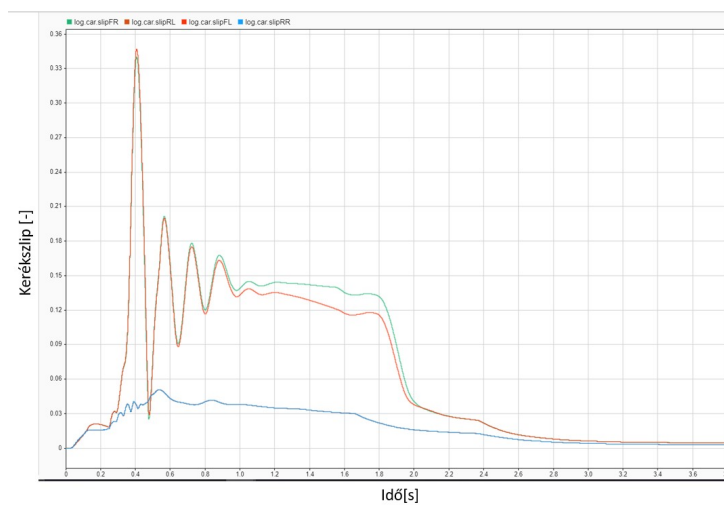
Látható, hogy az állapotbecslő működése nem függ  $\mu$  értékétől. A nagyobb oszcillációkat ugyan nem képes teljesen lekövetni, de ettől függetlenül megfelelő pontossággal működik.

## A szabályzó tesztelése

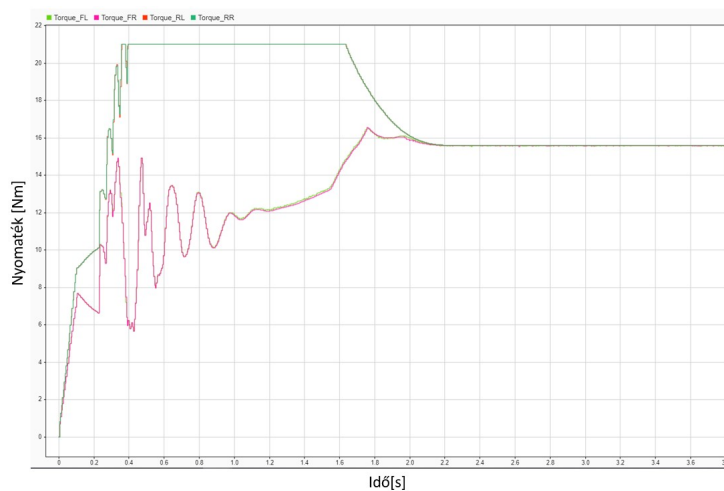
A Carmakerben való teszteléshez át kell alakítani a 3.31 és 3.32- ben felírt egyenleteket 4 kerékre. Ehhez:

- $\theta$ -t el kell osztani 2-vel
- $F_i$  jelen esetben az adott keréken becsült vonóerő
- $u_{sw}$ -ban az  $\eta$  paramétert is el kell osztani 2-vel.

Elsőnek pontos sebességgel, a teljesítményszabályzó nélkül az eredmények a következők:

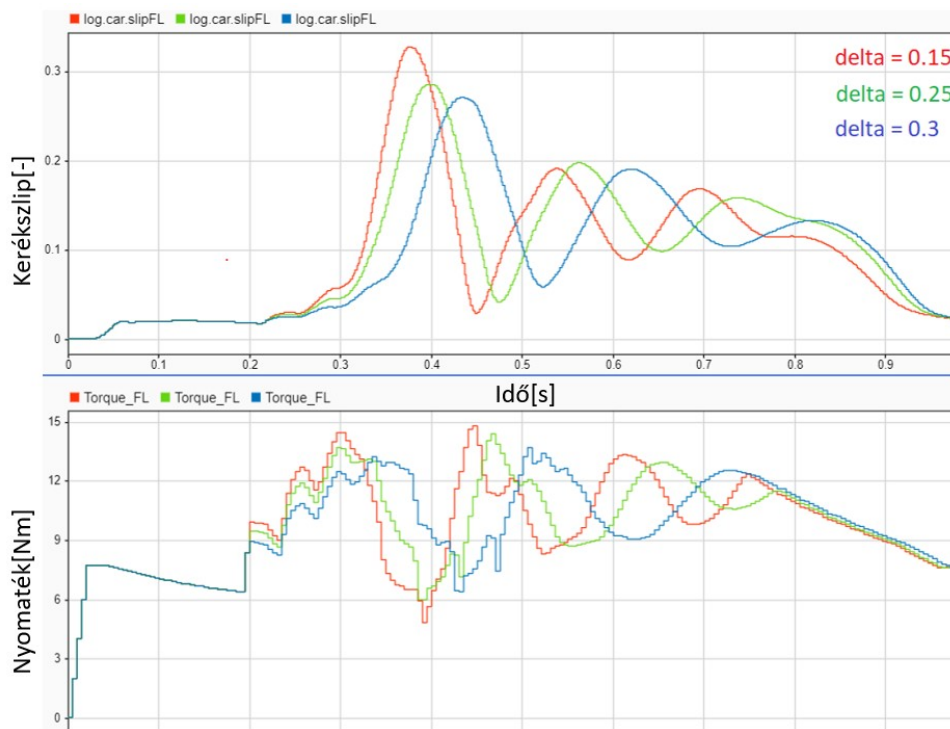


4.14. ábra. Kerékszlipek Carmaker szimulációban

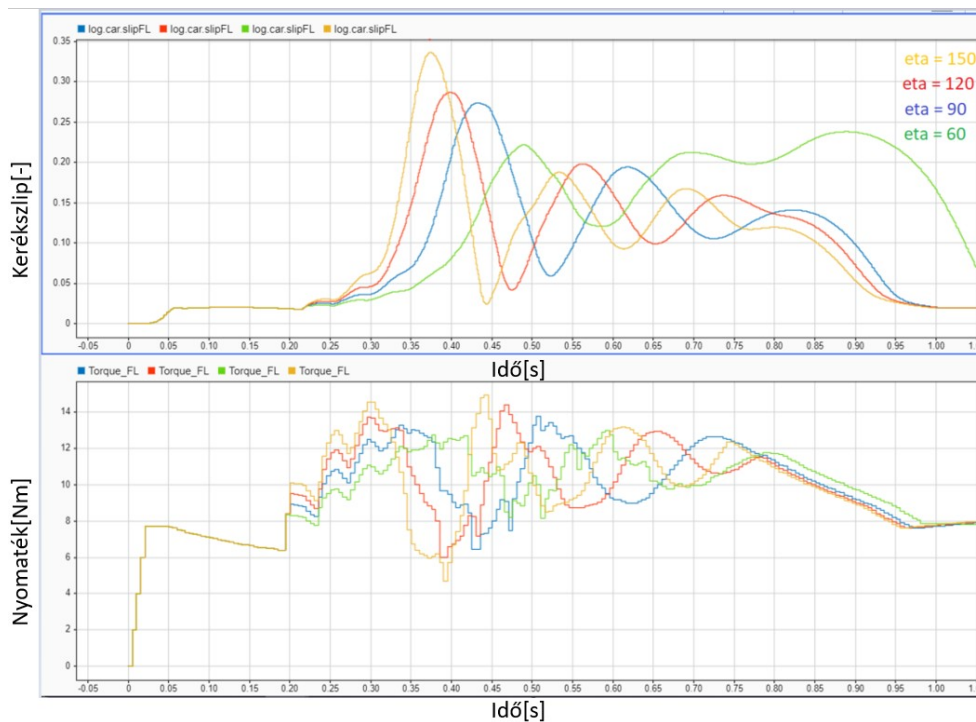


4.15. ábra. Nyomatékok Carmaker szimulációban

Ezt követően a megfigyelő által becsült állapotokkal (sebesség, vertikális terhelés, vonóerők) és bekapcsolt teljesítményszabályzóval szimuláltam. Különböző  $\eta$  és  $\delta$  paraméterek mellett:



4.16. ábra.  $\delta$  növekedésével oszcillációk csökkennek és a beállítás lassul.



4.17. ábra.  $\eta$  növelése épp ellenkezőleg hat a rendszerre

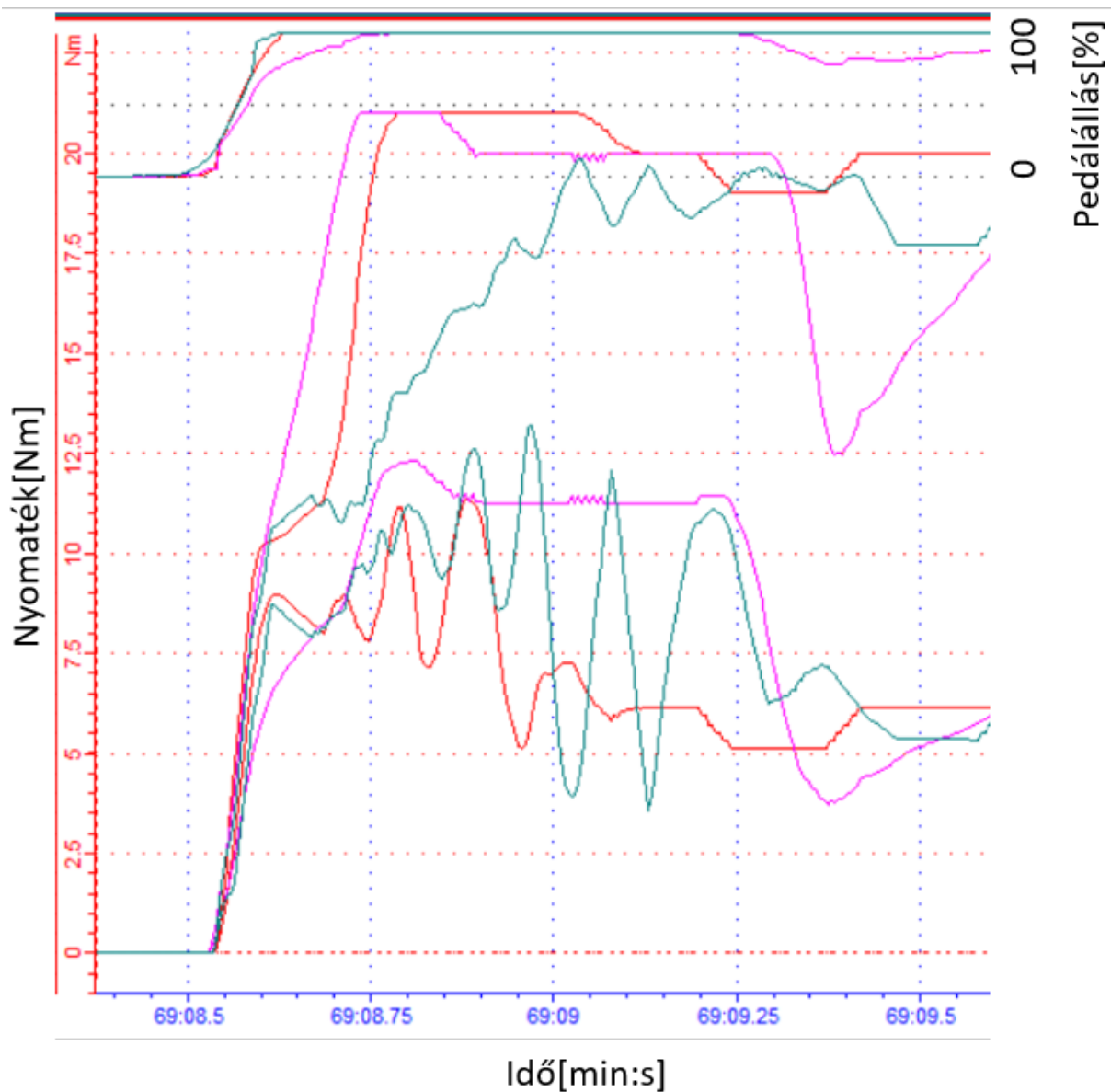
## 4.4. Tesztelés valós körülmények között

Szabályzókhöz szükséges paraméterek				
Megnevezés	Jelölés	PID	Csúszómód szabályzó	Jármű paramétere
optimális kerékszlip	$\kappa_{opt}$	0,12	0,12	
arányos tag	$P$	150		
integrál tag	$I$	50		
deriváló tag	$D$	0		
tapadási súrlódási együttható	$\mu$	1,2	1,2	
„switching function” $\eta$	$\eta$		120	
„switching function” $\delta$	$\delta$		0,2	
kerék sugara	$r$			0,193 [m]
jármű tömege	$m$			265 [kg]
kerékinercia	$\theta$			0,7 [kgm <sup>2</sup> ]
jármű elülső felülete	$A$			1 [m <sup>2</sup> ]
statikus súlyeloszlás	$w_{statikus}$			0,48 [–]
súlypont magassága	$h_{CoG}$			0,29 [m]
nyomtáv	$w_b$			1,54 [m]
légellenállási együttható	$c_D$			1,4 [–]
leszorítóerő tényező	$c_L$			3,1 [–]
leszorítóerő eloszlása	$D_{AERO}$			0,65 [–]
nyomásközéppont magassága	$H_{AERO}$			0,26 [m]
görd. ell. konstans tag	$c_{R1}$			0,01 [–]
görd. ell. arányos tag	$c_{R2}$			0,005 [–]

4.1. táblázat. Valós teszten használt paraméterek

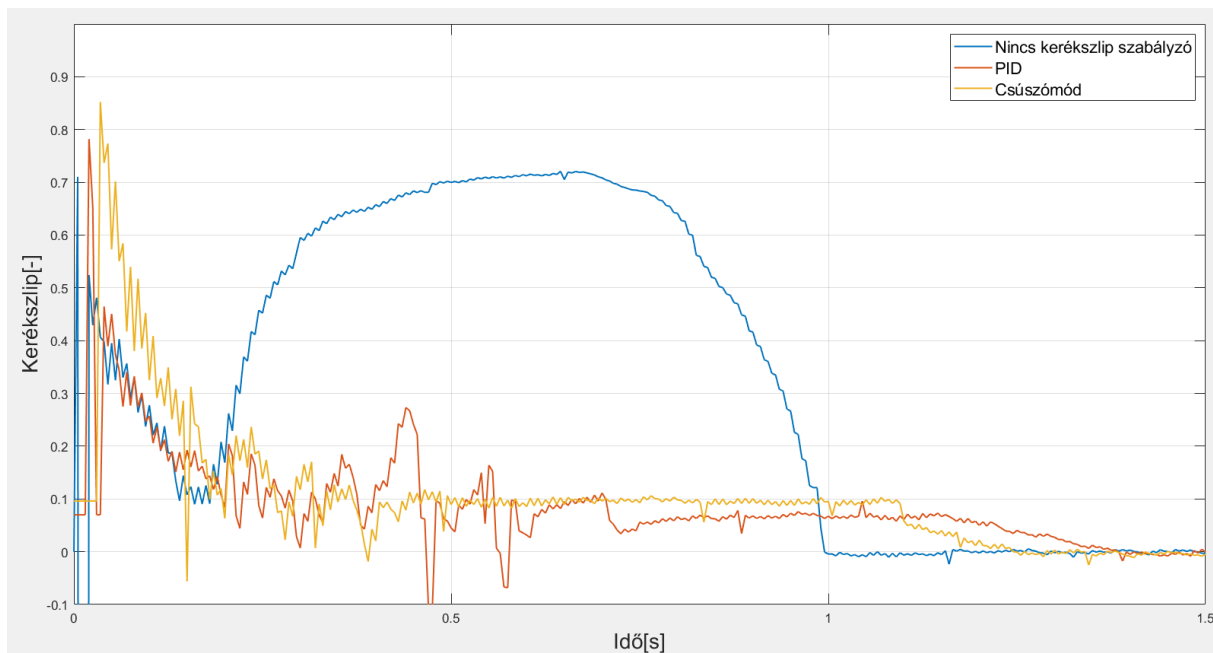
Az eddigi eredmények szimulációkból származtak, amik bár közelítik a valóságot, nem feltétlenül elég pontosak a validációhoz. A versenyszezont követő teszteken lehetőség adódott kipróbálni a szabályzókat tesztpályán „élesben”, esős körülmények között.

Csak korlátozott számú tesztre volt lehetőség, így a következők kerültek kiválasztásra: gyorsulás kikapcsolt kerékszlip szabályzóval, PID, illetve csúszómód szabályzóval.



4.18. ábra. Nyomatékok különböző kerékszlip szabályzókkal

A fenti ábrán zölddel a PI(D), pirossal a csúszómód, rózsaszínnel a kikapcsolt szabályzó által kikért nyomatékok láthatóak (bal első és bal hátsó kerekek), illetve a gázpedálállás. Látható, hogy a PID szabályzó esetén a nyomatékok nagyobb mértékben oszillálnak, illetve, hogy a csúszómód szabályzó inkább a hátsó motorra kér ki nyomatékot. A pedálállásból látható, ahogy kikapcsolt szabályzó mellett a pilóta próbálta korrigálni a kerék kipörgését.



4.19. ábra. Kerékszlipek (bal első) különböző kerékszlip szabályzókkal

A nyomatékokkal párhuzamban látható, hogy a csúszómód szabályzás esetén kisebb az oszcillálás a kerékszlip értékében is. Megjegyezendő, hogy mindkét szabályzó a szimulációktól elvárt módon viselkedett. A kikapcsolt szabályzó esetén a pilóta saját maga próbálta szabályozni a szlipet a gázpedálállással, látható, hogy ez nem egyszerű feladat: eleinte túl kevés, később túl sok, majd megint túl kevés az értéke az ideálshoz képest.



## 5. fejezet

# Konklúzió

A dolgozatban kétféle kerékszip szabályzó került kidolgozásra. Ezek tesztelése és validálása mind virtuális (Simulink, Carmaker), mind valós körülmények között megtörtént. A szabályzók megalkotása alatt felmerülő kihívásoknak megfelelően további elemek kerültek kidolgozásra, úgy, mint az indulást segítő launch control, a PID szabályzó működéséhez szükséges anti-windup vagy a csúszómód szabályzó valós használathoz elengedhetetlen vonóerő megfigyelő. Mindkét esetben sikerült a feladat teljesítése. A 4.19 ábrán látható, hogy mindkét szabályzó az optimális kerékszip környékére tudja irányítani a rendszert. Ezzel az autó képes az eddiginél jobban kigyorsítani, valamint energiát is spórolni a feleslegesen nagy nyomatékok elkerülésével. Az is igazolásra került, hogy a csúszómód szabályzó a PID-nél jobban képes kezelni a nemlineáris rendszert, hiszen kevesebb oszcillációval állt be. A szabályzók teljesítményét az állapotbecslés javításával lehetne növelni. Erre megoldást jelenthet a Luenberger megfigyelőnél hatékonyabb vonóerő becslő megalkotása, vagy a sebességbecslés validálása optikai szenzorral.

## 6. fejezet

### Hivatkozások

# Irodalom

- [1] Wikipedia contributors. *Electronic stability control* — *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. [Online; accessed 2-November-2023]. 2023. URL: [https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Electronic\\_stability\\_control&oldid=1177853251](https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Electronic_stability_control&oldid=1177853251).
- [2] Xudong Zhang és Dietmar Göhlich. „A hierarchical estimator development for estimation of tire-road friction coefficient”. *PLOS ONE* 12 (2017. febr.), 1–21. old. DOI: 10.1371/journal.pone.0171085.
- [3] Georg Rill. „First Order Tire Dynamics”. (2006. jan.). DOI: 10.1007/1-4020-5370-3776.
- [4] Wikipedia contributors. *Traction control system* — *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. [Online; accessed 2-November-2023]. 2023. URL: [https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Traction\\_control\\_system&oldid=1173551417](https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Traction_control_system&oldid=1173551417).
- [5] MathWorks. *What is Model Predictive Control?* URL: <https://www.mathworks.com/help/mpc/gs/what-is-mpc.html>.
- [6] Jan Dentler. „Real-time Model Predictive Control of Cooperative Aerial Manipulation”. Dissz. 2018. okt. DOI: 10.13140/RG.2.2.20234.31687/1.
- [7] Shaosong Li és tsai. „MPC-based Slip Control System for In-wheel-motor Drive EV”. *IFAC-PapersOnLine* 51.31 (2018). 5th IFAC Conference on Engine and Powertrain Control, Simulation and Modeling E-COSM 2018, 578–582. old. ISSN: 2405-8963. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2018.10.140>.
- [8] Wentong Shi és tsai. „Nonlinear MPC-Based Acceleration Slip Regulation for Distributed Electric Vehicles”. *World Electric Vehicle Journal* 13.11 (2022). ISSN: 2032-6653. DOI: 10.3390/wevj13110200. URL: <https://www.mdpi.com/2032-6653/13/11/200>.
- [9] Lei Yuan és tsai. „Model predictive slip control for electric vehicle with four in-wheel motors”. *2015 34th Chinese Control Conference (CCC)*. 2015, 7895–7900. old. DOI: 10.1109/ChiCC.2015.7260894.

- [10] Velimir Ćirović, Dragan Aleksendrić és Dušan Smiljanić. „Longitudinal wheel slip control using dynamic neural networks”. *Mechatronics* 23.1 (2013), 135–146. old. ISSN: 0957-4158. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2012.11.007>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957415812001778>.
- [11] IBM. *What are neural networks*. 2023. URL: <https://www.ibm.com/topics/neural-networks>.
- [12] AWS. *What is a neural network?* 2023. URL: <https://www.mathworks.com/help/sps/ref/luenbergerobserver.html>.
- [13] *The PID Controller & Theory Explained*. [Online; accessed 30-September-2023]. 2023. URL: <https://www.ni.com/en/shop/labview/pid-theory-explained.html>.
- [14] BME Mogi. *Szamitogepes szimulacio*. 2023. URL: [https://mogi.bme.hu/TAMOP/szamitogepes\\_szimulacio/apb.html](https://mogi.bme.hu/TAMOP/szamitogepes_szimulacio/apb.html).
- [15] Gáspár Péter Bokor József. *Irányítástechnika járműdinamikai alkalmazásokkal*. Budapest: Typotex kiado, 2010.
- [16] Wikipedia contributors. *Integral windup* — *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. [Online; accessed 30-September-2023]. 2023. URL: [https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Integral%5C\\_windup%5C&oldid=1171025440](https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Integral%5C_windup%5C&oldid=1171025440).
- [17] Engin Esin. „VISION-AIDED LANDING FOR FIXED WING UNMANNED AERIAL VEHICLE”. Dissz. 2016. júl. DOI: 10.13140/RG.2.2.13588.09606.
- [18] *PID, D as in Derivative*. [Online; accessed 30-September-2023]. 2023. URL: <https://medium.com/luos/pid-d-as-in-derivative-6a022a82a62e>.
- [19] Wikipedia contributors. *Proportional–integral–derivative controller* — *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. [Online; accessed 30-September-2023]. 2023. URL: [https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Proportional%2%80%93integral%2%80%93derivative\\_controller&oldid=1176504735](https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Proportional%2%80%93integral%2%80%93derivative_controller&oldid=1176504735).
- [20] Pácsonyi Péter. *Formula Student autó sebességbecslése fuzzy logikával és Kálmán-szűrővel*. 2021.
- [21] Karl J Astrom és Tore Hagglund. *Advanced PID control*. Advanced PID control: ISA, 2006. URL: <https://cds.cern.ch/record/1514097>.
- [22] Péter Korondi. *Csúszómód-szabályozás a teljesítményelektronikában és mechatronikában*. Akadémiai Kiadó, 2017. ISBN: 978 963 454 100 4. DOI: 10.1556/9789634541004. URL: <https://mersz.hu/kiadvany/246>.
- [23] Christopher Edwards és Sarah K. Spurgeon. „Sliding mode control : theory and applications”. 1998. URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:60619272>.

- [24] Hussein U. Suleiman és tsai. „Methods of Chattering Reduction in Sliding Mode Control: A Case Study of Ball and Plate System”. *2018 IEEE 7th International Conference on Adaptive Science and Technology (ICAST)*. 2018, 1–8. old. DOI: 10.1109/ICASTECH.2018.8506783.
- [25] Vadim Utkin és Hoon Lee. „CHATTERING PROBLEM IN SLIDING MODE CONTROL SYSTEMS”. *IFAC Proceedings Volumes 39.5* (2006). 2nd IFAC Conference on Analysis and Design of Hybrid Systems, 1. old. ISSN: 1474-6670. DOI: <https://doi.org/10.3182/20060607-3-IT-3902.00003>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667015328469>.
- [26] Gian Paolo Incremona és tsai. „Sliding mode control algorithms for wheel slip control of road vehicles”. *2017 American Control Conference (ACC)*. 2017, 4297–4302. old. DOI: 10.23919/ACC.2017.7963616.
- [27] Suwat Kuntanapreeda. „Traction Control of Electric Vehicles Using Sliding-Mode Controller with Tractive Force Observer”. *International Journal of Vehicular Technology* 2014 (2014. dec.). DOI: 10.1155/2014/829097.
- [28] Wikipedia contributors. *Sliding mode control — Wikipedia, The Free Encyclopedia*. [Online; accessed 30-September-2023]. 2023. URL: [https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Sliding\\_mode\\_control&oldid=1167081162](https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Sliding_mode_control&oldid=1167081162).
- [29] Németh Balázs. *Járműirányítás I. jegyzet*. 2022.
- [30] *FSAE Tire Test Consortium*. [Online; accessed 30-September-2023]. 2023. URL: <https://www.fsaettc.org/>.
- [31] Marco Furlan. *MFEval*. [Online; accessed 30-September-2023]. 2023. URL: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/63618-mfeval>.
- [32] Stephan Rhode. „Robust and Regularized Algorithms for Vehicle Tractive Force Prediction and Mass Estimation”. 2016. URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:65346989>.
- [33] MathWorks. *Discrete-time Luenberger observer*. 2023. URL: <https://www.mathworks.com/help/sps/ref/luenbergerobserver.html>.
- [34] Wikipedia contributors. *Ziegler–Nichols method — Wikipedia, The Free Encyclopedia*. [Online; accessed 3-November-2023]. 2023. URL: [https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Ziegler%E2%80%93Nichols\\_method&oldid=1140258750](https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Ziegler%E2%80%93Nichols_method&oldid=1140258750).
- [35] Sapientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem. *Önhangoló PID irányítás*. 2023. URL: [https://www.ms.sapientia.ro/~martonl/Docs/Labs/IRI\\_L7.pdf](https://www.ms.sapientia.ro/~martonl/Docs/Labs/IRI_L7.pdf).

# Ábrák jegyzéke

1.1.	Hosszirányú erő és szlip különböző súrlódási tényezők esetén . . . . .	2
1.2.	Általános hosszirányú gumikarakterisztika különböző vertikális terhelés mellett [3] . . . . .	2
1.3.	Az autó önvezető gyorsulás versenyszám közben . . . . .	3
1.4.	MPC sematikus ábrája[5] . . . . .	4
1.5.	MPC alkalmazása kerékszlip szabályozásra . . . . .	4
1.6.	Neurális háló felépítése[11] . . . . .	5
2.1.	Minőségi jellemzők[15] . . . . .	8
2.2.	Az „integral windup” jelensége[17] . . . . .	9
2.3.	. . . . .	10
2.4.	Ideális esetben a D tag csökkenti a túllövést, gyorsítja a beállást[19] . . . . .	10
2.5.	Az általunk használt gumi (Hoosier R20) hosszirányú karakterisztikája . . . . .	11
2.6.	Kerekek sebességének meghatározása . . . . .	13
2.7.	Egy kerék szlipjének meghatározása a 2.9 egyenlet értelmében . . . . .	13
2.8.	PID szabályzó Simulinkben . . . . .	14
2.9.	Megvizsgált anti-windup technikák blokkdiagramja . . . . .	15
2.10.	Integrátor értéke 3 egymást követő gyorsulás esetén. . . . .	15
2.11.	Anti windup külső reset használatával és anélkül . . . . .	16
3.1.	Rendszer trajektóriája csúszómód szabályzás esetén[28] . . . . .	19
3.2.	Csattogás jelensége csúszómód szabályzónál[23] . . . . .	19
3.4.	Luenberger megfigyelő blokkdiagramja . . . . .	27
4.1.	Saját irányítási modell integrálása Carmaker környezetbe . . . . .	31
4.2.	Az ábrán látható eredmények $P = 100$ $I = 50$ $D = 0$ érték mellett születtek. . . . .	32
4.3.	Gyorsulás $P = 100$ $I = 50$ $D = 1$ -el . . . . .	32
4.4.	Hosszirányú kerékpármodell Simulinkben . . . . .	33
4.5.	Ideális gyorsulás szimulációja . . . . .	34
4.6.	Látható, hogy a hátsó tengelyen ekkora nyomaték mellett nem is lehetséges a kerekek kipörgése, „nyomatéklimitált” az autó . . . . .	35

4.7. Különböző meredekségű szigmoid függvények összehasonlítása . . . . .	35
4.8. Kerékszip beállása a nyomaték változásának limitálása mellett . . . . .	36
4.9. Konstans sebességű teszt . . . . .	37
4.10. Fehér zaj hatása a csúszómód szabályzó esetén nem megfigyelhető . . . . .	37
4.11. Kerékszip beállása 20%-os súrlódási tényező hiba esetén, különböző $\eta$ pa- raméterek mellett . . . . .	38
4.12. Az állapotbecslő összehasonlítása a valós értékekkel . . . . .	39
4.13. Az állapotbecslő működése $\mu = 0,5$ mellett . . . . .	39
4.14. Kerékszipok Carmaker szimulációban . . . . .	40
4.15. Nyomatékok Carmaker szimulációban . . . . .	40
4.16. $\delta$ növekedésével oszcillációk csökkennek és a beállítás lassul. . . . .	41
4.17. $\eta$ növelése épp ellenkezőleg hat a rendszerre . . . . .	41
4.18. Nyomatékok különböző kerékszip szabályzókkal . . . . .	43
4.19. Kerékszipok (bal első) különböző kerékszip szabályzókkal . . . . .	44