

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Gépészmérnöki Kar

SZILÁRD HAJTÓANYAGÚ RAKÉTAMOTOR-FEJLESZTÉS MODERN SZIMULÁCIÓS ÉS MÉRÉSI MÓDSZEREKKEL

Version I.

Készítette:

Hegedűs András Tölgyesi Gergely Márk

Konzulensek:

Dr. Farkas Balázs Cseppentő Bence

Budapest, 2023. november 5.

Tartalomjegyzék

1.	Beve	Bevezetés								
	1.1.	Motiváció a dolgozat megírására	6							
	1.2.	A dolgozat felépítése	7							
2.	Hajt	tómű analitikus tervezése	7							
	2.1.	Összefoglaló	7							
		2.1.1. A motor felépítése	9							
	2.2.	Laval fúvóka méreteinek analitikus számítása	12							
3.	Égés	skamra vizsgálata numerikus módszerekkel	19							
	3.1.	Égéskamra nyomásfelépülésének vizsgálata numerikus módszerekkel	19							
	3.2.	Égéskamra nyomáseloszlásának vizsgálata CFD szimulációval	21							
		3.2.1. Égéskamra és a numerikus áramlási tér geometriája	21							
		3.2.2. Háló	22							
		3.2.3. Peremfeltételek és a megoldó beállításai	24							
	3.3.	Kiértékelés	26							
		3.3.1. Égéskamra szimuláció kiértékelése	26							
		3.3.2. Laval fúvóka szimuláció kiértékelése	29							
		3.3.3. Háló konvergencia vizsgálata	31							
		3.3.4. Numerikus és analitikus eredmények összehasonlítása	31							
	3.4.	Nyomásesés hatása a rakétamotor teljesítményére	32							
4.	Stati	ikus rakétamotor teszt kiértékelése	33							
	4.1.	Teszt konfiguráció	33							
	4.2.	Teszt	34							
	4.3.	Teszt kiértékelése	37							
5.	Össz	zefoglalás, továbbfejleszési lehetőségek	38							

6. Köszönetnyílvánítás

Irodalomjegyzék

40

39

Absztrakt

A BME Suborbitals versenycsapat a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetemen tevékenykedő űrkutató és űrtechnológiákkal foglalkozó diákszervezet. Fő profilja a rakéta technológiák kutatása, fejlesztése és versenyeztetése. A rakétahajtómű-fejlesztés 2022-ben vette kezdetét, mely fejlesztést nem csak azért indítottuk el, mert technológiailag szükséges a csapatnak, hanem mert egy költséghatékony alternatívát látunk benne. Ezen projekt eredményeképpen képesek leszünk hosszú távon ellátni a versenycsapat szilárd hajtóanyagú motor igényét. A jelenlegi TDK dolgozat fő célja az, hogy a mai világban rendelkezésre álló áramlástani CFD (Computational Fluid Dynamics, numerikus áramlás modellezés) szimulációs szoftverek lehetőségeit kihasználva létrehozzuk a csapat számára az ideális rakétamotort. Munkánk során sikerült nem csak jobb betekintést nyerni a különleges szerkezet viselkedésébe, de lehetőségünk nyílt nagyobb közönség előtt is felvonultatni a rakéta technológia ezen egyedi elemét.

A tervezési folyamat kezdeti szakaszában a motor szükséges impulzusát és befoglaló méreteit kellett meghatároznunk. Ehhez saját fejlesztésű repülési és hajtóanyag-dinamikai szimulációkat alkalmaztunk. A tervezés következő szakaszában elengedhetetlen volt az általunk fejlesztett hajtóanyag és annak égéstermékeinek kémiai tulajdonságainak meghatározása, beleértve az égési sebességet, az adiabatikus láng hőmérsékletet és az adiabatikus kitevőt. Ezek egy részét irodalomkutatás során, másik részét pedig empirikus tapasztalatok és mérések alapján gyűjtöttük össze. Ezen adatok lehetővé tették számunkra, hogy szimuláció segítségével kiszámoljuk az égéskamrában uralkodó nyomást és a fűvóka geometriáját.

Mivel az előzetes tervezések során analitikus módszereket alkalmaztunk jelentős egyszerűsítésekkel és idealizált modellekkel, szükségessé vált a motor CFD szimulációja. A CFD szimuláció lehetőséget biztosított a motor belső dinamikájának pontosabb megértésére, továbbá a fúvókában fellépő áramlástani jelenségeket is pontosabban tudtuk vizsgálni. Ezen ismeretek segítségével lehetőségünk nyílt magasabb hatásfokú motorok tervezésére. A TDK dolgozat ennek a folyamatnak részleteit foglalja össze. Ebben a TDK dolgozatban a motor gyártástechnológiájával és mérési összeállításával csak érintőlegesen foglalkozunk, mert ezek egy másik TDK dolgozat tárgyát képezik.

Abstract

The BME Suborbitals rocketry team is the most advanced, and the most successful research team at the Budapest University of Technology and Economics. Its main goal is to design, plan, produce, test and operate various elements of rocket technologies. Since its foundation in 2021 the team amassed more than a dozen successful suborbital rocket launches; moreover since the end of 2022, we are actively working on our solid fuelled rocket motor development program. This research program was initiated not only for technological research purposes, but by this development we will be able to provide a sustainable amount of good quality rocket motors to satisfy the needs of our competition team. To achieve this, we have to make high efficiency motors which are viable only after a lengthy research program. The main goal of this study is to show how we implemented the advanced CFD (Computational Fluid Dynamics) software in our research and share our findings with the world. By submitting this article we get a better understanding of how these magnificent machines of space exploration work, and we can spread this knowledge to evermore people.

At the initial stages of this development program, we had to specify the necessary impulse and the overall dimensions of the motor. We achieved this by self-developed simulating tools aimed to simulate flight performance and internal ballistics. The next step was to properly characterize our fuel composition and determine its parameters such as adiabatic flame temperature, molar mass, exhaust gas composition and so on. At this stage we utilized empirical methodologies and extensive research in literature. This data helped us to prepare our first test article rocket motor with its exact specifications.

Due to the fact that during the preliminary design phase we used mainly analytical calculations with considerable idealizations we deemed it necessary to run appropriate CFD simulations. By this simulation we were able to properly examine the internal ballistics of our rocket motor, and the flow characteristics of the nozzle. With this knowledge we hope to further optimize our motor. The last step was to test, measure and evaluate the performance of our test article. While it is not the main objective of this study, to better summarize our findings we will use its achievements. The exact test setups and production techniques are for another study.

1. Bevezetés

1.1. Motiváció a dolgozat megírására

A 21. század egy nagyon fontos kutatási területe a világűr. Bár az érdeklődés ezen "utolsó határ" után nem újkeletű, a 20. század második felében elért technológiai fejlődés tette lehetővé először, hogy igazán mélységében vizsgálhassuk. Ezen kutatások fő eszköze a rakéta. Ez a fogalom eredetileg az olasz rochetta szóból eredeztethető, mely a késő középkorban a tűzijátékokat jelölte. Azóta jelentős fejlődésen mentek keresztül ezek a szerkezetek. A 20.század elő felében nagy népszerűségre tettek szert az ún. rakéta klubbok mind Európában mind az Egyesült Államokban. Ezen klubbok gyűjtötték össze a kor neves tudósait, kiknek munkája igazi fordulópontot jelentett a rakétatechnológia történetében. A Szovjetunió neves kutatója volt ezen a területen Konstntin Cilkovszkij, aki először megalkotta a többfokozatú rakéták elvét. Európában az erdélyi származású Hermann Oberth és a német Wernher von Braun, az Egyesült Államokban Robert Goddart végzett úttörő munkát ezen a területen. [8] A második világháború következtében meglendült technológiai fejlődés oda jutatta ma az emberiséget, hogy ezek a szerkezetek rendszeresen szállítanak embereket a Föld körül keringő űrállomásokra, rendszeresen szállnak le a naprendszerünk különböző kutató szondák és a Hold is szinte elérhető távolságba került számunkra. Ez az űrkorszak.

Amikor ezen a területen dolgozunk, óriások vállán állunk. A fentebb említett kiváló kutatók és még sok ezer másik rendkívül tehetséges elme taposta ki azt az utat amin mi most járunk. 2017 óta érett már a vágy a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem (Műegyetem) hallgatóiban, hogy itthon is legyen egy szakmai közösség, ahol rakétatechnológiával lehet foglalkozni. 2021 óta a BME Suborbitals egyetemi kutatócsapat testesíti meg ezt a közösséget, és ezen TDK dolgozat írói is ezt a csapatot erősítik. Ami megkülönböztet minket egy átlagos amatőr rakétázással foglalkozó csapattól, hogy nálunk a rakéták fejlesztése szigorú szakmai és tudományos keretek között folyik.

Egy rakéta hajtómű rendkívül komplex és megalkotása tele van mérnöki kihívásokkal. Mi arra vállalkoztunk, hogy egy szilárd hajtóanyagú rakétamotor működését vizsgáljuk, és kutassuk. Bár rendkívül összetett, az iparban alkalmazott megoldások között még mindig az egyik legegyszerűbb rakétattechnikai szerkezetek között foglal helyet. Az itt leírtak nem egy gondolatkísérlet eredményei. A BME Suborbitals versenycsapat keretein belül található aktív hajtómű fejlesztés keretében dolgozunk ezeken a motorokon is. Ezen tervezési és fejlesztési folyamat fontos elemeit szeretnénk részletesen bemutatni.

1.2. A dolgozat felépítése

Ez a TDK dolgozat négy nagy fejezetből áll, melynek során végigmegyünk a szilárd hajtóanyagú rakétamotor tervezésének főbb lépésein.

- Az első részben összefoglaljuk a dolgozat felépítését, és motivációját.
- A második részben foglalkozunk a rakétamotor analitikus tervezésével. Mint minden projektben, az előzetes számítások itt is papíron történtek, ezeket foglaljuk össze a hajtómű analitikus tervezése címszó alatt.
- A harmadik részben numerikus eszközökkel vizsgálja a rakétamotor viselkedését.
- Az negyedik részben a már elkészült rakétamotor viselkedését mutattuk be, továbbá összehasonlítottuk az analitikusan és a numerikusan számított eredményeinkkel.

2. Hajtómű analitikus tervezése

2.1. Összefoglaló

Ezen motorok nem a közelmúlt szülöttei, ugyanakkor szerepük a jelen korban dominánsabb mint valaha. Az űrszektor előretörésével ezen motorok felhasználása exponenciálisan nő, ezért fontos, hogy legyen, aki érti a bennük lejátszódó folyamatokat, és ezáltal képes optimalizált, hatékony darabokat gyártani. Ebben a fejezetben összefoglaljuk a motor elsődleges tervezési fázisában végigvitt számításokat, megvizsgáljuk, milyen egyszerűsítéseket teszünk, és ez hogyan befolyásolja a számítási eredményeinket. Továbbá fel fogjuk használni mind a termodinamika, mind a mechanika, mind az áramlástan törvényeit, így ez a projekt egy igazán interdiszciplináris kihívás.

A motor fejlesztésünk célja röviden: szeretnénk minél kisebb mennyiségű hajtóanyag felhasználásával minél nagyobb tolóerőt kifejteni minél hoszabb ideig, tehát minél nagyobb impulzust kifejteni. (A mi TDK dolgozatunkkal párhuzamosan készül egy hasonló dolgozat, mely a hajtóanyag gyártástechnológiáján keresztül közelíti meg ezt a kérdéskört.) Az analitikus tervezés témája ebből a szempontból a rakéta fúvóka kialakításának meghatározása.

Annak érdekében, hogy az analitikus számítások felépíthetőek legyenek, jelentős mennyiségű egyszerűsítést és tervezési korlátot kellett bevezetni. Ezen egyszerűsítések a következők voltak:

• A motor hengerszimmetrikus

Bár nem kizárólagosan, de az űriparban jellemzően a hajtómű égéskamrák hengerszimmetrikusak, sőt, az esetek nagy százalékában hengeres kialakításúak is. Ugyanez nem feltétlenül mondható el a hozzájuk csatolt fúvókákról. Gyakran fordul elő, hogy a hajtómű kilépő keresztmetszete nem merőleges a motor hossztengelyére, hanem valamilyen szöget zár be vele. Jelen esetünkben a motor hengerszimmetriája azt jelenti, hogy a motor minden eleme, tehát a fúvóka is egy szimmatriatengelyen osztozik, és minden alkatrész hengerszimmetrikus erre a szimmetriatengelyre.

• Az égésterméki gáz homogén

Az égésterméki gázt praktikus okok miatt adott, hossztengelyre merőleges keresztmetszetben egyenletes eloszlásúnak és homogén összetételűnek feltételezzük. Továbbá az is ismert, hogy a kémiai ekvilibrium állapot változni fog az áramlás különböző pontjain, viszont ezen állapotváltozások pontos modellezése analitikus meglehetősen nehéz lenne. Ezért feltételezzük, hogy a munkaközeg homogén összetételű, egyenletes eloszlású, és a kémiai ekvilibrium állapotában van.

• Az égésterméki gázok követik az ideális gáztörvényt.

Bár magas nyomáson az ideális gáztörvény alkalmazása meglehetősen korlátozott, bevezető számításoknál mégis bevett szokás a használata[5], így mi is ehhez folyamodtunk.

• Az áramlás izentropikus

Az analitikus számításoknál a laval fúvóka méretezésekor azzal a feltételezéssel élünk, hogy az áramló közeg nem veszít energiát a falon keresztül történő hőátadással. Ez a közelítés a többi egyszerűsítéshez képest kevésbé befolyásolja a motor teljesítményét, mivel kis méretű rakétamotorokban a teljes energiaveszteség jellemzően egy százaléka a fent említett hőátadás. [5]

• Az áramlás stacionárius

Bár az orbitális rakétákhoz képest igen rövid ideig működik a mi projektünk keretében gyártott rakétamotor, a stacionárius működési szakasz itt is meghatárzó, és a működési si idő jelentős részét képezi. Ez a TDK dolgozat ezen stacionárius állapot vizsgálatával foglalkozik, mégpedig egy konstans tömegáramot kiragadva.

• Elhanyagoljuk a határréteg szerepét.

Bár az analitikus számítások során elhanyagoltuk ezt a hatást, a CFD szimulációk már tartalmazzák azt.

Ezen közelítések segítségével álltunk neki a motor elemeinek megtervezéséhez.

2.1.1. A motor felépítése



1. ábra. Általános szilárd hajtóanyagú rakétamotor [11]

A szilárd hajtóanygú rakétamotorok esetében (ellentétben a folyékony hajtóművekkel) a teljes hajtóanyag már a működés kezdetén az égéskamrában található, egy hajtóanyag szegmens formájában. a rakétamotorok égéskamrája egy nyomástartó edény, melynek a végén található a rakéta fúvóka. Ez a laval fúvóka gondosodik arról, hogy a lehető legnagyobb tolóerőt fejtse ki adott nyomás mellett a motor.

A megközelítés amit ebben a TDK dolgozatban alkalmazunk az impulzus alapú megközelítés. Newton harmadik törvénye kimondja, hogy minden hatásnak azonos mértékú és ellentétes értelmű hatása van. Jelen esetben ez azt jelenti, hogy a fúvókát elhagyó részecskék impulzusa megegyezik a motor (és ezzel a rakéta) összimpulzusával.

$$\Delta I_r = \sum I_g \tag{1}$$

Ahol

Ir: a rakéta impulzusa

Ig: egy adott gázrészecske impulzusa

Egy gázrészecske impulzusa nagy sebességnél is tömegénél fogva nagyon kicsi, ezért fontos, hogy a fúvóka keresztmetszetén átáramló gázrészecskék száma, azaz a közeg tömegárama elég nagy legyen. Az áramlástani impulzus tétel alkalmazásával levezethető a hajtómű tolóereje.

Az impulzus tétel általános alakja az alábbi egyenleten látható:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V} (\rho \vec{v}) \, dV + \int_{A} \vec{v} \rho \left(\vec{v} d\vec{A} \right) = \int_{V} \rho \vec{g} dV - \int_{A} p d\vec{A} - \vec{F} + \vec{S} \tag{2}$$



2. ábra. Az általunk felvett ellenőrző felület pirossal

- A 2. egyenlettel kapcsolatban a következő megállapításokat tudjuk tenni:
 - Az első integrál értéke zérus, mert egy stacionárius pillanatot ragadtunk ki a motor működési idejéből.
 - A harmadik integrál értéke szintén zérus, mert a nehézségi erőtér hatását nem vettük figyelembe.
 - A negyedik integrál értéke akkor zérus, ha a laval fúvóka kilépő keresztmetszetében az égésterméki gázok nyomása megegyezik a légköri nyomással.
 - A hatodik, súrlódási tag szintén zérus, hiszen a dolgozat elején rögzítettük, hogy a súrlódást elhanyagoljuk.

Így az impulzus tétel, tökéletes expanziót feltételezve az alábbi módon egyszerűsödött:

$$\int_{A} \vec{v}\rho\left(\vec{v}d\vec{A}\right) = -F \tag{3}$$

Az integrandusz értéke zérus ahol nincs anyagátáramlás a felületen, ezért csak ott kell meghatározni az értékét, ahol van anyagáramlás. Ezek elméletileg a fúvóka kilépő keresztmetszete, és a hajtóanyag reakcióban résztvevő felületei. Először nézzük a kilépő keresztmetszetet. A kilépő keresztmetszethez tartozó ellenörző felületet úgy vettem fel, hogy az azon keresztü áramló közeg sebességvektora párhuzamos legyen a felületvektorral. Továbbá a stacionárius állapot miatt tudom, hogy a kiáramló közeg sebessége állandó, és a kilépés miatt \vec{v} dA értéke nagyobb lesz nullánál. Ezek alapján a kilépő keresztmetszeten az impulzus az alábbi módon alakul:

$$\vec{I_{ki}} = \rho v_{ki}^2 A_{ki} \frac{\vec{v_{ki}}}{|\vec{v_{ki}}|}$$
(4)

A beáramló felületen is hasonló eredményre jutnánk, azonban abban az esetben a felületvektorok eredője zérus lenne, és mivel az áramvektorok ott is merőlegesek a felületre, a beáramló össz impulzus irányvektora is zérus. A tolóerő felírásához egy jobbsodrású általános Descartes-féle koordináta rendszert vettünk fel, melynek x tengelye a motor hossztengelye lesz. Mivel a motor számára jelenleg csak az ezen a tengelyen ébredő erő erő számít, az x tengelyre merőleges y tengelyen ébredő erőkomponens nem lesz felírva, de az eredő zérus impulzus miatt az eredő erő

is zérus lesz. Az x tengelyen felírva az erő az alábbi módon alakul:

$$\vec{I_{ki}} = -\vec{F_x} = \rho v_{ki}^2 A_{ki} \frac{\vec{v_{ki}}}{|\vec{v_{ki}}|}$$
(5)

$$F = \rho v_{ki}^2 A_{ki} \tag{6}$$

Ugyanakkor a dolgozat elején meghatározott módon adott keresztmetszetben a sebesség és sűrüség eloszlás azonosnak tekinthető az analitikus számításokhoz. Esetünkben a fúvóka kilépő keresztmetszete megyegyzik az ellenörző felületen kilépő anyagáram felületével, ezért felírhatóak az alábbi egyenletek:

$$\dot{m} = \rho v_{ki} A \tag{7}$$

$$F = v_{ki}\dot{m} \tag{8}$$

A 8. egyenletből is látszódik, hogy minél nagyobb a égésterméki gáz kilépő tömegárama, annál nagyobb lesz a tolóerő. A másik opció, hogy a égésterméki részecskék kilépő sebességének a motor hossztengelyével párhuzamos (axiális) komponensét növeljük. Ezt megint kétféle képpen érhetjük el. Vagy a kilépő gázrészecske abszolút sebességét növeljük, vagy a gázrészecskék sebességvektora és a rakéta hossztengelye által bezárt szöget csökkentem. Mindkettő módszerrel foglalkozni fogunk a TDK dolgozat keretében. A kilépő keresztmetszetben a gáz nyomása nem zérus, általában nem is célunk, hogy az legyen. Ezt csak vákuumban és egy végtelen hosszú fűvókával lehete elérni. Az első feltétel nem igaz tengerszinti magasságon, a második feltétel pedig nem gazdaságos, mivel a fűvóka hosszának növekedésével növekszik a száraz (hajtóanyag nélküli) tömege, ami a rakétatechnológiában szintén egy negatív dolog. A tervezési irányelv az, hogy tengerszinten tengerszinti nyomásra csökkentjük le a fűvóka kialakításával az égésterméki gáz kilépő sebességét. Ha a kilépő nyomás mégsem egyezik meg a környezeti nyomással, a 8. egyenlet az alábbi módon változik:

$$F = \dot{m}v_e + (p_e - p_a)A_e \tag{9}$$

Ahol

F: a fúvóka által kifejtett tolóerő *m*: a fúvóka és ezzel a motor tömegárama
v_e: az égésterméki gázok hossztengellyel párhuzamos sebessége a kilépő keresztmetszetben
p_e: az égésterméki gázok nyomása a kilépő keresztmetszetben
p_a: a motort körülvevő légköri nyomás

Ae: az égésterméki gáz kilépő keresztmesztszete

A 9. egyenlet jobb oldalának második tagja igazából a 2. egyenlet negyedik tagjának erre az esetre kifejezett alakja. A 9. egyenlet a rakétatechnológia egyik alapegyenlete. Ebben az egyenletben az első tagot impulzus tagnak, a második tagot pedig nyomástagnak hívjuk. A fentebb

tett (8. egyenlet) megállapításokon kívül látható még, hogy minél kisebb a légköri nyomás, illetve minél nagyobb a kilépő nyomás és a kilépő keresztmetszet annál nagyobb lesz a tolóerő. Ugyanakkor majd látni fogjuk, hogy a kilépő sebesség és a kilépő nyomás fordítottan arányos. A 9. egyenletben általában az impulzus tag jelentősen nagyobb mint a nyomástag, így a kilépési sebesség növelésén van általában a hangsúly, ezzel viszont az is jár, hogy nem tudjuk a kilépő nyomást növelni. A következő fejezetekben arról lesz szó hogyan tudjuk ezen szempontok mentén optimalizálni a fúvókát, és hogyan tudjuk ehhez igazítani a motor többi elemét.

2.2. Laval fúvóka méreteinek analitikus számítása



3. ábra. Általános kúpos fúvóka [2]

A fentebbi 3. ábrán látható egy általános kúpos kialakítású rakéta fúvóka. Ebben a fejezetben a fúvóka geometriájának meghatározásával fogunk foglalkozni.

Az első paraméter amit meghatározunk az a fúvóka torokkeresztmetszete (a fúvóka legszűkebb szakaszának keresztmetszete). Ehhez a tömegmegmaradás elvét fogjuk felhasználni. A tömegmegmaradás elve kimondja, hogy egy adott ellenőrző felületen a belépő és kilépő tömegáram meg kell hogy egyezzen, állandósult áramlás esetén. A beáramló tömegáram a szilárd hajtóanyag rekacióban résztvevő felületeiről érkezik.

$$\dot{m_{be}} = A_b r \rho_0 \tag{10}$$

Ahol

A_b: az adott stacioner pillanatban éppen égő (rekacióban résztvevő) felületek összege

r: a hajtóanyag égési sebessége

 ρ_0 : a hajtóanyag sűrűsége

A megfelelő stacioner időpillanat és ezzel a megfelelő égési felület méretének megválasztása kritikus a hajtómű biztonságos működésének szempontjából. Látszódni fog, hogy azt az időpillantot érdemes megválasztani amikor ez az égési felület a legnagyobb, mert ekkor fog normális esetben a legnagyobb nyomás felépülni. Továbbá fontos, hogy a lineáris égési sebesség sem ál-

landó érték. Függvénye lehet a hajtómű belső nyomásának, a hajtómű szögsebességének (forgási sebességének), gyorsulásának, de általában a legdominánsabb hatással a belső nyomás van erre az értékre. Ezen összefüggést (analitikus levezetés hiányában) empirikus úton határozták meg úgynevezett Crawford-égő [5] segítségével. A mérés során két fontos paramétert határoznak meg, melyek segítségével leírható az égési sebesség nyomásfüggvénye.

$$r = a(p_c)^n \tag{11}$$

Ahol

a: a nyomáskitevő

n: a nyomsáexponens

Ezt behelyettesítve a 10. egyenletbe az alábbi összefüggést kapjuk:

$$\dot{m_{be}} = A_b a p^n \rho_0 \tag{12}$$

A kontrolltérfogatunkból a kiáramlás normális esetben csak a fúvókán keresztül lehetséges. Ezt a tömegáramot az alábbi egyenlet írja le folytott áramlás esetén:

$$\dot{m_{ki}} = \frac{A^* p_c}{c^*} \tag{13}$$

Ahol

At: a fúvóka torokkeresztmetszete

pc: a motor égéskamrájának nyomása

c*: pedig a hajtóanyag karakterisztikus sebessége

A karakterisztikus sebesség egy állandó, melynek értéke csak a hajtóanyag tulajdonságaitól függ. Az a tulajdonsága, hogy az értéke a fúvóka geometriájától független számunkra óriási előny, mivel így fel tudjuk használni annak tervezéséhez. Az értékét az alábbi képlettel tudjuk megadni [5]:

$$c^* = \frac{\sqrt{\kappa RT}}{\kappa \sqrt{\left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}}}$$
(14)

Ahol

 $\kappa:$ az égésterméki gáz adiabatikus kitevője,

R: az égésterméki gáz gázállandója

T: az adiabatikus lánghőmérséklet

Ha feltételezzük, hogy a hajtóanyag reakciójának reakcióhőmérséklete, azaz az adiabatikus lánghőmérséklet meggyezik az égéskamra hőmérsékletével (ami első körben egy egész pontos közelítés), akkor látható hogy a c^* tényleg csak a hajtóanyag tulajdonságaitól függ. Mint fentebb említettük, a tömegmegmaradás elve alapján a két tömegáramnak meg kell egyeznie. Ugyanakkor a kontrolltérfogatunk mérete változik a folyamat során. Ha ezt is figyelembe vesszük akkor ebben az esetben a tömegmegmaradás az alábbi módon írható fel, a 14 segítségével:

$$A_b a p^n \rho_0 = \frac{A_t p_c}{c^*} + \frac{d(\rho V)}{dt}$$
(15)

A jobb oldal második elemének meghatározása analitikus módszerekkel bár lehetséges, feleseleges. Ha figyelembe vesszük, hogy a keletkező égésterméki gáz sűrűsége körülbelül 2-3 nagyságrenddel kisebb mint a szilárd hajtóanyag melynek a helyét kitölti, akkor belátható hogy a jobb oldal második, drivált tagjának elhagyásával a számításba bevitt hiba minimális lesz. (A szilárd hajtóanyagok sűrűsége általában 1,7-2,0 g/cm³ környékén mozog, míg esetünkben az égésterméki gáz átlag sűrűsége 1600K-en és 10MPa nyomáson körülbelül 0,02 g/cm³) Ezzel az egyszerűsítéssel a 15. egyenlet az alábbi módon módosul:

$$A_b a p^n \rho_0 = \frac{A^* p_c}{c^*} \tag{16}$$

Rakétamotorok tervezésénél a nyomás növelésével nő együtt a tolóerő is, ezért meg szoktak határozni egy nyomásplafont, amit még el tud viselni a motor úgy, hogy közben tömegszempontból is gazdaságos marad. Mi a BME Suborbitalsnál ezt a nyomásplafont többek között biztonsági szempontból is 10MPa értékben határoztuk meg. Ha ismerjük ezt a nyomásplafon értéket, akkor meg tudjuk határozni a 16. egyenletből a torokkeresztmetszetet.

$$A^* = A_b a \rho_0 c^* (p_c)^{n-1} \tag{17}$$

Ezzel meg tudtuk határozni a fúvóka torok keresztmetszetét, ugyankkor ha ismerjük a torokkeresztmetszetet akkor meg tudjuk mondani a belső nyomást is a égési felület függvényében úgy, hogy arra rendezzük a 16. egyenletet.

$$p_c = \left(\frac{A_b a \rho_0 c^*}{A^*}\right)^{\frac{1}{1-n}} \tag{18}$$

Ha a fejezet elején lévő összefoglaló egyszerűsítéseit alkalmazzuk, tehát izentropikus állapotváltozást feltételezünk, akkor belátható (és az energiamegmaradás egyenletéből levezethető), hogy az égésterméki gáz tömegegységre vonatkoztatott nyugalmi entalpiája konstans marad a fúvókában. Ha emellé elhanyagolom a potenciális erőtér hatását akkor az alábbi egyenlettel írhatom le az égésterméki gáz működését a fúvókában:

$$\frac{1}{2}(v_x^2 - v_y^2) = c_p(T_x - T_y)$$
(19)

Itt az x és y betűk az alsó indexben a különböző keresztmetszetekre vonatkoznak a fúvóka hossztengelye mentén. Amennyiben egy reakciókinetikai szoftver (pl. ProPEP3) segítségével meg tudjuk határozni az állandó nyomáson vett fajhőt, akkor ez egy nagyon hasznos segítség tud lenni a számításainkhoz. Emellett felhasználjuk az izentropikus áramlás állapot egyenleteit is:

$$\frac{T_x}{T_y} = \left(\frac{p_x}{p_y}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \tag{20}$$

Ezzel tulajdonképpen mind a három számunkra fontos állapothatározót meg tudjuk határozni a fúvóka hossztengelye mentén egy dimenzióban. Ha figyelembe vesszük a 19., 20. egyenleteket, továbbá azt hogy a gáz követi az ideális gáz állapotegyenletét, akkor kifejezhető a fúvóka két pontján a keresztmetszet felületek aránya a Mach szám és az adiabatikus kitevő függvényében:

$$\frac{A_y}{A_x} = \frac{M_x}{M_y} \sqrt{\left(\frac{1 + \frac{\kappa - 1}{2}M_y^2}{1 + \frac{\kappa - 1}{2}M_x^2}\right)^{\frac{\kappa + 1}{\kappa - 1}}}$$
(21)

Viszont mint ismeretes, ha az áramlás folytott, akkor a torok keresztmetszetben a Mach szám pontosan egy azaz az áramlás sebesség megegyezik a helyi hangsebességgel. Ha azt a keresztmetszetet veszem a fenti egyenletben jelölt *x* keresztmeszetnek, akkor pontosan meg tudom mondani akármelyik keresztmetszetre a lokális Mach számot. Az egyenlet nem lesz analitikusan megoldható, de iterációs módszerekkel meg tudjuk adott keresztmetszet arányhoz határozni a Mach számot. Ez azért nagyon szerencsés, mert konikus fűvókáknál a legnagyobb, még toroki leválásmentes kúpfélszög a kilépő keresztmetszetet. Ahhoz, hogy érthető legyen miként határozzuk meg a kilépő keresztmetszetet, ismerni kell, hogy egy dimenziós esetben hogyan oszlik el a hőmérséklet, a nyomás és a sebesség.



4. ábra. Ideális fúvóka sebesség, nyomás és hőmérséklet eloszlása tökéletes keresztmetszet arány esetén

Mint az ábrán is látható, ha a környezeti nyomás megfelelően kicsi, egy Laval fúvókával az áramlás hangsebesség fölé is gyorsítható. Az ábrán látható értékek nem független állapothatározók. A nyomás és a sebesség egy sepciális fordított arányosságban annak, ami a fent említett elhanyagolások figyelembe vételekor felírható csak az adiabatikus kitevő függvényeként:

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{\kappa+1}{\kappa-1} \left(1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}$$
(22)

Újfent, ha ebbe az egyenletbe 1 helyére a torkot helyettesítjük, 2 helyébe pedig a kilépő keresztmetszetet akkor meg tujuk határozni a két keresztmetszet között a sebesség arányt. Általában ez a képlet nem annyira használható, mert a torok dimenziós sebesség értéke nem tartalmaz sok hasznos információt, tehát nem is számoljuk. Ha már ismerem a kilépő keresztmetszet sebességét akkor abból a nyomásarány ismeretében vissza lehet számolni a torok sebességet, de mint említettük, álatlában nem szükséges. Ugyanakkor mivel a nyomás és a sebesség ilyen módon aránylik egymáshoz belátható, hogy minél kisebb a gáz kilépő keresztmetszetében a nyomás annál nagyobb lesz a kilépő sebesség, tehát a tolóerő is. Itt jöhet a kérdés, akkor mennyire csökkentsük le a nyomást a fűvóka kialakításával? Nos, ez nagyon sok dologtól függ, mint hogy milyen környezetben működik a rakétamotor, milyen a rakéta fokozat kialakítása stb. Általában az alacsony légkörben működő rakétamotorokat és hajtóműveket légköri nyomásra optimalizálják, ami azt jelenti, hogy a fűvóka kialakításával a gázokat körülbelül légköri nyomásra csökkentik. Azért ezt a kialakítást választják és választottuk mi is, mivel így a (9.), tolóerőt leíró egyenletben is láthatü módon az ennél alacsonyabb nyomás csökkentené a motor tolóerejét, mivel a második, nyomás tag negatív lenne. Ezzel azt a nagyon fontos változtatást vezettük be, hogy a kilépő keresztmetszet nyomását már nem kell ismeretlennek feltételezi. Az ettől eltérő kilépő nyomás témakörét is mélyrehtóan tanulmányoztuk. Többek között Sherwin Kalt, David L. Badal [3], Martin Summerfield [10], és Ralf Stark [9] munkásságát vizsgáltuk. Számunkra fontos volt ez a terület is, mivel a motor nem állandó belső nyomással üzemel, tehát a fúvókában az állapothatározók eloszlása nem volt stacioner. A már fentebb leírtak szerint az égési felület függvényében változik a belső nyomás. Mi a legmagasabb belső nyomsára terveztük az egész fúvókát, mivel így a fúvókán belül válik le az áramlás a fúvóka faláról, ami jobban vizsgálhatóvá teszi a fúvókát.

A keresztmetszetek aránya és a nyomásarány felírható az alábbi egyenlettel:

$$\frac{A_t}{A_e} = \left(\frac{\kappa+1}{2}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{1}{\kappa}} \sqrt{\frac{\kappa+1}{\kappa-1} \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]}$$
(23)

Ahol a c alsó indexben az égékamrára utal, t a torokra, e pedig a kilépő keresztmetszetre. Ezzel már ki tudtuk számolni így a kilépő keresztmetszetet is, mivel a torok keresztmetszetet már ismertük a fentebb bemutatott módon, a kilépő nyomást amit itt az y jelöl, pedig az előbb határoztuk meg. Ezzel már ismerem a kúpos fűvóka két keresztmetszetét. Ami még hátra van az két kúpfélszög, és a belépő keresztmetszet.

Már fentebb említettük, hogy a kilépő keresztmetszet egy fontos bemenő paraméter a szétnyíló szakasz kúpfélszögének számításához. Míg az igazi optimum számítása egy jelentősen bonyolultabb folyamat, mely figyelembe venné a teljes rakéta tulajdonságait is, mi most arra próbáltunk koncentrálni, hogy a lehető legkisebb fúvókát alkossuk meg. Ez tulajdonképpen egy úgynevezett minimum fúvóka hossz számítás, melyre léteznek empirikus közelítések, mi itt John D. Anderson munkásságát vettük alapul és Stephen a Whitemore előadásait a Utah Állami Egyetem Űrmérnöki képzéséről [7]. Míg a szuperszonikus gázdinamikáról több különálló TDK dolgozatot lehetne írni, itt annyit használtunk fel, hogy a Mach szám függvényében létezik egy maximum szög, amit a szuperszonikus áramlás még képs elfordulni anélkül, hogy leválások keletkeznének. Mivel a konikus fúvóka kontúrja egy egyenes, továbbá ez az említett szög Mach szám növekedésével csökken, ezt a szöget a kilépő keresztmetszet Mach számához határoztuk meg. Itt jön képbe a 21. egyenlet, melynek segítségével meg tudjuk határozni a kilépő Mach számot. Amint ismerem ezt az értéket meg tudom határozni a maximum elfordulás szögét is, az alábbi képlettel:

$$\nu = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}} \arctan \sqrt{\frac{k-1}{k+1}(M^2 - 1)} - \arctan \sqrt{M^2 - 1}$$
(24)

A minimum hossz fúvóka kritériuma, hogy a torok után a kezdeti szög fele legyen a kilépő Mach szám által diktált maximum fordulási szögnek, ugyanakkor egy ökölszabály, hogy ennek a kezdeti szögnek a kétharmadát kell venni. Ha ezt a két feltételezést öszeszorozzuk kijön, hogy a konikus fúvóka kúpfélszüge a kilépési keresztmetszet Mach száma által feltételezett fordulási szögének harmada lesz. Ezzel a félig empirikus közelítéssel meg tudjuk határozni így a szétnyíló szakasz kúpfélszögét, ami jellemzően 40 fok körüli eredményt ad.

Mivel mi előre deffiniált külső dimenziókkal terveztük ezt a motort, az összeszűkülő szakasz hosszát és ezzel kúpfélszögét is ez határozta meg nálunk. Irodalomkutatásaink alapján arra jutottunk, hogy a hosszabb összeszűülő szakasz előnyös abból a szempontból, hogy lehetővé teszi az égésterméki gázok számára a tökéletesebb égést. Ugyanakkor a hosszabb összeszűkülő szakasz plusz tömeget visz a rendszerbe, ami érthető módon egy rakétánál nem előnyös. Az iparban a nagyobb szilárd hajtóanyagú motorok, és a folyékony motorok többsége 45-60° körüli összeszűkülő kúpfélszöggel működik, de előfordul más kialakítás is.

Ezen módon meghatároztuk a fúvókánk összes paraméterét. Ezt a fúvókát a teszteléshez C45-ös szerkezeti acélból gyártattuk le. Egy repülő motorhoz ez megengedhetetlen lenne a nagy tömeg miatt, de statikus teszteléshez teljesen elfogadható, robosztus, és biztonságos megoldás. Bár foglalkoztunk érintőlegesen a fúvóka hőterhelésével, az adiabatikus egyenletekből azt számoltuk, hogy a fúvóka nem fog veszélyesen nagy hőterhelést kapni, ezért nem is terveztük erre.

3. Égéskamra vizsgálata numerikus módszerekkel

A rakétamotor égéskamrájában zajló folyamatok vizsgálata elengethetelen, hiszen a hajtóanyag kémiai reakciója, melynek a hőmérséklete rendkívül magas - a mi hajtóanyagunk esetében $T_{\text{combustion}} = 1625 \text{ K}$ - az égéskamrában helyezkedik el, ezzel jelentős igénybevételt helyezve az égéskamra falára. A magas hőmérsékleten kívül az égéskamrának ki kell bírnia, a magas nyomást, mely a szilárd hajtóanyagú rakétamotorok esetében $p_{\text{chamber}} : 20 - 150 \text{ bar}$ között van. Az égéskamrában kialakuló nyomás értéke változó a hajtóanyag szegmensek mentén, melyet a hajtóanyag geometriája okoz, ez az ún. rakétamotor nyomás esése, mely jelenséget a NASA Space Shuttle szilárd hajtóanyagú booster motorjainál is vizsgálták.[4].

Ebben a fejezetben az égésakamrában uralkodó nyomás kialakulásával, és a nyomásesés jelenségével és hatásaival fogunk foglalkozni.

3.1. Égéskamra nyomásfelépülésének vizsgálata numerikus módszerekkel

A rakétamotor égéskamrájában az üzemanyag égése során gáz keletkezik, mely gáz, ha megfelelő mennyiségben van jelen az égéskamrában, eléri a Laval fúvóka kritikus nyomását. A keletkező gáz tömegáramát a 12. egyenlet írja le. A fúvóka torkában a gáz ekkor szonikus állapotban van, mely csak meghatározott nagyságú tömegárammal tud áthaladni a fúvóka torkán. Ezt a tömegáramot a 13. egyenlet írja le. A fúvókába belépő, égés során keletkező gáz tömegárama egyensúlyban van a fúvóka torkán kilépő gáz tömegáramával. Ha a keletkező gáz tömegárama nő, akkor a fúvóka torkán átaramló tömegáramnak is nőnie kell, mely a 13. egyenletből látszik, hogy csak úgy lehetséges, ha az égéskamra belső nyomása nő. A hajtómű üzemanyagának geometriája miatt az égés során az égési felület folyamatosan változik, melynek hatására, ahogy az a 18. és a 13. egyenletből látszik az égéskamrában uralkodó nyomás, továbbá a fúvókából kilépő tömegáram is folyamatosan változik.

Az égési folyamat numerikus szimuláció segítségével modellezhető, feltételezve, hogy az égéskamra nyomás eloszlásától eltekintünk.

Az égési folyamat teljes leírásához ismernünk kell az égési felület változását leíró egyenleteket. A hajtóanyag belső furatának a felszíne megegyezik az égés felületével, ezért az égési felület megváltozása, arányos a hajtóanyag belső furatának sugárának a megváltozásával, melyet a 25. egyenlet ír le, ahol R a belső furat sugara, r pedig az égés gyorsaság.

$$\frac{dR}{dt} = r \tag{25}$$

A szimuláció MATLAB programban íródott, ahol az égési folyamatot leíró differenciál egyenleteket iteratív módon EULER módszer segítségével oldottuk meg. Azért nem használtunk bonyolultabb módszereket mint például a negyedfokú Runge-Kutta módszer, mert a tapasztalatok azt mutatták, hogy az eredményben egy százalék alatti eltérés lesz. Ez annak tudható be, hogy a szimulációt meglehetősen alacsony időlépéssel szimuláltuk.



Az égési szimuláció eredményeit az 5. ábra szemlélteti.

5. ábra. KRATOS-54T1 rakétamotor numerikus égési szimulációból kapott nyomásidő és tömegáram-idő grafikonok.

Az 5. ábrát vizsgálva a motor tervezését jelentősen megkönnyítő megállapításokat tehetünk. A 5/a ábrán jól látszik, hogy az égéskamrában uralkodó nyomás egyenesen arányos a motorból kilépő tömegárammal. Az is látható továbbá, hogy a növekvő égési felülettel párhuzamosan a vártaknak megfelelően növekszik a belső nyomás. A 5/b ábrán látható, hogy bár kis mértékben, de a égési felület (és ezzel együtt a nyomás) növekedésével növekszik az égési sebesség is.

A fenti numerikus megoldó módszer jó közelítést ad a rakétamotor-ban felépülő nyomásra, viszont nem képes a nyomásesés meghatározására és annak hatásainak rögzítésére. Ezért szükséges további vizsgálatot folytatni a jelenség pontosabb megismerése érdekében.

3.2. Égéskamra nyomáseloszlásának vizsgálata CFD szimulációval

Ebben a fejezetben a szimuláció beállításairól beszélünk, kezdve a fúvóka és az üzemanyaggal töltött égéskamra geometriájával, majd folytatva a numerikus áramlási területtel. Ezek után áttekintjük a háló felépítését és a határfeltételeket. A rakétamotor CAD modelljét az Autodesk Inventor segítségével készítettük el a, míg a többi beállítást az Ansys Fluent szoftverben végeztük el.

3.2.1. Égéskamra és a numerikus áramlási tér geometriája

A hajtómű forgásszimmetrikus kialakításának köszönhetően, az áramlást feltételezhetjük forgásszimmetrikusnak a hajtómű tengelyére. Ilyen esetben 2-dimenziós tengelyszimmetrikus modell használata célszerű az elemszám minimumon tartása érdekében.

Az égéskamrában szilárd halmazállapotú hajtóanyag található mely egy kompozit ún. linerben van rögzítve melynek feladata a motor falának láng, és lerakódás elleni védelme. Az égéskamra egyik oldalán a fúvóka található a másik oldalán zárófedél és a nyomásmérő szenzor. A 6. ábrán láthatjuk a rakétamotor teljes összeállítását, ahol citromsárga színnel jelöltük a hajtóanyagot.



6. ábra. KRATOS-54T rakétamotor 3D CAD modellje

A fúvóka rögzítését egy menetes gyűrű biztosítja, mely a fúvóka kimenetéhez való közelsége miatt az áramlási tér része. A 7.ábra a fúvóka rögzítését szemlélteti.



7. ábra. KRATOS-54T rakétamotor fúvókája és rögzítő-gyűrűje

A rögzítő-gyűrű után szükséges egy forgás szimmetrikus áramlási tartomány felvétele, mivel a fúvókából kilépő gáz adatai ismeretlenek. A forgás szimmetrikus áramlási tartománynak elég nagynak kell lennie ahhoz, hogy a peremfeltételek visszahatása minimális legyen. A fúvóka utáni áramlási tartomány méretezéséhez egy korábbi tanulmány tapasztalatait használtuk fel, mely szerint a tér átmérője, ötszöröse, hossza, tízszerese a fúvóka átmérőjének [13]. Instabilitások, konvergenciaproblémák esetén ez a méret változtatható. A teljes szimmetrikus áramlási tartomány a 8. ábrán látható.



8. ábra. Tengelyszimmetrikus numerikus áramlási tartomány, a méretek mm-ben értendők

3.2.2. Háló

A modell validálásához használt háló egy kétdimenziós, négyszög-domináns háló, melyet öt tartományra osztottuk fel. A tartományok átlagos elem méretét az 1. táblázat tartalmazza.

1. táblázat. Face mesh size

Név	End-cap	Grain	Nozzle	Exhaust	Far field
elem méret (mm)	0,4	0,6	0,4	0,4	2

A teljes áramlási tartomány hálója a 9. és a 10 ábrán látható. A legnagyobb felbontás a fúvóka torkánál és a kiáramló területen van, ahol túlexpandálás esetén megjelenhet normális nyomáshullám.



9. ábra. A modell elfogadhatóságának ellenőrzésére használ háló 1.rész.



10. ábra. A modell elfogadhatóságának ellenőrzésére használt háló 2.rész.

Az égéskamra és a fúvóka fala mentén a gradiens változások rögzítésének érdekében szükséges a határrétegek létrehozásása a falak mentén. Az első réteg vastagságát a 26. és 27 egyenlet [12] segítségével számoltuk.

$$y_H = 2\frac{y^+\mu}{u_\tau\rho} \tag{26}$$

$$u_{\tau} = \sqrt{\frac{1}{2}U^2 \left[2\log\left[\frac{\rho UL}{\mu}\right] - 0, 65\right]^{-2,3}}$$
(27)

Az első réteg vastagságát az égéskamra falánál 0,08 mm-re a fúvóka falánál 0,04 mm-re állítottuk be. A numerikus áramlási tér hálójának ellenőrzésére szolgáló értékeket a 2. táblázat tartalmazza, ahol a skweness az elemek szélsőségessége, az aspect ratio az átlagos elem oldalarány, a quality pedig az elemek minőségét jelöli. A háló mérőszámai megfeleltek az Ansys Fluent által szabott követelményeknek [1].

Háló mérőszám	Átlagos érték	Legrosszabb érték
Skewness	$0,2\times 10^{-2}$	0,81
Aspect Ratio	1,45	10,33
Quality	0,92	0,15

2. táblázat. A háló mérőszámai és a háló célértéke

3.2.3. Peremfeltételek és a megoldó beállításai

A peremfeltételeket a 3.1. alfejezetben részletezett numerikus szimuláció és a PROPEP reakció kinetikai szoftver segítségével határoztuk meg. A 3. táblázat tartalmazza a szimuláció peremfeltételeit, a 11. ábra, pedig szemlélteti a peremfeltételek helyét.

Peremfeltétel neve	Peremfeltétel típusa	Előírt állapot
Combustion inlet	Tömegáram	0,7 kg/s és 1625 K
Ambient inlet	Állandó nyomás	101 325 Pa és 300 K
Wall	Fal	adiabatikus, csúszás-mentes
Far field	Fal	adiabatikus, nyírófeszültség mentes
Outlet	Nyomás	101 325 Pa
Axis	tengely	-

3. táblázat. Az égéskamra és a Laval fűvóka szimuláció peremfeltételei



11. ábra. Égéskamra szimuláció peremfeltételei

A Laval fúvóka szimulációját külön végeztük a korábbiakban részletezett szimulációtól, mivel a fúvóka szimulációja során figyelmen kívül hagyhatjuk az égéskamra numerikus áramlási tartományát. A 3. táblázat tartalmazza a szimuláció peremfeltételeit, a 12. ábra, pedig szemlélteti a peremfeltételek helyét.



12. ábra. Laval fúvóka szimuláció peremfeltételei

Implicit, sűrűség-alapú két dimenziós tengelyszimmetrikus megoldót használtunk. A turbulencia hatását realizable k-epszilon modellel közelítettük. A határrétegben a sebesség eloszlást enhanced wall treatmeant-el közelítettük. A közeget homogén ideális gáznak tekintettük. Az égéskamrában közel állandó a hőmérséklet, ezért a közeg adiabatikus kitevőjét, hővezetési együtthatóját és viszkozitását állandónak vettük. Az égéskamra tömegáram peremfeltétel kezdeti turbulens viszkozitását 10 000-re állítottuk, mivel a [4] alapján ez bizonyult, a szilárd hajtóanyagú rakétamotorok belső nyomásának modellezésére a valósághoz legközelibb modellnek.

A hajtóanyagot a BME Suborbitals fejlesztette ki, mely hajtóanyag égésterméki gázainak a tulajdonságait a PROPEP reakció kinetikai program és a NIST Chemistry WebBook weboldal segítségével határoztuk meg. A közeg tulajdonságai a 4. táblázatban láthatók.

Tulajdonság	Érték
Sűrűség (ρ)	Ideális gáz
Fajhő (c_p)	1831,458 $J/(K \cdot kg)$
Hővezetési tényező (k)	0,245 $W/(m \cdot K)$
Dinamikus viszkozitás (μ)	$3,7\cdot 10^{-5}N\cdot s/m^2$
Adiabatikus kitevő (κ)	1,166
Moláris tömeg (M_{mol})	31,248 g/mol
Specifikus gázállandó (R)	266.079 J/(kgK)

4. táblázat. Az égésterméki gáz tulajdonságai

3.3. Kiértékelés

A 3.2 fejezetben tárgyalt numerikus modellt empirikus tapasztalatokkal és analitikus számításokkal igazoljuk. A szimuláció során a munkaközeget összenyomható ideális gázként modelleztük, ezért izentropikus egyenletek alkalmazhatók a numerikus eredmények igazolására. Majd meghatároztuk a hálóból származó hibát.

Az eredmények kiértékelésére a Fluent és a Matlab programot használtuk.

3.3.1. Égéskamra szimuláció kiértékelése

A vizsgált paramétereket vizuálisan ellenőriztük, hogy a korábbi tanulmányokból származó eredmények alapján tovább igazoljuk a modellt. A hajtóanyag szegmenseket balról-jobbra számoztuk 1-4 ig.

A 13. és a 14. ábra, az égéskamra statikus és teljes nyomás eloszlását mutatja.



A statikus nyomás az első kettő hajtóanyag szegmens mentén közel állandó, viszont jól látható, hogy a harmadik és negyedik szegmens mentén a statikus nyomás jelentősen csökken. A teljes nyomás kontúr vonalait vizsgálva látható, hogy a kontúr vonalak, hasonlítanak az áramyona-

nyomás kontúr vonalait vizsgálva látható, hogy a kontúr vonalak, hasonlítanak az áramvonalakhoz, mely kontúr vonalakat a 14. ábra szemlélteti. Ez azt jelenti, hogy az áramlás a kontúr vonalak mentén közel izentropikus. [4]



14. ábra. Teljes nyomás kontúr vonalai az 1. és 2. hajtóanyag szegmens mentén

Továbbá korábbi kutatásokból [4] ismert, hogy a hajtóanyag égése során, az égéskövetkeztében keletkező gáz sebessége alacsony, 3 m/s- nagyságrendű. Az előbbieket felhasználva, az áramlás megértését nagyban segítő megállapításokat tehetünk.

$$\frac{p_0}{p^*} = 1 + \left[\frac{\kappa - 1}{2}M^2\right]^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}$$
(28)

A 21. és a 28. egyenlet, ahol p_0 a közeg torló nyomása, p^* az összeszűkülő szakasz legszűkebb pontjának a statikus nyomása, κ a közeg adiabatikus kitevője és M a közeg Mach száma. A CFD-szimuláció során vizsgált áramlás viselkedése egyhangban van az egyenletek által leírtakkal. Az égési felületről belépő áramlás statikus nyomása közel állandó a motor tengelyre merőleges keresztmetszet mentén, melyet a 15. ábra szemléltet. Továbbá, mivel az égési felületről belépő gáz alacsony sebességgel és Mach-számmal érkezik, a teljes nyomás és a statikus nyomás közel azonos az üzemanyaghatároknál, melyet a 16. ábra szemléltet. Ezért az égési felület mentén a teljes nyomás eloszlása nagyjából megegyezik a statikus nyomás eloszlásával a motor tengelyvonalán. Ugyanakkor a teljes nyomás a motor tengelyvonala mentén gyakorlatilag állandó, mivel a egy olyan áramvonal, ami a motor záró fedeléből indul.



15. ábra. Statikus nyomás kontúrvonalai a 3. és 4. hajtóanyag szegmens mentén.



16. ábra. Teljes nyomás, statikus nyomás és sebesség eloszlás az égési felület mentén

A közeg hőmérséklete az égéskamrában állandó, megegyezik a tömegáram peremfeltétel hőmérsékletével (1625K).

A 17. és 18. ábra, az égéskamra sebesség eloszlását mutatja.



17. ábra. Sebesség eloszlása az égéskamrában

A sebesség axiális irányban változik, radiális komponense csak a 4. szegmens elején jelentkezik, mely utóbbit a 18. ábra szemlélteti.

	-	STATES								
sebesseg-radia Radial Velocity	lis [m/s]									
0.00e+00	5.00e-01	1.00e+00	1.50e+00	2.00e+00	2.50e+00	3.00e+00	3.50e+00	4.00e+00	4.50e+00	5.00e+00

18. ábra. Radiális sebességkomponens kontúrvonalai a 4. hajtóanyag szegmens mentén

A szimuláció eredményeit az 5. táblázatban foglaltuk össze, ahol a szegm-i a az i. szegmens bal oldalának a belső körlapja.

Paraméter	szegm-1	szegm-2	szegm-3	szegm-4	szegm-vég
Statikus nyomás (bar)	33,28	33,28	33,05	29,28	26,54
Sebesség (m/s)	7	10	52	250	165
Mach szám	0	0	0,07	0,35	0,23
Sűrűség (kg/m3)	7,9	7,9	7,9	7,1	6,4

5. táblázat. Égéskamra szimulációjának eredményei

3.3.2. Laval fúvóka szimuláció kiértékelése

A vizsgált paramétereket vizuálisan ellenőriztük.





(a) Mach szám eloszlása

(b) Hőmérséklet eloszlása

19. ábra. Mach szám és hőmérséklet eloszlása a fűvóka és a fűvóka utáni áramlási tartományban

A 19. ábrán jól látszik, hogy fúvóka torkában az áramlás szonikus. A közeg Mach száma szonikus állapot elérése után, expanzió hatására nőni kezd. A közeg expanziója során a fúvóka torkából expanziós hullámok indulnak ki, melyek a 21. ábrán láthatók. Az expandálás során a közeg közeg maximális Mach száma: M = 3,64, ám a fúvóka kilépési keresztmetszetén a tömeggel súlyozott átlagos Mach szám, csak M = 2,98. A közeg hőmérséklete az expanzió során csökken, mely a Mach szám növekedésével arányos. Az arányosság 19. ábrán jól látható.



A 20. ábra a rögzítő gyűrű menti radiális sebesség komponens eloszlást mutatja.

20. ábra. Radiális sebesség komponens a rögzítő gyűrű mentén

A rögzítő gyűrű hatással van az áramlásra, mert a radiális sebesség komponens a rögzítő gyűrű mentén lecsökken, mely a 20. ábrán látható.

A 21. ábra a fúvóka menti strain rate-et ábrázolja. A strain rate arányos a sűsűség gradiensével, ami miatt a 21. ábra fúvóka schlieren képe.



21. ábra. Strain rate a Laval fúvóka mentén

A 21. ábrát vizsgálva, a fúvóka expanzióját illető megállapításokat tehetünk: A fúvóka kiáramló keresztemtszetét elhagyó áramlás statikus nyomása alacsonyabb, mint a környezet nyomása, ami miatt az áramlás a fúvókát elhagyva összeszűkül. A fúvóka kilépő keresztmetszete után található az első Mach gyémánd, ahol a közeg hőmérséklete megnő.

3.3.3. Háló konvergencia vizsgálata

A diszkretizációs hiba becslésére három különböző elemszámú hálót hoztunk létre. A hálók mérőszámait a 6. táblázat tartalmazza.

Grid	Háló elemszáma	Average quality	Max skewness
Coarse	57 301	0,92	0.81
Medium	90 430	0,93	0.83
Fine	145 326	0,94	0,83

6. táblázat. Konvergencia vizsgálat során használt hálók mérőszámai

A numerikus eredmények háló elemszámtól való függésének becslése Richardson extrapoláció segítségével véghezvihető [6]: A finomítási ráta $ref \approx 1,25$. A konvergencia rátáját a 29. egyenlet segítségével határoztuk meg.

$$p = \frac{ln \left[\frac{f_{fine} - f_{medium}}{f_{medium} - f_{coarse}}\right]}{ln [ref]}$$
(29)

ahol az f értékek a különböző háló felbontáshoz tartozó numerikus eredmények. Ezek után alkalmazzuk a Richardson extrapolációt:

$$f_{inf} = f_{fine} + \frac{f_{coarse} - f_{medium}}{ref^p - 1}$$
(30)

A szimuláció során a Coarse hálót használtuk, mely hálón a vizsgált értékek relatív hibáját a 31. egyenlet segítségével határoztuk meg.

$$\eta_{coarse} = \frac{f_{coarse}}{f_{inf}} \tag{31}$$

Az égéskamrában kialakuló statikus nyomás relatív hibája: $\eta_{coarse} \approx 10\%$

3.3.4. Numerikus és analitikus eredmények összehasonlítása

A szimuláció fő célja az égéskamrai nyomáseloszlás és a Laval fúvóka által generált tolóerő a meghatározása volt. A numerikus eredmények ellenőrzéséhez analitikus számításokat végeztünk.

A motor adott tömegáramához tartozó belső nyomást a 20. egyenlet átrendezésével számoltuk. Az egyenlet átrendezett alakja:

$$p_c = \frac{\dot{m}_t c^*}{A_t} \tag{32}$$

A mi esetünkben $c^* = 967.92m/s$, $A_t = 9/16\pi \ cm^2$, $\dot{m}_t = 0, 7kg/s$. A 2.2. alfejetben meghatározott Laval fúvóka, kiáramlási sebességét a 22. egyenlet segítségével számoltuk. A numerikus eredményeket összehasonlítottuk a fentiek alapján számolt analitikus eredményekkel, melyet a 7. táblázat tartalmaz.

Paraméter	Numerikus eredmény	Analitikus eredmény	Relatív hiba
Statikus nyomás (bar)	3,328	3,834	13%
Kiáramlási sebesség (m/s)	1 545	1 582	1,2%
Kiáramlási hőmérséklet (K)	929	1 010	8%
Tolóerő (N)	980	1 110	12%

7. táblázat. Analitikus és numerikus eredmények összehasonlítása

3.4. Nyomásesés hatása a rakétamotor teljesítményére

A rakétamotor nyomáseséséből származó teljestmény csökkenés a rakétamotor működésének elején jelentős, ám kis idő elteltével megszűnik. A teljesítmény csökkenés az égési sebesség nyomás függéséből gyökerezik, melyet a 11. egyenlet ír le. A CFD szimulációból ismertté vált az égési felület mentén mért átlagos statikus nyomás, mely: $p_{CFD} = 3\,152\,000$ Pa. Ideális esetben az égési felületen mért átlagos nyomás megegyezik a CFD szimulációból kapott maximális nyomással, mely: $p_{MAX} = 3\,328\,000$ Pa. A p_{CFD} -hez tartozó égés sebesség: 6,6 mm/s, míg az ideális esethez tartozó égés sebesség: 6,7 mm/s. A égés sebesség arányból ismertté válik a tömegáram csökkenése, mely: $\eta_{in} = 1,5\%$. A nyomásesés a motorból kiáramló tömegáram értékén is megmutatkozik, hiszen az égési sebesség, a tömegáram és a kialakuló belső nyomás között kapcsolat van, melyet a 18. egyenlet teremt meg. Tehát, mivel a motor tolóerejének a csökkenése, közel megegyezik a tömegáram csökkenés megegyezik a tömegáram csökkenésével. Ezt figyelembe véve a motor teljesítménycsökkenése: $\eta_F = 1,5\%$.

A motor nyomásesése általánosságban csak a hajtóanyag geometriájától függ [4]. A kúpos belső furatú hajtóanyag szegmensek például a BME Suborbitals KRATOS-54T1 rakétamotor hajtóanyag szegmense, konfúzor szakaszai jelentősen megnövelik a közeg sebességét, ám ahogy ez a CFD szimuláció során is látható volt a sebesség és nyomás változás radiális komponense elhanyagolható volt. Az egyenes belső furatú hajtóanyag szegmensek a közeget, a fúvóka felé haladva ugyancsak felgyorsítják, mert a nyomásesés a hajtóanyag belső furatának az átmérőjének és fúvóka torok átmérőjének az arányától függ [4]. A fentieket felhasználva a teljesítmény csökkenés időtartama, meghatározható a hajtóanyag égés sebeségéből és a 28. egyenlet és a ??. egyenlet alkalmazásából, mely időtartam: $t_{veszt} = 0, 36s$.

4. Statikus rakétamotor teszt kiértékelése

A 2. és 3. fejezetben részletezett KRATOS-54T1 motort a BME Suborbitals csapatban megépítettük [14], majd elvégeztük az ún. statikus rakétamotor tesztet. Ebben a fejezetben a rakétamotor tesztjének elemeiről, mért adatokról, majd a teszt kiértékeléséről lesz szó. A gyártást részben magunk részben támogatók segítségével végeztük, a tesztelésre pedig a versenycsapatunk egyik szponzoránál került sor. Ők gondoskodtak a megfelelő és biztonságos körülményekről a statikus hajtómű tesztünkhöz.

4.1. Teszt konfiguráció

A rakétamotor és a műszerek helyzetét a tesztállványon a 22. ábra mutatja.



22. ábra. Statikus rakétamotor teszt konfigurációja

- A jelfeldolgozó felelt a digitális műszerekből érkező jelek feldolgozásáért és SD kártyára való rögzítéséért. Ennek építése és készítése szintén a versencsapatunk munkája, de ezen TDK dolgozat készítői nem vettek részt benne.
- A tolóerő mérő cella a motor elején helyezkedett el. A motor szabad axiális mozgását a tartószerkezet görgői biztosítottak, így a motor tolóerejének elhanyagolható részét képezte a radiális komponens.
- A rakétamotor környezetében két ponton mértünk hőmérsékletet. Egyrészt a kiráramló égéstermékek hőmérsékletét mértük az ánrán is látható termoelemmel, illetve felületi hőmérsékletet is mértünk. Az utóbbira azért volt szükség, mert szeretnénk a jövőben három tengelyű rezgésmérést végezni a motor felületén, és ezen szempontból fontos volt, hogy ismerjük az ottani hőmérsékletet.

 A tolóerő mérő állvány szintén a BME Suborbitals versenycsapat munkája. Alapvetően nagyobb, erősebb motorok tervezésére lett méretezve, így apróbb módosításokat kellett végeznünk rajta. Már a kezdetektől fogva arra lett tervezve hogy felműszerezett statikus teszteket lehessen végezni rajta, de ezen képességei még növelve lesznek a jövőben.

A tesztet több szemszögből is rögzítette videokamera, hogy minél pontosabban elemezhető legyen a motor működése. Többek között 240 fps képkocka-sebességű alacsonyra exponált és közeli felvételek is készültek a motor tesztről. Ezek alapján tisztán elkülöníthatőek a motor különböző működési fázisai és a működési idő mérésére is lehetőség adódott. Mint említve volt, teszt során a fúvókából kiáramló gáz hőmérsékletét hőmérséklet szenzorral mértük. Ez egy speciális, kerámia borítású termoelem, mely az adatlapja alapján 1500 K-ig képes pontos hőmérsékleti méréseket végezni. Az elhelyezkedése mely a 23 ábrán látható, úgy lett kitalálva, hogy kiemelkedjen a fúvókából kiáramló relatíve elecsonyabb hőmérsékletű régióból, így közelebbi eredményt kapjunk az analitikusan számított értékekhez.



23. ábra. Hőmérséklet szenzor helyzete

4.2. Teszt

A tesztelésre természetesen szigorú biztonsági előrírások betartása mellett került sor. A tesztelés során jól megfigyelhetők voltak az égési fázisok, melyeket a videó felvételből kiragadott képek szempléltetik.

A rakétamotort a fúvókán át bevezetett gyujtókészülék segítségével begyújtottuk. Ez a gyújtószerkezet (hivatalos nevén elektomos gyújtó) először egy magnézium alapú keveréket gyújtott be, mely biztosította a megfelelő hőhatást a hajtóanyag gyújtásához. A gyújtó készülék a hajtóanyagból csak egy kis darabot gyújt be, mely begyújtott darab felületén keletkező és a fúvóka irányába áramló forró égéstermékek gyújtották be a hajtóanyag furat maradék felületét. Ezért volt fontos, hogy ezt a gyújtószerkezetet a hajtóanyag szekciókban a zárósapkához legközelebb és a fúvókától legtávolabb helyezzük el. Ez a gyújtószerkezet a motor működésének kezdetén, még az első tranziens szakaszban kilökődik a fúvókán keresztül. Ez a begyújtás jól látható volt a videófelvételen, melyet a 24 ábra szemléltet.



24. ábra. KRATOS-54T1 begyújtása

Ahhoz, hogy a folytott ármalás kialakuljon a dolgozatban tárgyaltaknak megfelelően megfelelő égési felület kell hogy létrjöjjön. Bár a gyújtás jelen esetünkben nem volt képes ezt a szükséges felületet azonnal begyújtani, a felszabaduló égésterméki gázok a másodperc törtrésze alatt biztosították a megfelelő méretű reakcióban résztvevő felületet és ezzel a folytott áramlást. Amint kialakult ez az állapot, a motor belépett az ún. stacioner szakaszba. A motor ebben a szakaszban fejti ki a legnagyobb tolóerőt. Ez a szakasz a 25. ábrán látható.



25. ábra. KRATOS-54T1 stacioner szakaszban

A hajtóanyag elégése után az égéskamrában maradt gáz már kisebb sebességgel hadja el a fúvókát lényeges tolóerőt nem fejt ki. Ez a szakasz az ún. tranziens szakasz, mely során a nyomás hirtelen elkezd csökkeni. A tranziens szakasz a 26 ábrán látható.



26. ábra. KRATOS-54T1 tranziens szakaszban

Az égés utolsó szakaszában az ún. linerben található műgyantának égéséből származó füst távozik a rakétamotor fúvókájából, mely tolóerőt nem generál. Bár aktív exoterm reakció már nem játszódik le ilyenkor a fúvókában a motorfelszíni mérésből azt az adatot kaptuk, hogy a felületi hőmérséklet csúcs a másodk, leálló tranziens szakasz végén található csak. Ennek főleg biztonságtechnikai vonatkozásai vannak. Ez a szakasz a 27. ábrán látható.



27. ábra. KRATOS-54T1 égésének vége

A képek szándékosan alulexponáltak. Reményeink szerint ezzel a módszerrel képesek lehettünk volna vizuálisan is megvizsgálni a keletkezett áramlási képkét a motort elhagyó égésterméki gázoknak. Bár számítottunk rá, hogy az égéstermékek nagy százaléka lesz szilárd halmazállapotú (füst), a relatíve magas (1000K) kilépő hőmérséklet miatt azzal a feltételezéssel éltünk hogy ezzel a módszerrel mégis látható lesz a láng. Amennyiben magasabb nyomáson és kamrahőmér-

sékleten üzemel a motor a kilépő gáz is magasabb hőmérsékletű lesz, ugyanakkor mechanikai oldalról ez egy sor új kihívást jelent.

4.3. Teszt kiértékelése

A 28. ábra a CFD szimuláció hőmérséklet kontúrját szemlélteti a teszt konfiguráció 3D CAD modelljében. A teszt során mért, fúvókából kiáramló gáz hőmérsékletét összehasonlítottuk a CFD szimulációból kapott eredményekkel, melyet a 8. táblázat tartalmaz.



28. ábra. A fúvóka CFD szimuláció hőmérséklet kontúrja a teszt konfigurációban

8.	táblázat.	Analitikus	és	numerikus	eredmények	összehasonlítása
----	-----------	------------	----	-----------	------------	------------------

Paraméter	Numerikus eredmény	Teszt eredmény	Relatív hiba
Hőmérséklet (K)	990	1003	1,3%

A motor felületi mérés hőmérsékleti maximuma 55°C lett, mely nem lépi túl a felületre erősített elektronikának a maximális hőmérséklet tűrését, tehát ez a mérés is sikeresnek tekinthető. A jövőben több mérés is hozzá lesz adva egy-egy ilyen statikus teszthez.

5. Összefoglalás, továbbfejleszési lehetőségek

Ebben a dolgozatban a szilárd hajtóanyagú rakétamotorok tervezési lehetőségeit vizsgáljuk analitikus, és numerikus módszerekkel továbbá a tesztelési eredményeinkkel. Bár sikerült jellemzően 10 százalék alatti eltéréseket előre jelezni a motor működési paramétereiben, sok szempontból nem tudtuk pontosan számítani a motor működését. Előfordult továbbá, hogy a mérési összeállítás hiányosságai miatt nem tudtuk biztosan bemérni az adott tulajdonságot.

Az első és legegyértelműbb fejlesztés amit a közeljövőben szeretnénk eszközölni, az egy pontosabb (nagyobb mintavételezési sűrűségű), megbízhatóbb mérési összeállítás, mellyel jobban tudjuk vizsgálni a motort működés közben.

Szeretnénk továbbá erősebb, nagyobb hatásfokú motorokat tesztelni. A motor égéstere 160 bar nyomásra lett tervezve, de ehhez képest mi ebben a tesztben csak kb. 40 bar nyomás alá helyeztük. Ez lehetőséget ad nekünk arra, hogy nagyobb kamrahőmérséklettel és ezzel együtt nagybb kamranyomással dolgozzunk, minek eredményeképpen nagyobb tolóerőt leszünk képesek kifejteni.

A szimulációs területen szeretnénk jobban elméllyedni a motorműködés tranziens szakaszainak vizsgálatában. Amennyiben le tudjuk írni és teljes egészében meg tudjuk értani az indításkor végbemenő folyamatokat, képesek leszünk gyorsabb és hatékonyabb gyújtási rendszereket is tervezni.

6. Köszönetnyílvánítás

A rakétamotor-fejlesztés az egyik legnagyobb kihívásokat tartalmazó műszaki ág, ezért ketten nem lettünk volna képesek mindezt véghezvinni. Ebben a részben szeretnénk minden segítőnk-nek köszönetet nyílvánítani.

Szeretnénk külön megköszönni a CerTrust Kft.-nek, hogy rendelkezésre bocsátotta a telephelyüket, valamint köszönjük a szakmai tanácsaikat! Köszönet illeti a Polimertechnika Tanszéket is, amiért a gyantaöntésben és a hővédő réteg gyártásában segítettek, illetve beengedtek minket a laboratóriumukba.

Köszönjük a BME Suborbitals tagjainak, név szerint kiemelendően Ábrók Lászlónak, Balázs Artúrnak, Kováts Bencének, Kóth Jánosnak, Mohácsi Zsombornak és Szabó Barnabásnak az egyes munkafolyamatoknál nyújtott segítségüket.

Szeretnénk megköszönni Dr. Farkas Balázsnak és Cseppentő Bencének, hogy konzulensként egyengették utunkat a dolgozat megírása során.

Hivatkozások

- [1] Ansys: Ansys fluent workbench tutorial. 2021. 7.
- [2] Robert A. Braeunig: Rocket & space technology, 2012. http://www.braeunig.us/space/index.htm Hozzáférve: 2023.08.23.
- [3] Sherwin Kalt-David L. Badal: Conical rocket nozzle performance under flow-separated conditions. 1965. https://doi.org/10.2514/3.28200, Hozzáférve: 2023.11.05.
- [4] Brian A. Laubacher: 36th joint propulsion conference: Internal flow analysis of large l/d solid rocket motors. 2000. 01.
- [5] George P. Shutton-Oscar Biblarz: Rocket Propulsion Elements. 2017, John Wiley & Sons Inc.
- [6] John W. Slater: Examining spatial (grid) convergence. https://www.grc.nasa.gov/www/wind/valid/ tutorial/spatconv.html, 2021. Hozzáférve: 2023.11.04.
- [7] Tyson Smith: Introduction to the method of characteristics and the minimum length nozzle, 2023. http: //mae-nas.eng.usu.edu/MAE_5540_Web/propulsion_systems/MAE_5540_2022.html Hozzáférve: 2023.04.02.
- [8] Gilles Sparrow: Space Flight The Complete Story from Sputnik to Shuttle and Beyond. 2007, Dorling Kindersley Limited.
- [9] Ralf Stark: Flow separation in rocket nozzles, a simple criteria. In *41th Joint Propulsion Conference & Exhibit* (konferenciaanyag). 2005. 7.
- [10] Martin Summerfield-Sidney H. Retier-Victor Kebely-Richard W. Mascolo: The structure and propagation mechanism of turbulent flames in high speed flow. 25. évf. (1955. 8.) 8. sz. https://doi.org/10.2514/8.6732, Hozzáférve: 2023.11.05.
- [11] Ceyhun Tola-Melike Nikbay: Multidisciplinary optimization of a solid propellant sectional geometry for internal ballistic and structural strength criteria. 2016. 7. https://doi.org/10.2514/6.2016-5001.
- [12] Dr. Aidan Wimshurst: Fluid mechanics 101. https://www.fluidmechanics101.com/pdf/ calculators.pdf, Hozzáférve: 2023.11.05.
- [13] Hafner Zoltán: Numerical analysis of active thrust vector control system applied in solid propellant suborbital rockets. 2021., 9. p.
- [14] Kováts Bence Csaba és Szabó Barnabás: Saját fejlesztésű rakétahajtómű gyártástechnológiája. 2023. 11. TDK, bírálásra beadva.