

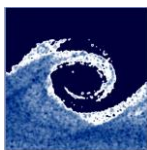


1782

BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM

GÉPÉSZMÉRNÖKI KAR

ÁRAMLÁSTAN TANSZÉK



Középiskolás Tudományos Diákköri Konferencia dolgozat

Drón-légcsavarok lapátozása körül kialakuló áramlási és zajkeltési jelenségek elemzése

Szerző:

Békési Bence
Szent István Gimnázium, Budapest

Konzulens:

Dr. Vad János
egyetemi tanár

2023. október

Tartalomjegyzék

Köszönetnyilvánítás	2
Jelölések jegyzéke	3
1. Bevezetés	5
2. Célkitűzés	9
3. A szárnyműködés aerodinamikai magyarázata	9
3.1. Közelítések, feltevések	10
3.2. A felhajtóerő létrejötte, a szárny működésének alapja	11
3.3. Mach-szám, Reynolds-szám	11
3.4. A Coandă effektus	12
3.5. A folytonosság törvénye	12
3.6. A nyomáskülönbség létrejötte, Bernoulli-egyenlete	13
3.7. Falsúrlódás következtében fellépő ellenállásérő	16
3.8. Nyomásból származó ellenállásérő	17
4. Példa a magasabb szintű aerodinamikai leírás egyszerűsített magyarázatára	18
5. Örvényleválás, zajkeltés	24
6. Összefoglalás, jövőbeli tervek	27
7. Irodalomjegyzék	28

Köszönetnyilvánítás

Szeretném köszönetemet kifejezni Dr. Vad János professzor úrnak a munkám során nyújtott segítségért és támogatásért.

Szeretném megköszönni Daku Gábor doktorandusznak a CFD animációkat.

Ezúton szeretném megköszönni Dr. Farkas Istvánnak az odaadó beszélgetéseinket, a buzdítást, és hogy elindított engem az áramlástan, valamint a KTDK felé.

Jelölések jegyzéke

Fizikai mennyiségek

a	gyorsulás	$[m/s^2]$
a	helyi jellemző hangsebesség	$[m/s]$
A	keresztmetszet	$[m^2]$
E	energia	$[J]$
F	erő	$[N]$
g	nehézségi gyorsulás	$[m/s^2]$
h	magasság	$[m]$
m	tömeg	$[kg]$
p	nyomás	$[N/m^2]$
R	görbületi sugár	$[m]$
R	levegő specifikus gázállandója	$[J/(mol \cdot K)]$
s, c	hossz	$[m]$
t	idő	$[s]$
T	hőmérséklet	$[^{\circ}C, K]$
v, U	sebesség	$[m/s]$
V	térfogat	$[m^3]$
W	munka	$[J]$

Görög betűk

α	szög	$[fok, rad]$
$\Delta\theta$	szög	$[fok, rad]$
κ	izentropikus kitevő	$[-]$
v	kinematikai viszkozitás	$[m^2/s]$
ρ	sűrűség	$[kg/m^3]$

Rövidítések

- c A szárny be- és kilépő éleinek érintőit összekötő szakasz, úgynevezett (chord), húrhossz
- CFD Az áramlás sajátosságait feltáró numerikus módszerek gyűjtőneve a numerikus áramlástan (Computational Fluid Dynamics)
- 2D Az áramlás 2-dimenziós, a szárny mindegyik más metszetében is ugyanígy jellemző, úgynevezett síkáramlás.
- KTDK Középiskolás Tudományos Diákkör
- Ma Mach-szám, a jellemző áramlási sebesség és a helyi jellemző hangsebesség hányadosa
- S A szárny áramlásra merőleges hossza úgynevezett (span) fesztávolság.
- Re Reynolds-szám, dimenziótlan mennyiség, mely a tehetetlenségi erők és a viszkozus erők közötti viszonyszám

A TDK honlap instrukcióját követve a hivatkozásokat az MSZ ISO 690:1991 ajánlásai szerint adtam meg.

1. Bevezetés

A jelen KTDK dolgozat témája a légszárny, a szárny körül kialakuló áramlási és zajkeltési jelenség kutatása, magyarázata. Áramlásnak kitett testeket áramvonalasnak nevezünk akkor, ha felületük alakját az áramló közeg részecskéinek mozgása a felület túlnyomó részén jó közelítéssel leköveti. Az áramvonalas testek kiterjedt családját adják az úgynevezett szárnyprofilok (az angolszász szakirodalomban: *airfoil*). Szárnyprofilokként szemléljük például repülőgépek szárnyának, ventilátorok lapátjainak, repülőgépek vagy drónok forgó légszárnyjának metszeteit. Az energiatakarékosság kiemelt követelmény, az áramlás részleteinek ismerete hozzásegít minket hatékony, energiatakarékos berendezések tervezéséhez. A zajkeltési folyamatok megismerése megalapozza a csendes üzemeltetés megvalósítását, a zajszennyezés miatti környezetterhelés csökkentésére. Ez különösen fontos azért is, mert a ventilátorok jelentős része közvetlenül az ember közelében működik (például processzor-hűtőventilátorok), és a vezető nélküli járművek (például drónok) mozgástartománya egyre közelebb kerül az emberi tartózkodási zónához. Az **1. ábra** példát mutat egy repülőgép-szárnyat felépítő szárnyprofilra. Látható U_0 mint megfúvási sebesség, és a szárnyprofil elhelyezkedése X - Y koordinátákkal rendelkező síkban [1].



1. ábra: Repülőgép-szárnyat felépítő szárnyprofil

Gyerekkorom óta érdekelnek a légi közlekedési eszközök, már akkor meg akartam érteni ezek működését, hogy például miért marad a levegőben a drón. Az elmúlt években figyelmem különösen a drón-légszárnyokra vonatkozó szárnyprofil-alkalmazások felé fordult. Ez a jelenlegi az első munka, amelyet az eddig összegyűjtött szakmai ismereteim alapján készítettem el.

A légi közlekedési eszközökkel kapcsolatos témakör általános elméleti vizsgálatához alapvető áramlástan ismeretekre van szükségünk, tekintettel, hogy azok hozzájárulnak a legkülönbözőbb mérnöki problémák, természeti jelenségek (például repülés, hajózás, energetika, környezetvédelem) megértéséhez [2]. A szárnyprofilok áramlástan sajátosságai kritikus jelentőségűek a drón-légszárny tervezésében és hatékony működésében. Ezért ezek kialakítása kulcsfontosságú a repülési hatékonyság és biztonság szempontjából. Ennek megfelelően számos szakértő és mérnök végzett és végez mélyreható vizsgálatokat.

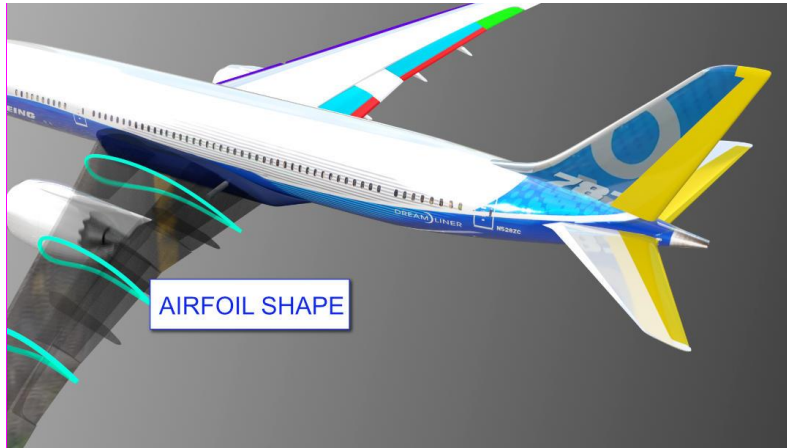
A szakirodalmi források részletesebben is kifejtik a szárnyprofilok áramlástani problémáit és azok kezelését. Közülük Anderson [3] munkája az egyik idegen nyelvű alaplú, amely részletekbe menően ismerteti a szárnyprofilok áramlástani jellemzőit és a felhajtóerő előállításának alapelveit. Houghton & Carpenter [4] könyve, amely elsősorban a diákoknak íródott, a repülés aerodinamikai kérdéseivel foglalkozik, és kitér a szárnyprofilok tervezésének fontos részleteire.

A dolgozat során a levegő munkaközeggel fogok dolgozni, ahol a szárnyprofilot légszárnynak is nevezem. A légszárnyakat úgy tervezik, hogy a légáramlás a szárny felső felülete mentén átlagosan gyorsabb legyen, mint az alsó felület mentén. Ez a különbség felhajtóerőt hoz létre, amely lehetővé teszi a repülést. A légszárny körüli áramlás soha nem egyenletes, turbulens makroszkopikus örvények jelenléte miatt. A szárnyprofil körüli áramlás kedvezőtlen geometria és üzemeltetés esetén jelentősen eltérhet az áramvonalas test körüli áramlás sajátosságaitól (például a határreteg leválhat a szárnyról). Ez csökkentheti a felhajtóerőt és növelheti a légellenállást, ami rontja a repülés és a légszárny-működés hatékonyságát.

Az elmondottaknak megfelelően a szárnyprofilok szerkezeti kialakítása kulcsfontosságú a repülési teljesítmény optimalizálásához. Ezáltal csökkenhet a repülőgépek üzemanyag-fogyasztása, ami hozzájárul a környezetvédelemhez is.

A jelenlegi elméleti kutatások középpontjában a numerikus módszerek alkalmazása áll, amelyek segítségével a szárnyprofilok aerodinamikai jellemzőit igyekeznek meghatározni. Az áramlás sajátosságait feltáró numerikus módszerek gyűjtőneve a numerikus áramlástan (Computational Fluid Dynamics, **CFD**). A numerikus módszerek fejlődésének köszönhetően képesek vagyunk nagy mennyiségű számítást rövid idő alatt elvégezni, ami egyúttal lehetővé teszi a pontosabb és akár háromdimenziós számítási eredményeket. A kutatások során az áramlási teret folytonos vagy diszkretizációs módszerekkel (például véges differencia és véges elemes módszerek) írhatjuk le. Az utóbbi esetben a test felületét (geometriáját) diszkrét részekre bontjuk. A különböző vizsgálatok célja az, hogy a lehető legpontosabb számítógépes modelleket hozzuk létre [5].

A légszárny viselkedésének pontos ismerete szükséges a drónok, repülőgépek komplex működésének megértéséhez. A **2. ábrán** a légszárny formája látható, egy repülőgép esetében [6].



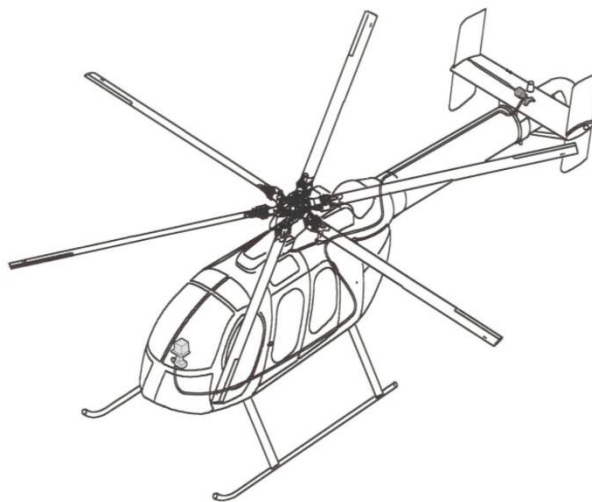
2. ábra: Légszárny alakja repülőgép esetében

A **3. ábrán** példaként egy kisméretű, ultrakönnyű kamerás drón látható [7].



3. ábra: Légszárny alakja drón esetében

A **4. ábrán** példaként a forgószárny kialakítása látható egy helikopter esetében [8].



4. ábra: Forgószárny alakja helikopter esetében

A szárnyprofilokkal kapcsolatos aerodinamikai vizsgálatoknak számos gyakorlati alkalmazása van. Ezek közül a legfontosabb csoportok a következők lehetnek:

Drónok, repülőgépek és helikopterek: A repülőgépek szárnyainak, valamint a helikopterek és a drónok forgószárnyainak tervezésekor elengedhetetlen a szárnyprofilok körüli légáramlás figyelembevétele annak érdekében, hogy maximalizálni lehessen a felhajtóerő és a légellenállás arányát, a siklószámot.

Gőz- és gázturbinák: A turbinákban a lapátok szárnyprofilja határozza meg, hogy milyen hatékonyan tudják átalakítani a gőz vagy gáz energiáját forgó mozgássá.

Szélenergia: A szélturbinák lapátjainak tervezésekor is fontos a szárnyprofilok körüli áramlás vizsgálata, hogy növeljük a szélenergia átalakításának hatékonyságát.

Hagyományos közlekedési eszközök: Az autók, autóbuszok, motorkerékpárok, vonatok stb. esetében az áramlással közvetlenül érintkező felületek úgy vannak kialakítva, hogy azok lefelé irányuló erőt szolgáltatassanak és ezáltal segítsék a kerekek tapadását a talajhoz, ezzel is növelve a biztonságot.

Vízi járművek: Ezen járművek vízalatti stabilizáló felületeinek tervezésekor is fontos szerepet játszik a hajótestek körüli áramlás pontos figyelembevétele.

Speciálisan a *drónokkal* kapcsolatosan a légcsavaros hajtóművek hatékonyságának növelése és a zaj csökkentése elsődleges és egyben összetett feladat, amely több tudományterületet, köztük az aerodinamika, az anyagtudomány és a mérnöki tervezés különböző aspektusait érinti [9]:

Aerodinamika: A légcsavarok alakja és mérete jelentősen befolyásolhatja a hatékonyságukat. A nagyobb függőleges arányú (hosszú és vékony) légcsavarok általában hatékonyabbak, mint az kisebb függőleges arányú (rövid és széles) légcsavarok. A légcsavarok emelkedése, amit egy fordulat alatt haladnak előre, szintén kulcsfontosságú szerepet játszik a működési hatékonyságukban.

Anyagtudomány: A légcsavarok készítéséhez használt anyag is befolyásolhatja a teljesítményüket és a bekerülési költségeiket. Gyakran használnak könnyű anyagokat (például szénszálat), melyek tartósságot biztosítanak és jelentős súlycsökkenés érhető el alkalmazásuk esetén.

Mérnöki tervezés: Különböző tervezési technikákat lehet alkalmazni a drón légcsavarok által keltett zaj csökkentésére. Például több lapát használata segíthet a terhelés elosztásában és a zaj csökkentésében is.

Szabályozási algoritmusok: Korszerű algoritmusokat lehet használni a légcsavarok sebességének és szögének szabályozására a repülési hatékonyság növelése, valamint a zaj minimalizálása érdekében, adott légtechnikai feladat ellátása közben.

2. Célkitűzés

Az információszerzés során a repülőgépeken keresztül jutottam el az áramlástan érdekes tudományához. Mindig is érdekelt, hogy hogyan tud felszállni egy repülőgép, drón vagy helikopter. Hogyan tud a levegőben maradni? Hogyan tudja az ellenállásból keletkező veszteségeket fedezni? Hogyan tud tolóerőt kifejteni? Ebben a munkámban a célom az, hogy a drón-légcsavar lapátok metszetein keresztül ezekre a kérdésekre szemléletes választ nyújtsak ábrák, egyszerű egyenletek segítségével.

A szárnyműködés megértése, aerodinamikai magyarázata a magasabb (egyetemi) szintű matematikai és fizikai eszköztár révén rutinszerű eszközökkel, tömören kifejezhető. Az általános célom volt, hogy ezt egyszerűbb, akár általános iskolás fokon elsajátítható - azaz például deriválást, integrálást stb. nélkülöző - eszközök és szemlélet alapján magyarázzam, olykor célszerű közelítések révén. Mindez egyrészt nekünk magunknak is elmélyíti az áramlástan szemléletünket, tudásunkat - beleértve a témavezetőét is -, ugyanis a rutinszerűen alkalmazandó magasabb szintű matematikai eszközök helyett arra kényszerülünk, hogy mélyebben belegondoljunk a jelenségek részleteibe, értelmezésébe.

Másrészt ezzel lehetővé tesszük, hogy a szárnyak, lapátok működését, szép jelenségeit megismerhesse, megérthesse az érdeklődő, de a mélyebb műszaki egyetemi ismeretekkel nem rendelkező Nagyközönség is. Ezzel nagymértékben hozzájárulhatunk az áramlástan tudomány népszerűsítéséhez, és kedvet csinálhatunk a jövőbeli fiatal tehetségek számára az áramlástan további műveléséhez.

A munka során, ahol lehetséges, közelítő matematikai összefüggéseket használok a jelenségek akár számszerű (kvantitatív) jellemzésének leírására. Ezek hiányában csak jellegre helyes (kvalitatív) leírást, értelmezést adok. Magyarázataimat szemléltető ábrákkal és képekkel támasztom alá.

Mindezeknek megfelelően a dolgozatom végső célja, hogy mélyebb megértést adjak azok számára, akiket érdekelnek a légi közlekedési eszközök, a drónok, repülőgépek, a helikopterek, vagy bármilyen egyéb légszárnyal működő gépek. A további célom, hogy a jövőben mélyebb ismereteket szerezzek e témákban és elmélyülhessek a kutatásukban.

3. A szárnyműködés aerodinamikai magyarázata

Ebben a fejezetben lépésről-lépésre végig fogok menni a szárnyműködés magyarázatán. Ahol lehet egyszerűbb matematikai, fizikai jelöléseket alkalmazom. A magyarázatokat ábrák használatával fogom szemléltetni, igazolni. A *3.1. pontban* leírom, rendszerezem a

közelítéseket, amelyeket az egyes későbbi gondolatmenetek során alkalmazok. A 3.2. *pontban* a szárny működésének alapját, a ráható alap erőket és a felhajtóerő létrejöttét fogom magyarázni. A 3.3. *pontban* bevezetem, leírom a Mach-számot és a Reynolds-számot. A 3.4. *pontban* a Coandă effektust fogom bemutatni. A 3.5. és a 3.6. *pontokban* a nyomáskülönbségek létrejöttének szemléletes magyarázatához, megértéséhez, két különböző átmérőjű csőcsatlakozás során kialakuló áramlási viszonyokat mutatom be. A 3.7. és a 3.8. *pontokban* az ellenállás-erő kialakulását fogom bemutatni. A szárnyprofil szívott oldalán bekövetkező sebességnövekedést a 4. *fejezetben* fogom részletesen bemutatni, megmagyarázni.

3.1. Közelítések, feltevések

Ebben az alfejezetben összegyűjtöm, rendszerezem a közelítéseket, feltevéseket, amelyekkel a magyarázatok során élek.

A folytonosság törvénye:

- Kontinuum szemlélet: a klasszikus áramlástanban azt feltételezzük, hogy a közeg nem különálló részecskékből áll, hanem egyenletesen kitölti a teret.
- Összenyomhatatlan közeg: a közeget összenyomhatatlannak, állandó sűrűségűnek tekintjük. Ez a megközelítés körülbelül 100 m/s sebesség alatt érvényes.

A nyomáskülönbség létrejötte, Bernoulli egyenlete:

- Kontinuum szemlélet
- Összenyomhatatlan közeg
- Súrlódásmentes áramlás: elhanyagoljuk a mozgó közeg fallal való súrlódásából származó energiaveszteséget.
- Hőszigetelt áramlás: elhanyagoljuk a falazaton keresztüli hőbevitelből, vagy hőelvonásból származó energiaváltozást.

Nyomáskülönbségből származó ellenállás-erő:

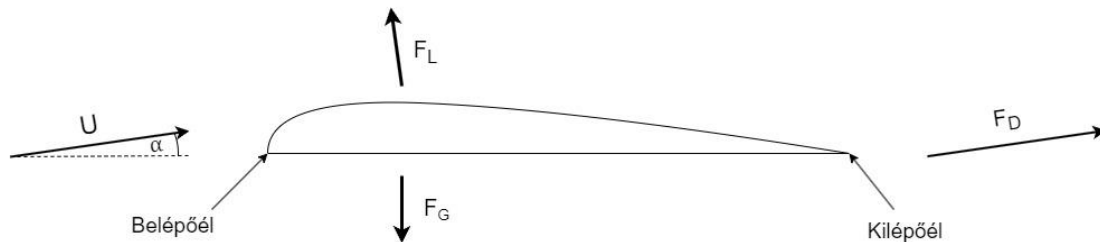
- Kontinuum szemlélet

Példa a magasabb szintű aerodinamikai leírás egyszerűsített magyarázatára:

- Súrlódásmentesség: elhanyagoljuk a (faltól távolabb nem jelentős) falsúrlódás hatását, és a részecskék egymással való súrlódásának hatását, így nélkülözzük a részecskékre ható forgatónyomatékot, azaz elkerüljük a részecskék elfordulását.

3.2. A felhajtóerő létrejötte, a szárny működésének alapja

Az 5. ábrán látható egy U sebességgel megfűvott légszárny. A légszárny húrja, ami a szárny be- és kilépő éleinek érintőit összekötő szakasz, az úgynevezett húr hossz (chord – c) α szöget zár be a megfűvási sebesség vektorával. Az ábrán látható a felhajtóerő (F_L), ami a megfűvási sebességre merőleges erő, amely a légszárnyat a lefelé mutató gravitációs erő (F_G) ellenében a levegőben tartja. Látható a megfűvási sebességgel párhuzamos ellenálláserő (F_D), aminek a hatását a hajtóműnek kell legyőznie, tolóerő kifejtésével.



5. ábra: A légszárnyra ható erők

A légszárny a körülötte lévő nyomáseloszlásból adódóan jelentős felhajtóerőt képes létrehozni. A 4. fejezetben bizonyításra kerül, hogy a szárny felső részén az áramvonalak meggörbülésének hatására a görbületi középponthoz közelebbi áramvonalak mentén nagyobb lesz a közeg sebessége, míg a távolabbiakon kisebb. A sebességnövekedés nyomáscsökkenéssel jár, emiatt a szárny felett kisebb, alatta pedig nagyobb lesz a nyomás. Ez a nyomáskülönbség eredményezi a felhajtóerőt.

3.3. Mach-szám, Reynolds-szám

A későbbiek miatt érdemes bevezetni a dimenziótlan jellemzőket: Mach-szám (Ma), Reynolds-szám (Re).

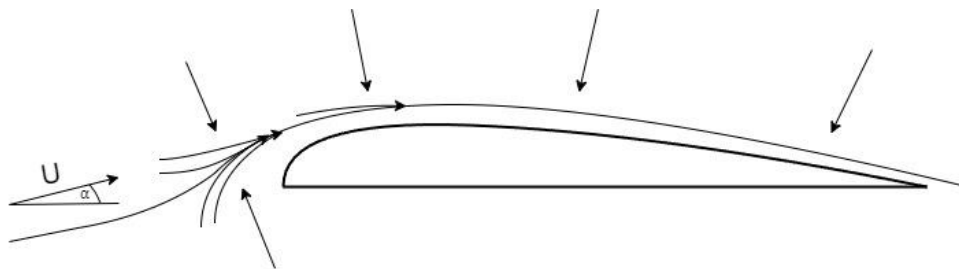
Mach-szám a jellemző áramlási sebesség, például U , és a helyi jellemző hangsebesség a hányadosa. A helyi jellemző hangsebesség $a = \sqrt{\kappa R T}$, ahol κ az állandó nyomáson és állandó sűrűségen vett fajhő hányadosa (az úgynevezett izentropikus kitevő), R a levegő specifikus gázállandója, T a levegő statikus hőmérséklete. $Ma = U/a$ 20 °C levegőre körülbelül 340 m/s. Az $U = 100$ m/s küszöbértékkel számolva $Ma = 0,3$. Ez a határa annak, hogy közelítő mérnöki számításokban a levegőt még összenyomhatatlannak tekinthetjük (~ 5% változékonyság).

A Reynolds-szám dimenziótlan mennyiség, mely a tehetetlenségi erők és a viszkozus erők – vagyis a közeg belső súrlódásából adódó erők – közötti viszonyszám, az alábbi képlettel számítható: $Re = U \cdot c / \nu$, ahol U a helyi jellemző áramlási sebesség, c egy jellemző hossz méret, ν a kinematikai viszkozitás. A jelen dolgozatban vizsgált esetek általában $Re \ll 300\,000$

értékekre vonatkoznak, melyek mérsékelt kerületi sebességű rotorok, például drón-légcsavarok lapátjainak metszeteit jellemzik.

3.4. A Coandă effektus

A 6. ábrán egy U sebességgel, α szöggel megfúvatott légszárnyat láthatunk. Megfigyelhető, hogy a kiemelt áramvonal, ami a légszárnyhoz legközelebbi áramvonal, a nagy megfúvási szög ellenére szorosan követi a légszárny alakját. Ez a jelenség a Bernoulli-egyenlettel magyarázható. A kiemelt áramvonal mentén haladó nagy sebességű levegősugár magával ragadja a körülötte lévő közegrészecskéket és felgyorsítja azokat, így lecsökken a nyomás az áramvonal alatt és felett. Amíg nem éri el a légszárnyat a levegősugár, addig alatta és felette is alacsony nyomású zóna keletkezik, ami nem eredményez erőt a légsugárra. Azonban amikor eléri a légszárnyat, akkor a légsugár alól nem érkezhettek közegrészecskék, így csak felette jön létre az alacsony nyomású zóna, ahova a kisebb sebességű, de nagyobb nyomású közeg fog felülről leáramlani. Tehát keletkezik egy, a légszárny felületére merőleges erő, amely hozzá szorítja az áramvonalat. Ez az effektus csak egy bizonyos felületgörbültségig érvényes, azután az áramlás nem tudja folytatni útját a felület mentén.



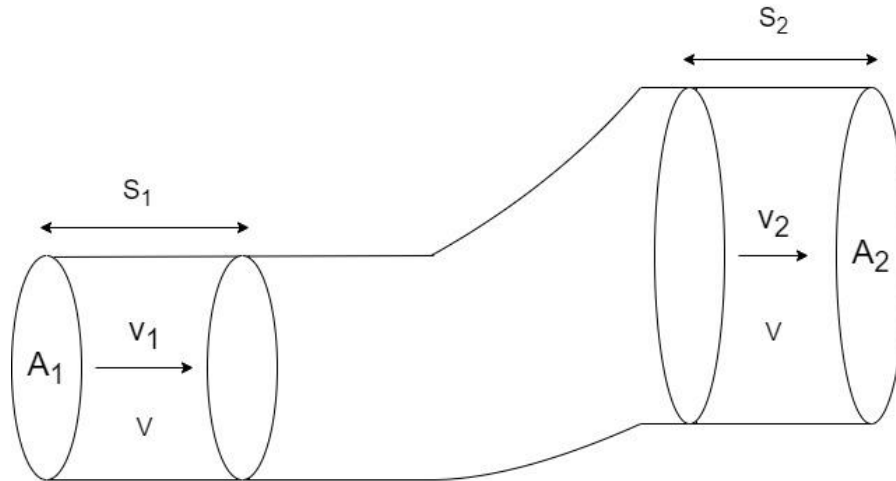
6. ábra: Coandă effektus szemléltetése

3.5. A folytonosság törvénye

A folytonosság törvénye az áramlástanban az anyagmegmaradást fejezi ki. A közeg nem keletkezik és nem is tűnik el, hanem időben folytonosan létezik. A magyarázat során a közeget összenyomhatatlannak tekintem, azaz ρ állandó értékkel rendelkezik. Viszonylag kis áramlási sebességek esetén, amelyek drón-légcsavarok, kis kerületi sebességű rotorok esetén fellépnek, ρ állandó értékkel közelíthető. ρ értékének állandósítása körülbelül 100 m/s sebesség alatt helyes. Ha a Bernoulli-egyenletet vesszük, nagyobb sebességek kisebb nyomásokat eredményeznek, és ha „túl nagy” a sebesség, a nyomás kellően kicsivé válik ahhoz, hogy a közeg „kitáguljon”, azaz sűrűsége lecsökkenjen. 100 m/s sebességre való felgyorsulásnál áll elő az, hogy a sűrűség a kezdetihez képest közelítőleg 5%-kal csökken le. Ez egy mérnöki

szempontból még elhanyagolható változás, de nagyobb sebességeknél (például utasszállító repülőgépeknél) már igenis figyelembe kell vennünk a sűrűség változásának hatását.

- a) A **7. ábrán** látható egy cső, amely egy szakaszon jelentősen kiszélesedik ($A_1, A_2 > A_1$). A csőben a közeg mozgásban van (v_1, v_2). A feltüntetett s_1 és s_2 értékek a v_1 és v_2 sebességekkel $t = 1$ másodperc alatt megtett utak.



7. ábra: A folytonosság törvényének szemléltetése

- b) Mivel a sűrűség értéke állandó, a kisebb és a nagyobb keresztmetszetű részen is ugyanakkora térfogatú közegnek kell áthaladnia időegység alatt, tehát a térfogatáramnak meg kell egyeznie. A térfogatáram ($V / t = A \cdot s / t = A \cdot v$) a cső keresztmetszetének és a sebességnek a szorzata: a kisebb keresztmetszetű szakaszon $A_1 \cdot v_1$, a nagyobb keresztmetszetű szakaszon pedig $A_2 \cdot v_2$. Tehát:

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \quad (1)$$

Ebből következik, hogy

$$A \cdot v = \text{állandó} \quad (2)$$

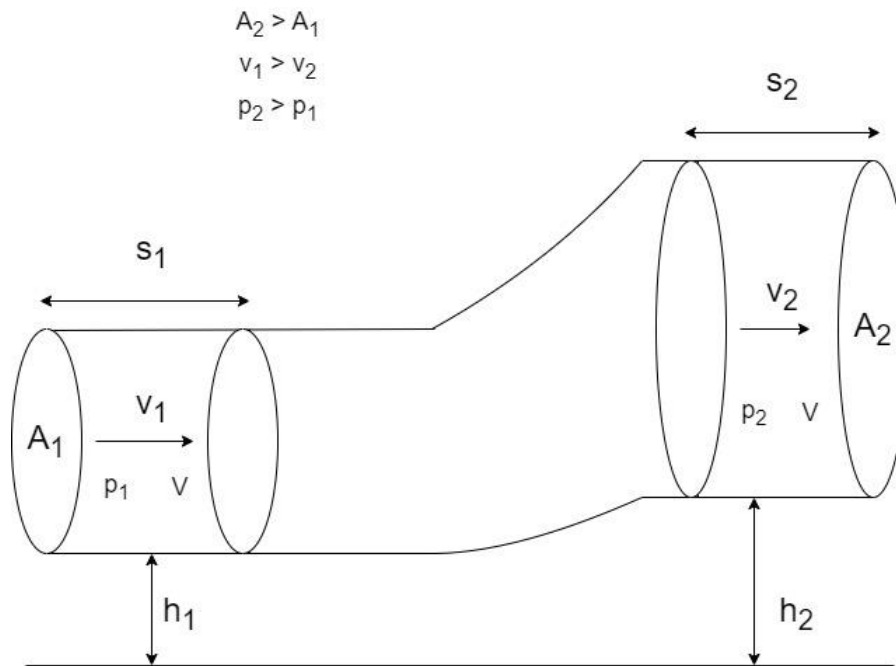
(vagyis A és v fordítottan arányosak).

Azaz az A_2 keresztmetszetű részen kisebb sebességgel fog mozogni a közeg.

3.6. A nyomáskülönbség létrejötte, Bernoulli-egyenlete

A Bernoulli-egyenlet az áramlásban egyik alapvető összefüggése, amely kapcsolatot teremt a sebesség, a hely és a nyomás változása között. Segítségével számos jelenség magyarázható.

- a) Az **8. ábrán** egy cső látható, amelynek egy részének nagyobb a keresztmetszete ($A_1, A_2 > A_1$). A csőben a közeg folyamatosan áramlik (v_1, v_2). A két rész között szintkülönbség van ($h_1, h_2 > h_1$). Látható továbbá a két egyforma térfogatú ($V = A \cdot s$) kijelölt részen a közeg statikus nyomásai is (p_1, p_2).



8. ábra: Bernoulli-egyenlet szemléltetése

- b) Az 3.5. pont szerint a kiszélesedő, nagyobb keresztmetszetű részen csökken a közeg sebessége.
- c) A közeg rendelkezik egy bizonyos energiával (munkavégző képességgel). A mozgásért felelős erők a két különböző keresztmetszetű szakaszon egyenlők, mert a közbezárt közegre ható erők összege zérus Newton II. törvénye értelmében, hiszen a közeg sebessége időben nem változik rendszerbe bevitt energia miatt. Tekintsük az áramlást súrlódásmentesnek és hőszigeteltnek. Ennek megfelelően a két különböző keresztmetszetű részen a közeg energiája megegyezik, ugyanis az energia nem vész el.
- d) A közeg energiája helyzeti (E_h), mozgási (E_m), és nyomásból (E_{ny}) származó energiából áll.
- e) Az elvégzett munka egyenlő az erő és az elmozdulás szorzatával:

$$W = F \cdot s \quad (3)$$

A helyzeti energia:

$$E_h = F \cdot s = m \cdot a \cdot s = m \cdot g \cdot h = \rho \cdot V \cdot g \cdot h \quad (4)$$

A mozgási energia:

$$E_m = F \cdot s = m \cdot a \cdot s = m \cdot a \cdot (a \cdot t \cdot t / 2) = m \cdot v \cdot v / 2 = \rho \cdot V \cdot v \cdot v / 2 \quad (5)$$

A nyomásból származó energia:

$$E_{ny} = F \cdot s = F \cdot V / A = p \cdot V \quad (6)$$

- f) Jelöljük a kisebb keresztmetszetű részen a változó értékeket 1-essel, a nagyobb keresztmetszetű részen pedig 2-essel.

g) Mindezt összegezve:

$$E_{h1} + E_{m1} + E_{ny1} = E_{h2} + E_{m2} + E_{ny2}. \quad (7)$$

A képleteket behelyettesítve (7):

$$\begin{aligned} & (\rho \cdot V \cdot g \cdot h_1) + (\rho \cdot V \cdot v_1 \cdot v_1 / 2) + (p_1 \cdot V) = \\ & = (\rho \cdot V \cdot g \cdot h_2) + (\rho \cdot V \cdot v_2 \cdot v_2 / 2) + (p_2 \cdot V) \end{aligned} \quad (8)$$

Az egyenlet mindkét oldalát elosztva ρ -val, és V -vel:

$$(g \cdot h_1) + (v_1 \cdot v_1 / 2) + (p_1 / \rho) = (g \cdot h_2) + (v_2 \cdot v_2 / 2) + (p_2 / \rho). \quad (9)$$

Így eljutottunk a Bernoulli-egyenlethez:

$$g \cdot h + v \cdot v / 2 + p / \rho = \text{állandó} \quad (10)$$

h) Az egyenlet nyomás-dimenzióban

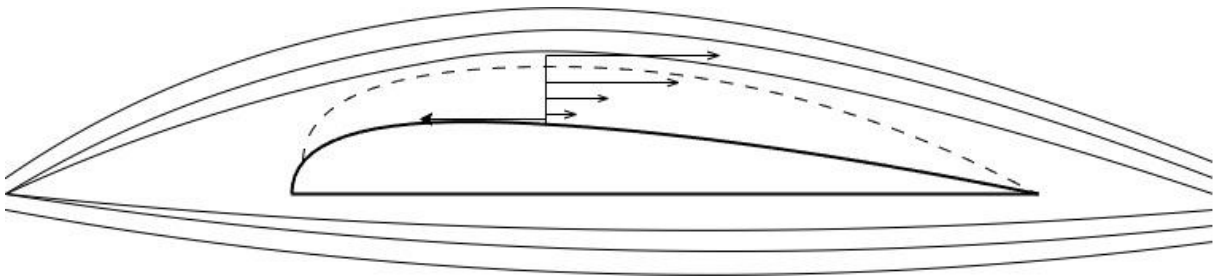
$$\rho \cdot v \cdot v / 2 + p = \text{állandó} \quad (11)$$

Ezt az állandót össznyomásnak nevezzük (dinamikus nyomás + statikus nyomás = állandó).

- i) A dinamikus nyomás a részecskék rendezett, v sebességgel történő mozgásának megfelelő energiát képviseli. A statikus nyomás a zavartalan áramlásban uralkodó nyomás, például messze a szárny előtt. Azért "statikus" a neve, mert a nyugvó légtérben, akár álló közegben is mérhető ez a nyomás, a közegrészecskék rendezetlen mozgásának megfelelő energiát képviseli. Például ha nyugvó légtérbe helyezünk egy nyomásmérőt, akkor annak a membránját a közeg részecskéi rendezetlen mozgásuk révén lökdösik, és ez kifelé úgy nyilvánul meg, hogy a statikus nyomás értékét mérjük.
- j) Összefoglalva megállapítható, hogy a csőben az A_2 keresztmetszetű részen nagyobb lesz a közeg nyomása. Ha egy áramvonalat képzelünk el, amely mentén nincs magasságváltozás, és a közeg sebessége bevitt energia nélkül nő, akkor a nyomása csökkenni fog. Levegő esetén, ha annak sűrűsége megegyezik a környezeti levegő sűrűségével, akkor is elhanyagolható a magasságkülönbség szerepe, ha van magasságkülönbség a be- és kilépési pontok között. Ugyanis, ha például 1 kg levegőt 1 m-rel feljebb akarunk emelni, akkor ehhez az emeléshez szükséges energiát éppen fedezni fogja, hogy 1 m-rel magasabban kisebb a környezeti nyomás (a légköri hidrosztatikai nyomás felfelé való csökkenésének megfelelően), és az energiaváltozást éppen fedezi a felfelé csökkenő nyomás miatt fellépő, a nyomáskülönbségnek megfelelő erő munkája. Tehát a szárny alatt a kisebb sebesség nagyobb nyomást, a szárny felett pedig a nagyobb sebesség kisebb nyomást fog eredményezni.

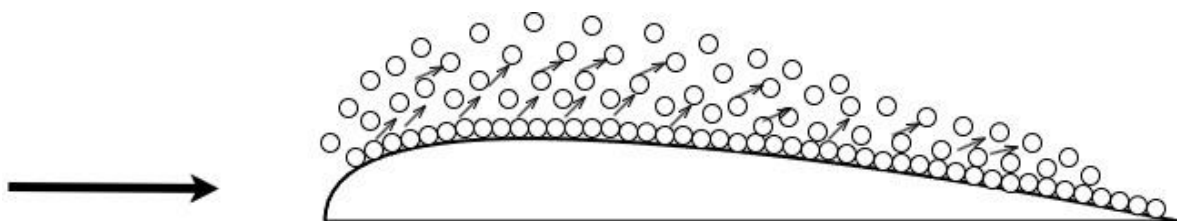
3.7. Falsúrlódás következtében fellépő ellenálláserő

- a) A szárnyra ható ellenálláserő legfőbb forrása szárnyak esetén a falsúrlódás (wall friction). A **9. ábrán** egy közegben „mozgó” légszárny látható. Az ábrázolt nyilak a közeg sebességének vektorát képviselik. A szaggatott vonallal elhatárolt rész a határréteg. Ezen kívül néhány szárny körüli áramvonal is látható.
- b) A közegrészecskék közvetlenül a felületnél, a súrlódás következtében igyekeznek "rátapadni" a felületre. Ennek megfelelően ezek a részecskék a felülettel megegyező sebességgel haladnak. Ez a tapadás törvénye. Így kialakul a határréteg, ami gyakorlatilag egy csökkent sebességű zóna, amin belül a részecskék sebessége növekszik a faltól távolabbi zavartalan áramlás sebességére. A határrétegen belül a súrlódás hatása jelentős, azon kívül elhanyagolható. A légszárnytól távolabbi, áramvonalak mentén haladó részecskék a súrlódás következtében magukkal akarják ragadni a határrétegen belülieket. Így létrejön egy erő, amely a közeg felülethez képesti mozgásának sebességvektorának irányába hat. Ezt a fékező erőt nevezzük ellenálláserőnek.



9. ábra: A határrétegen belüli sebességvektorok szemléltetése

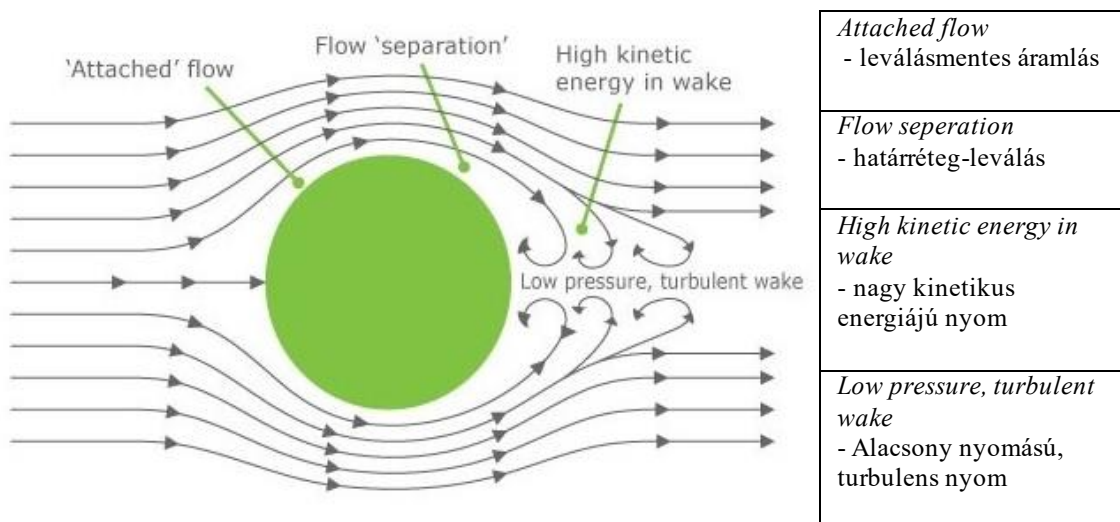
- c) A falsúrlódás hatását a következő módon lehet szemléltetni (**10. ábra**). Például, ha egy szárnyal együtt mozogva figyeljük a jelenségeket, és a szárnyhoz képest balról jobbra mozog a közeg, akkor közvetlenül a szárnyfelületnél a közeg a tapadási törvény értelmében rátapad a felületre. Viszont a határrétegen belül, a súrlódás révén, a szárnytól távolabbi közegrészek igyekeznek magukkal ragadni a felülethez közeli közegrészeket. Mindennek eredménye, hogy a közeg igyekszik "magával ragadni" (drag) a szárnyat, egy balról jobbra mutató, a közegmozgással párhuzamos irányú ellenálláserő (drag force) formájában.



10. ábra: Falsúrlódás szemléltetése

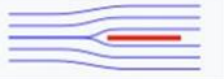
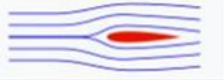

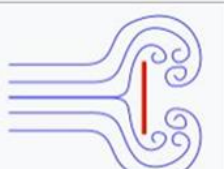
3.8. Nyomáskülönbségből származó ellenálláserő

- a) A nyomásból származó ellenálláserő az ellenálláserő egy másik fontos fajtája. Ez az erő, a közegben mozgó test eleje és vége közötti nyomáskülönbség hatására alakul ki. A magyarázatot egy gömbön fogom szemléltetni, ugyanis egy gömbnél jelentősebb a nyomáskülönbség az eleje és hátulja között, mint egy szárnyprofilnál. A **11. ábrán** egy közegben „mozgó” gömb látható a körülötte lévő áramvonalakkal együtt [10].
- b) A gömb felső és alsó felületénél az elválástódási pontnál az áramvonalak nem képesek követni azokat az éles szögeket, amelyek szükségesek lennének a gömb felületén történő végighaladáshoz. Ezért az áramlás egy része elválik a felülettől (határréteg leválás), tovább halad a cirkuláló, örvényekkel teli áramlás felett, ezzel alacsony nyomású teret, nyomot hagyva a test mögött. A test mögötti nyom (wake) fogalma, ami a test mögötti csökkent sebességű zóna, amelybe gyakorlatilag a felületen kialakuló határrétegek sebességcsökkentő hatása öröklődik tovább. Az elmondottaknak megfelelően a test mögött a környezetihez képest kis sebességű, alacsony nyomású pangó zóna alakul ki. Így létrejön a test eleje és a vége közötti nyomáskülönbség. Az ábrán a test jobbról-balra „mozog”, így ez a nyomáskülönbség a mozgás fékezését fogja eredményezni.



11. ábra: Nyomásból származó ellenálláserő szemléltetése

A **12. ábrán** az áramlási térbe helyezett különböző formájú testek esetén fellépő falsúrlódási erő és nyomásból származó súrlódási erő százalékos megoszlását és a testek szerinti összehasonlítását láthatjuk [11].

Shape and flow	Form Drag	Skin friction
	≈0%	≈100%
	≈10%	≈90%
	≈90%	≈10%
	≈100%	≈0%

<i>Shape and flow</i> - forma és áramlás
<i>Form Drag</i> - nyomáskülönbségből származó ellenállás-erő
<i>Skin friction</i> - felsúrlódás

12. ábra: Ellenállás-erők különböző formájú testek esetén

4. Példa a magasabb szintű aerodinamikai leírás egyszerűsített magyarázatára

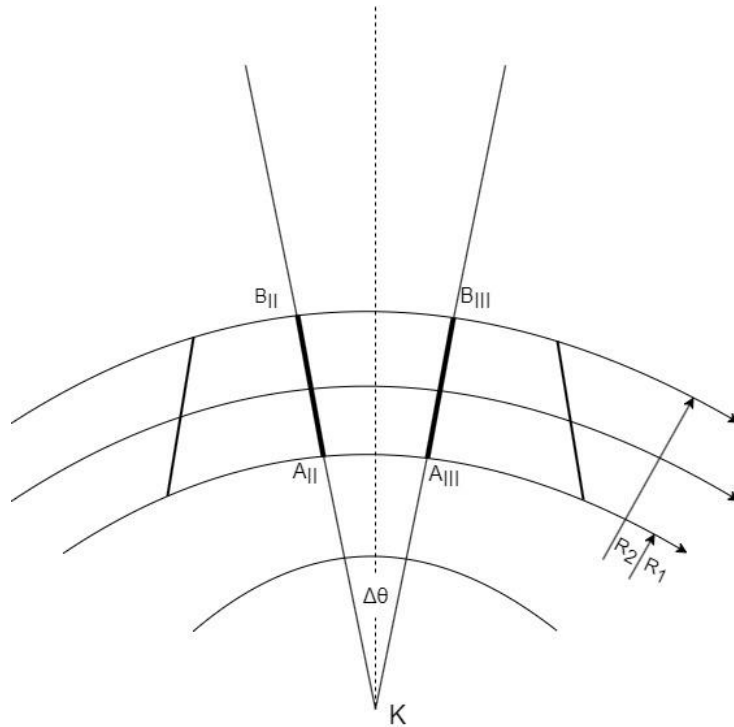
Az alábbi gondolat a 3.2. pontban jött elő, a felhajtóerő keletkezésének leírásánál. A 3.6. pontban Bernoulli-egyenlete magyarázatot ad a nyomásváltozásra a sebességnövekedéssel, azonban a sebességnövekedés magyarázatára még nem került sor. Ennek tárgyalása azért nagyon fontos, mert a légszárny egyik alapkonceptiója az, hogy a speciálisan kialakított geometriája miatt sebesség- és ebből következően nyomásváltozásokat tud elérni. Ebben a fejezetben a szárnyprofil feletti bizonyos szakasz mentén történő sebességnövekedés magyarázata következik. A fizikai magyarázat szemléltetése alapvető matematikai eszközök segítségével írható le (2. fejezet). Egyetemi szintű matematikai eszközök hiányában egyszerűsített egyenletek, összefüggések kapcsán fogom magyarázni.

A jelen közelítésben a magyarázat egyszerűsítése érdekében sűrűlódásmentességet feltételezek a gondolatmenet során. A sűrűlódás ténylegesen bekövetkező hatásának figyelembe vétele túlmutat e dolgozat keretein, azonban a tényleges mérnök számításokban a CFD révén, számításba kell venni.

A következő feltevés, amely például a szárnyprofil szívott oldalára vonatkozik: Egymáshoz közeli, görbült, koncentrikus, R_1 és $R_2 > R_1$ görbületi sugarú áramvonalak esetén a kisebb R_1

görcbületi sugarú áramvonalon $v_1 > v_2$ megnövekedett sebességgel mozog a közeg, a nagyobb R_2 sugáron jellemző v_2 sebességhez képest.

- a) A közeg elemi részecskéi csak akkor fordulnak el saját tengelyük körül, ha forgatónyomaték hat rájuk.
- b) Forgatónyomaték egy közegrészecskére a környező közegrészecskék által kifejtett súrlódási erőből, vagy szilárd fal közvetlen közelében a falsúrlódásból adódik.
- c) A súrlódásból származó erők a szilárd fal közelében lényegesek, attól távolabb elhanyagolhatóak.
- d) Mindebből az adódik, hogy a faltól távolabb az elemi közegrészek nem fordulnak el saját tengelyük körül. Ilyet kísérletben megfigyelhetünk a fürdőkád-lefolyó örvénye közelében: ha az örvény forgástengelyétől, "magjától" távolabb egy parafadugó-darabkát teszünk a vízfelszínre, azt láthatjuk, hogy ez a jelzőtest bár kör alakú pályán mozog, nem fog elfordulni a saját tengelye körül.
- e) A szárny domború oldalának alakját követve a közeg részecskéi is görbült pályán mozognak. Mindemellett azonban - a fal közvetlen közelének kivételével - a *d)* pont szerint nem fordulnak el saját tengelyük körül.
- f) A **13. ábra** mutatja az R_1 és $R_2 > R_1$ sugarú áramvonalakat, azok közös K görcbületi középpontjával. Az ábrán a közeg mozogjon "balról jobbra". Középen kijelölünk egy $\Delta\theta$ középponti szögű közegrészecskét, amelyet az R_1 és R_2 sugarú áramvonalak határolnak. Képzeletben megfestjük az így adódó, körgyűrű-szektor alakú közegrészecske határait. A részecske csúcspontjai: $A_{II} - A_{III} - B_{III} - B_{II}$.
- g) Azt feltételezzük, hogy a szárny áramlásra merőleges hossza - úgynevezett (**S**) "span", fesztávolság - jelentősen nagyobb, mint a szárny be- és kilépő éleinek érintőit összekötő húrhossz. Mint a valódi repülőgépszárnyaknál, illetve a karcsú, hosszú ventilátor- vagy drónlapátoknál. Emiatt azt feltételezzük közelítőleg, hogy az az áramlás, amelyet az 13. ábra mutat be, a szárny mindegyik más metszetében is ugyanígy jellemző: az áramlás 2-dimenziós (**2D**), úgynevezett síkáramlás, az x - y síkban jellemző áramlási viszonyok jellemzik az áramlást, bármely ezzel párhuzamos síkban is (1. ábra). A 13. ábrán bemutatott síkra merőleges sebességkomponens nem ébred, és semmilyen áramlási jellemző nem változik az ábra síkjára merőlegesen. Tehát az 13. ábra önmagában jellemzi az áramlást a szárny adott helyén.



13. ábra: Áramvonalak geometriai modellje

h) $\Delta\theta$ tetszőlegesen kicsire választható. Ha $\Delta\theta$ "kellően" kicsi, az áramvonalak mentén adódó $A_{II} - A_{III}$ és $B_{II} - B_{III}$ körívek "kellően" jól közelíthetőek az ugyanilyen végpontú, párhuzamos, egyenes szakaszokkal. E körívek hosszára pedig írható:

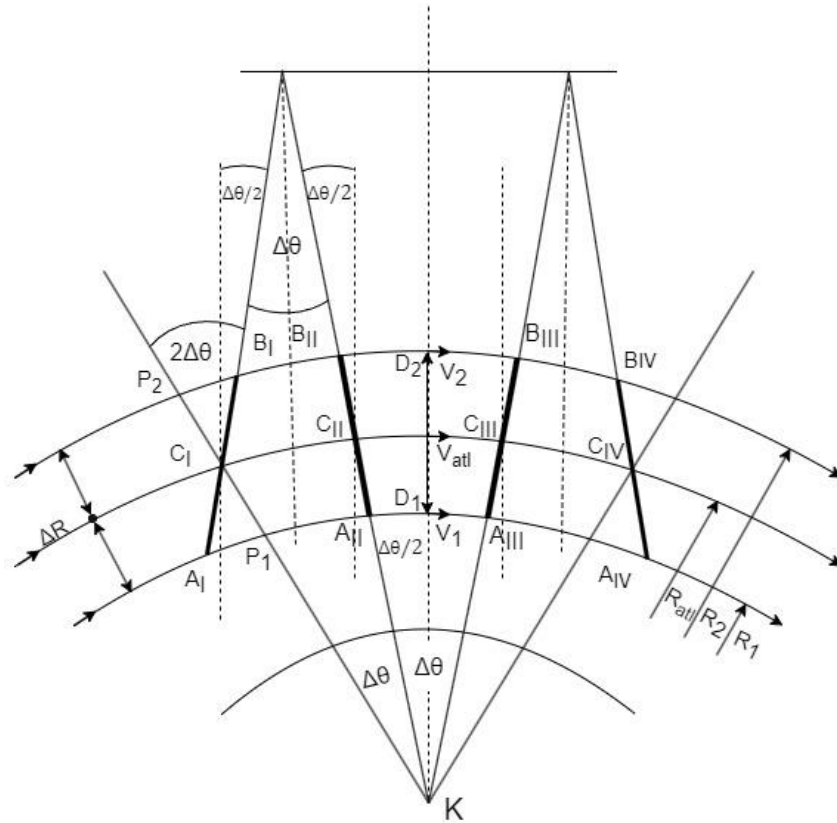
$$A_{II} - A_{III} = R_1 \cdot \Delta\theta \quad (12a)$$

$$B_{II} - B_{III} = R_2 \cdot \Delta\theta \quad (12b)$$

i) A kijelölt közegrészecske közepes sugara legyen

$$R_{atl} = (R_1 + R_2) / 2 \quad (13)$$

j) A **14. ábra** a 13. ábrán bemutatott áramvonalak kiterjesztett geometriai modellje. Ez az ábra a korábbi és a későbbi részecskeállapotokat mutatja az ahhoz tartozó pontokkal és szögekkel. Ez a korábbi részecske-állapot az R_1 és R_2 sugarú áramvonalak mentén $A_I - A_{II}$ valamint $B_I - B_{II}$ ívekkel jellemezhető, amely ívek – kicsiny $\Delta\theta$ esetén – párhuzamos egyenes szakaszokkal közelíthetőek, hasonlóan a korábban írott szemlélethez.



14. ábra: Áramvonalak kiterjesztett geometriai modellje

- k) A közepes sugáron a közegrészecske v_{atl} áramvonal-érintő irányú átlagsebességgel halad, amely az R_{atl} sugarú ív mentén állandó sebesség:

$$v_{atl} = R_{atl} \cdot \Delta\theta / \Delta t \quad (14a)$$

Ahol Δt az az idő, amely ahhoz szükséges, hogy a közegrészecske közepén lévő ív C_{II} kezdeti pontja átkerüljön a C_{III} végpontba.

Felhívom a figyelmet a következőkre: $v_{atl} = v(R_{atl}) \simeq (v_1 + v_2) / 2$ (14b)

- l) Tekintsük a kijelölt közegrészecskének egy Δt idővel korábbi állapotát, amelyet az eddig tárgyalt állapottól balra jelölök, és amely a (3) v_{atl} sebesség állandósága miatt szintén $\Delta\theta$ középponti szöggel jellemezhető.

- m) A *d) pont* értelmében a kiszemelt közegrészecske nem fordulhat el a saját középpontja körül. E feltétel teljesítése érdekében megengedett, hogy a részecske deformálódjon, azaz az alakja időben változzon. A fenti *d) pont* értelmében pedig $\Delta\theta$ ha "kellően" kicsi, akkor:

$$R_{atl} \cdot \Delta\theta \ll (R_2 - R_1) = \Delta R \quad (15)$$

A 14. ábrán csak a jó láthatóság érdekében van kirajzolva úgy a részecske, hogy oldalhosszúságai közel azonos nagyságrendűek. Más részletek - például az áramvonalak görbültségei - is el vannak túlozva az ábrán, a szemléltetés érdekében.

n) Ez azt jelenti, hogy a kiszemelt részecske - melynek alakját mindenkor trapézként közelíthetjük - elfordulásának ellenőrzésére nem a "trapéz" párhuzamos - és jelentősen rövidebb - oldalait ($A_I - A_{II}$, $A_{II} - A_{III}$, $A_{III} - A_{IV}$ és $B_I - B_{II}$, $B_{II} - B_{III}$, $B_{III} - B_{IV}$) kell vizsgálnunk, hanem a két áramvonal közötti, nem-párhuzamos szelőket: $A_I - B_I$, $A_{II} - B_{II}$, $A_{III} - B_{III}$, $A_{IV} - B_{IV}$.

o) Tehát az eredetileg kijelölt $A_{II} - A_{III} - B_{III} - B_{II}$ részecske-állapotban a részecske elfordulásának vizsgálatára a $D_1 - D_2$ hossz tengelyt kell felhasználni. A 14. ábrán ez a hossz tengely függőleges, és függőleges is kell hogy maradjon, hiszen a részecske nem fordulhat el.

p) Tehát a megelőző $A_I - A_{II} - B_{II} - B_I$ részecske-állapot trapéz-alakzatának is függőleges kell hogy legyen a hossz tengelye. Azonban az $A_{II} - B_{II}$ él a függőlegeshez képest az óramutató járásával ellentétes irányban $\Delta\theta / 2$ szöggel el van fordulva. Hogy az oldalsó élek helyzete átlagosan függőlegeset adjon ki (így biztosítva az elfordulás-mentességet), az $A_I - B_I$ él az óramutató járásával megegyező irányban kell hogy el legyen fordulva $\Delta\theta / 2$ szöggel. Az oldalsó élek tehát $\Delta\theta$ szöveget zárnak be egymással.

q) Az $A_I - B_I$ él tehát $2 \cdot \Delta\theta$ szöveget zár be az áramvonalak görbületi középpontja és a C_I pont között húzott vonallal. Az $A_I - P_1$ illetve $P_2 - B_I$ közötti ívszakaszok hossza ennek megfelelően:

$$2 \cdot \Delta\theta \cdot \Delta R / 2 = \Delta R \cdot \Delta\theta \quad (16)$$

r) Tekintve $\Delta\theta$ kicsiny értékét, a megelőző állapot ívhosszai az alábbi módon közelíthetőek, felhasználva az (16) eredményt:

$$A_I - A_{II} = R_1 \cdot \Delta\theta + \Delta R \cdot \Delta\theta = \Delta\theta \cdot [R_1 + (R_2 - R_1)] = \Delta\theta \cdot R_2 \quad (17a)$$

$$B_I - B_{II} = R_2 \cdot \Delta\theta - \Delta R \cdot \Delta\theta = \Delta\theta \cdot [R_2 - (R_2 - R_1)] = \Delta\theta \cdot R_1 \quad (17b)$$

s) A megelőző állapot ábráját tengelyesen tükrözve a függőleges vonalra, egy Δt állapottal későbbi, következő állapot is felvitelre került az ábrára: $A_{III} - A_{IV} - B_{IV} - B_{III}$.

t) A 14. ábra tehát

$$N = 3 \quad (18)$$

egymás utáni állapotot vizsgál, melynek során a (13) R_{ail} középsugáron lévő, bal oldali legszélső pont leköveti a $C_I \rightarrow C_{II} \rightarrow C_{III} \rightarrow C_{IV}$ állapotokat,

$$\Delta T = 3 \cdot \Delta t = N \cdot \Delta t \quad (19)$$

össz-idő eltelte alatt. Ugyanezen idő alatt az R_I sugáron lévő legszélső pont a következő $A_I \rightarrow A_{II} \rightarrow A_{III} \rightarrow A_{IV}$ utat járja be, felhasználva az (12a), (17a) és (18) egyenleteket:

$$R_1 \cdot \Delta\theta + 2 \cdot \Delta\theta \cdot R_2 = \Delta\theta \cdot [(N-1) \cdot R_2 + R_1] \quad (20a)$$

Az R_2 sugáron lévő legszélső pont a következő $B_I \rightarrow B_{II} \rightarrow B_{III} \rightarrow B_{IV}$ utat járja be, felhasználva az (12b), (17b) és (18) egyenleteket:

$$R_2 \cdot \Delta\theta + 2 \cdot \Delta\theta \cdot R_1 = \Delta\theta \cdot [(N-1) \cdot R_1 + R_2] \quad (20b)$$

u) Ebből származtatva a keresett sebességek, a (20a) illetve (20b) úthosszakat osztva a (19) eltelt idővel, és felhasználva a (14a) egyenletet:

$$v_1 = \Delta\theta / \Delta t \cdot [(N-1) / N \cdot R_2 + R_1 / N] = v_{atl} / R_{atl} \cdot [(N-1) / N \cdot R_2 + R_1 / N] \quad (21a)$$

$$v_2 = \Delta\theta / \Delta t \cdot [(N-1) / N \cdot R_1 + R_2 / N] = v_{atl} / R_{atl} \cdot [(N-1) / N \cdot R_1 + R_2 / N] \quad (21b)$$

Már a (21a) és (21b) egyenletek megmutatják, hogy

$$R_1 < R_2; v_1(R_1) > v_2(R_2) \quad (21c)$$

v) v_{atl} és R_{atl} adottság, amelyen nem változtat, hogy $\Delta\theta$ értékét tetszőlegesen kicsire változtatjuk, és ezzel egyidejűleg, a vizsgálatba vont állapotok számát a (18) szerinti $N = 3$ értékről tetszőlegesen nagyra választjuk.

$$(N-1) / N \rightarrow 1 \quad (22a)$$

$$1 / N \rightarrow 0 \quad (22b)$$

w) Ezekkel a behelyettesítésekkel a (21a) és (21b) egyenletek:

$$v_1 = v_{atl} / R_{atl} \cdot R_2 \quad (23a)$$

$$v_2 = v_{atl} / R_{atl} \cdot R_1 \quad (23b)$$

x) A (23a) egyenletet megszorozva R_1 -gyel, a (23b) egyenletet pedig R_2 -vel, és a két egyenletet egymásból kivonva zérust kapunk, miáltal megmutatható:

$$v \cdot R = \text{állandó} \quad (24a)$$

azaz

$$v \sim 1/R, \quad (24b)$$

vagyis a sebesség fordítottan arányos a görbületi sugárral.

Ez által bizonyítást nyert, sőt számszerűsíthető trend – azaz számítást is lehetővé tevő matematikai függvény – formájában jelenik meg, hogy a kisebb görbületi sugarú áramvonalon mozgó közeg sebessége valóban nagyobb. Ez a trend megfelel a „szabad örvény” (free vortex) esetén jellemző sebességeloszlásnak, mely jellegre helyes közelítés például tornádók forgatagában. Potenciális örvény, vagy szabad örvény, ugyanis „szabad” (free from) az örvényességtől; nem forognak a közegrészek [2]. Egyetlen szemléletes példát hoztam a

szárnyprofil körüli áramlás jellegzetességeinek alap-matematikai eszközökkel való leírására, igazolására. A jövőben, célom más jelenségeket is hasonló eszköztárral leírni.

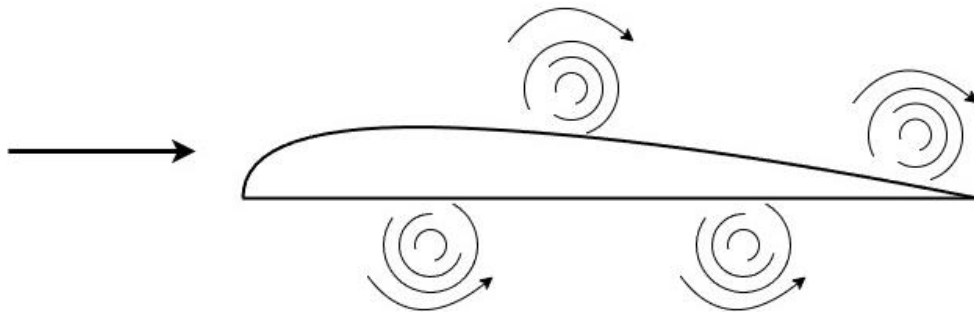
- a) A szárnyprofil a zavartalan áramlás eredetileg egyenes, párhuzamos áramvonalaiba görbületet visz be, geometriai jellegzetességeiből (szárnyprofil kontúrjának alakja) valamint üzemviteli jellegzetességéből (a zavartalan áramlához képest alfa megfűvási szöggel való beállítás) adódóan.
- b) A szívott oldalon is és a nyomott oldalon is úgy görbülnek az áramvonalak, hogy a görbületi középpontok a szárny „alatt”, tehát a nyomott oldaltól lejjebb helyezkednek el.
- c) A (24b) egyenlet értelmében a szívott oldal környezetében átlagosan megnövekszik a sebesség a zavartalan áramlás sebességéhez képest, amelyből adódóan a Bernoulli-egyenlet értelmében lecsökken az átlagos nyomás a szívott oldalon, a szárnyprofil előtti zavartalan áramlás nyomásához képest.
- d) A (24b) egyenlet szerinti elv a nyomott oldalra is alkalmazható: a nyomott oldal környezetében átlagosan lecsökken a sebesség, és megnövekszik a nyomás, a zavartalan áramláshoz képest.
- e) A szívott oldali nyomáscsökkenés (depresszió) és a nyomott oldali nyomásnövekedés (túlnyomás) együttesen eredményezi a felhajtóerőt.

5. Örvényleválás, zajkeltés

Ebben a fejezetben a szárnyprofilok korábbiakban részletesen tárgyalt áramlási jelenségei mellett két másik meglehetősen komplex témakört kell megemlíteni, nevezetesen a működés során fellépő örvényleválást és a zajkeltést. Ebben a dolgozatban ezeket nem fogom teljes részletességgel érinteni a bonyolultságuk miatt. Célom a jövőben ennek részletesebb vizsgálata, megértése.

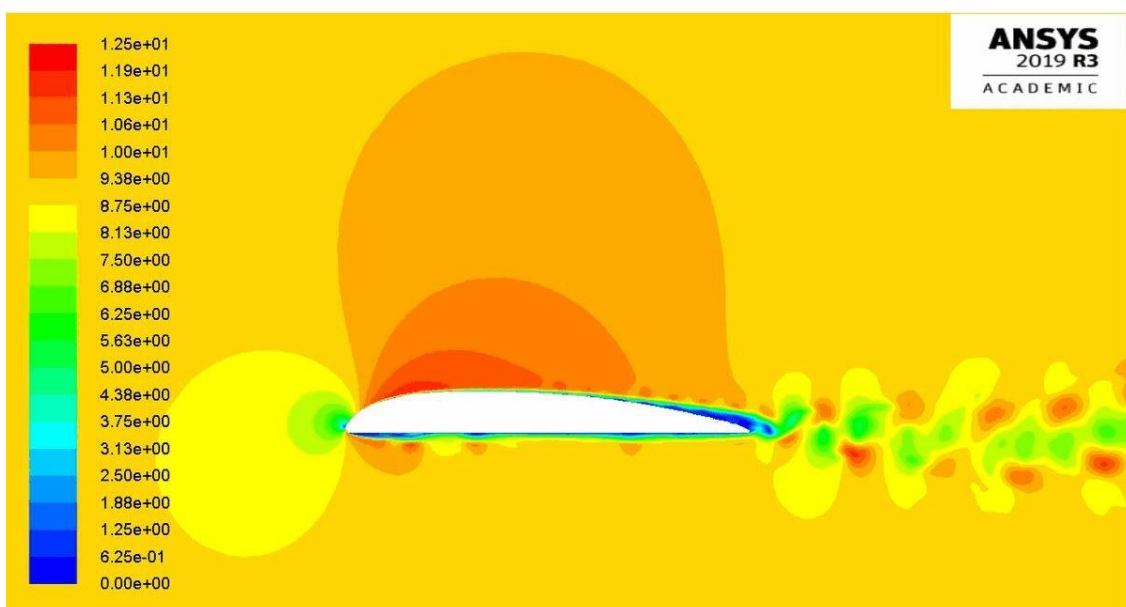
- a) Az *örvényleválás* (vortex shedding) jelenség akkor következik be, amikor egy közegben mozgó testről periodikusan örvények válnak le. Tegyük fel, hogy a közeg balról-jobbra áramlik a relatív (lapához kötött) rendszerből nézve álló szárnymetszethez képest (**15. ábra**). A felső, szívott oldali határrétegben alul, a lapátfelületnél a tapadási törvény értelmében a közegrészek sebessége zérus, a felülettől távolabb pedig ehhez képest előre haladnak a folyadékreszek. Vagyis felül, egy óramutató járásának irányával megegyező forgásirányú forgás (rotáció) jellemzi a közegrészeket. Ennek megfelelően a szívott oldalról az óramutató járásának irányával megegyező forgásirányú örvények úsznak le. Ezzel ellentétben, a nyomott oldali határrétegből óramutató járásával ellentétes forgásirányú

örvények úsznak le. A különböző forgásirányú örvények egymást követően, periodikusan úsznak le. Az ilyen leúszó örvények egymástutánját Kármán-féle örvénysornak nevezzük. A szárny oldalairól periodikusan leváló örvények kölcsönhatásba lépnek a kilépő éllel, és időben ingadozó nyomást, valamint erőt eredményeznek. Mindez zajt kelt, és a lapát rezgésének kockázatát is fokozza. Emiatt fontos az örvényleválási jelenséggel foglalkoznunk.

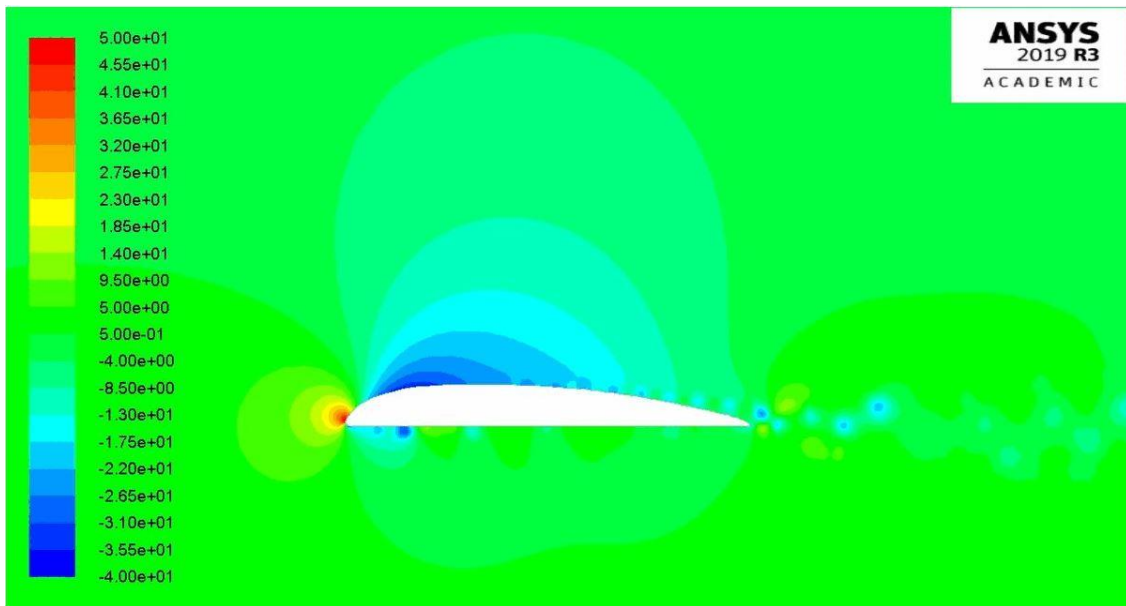


15. ábra: Az örvényleválás bemutatása

- b) A légiközlekedés járműveinek sajátos *zajforrása* a szárnyak összetett működésének és szerkezeti sajátosságainak következtében lépnek fel [12]. A zaj egyik forrását a leúszó örvények adják, amely mérnöki eszközökkel mérsékelhető. A periodikus örvény-leúszás mechanizmus megértése a mai napig kutatás témája. Így elfogadjuk azt, hogy ennek mélyebb megértését a jövőbeli KTDK kutatás célkitűzésévé tesszük.
- c) És végezetül, a **16.** és a **17. ábrákon** az egyes fejezetekben bemutatottakat kívánom igazolni, szemléltetni, áramlásba helyezett légszárnyakról készült kétdimenziós animációból kivágott fázisok segítségével [13]. Az ábrákon RAF-6E szárnyprofilokat láthatunk.



16. ábra: Légszárny körüli sebességeloszlás kétdimenziós ANSYS animációja



17. ábra: Légszárny körüli statikus nyomáseloszlás kétdimenziós ANSYS animációja

Az ábrákon a közeg balról-jobbra áramlik. A 16. ábra a szárnyprofil körüli sebességet, a 17. ábra a szárnyprofil körüli statikus nyomást mutatja be. A lapáthúrhosszokra vonatkoztatott, dimenziótlán Reynolds-szám 60000. Mindkét ábrán a következő adatok érvényesek: megfúvási szög α 0 fokos, lapáthúrhossz 100 mm, a zavartalan megfúvási sebesség 9 m/s, a Mach-szám $9/340 = 0,026$, a levegő kinematikai viszkozitása $1.5 \cdot 10^{-5}$ m²/s. A 16. ábrán a környezeti „narancssárga” szín a szárnyprofil által nem befolyásolt áramlási sebesség, a piros szín árnyalatai az ennél nagyobb, a zöld és a kék szín árnyalatai az ennél kisebb sebességeket mutatják. A sebességek 0-12,5 m/s-ig terjednek. A 17. ábrán a környezeti „zöld” szín a légköri, azaz az atmoszférikus nyomást képviseli, míg a kék szín árnyalatai az ennél alacsonyabb, a piros szín árnyalatai az ennél nagyobb nyomást mutatják Pascalban (Pa).

A 17. ábrán mivel a nyomott oldal alakja sík, és a megfúvási szög 0, a korábban említett nyomott oldali túlnyomás kevésbé látványos. A szívott, fenti oldalon a depresszió jól megfigyelhető, amely ebben az esetben a felhajtóerő túlnyomó részét adja nyomott oldali jelentős túlnyomás hiányában. A légszárny geometriájából adódóan, a felső él elején lévő görbület hatására jelentős közeg-sebességnövekedést (16. ábra) és a Bernoulli-egyenlet értelmében nyomáscsökkenést ér el (17. ábra). Látható az ábrákon, hogy a sebesség a görbületi sugár mentén kifelé haladva közel kör alakban nő, és így csökken a nyomás. A szárnyprofil felső részén a környezeti közeg sebességénél leginkább nagyobb sebességű zóna körülbelül a szárnyprofil feléig tart, utána a közeg sebessége csökken. Ez alapján belátható, hogy a felhajtóerő jelentős része a szárnyprofil elejénél lép fel. Láthatók a szárny mindkét oldaláról periodikusan leúszó örvények. A 16. ábrán megfigyelhető, hogy a szárny mögött hagyott nyomban folyamatosan örvények úsznak le, jól

kirajzolódik a Kármán-féle örvénysor. A 17. ábrán a belépő élnél megfigyelhetjük az úgynevezett torlópontot, amely zérus sebességű, és így a Bernoulli-egyenlet értelmében fokozott nyomású „pont”. A szárnyprofil hátsóbb részein ennél kisebb nyomások jellemzőek. Mindez szemlélteti, hogy a nyomáskülönbségből adódóan „balról jobbra” irányuló erő hat a megfűvás irányában, ami hozzájárul az ellenálláserőhöz.

6. Összefoglalás, jövőbeli tervek

A légiközlekedési eszközök (drónok, repülőgépek, helikopterek) esetében a légszárnyak körül kialakuló áramlási és zajkeltési jelenségek vizsgálata rendkívül fontos, üzemviteli hatékonysági, energetikai, környezetvédelmi, biztonságtechnikai szempontokból egyaránt. A szárnymetszetek működésének megértése, aerodinamikai magyarázata érdekében magasabb – egyetemi – szintű matematikai és fizikai eszköztár révén rutinszerű, tömören kifejezhető leíró elvek és összefüggések állnak rendelkezésre. Azonban egyetemi szintű eszközök helyett középiskolai szintű elméleti eszköztár használata elmélyíti az áramlástan szemléletünket és tudásunkat, ugyanis a magasabb szintű elméleti eszközök rutinszerű alkalmazása helyett arra kényszerülünk, hogy mélyebben belegondoljunk a jelenségek részleteibe, értelmezésébe. A jelenlegi elméleti kutatások középpontjában a mérésekkel alátámasztott numerikus áramlástan módszerek – Computational Fluid Dynamics (CFD) – alkalmazása áll, amelyek segítségével a szárnyprofilok aerodinamikai működésének részletei meghatározhatóak. A numerikus módszerek fejlődésének köszönhetően képesek vagyunk nagy mennyiségű számítást viszonylag rövid idő alatt elvégezni, melyek lehetővé tesznek fokozott pontosságú számítási eredményeket, akár háromdimenziós áramlási szemléletben is.

A céloom az volt, hogy a szárnyműködés kérdéseire egyszerű, szemléletes választ nyújtsak ábrák, alapvető egyenletek segítségével, a drón-légcsavarok működését tekintve motivációs példának. Ahol lehetséges volt, közelítő matematikai összefüggéseket használtam a jelenségek számszerű jellemzésére. Magyarázataimat szemléltető ábrákkal és képekkel támasztottam alá. Az elvégzett munka során analitikus módszerekkel a következő eredményekre jutottam, melyeket a konzulensem és munkatársa által átadott CFD eredményeken szemléltettem. Szárnyprofil-esettanulmányban megmagyaráztam a szárny alapműködését és a szívott, illetve a nyomott oldal közötti nyomáskülönbség létrejöttét a folytonossági törvény és a Bernoulli-egyenlet alapján. Megmagyaráztam a Coandă effektust, azaz, hogy a környezetéhez képest nagyobb sebességgel haladó levegősugár hozzátapad az adott görbültségű, konvex szárnyprofil felülethez. A falsúrlódás következtében fellépő és a nyomáskülönbségből származó

ellenállásereket ábrák segítségével magyaráztam meg. Különböző formájú áramlásba helyezett testek esetén mutattam be ezen erők jelentőségét. Magyarázat készült a szárnyprofil szívott oldala környezetében fellépő sebességnövekedésről, amely számítás is lehetővé tevő matematikai függvény formájában jelenik meg. Áttekintő elemzést készítettem az örvényleválásról és a zajkeltésről. A szárny körüli áramlási viszonyokat RAF-6E szárnyprofilról készült CFD eredmények segítségével mutattam be.

Jövőbeli szakmai terveim között szerepel, hogy további ismereteket szerezzek az áramlástanal kapcsolatos témákban, elmélyülhessek azok kutatásában, és áramlástechnikai gyakorlati tapasztalatokat szerezzek.

7. Irodalomjegyzék

1. Daku G., Vad J.: A Comprehensive Analytical Model for Vortex Shedding From Low-Speed Axial Fan Blades, *Journal of Turbomachinery*, képmetszet, 2023, doi: 10.1115/1.4056700, Budapesti Műszaki Egyetem, Áramlástan Tanszék, Budapest.
2. Lajos T.: Az áramlástan alapjai. Előadási jegyzet, Budapesti Műszaki Egyetem, Áramlástan Tanszék, Budapest, 1992.
3. Anderson, J.D.: *Introduction to Flight*. McGraw-Hill Education, 2010.
4. Houghton, E.L., Carpenter, P.W.: *Aerodynamics for Engineering Students*, Elsevier, 2003.
5. Bauer P.: Numerikus módszerek alkalmazása szárnyprofilok és szárnyak aerodinamikai jellemzőinek meghatározására, 2005. [Repüléstudományi közlemények - 17. évf. Különszám - Repüléstudományi konferencia 2005. április 15. \(oszk.hu\)](#)
6. LESICS: The physics behind engineering, June 19, 2019, <https://www.lesics.com/how-do-airplanes-fly.html>
7. FLYLITE, DJI MINI 3 drón, 2023, https://www.flylite.hu/img/39639/CP-MA-00000587-01_altpic_1/CP-MA-00000587-01.jpg?time=1695908947
8. Botta A.: Helikopter működése 3., képmetszet, 2008, <https://www.aerofriends.hu/repulestechnikai-uzemeltetesi-okossagok/notar%C2%AE-no-tail-rotor-helikopter-mukodese-3resz>
9. Nonami, K.: Drone technology, cutting-edge drone business, and future prospects, *Journal of Robotics and Mechatronics*, 28, 2016, pp. 262–272. doi:10.20965/jrm.2016.p0262
10. Science Learning Hub: Pressure drag, képmetszet, 2011, <https://static.sciencelearn.org.nz/images/images/000/001/654/full/Pressure-drag20160808-15208-94nvii.jpg?1674166548>
11. Wikipedia: [https://en.wikipedia.org/wiki/Drag_\(physics\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Drag_(physics)), 2023.
12. Bera, J., Pokorádi L.: Helikopterzaj elmélete és gyakorlata, Campus Kiadó, Debrecen 2010. <https://mek.oszk.hu/12000/12084/12084.pdf>
13. Daku G., Személyes kommunikáció. Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Gépészmérnöki Kar, Áramlástan Tanszék, 2023.