



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Gépészmérnöki Kar

Hidrodinamikai Rendszerek Tanszék

Csőhálózatok optimális csőátmérő eloszlása

készítette: Szokody Márton

témavezető: Dr. Hős Csaba

2023. november 5.

Tartalomjegyzék

| | |
|-------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 1. Bevezetés | 3 |
| 1.1. Problémafelvetés dióhéjban | 3 |
| 1.2. Csőhálózatok szerepe, jelentősége | 3 |
| 1.3. Hálózatok típusai | 4 |
| 1.4. Optimális csőátmérők megválasztása (irodalmi áttekintés) | 7 |
| 1.5. Célkitűzések | 11 |
| 2. Csőhálózatok hidraulikai vizsgálata | 12 |
| 2.1. Feltételek | 12 |
| 2.2. A hálózat építőelemei | 12 |
| 2.3. A modell felépítése, egyenletrendszer felírása | 14 |
| 2.4. Programozási környezet | 15 |
| 3. A vizsgált csőhálózat | 16 |
| 4. Optimalizáció | 19 |
| 4.1. Átmérő optimalizálás | 19 |
| 4.2. Optimális átmérők a példahálózat esetében | 24 |
| 4.3. Optimalizáció diszkrét csőátmérők esetén | 25 |
| 5. Összefoglalás | 32 |

1. Bevezetés

1.1. Problémafelvetés dióhéjban

Ebben a dolgozatban a csővezeték hálózatok optimalizálásával foglalkozunk, elsősorban a víz-elosztó rendszerekre összpontosítva, megvizsgálva egy egyszerű rendszer optimális csőátmérő eloszlásának problémáját. Bár az itt tárgyalt rendszer kifejezett egyszerű lesz, a bemutatott módszerek (és a felmerülő kihívások) kellően általánosak lesznek ahhoz, hogy tetszőleges méretű csővezeték rendszerre is érvényes megállapításokat tegyünk.

A vizsgált optimalizációs feladat a következőképpen fogalmazható meg. Egy csővezeték-rendszer (akár összes) szakaszának az átmérőjét szeretnénk meghatározni úgy, hogy

(a) a rendszer kiépítésének költsége a lehető legalacsonyabb legyen (ez a kis átmérőjű csöveket részesíti előnyben) és

(b) a rendszer hosszútávú üzemeltetése is gazdaságos legyen (így, a csősúrlódási veszteségek minimalizálása nagy átmérő csövekkel lehetséges).

Az egyértelműség kedvéért hangsúlyozzuk, hogy az összes csőszakasznak lehet különböző (praktikusan a szabványos méretsből választott) átmérője.

A csőméretek választása során a hidraulikai rendszerben kialakuló nyomásokat is szeretnénk korlátok között tartani: a túlságosan alacsony nyomások fogyasztói elégedetlenséghez vezetnek, míg a túl magas nyomások csőtörést eredményezhetnek. További nehézséget okoz, hogy a csőátmérők csak diszkrét méretsor szerint választhatók, így az optimalizációs feladatot diszkrét változók felett kell megoldanunk.

Amint azt látni fogjuk, meglepő módon, ez az egyszerű feladat komoly kihívásokat támaszt a megoldási módszerrel szemben már viszonylag kisméretű hálózatok esetében is. Mielőtt azonban belekezdünk a csővezeték-hálózatok optimalizálásába, elengedhetetlen, hogy megértjük a különböző csőhálózatok szerepét és jelentőségét.

1.2. Csőhálózatok szerepe, jelentősége

A csőhálózatok - mint az élő szervezetet az erek - behálózzák Földünket, eljuttatva a mindennapi életünkhöz szükséges közegeket, illetve a közegekben tárolt energiát a felhasználás helyére. A csővezeték hálózatok folyékony, gáznemű vagy akár vegyes fázisú "fluidumok", közegek fogyasztási helyre való eljuttatására szolgálnak.

1.3. Hálózatok típusai

A csővezeték hálózatok többféleképpen osztályozhatók: kialakításuk, vagy funkciójuk szerint. A következőkben egy, a funkció alapján történő besorolást láthatunk, ahol a funkció a hálózat kialakítását is meghatározza.

1.3.1. Elosztó és gyűjtő hálózatok

Az elosztóhálózat betáplálása egy vagy több helyen történik, a fogyasztás pedig a hálózat számos végpontján történhet. A végpontokon a fogyasztás egyidejűsége és mennyisége általában véletlenszerű (sztochasztikus). Ilyen elosztó hálózatok lehetnek:

Vízvezeték hálózatok: A lakosságot, mezőgazdaságot és az ipari felhasználókat vízvezeték hálózatok látják el megfelelő mennyiségű és minőségű vízzel.

Földgázvezeték-hálózatok: A földgáz a fűtés és az energiatermelés alapvető energiaforrása. Elosztása kiterjedt, kontinenseken átívelő csővezeték-hálózatokon történik.

Olaj- és kőolajvezetékek: A kőolaj napjaink egyik legfontosabb alapanyaga és energiaforrása. Elosztása kiterjedt, kontinenseken átívelő csővezeték-hálózatokon történik.

Távhő vezetékek: A távhő vezetékek a lakó- és középületek fűtését biztosítják, a központi fűtőműben felmelegített fűtőközeget (általában víz) a fogyasztókhoz eljuttatva. A meleg éghajlatú országokban központi hűtőművek létesültek, az itt lehűtött hűtőközeget (általában víz) juttatják el a fogyasztókhoz.

Gőzvezetékek. A gőzt, magas fajlagos energiataralma miatt széleskörben használták energiátovábbításra (fűtés / hűtés) és egyéb ipari célokra. Jelentősége napjainkra visszaszorult, elsősorban a magas üzemeltetési költségek miatt.

Egyéb anyagok szállítása. Az energiahordozókon túl, csővezeték-hálózatokkal számos egyéb anyag is szállítható: a bányászati eljárásokkal kitermelt ércektől (érc-iszap) az ipari folyamatokban használt vegyi anyagokig. Ezek a hálózatok helyettesíthetik a közúti vagy vasúti tömegszállítás szükségességét.

Gyűjtő hálózatok esetében az áramlás "ellentétes irányú": a végpontokról összegyűjtött közeg egy, vagy több gyűjtőpontban (végponton) kerül összegyűjtésre. A betáplálás mennyisége és egyidejűsége az egyes végpontokon szintén véletlenszerű. Ilyen gyűjtőhálózatok lehetnek:

Szennyvíz vezeték. A városi területeken a szennyvíz elvezetése szintén csőhálózatokkal történik, amelyek a hulladékot a kezelő létesítményekbe szállítják, védve a közegészséget és a környezetet.

Kondenzátum vezeték. Különböző gyárakban, üzemekben és lakosági felhasználóknál keletkező kondenzátumot (víz) gyűjtik össze és juttatják el a tápvíz tároló tartályokba, medencékbe, hogy ismét gőzt fejlesszenek belőle.

Mind az elosztó, mind a gyűjtő hálózatok esetében a fogyasztás (betáplálás) mennyisége és időbelisége statisztikai alapon (fogyasztási szokások alapján) viszonylag pontosan megbecsülhető.

A szállító hálózatok topológiai kialakítása általában szabálytalan (hurkolt / többszörösen hurkolt), azaz a betáplálási ponttól az elvételi pontokhoz több "útvonal"-on is eljuthat a közeg. A csomópontok közötti szegmenseken az áramlás iránya az elvételi pontok fogyasztásának függvényében változhat.



1. ábra. Hurkolt (szabálytalan) hálózat (Sopron belvárosa).

1.3.2. Kiszolgáló hálózatok

A kiszolgáló hálózatok – mint nevük is mutatja, adott célra, funkcióra kialakított hálózatok. A cél (funkció) egyértelműen meghatározza az áramló közeget, illetve annak fizikai tulajdonságait (nyomás, hőmérséklet), mennyiségét stb. Ilyen kiszolgáló hálózatok általában "üzemi", termeléshez kapcsolódó csőhálózatok (a teljesség igénye nélkül):

– Erőművi rendszerek:

- Hűtővíz,
- Tápvíz,
- Gőz,
- Kondenz,
- Energiahordozók (hűtés / fűtés / tüzelőanyag)
- Stb.

– Vegyipari rendszerek:

- Vegyianyagok,
- Energiahordozók,
- Fűtőgőz
- Stb.

– Üzemviteli rendszerek:

- Hűtő és kenőrendszer,
- Sűrített levegő,
- Gáz rendszer (N_2 , H_2 , O_2),
- Gőz rendszer
- Stb.

A kiszolgáló hálózatok esetében a szállítandó közeg / energia mennyisége (üzemállapotok alapján) pontosan meghatározott.

A kiszolgáló hálózatok topológiai kialakítása általában lineáris (fa), azaz a betáplálási ponttól az elvételi pont(ok)ig csak egyetlen "útvonal"-on juthat el a közeg, az egyes szegmenseken az áramlás általában csak egy irányú.

1.3.3. Hálózatok "méretezése" a kialakítás függvényében

Kiszolgáló hálózatok esetében az útvonal egyes szegmensein – az elvételi pont(ok)-tól (a csomópontokon keresztül) a betáplálási pontra eljutva, azok "kapacitása" (megkövetelt áteresztő képessége) egyértelműen meghatározható (fogyasztások összegzése).

Ezzel szemben, a szállító hálózatok esetében, mivel a szállítandó közeg betáplálási ponttól több, különböző útvonalon is eljuthat az elvételi pontra, így akár egy adott elvételi pontra be- kötött szegmenseken egyidejű szállítás is lehetséges. Ezen hálózatoknál – nagy kiterjedésük és kialakításuk (föld alatti) miatt gondos tervezés szükséges a hálózati szegmensek kapacitásának – azaz a cső átmérőnek – a meghatározásához. Mind műszaki, mind gazdasági szempontból fontos az optimális csőátmérő meghatározása, hogy mind a szállítási veszteségeket, mind a hálózat kialakításának költségeit optimális szinten tarthassuk.

A továbbiakban elsőként leírjuk egy hálózat hidraulikai leírásának menetét, majd egy egyszerű példán – egy kis méretű gravitációs ivóvíz hálózaton – keresztül bemutatunk egy lehetséges optimalizálási eljárást. Mind a modell készítés, mind az optimalizáció elve szállító- és kiszolgáló hálózatok esetében is egyaránt használható lehet.

1.4. Optimális csőátmérők megválasztása (irodalmi áttekintés)

Magát az optimalizálási problémát többféleképpen lehet megfogalmazni. A legegyszerűbb módon a D_i csőátmérőket használjuk ismeretlenként. Mivel azonban a csőátmérők a kereskedelemben diszkrét méreteken kaphatók, ez diszkrét optimalizálási problémához vezet (folytonos helyett), amelyek bonyolultsága jóval meghaladja a folytonos problémákét.

Kezdjük tehát a feladat átmérőkben folytonos megfogalmazását. Tekintsünk egy csővezetékrendszert, mely N_l darab csőből áll (az l index az angol "link" szóra utal). Az i -edik cső hossza L_i és átmérője D_i . Legyen adott egy C célfüggvény is, mely mindkét változótól függ, tehát $C(L_1, D_1, L_2, D_2, \dots, L_{N_l}, D_{N_l})$. Ekkor keressük azokat a D átmérőket, melyekre

$$\begin{aligned} & \underset{D}{\text{minimize}} && C(\hat{L}, D) \\ & \text{subject to} && H_{\min} \leq H_i \leq H_{\max} \quad i = 1 \dots N_n \\ & && D_{\min} \leq D_i \leq D_{\max} \quad i = 1 \dots N_l \end{aligned}$$

Itt \hat{L} azt hangsúlyozza, hogy a csőhosszak természetesen állandóak. A H_i csomópontbeli nyomásokat (N_n darab) egy hidraulikai szimuláció segítségével számítjuk ki, formálisan a

$$[Q, H] = \text{hydr_solver}(D)$$

hidraulikai megoldó hívásával.

Azonban az így kapott D_{opt} optimális átmérők nem lesznek szabványosak, azokat kerekítünk szükségessé, amivel természetesen "elrontjuk" az optimális eredményt.

Ez a probléma áthidalható egy másik megfogalmazással. Rögzítsünk előre N_s lehetséges (diszkrét) kereskedelmi forgalomban kapható átmérőt, melyek rendre D_1, D_2, \dots, D_{N_s} . Az i -edik csövet úgy képzeljük el, mint egy N_s darab szegmensre osztott vezeték, ahol az m -edik szeg-

mens hossza L_{jm} , átmérője D_m . Ekkor az optimalizálási feladat:

$$\begin{aligned} & \underset{L}{\text{minimize}} && C(L, \hat{D}) \\ & \text{subject to} && H_{min} \leq H_i \leq H_{max} \quad i = 1 \dots N_n \\ & && 0 \leq L_{jm} \leq L_j \quad j = 1 \dots N_l, m = 1 \dots N_s \\ & && \sum_{m=1}^{N_s} L_{jm} = L_j \quad j = 1 \dots N_l, \end{aligned}$$

ahol az utolsó feltétel azt biztosítja, hogy a szegmensek összhossza kiadja a j -edik cső eredeti hosszát. Ennél a megfogalmazásnál a D átmérők állandók, ezért jelöljük \hat{D} -vel ezeket.

Rögtön felmerülhet a kérdés, hogy miért nem lehetséges a csőátmérőket folytonos változóként kezelve megoldani a problémát, majd az adott L_j hosszúságú szakaszra kapott D_{opt} csőátmérő helyett olyan L_{1,D_1} és L_{1,D_2} hosszúságú, D_1 és D_2 szabványos átmérőjű csőszakaszokból megépíteni (természetesen $L_1 = L_{1,D_1} + L_{1,D_2}$), melyek hidraulikailag egyenértékűek az optimális átmérővel? Nos, mint azt látni fogjuk a 4.1.5. fejezetben, az így kapott megoldás nem az optimumot adja.

A probléma másik megfogalmazása természetesen régóta ismert az irodalomban és split-pipe tervezési módszernek nevezik (lásd [13, 2]): a j csövet (linket) különböző átmérőjű és hosszúságú szegmensekre osztjuk; az átmérők előre meghatározott, kereskedelmi forgalomban kapható méretek. A szokásos irodalmi jelölésekkel: egy $L_j = \sum_k x_{jm}$ kiegészítő mellékfelételt írunk elő, ahol x_{jm} a D_m átmérőjű szegmens hossza a j linken belül, tehát a különböző (előre megkötött átmérőjű) szegmensek összhossza ki kell adja a cső teljes hosszát. (Ha egy adott átmérőt nem használunk a j . cső mentén, akkor a megfelelő x_{jm} érték nulla lesz.)

[2] egy kétlépcsős LPG (linear programming with gradient) módszert javasolt, amely lineáris programozási technikára támaszkodik, és gradiens keresésbe ágyazott. Ebben a megközelítésben a hidraulikai egyenletek (folytonossági és peremegyenletek) be vannak ágyazva a módszerbe, ezért nem alkalmaznak "külső" hidraulikai szimulációt. Szellemessége és fontossága miatt ezt a módszert röviden ismertetjük. A *belső probléma* ismert (becsült) áramlási sebességeket feltételez, és a csövek költségét minimalizálja:

$$\begin{aligned} & \underset{x}{\text{minimize}} && \sum c_m x_{jm} \\ & \text{subject to} && L_j = \sum x_{jm} \quad j = 1 \dots N_D \\ & && H_{min} \leq H_i \leq H_{max} \quad i = 1 \dots N_n \\ & && x_{jm} \geq 0 \\ & && \sum_{j \in \text{path}_k} \sum_m J_{jm} x_{jm} = b_j \quad j = 1 \dots N_c + N_o \end{aligned}$$

Itt x_{jm} a D_m átmérőjű szegmens hossza a j -edik csövön belül, c_m az m -edik átmérő folyóméter-költsége, L_j a j -edik cső összhossza. H_{min} és H_{max} az előírt minimális és maximális nyomás, J_{jm} pedig a hidraulikai gradiens. Ezen utolsó feltétel a nyílt utak (ismert nyomású csomópontokat összekötő utak) és a hurkok (zárt utak) összegzése és tulajdonképpen a H_i nyomások kiszámítására használjuk. Nyílt utak esetén $b_j \neq 0$ (ismert nyomáskülönbség), míg záródó hurkok esetén $b_j = 0$.

A külső probléma úgy frissíti az áramlási sebességeket, hogy a fenti költségfüggvény minimális legyen. Most a belső lineáris programozási problémát az áramlási sebességek függvényeként tekintjük, ami LP(Q), a nyomásokra vonatkozó korlátok halmazával a következő formában

$$\sum_p \sum_m J_{pm} x_{jm} = b_p, \quad (1)$$

ahol a külső összeg (p index) *paths*-ra utal, amelyek vagy két csomópontot kötnek össze előírt nyomással (amelyeknél b_p egyszerűen a nyomáskülönbség), vagy zárt utakra (hurkokra), amelyeknél $b_p = 0$. J_{pm} a m (D_m átmérőjű) szegmens hidraulikai gradiensét jelenti a p kapcsolat mentén, azaz $J_{pm} x_{pm}$ a szakasz mentén fellépő nyomásveszteség. A fő gondolat tehát az, hogy ahelyett, hogy az LP(Q) (1) alávetett LP(Q) minimalizálásának problémáját oldjuk meg, a *duális problémát* oldjuk meg, azaz a $b_p(Q)$ minden elemének *kényszer nélküli* maximalizálását. A $\partial b_p / \partial Q_p$ parciális deriváltak (azaz a b_p gradiense) keresési irányokat ad az áramlási sebesség javítására (a gradiens eredeti kifejezése [2]-ben található, később [?]-ban tovább javította a módszert. Így tehát ez a módszer *beágyazott* hidraulikai megoldót alkalmazott.

Tíz évvel később [10] újra megvizsgálta az LPG technikát, mátrixos megfogalmazást adott, és megmutatta, hogy a célfüggvény gradiense független a ciklusok és az utak kiválasztásától. Ezen túlmenően egy vetített gradiens algoritmust is alkalmaztak, amely nemcsak a konvergencia tulajdonságait javította, hanem (valódi) lokális optimumokat is eredményezett, ellentétben az eredeti gradiens módszerrel [5].

[5] alapos elemzést adott az LPG technikáról, és megmutatta, hogy a célfüggvény még egy egyhurkú rendszer esetében is milyen bonyolult lehet: a kezdeti feltételektől függően bármely gradiens alapú optimalizálási technika valószínűleg csapdába esik a *sok lokális minimum* valamelyikében. Még érdekesebb, hogy kimutatták, hogy a lokális minimumok (legalábbis a dolgozatban tárgyalt optimális átmérő probléma esetében) a rendszer fájának felelnek meg, vagyis amikor az összes hurkot egy olyan láncszem töri meg, amelynek átmérője nullára van állítva. Ezért szükséges olyan minimális áramlási követelményeket bevezetni, amelyek megakadályozzák a faszzerű hálózatok kialakulását.

1.4.1. Megoldási stratégia "külső" hidraulikus megoldóval

Számos ipari alkalmazásban kalibrált és rendszeresen frissített hidraulikai modellek állnak rendelkezésre, amelyeket napi szinten használnak. Ilyen esetekben ésszerű olyan optimalizációs algoritmusokat használni, amelyek a hidraulikai modellt "fekete dobozként" kezelik, azaz egyetlen függvényhívásként használjuk, pl. $[Q, h, dh]=hydr_solver(pars)$, ahol $pars$ a WDS-t leíró paraméterek (hosszok, átmérők, topológia, igények stb.), a solver pedig az áramlási sebességeket, csomóponti magasságokat vagy nyomáseséseket adja meg. A Matlab EPANET Toolbox [7] például lehetővé teszi, hogy kényelmesen használjuk pl. a Matlab optimalizáló függvényeit, mégis EPANET bemeneti fájlokat használva. Az előző szakaszban ismertetett módszerekkel ellentétben ilyen esetekben a *a hidraulikai megoldó be van ágyazva az EPANET-be*, és korlátozottak a lehetőségek az optimalizáló személyre szabásában. Nyilvánvaló, hogy a hidraulikai megoldó + optimalizáló párosítás lehet bármilyen elérhető szoftver, az EPANET és a Matlab csak tetszőleges példaként lett kiválasztva.

A hidraulikai hálózatok (WDS¹) optimalizálása természeténél fogva nemlineáris probléma (akár több lokális minimummal, ld. [2]), ezért ésszerű feltételezni, hogy a tisztán gradiens alapú technikák könnyen megrekednek a lokális optimumokban, és nemlineáris programozási módszerekre van szükség. Az ilyen megoldók egyik sajátos családját a sztochasztikus optimalizálási technikák alkotják, amelyek nem garantálják az optimum megtalálását, ugyanakkor gradiens-mentesek és pusztán a célfüggvényt használják a keresés irányítására. Ezek a módszerek jellemzően egyszerre sok megoldási jelöltet vizsgálnak, biztosítva, hogy a keresési tér (esetleg) széles tartományát lefedjék, így elkerülhető, hogy egy lokális minimumban ragadjanak. Jellemzően könnyen kezelik a diszkrét változókat, a nemlinearitást és a célfüggvény "töréseit" is, de rosszul teljesítenek szigorú mellékfeltételek esetében. Egy másik korlátozó tényező a szükséges függvény kiértékelések nagy száma, mivel a gradiens információk nem kerülnek felhasználásra. A genetikus algoritmusok, a szimulált lágyítás, a tabu-keresés, a hangyatelep, a részecskerajok gyakoriak a metaheurisztikákban. Ilyen optimalizálóra példa az [8], ahol az Alperovits és Shamir [2] kéthurkos problémájának megoldására a shuffled frog leaping algoritmust használták. A korlátok büntetésként hozzáadódnak a teljes költséghez, hogy a probléma mellékfeltétel-mentes legyen. A módszer sikeresen megtalálta két jól dokumentált probléma (a kéthurkos hálózat és egy hanoi hálózat) optimális megoldását, míg közel optimális megoldást adott a New York-i vízellátás kiterjesztésére.

¹ Water distribution system

1.4.2. Optimalizálás a vízminőség vagy megbízhatóság biztosítása mellett

A csövek költsége mellett a vízkezelés költsége is érdekes lehet [12]. Feltételezve, hogy a minőségi eloszlás nincs hatással a hidraulikára, megoldható a lineáris csővezeték legkisebb költségű probléma (P1-QH) a fent leírtak szerint, kiegészítve a szivattyútelepekkel és azok működésével, valamint a csomóponti magasságokra vonatkozó korlátozásokkal, hosszkorlátozásokkal, a szivattyútelepek teljesítménykorlátozásaival, többféle terhelési (igény) feltételre. A második részprobléma (P1-QC) a legkisebb kezelési költség meghatározása az adott vízminőségi korlátozások és a maximálisan lehetséges szennyezőanyag-eltávolítási arányok teljesítése mellett. Mind a tőke-, mind az üzemeltetési költségeket a (tényleges) eltávolítási arányok és a kezelőberendezés maximális eltávolítási arányainak négyzetes függvényének feltételezzük, mivel mindkettő döntési változó. Az áramlási sebességek implicit módon befolyásolják a minőségi részproblémát a vízminőségre gyakorolt hatásukon keresztül. A tanulmány azt is kiemeli, hogy a "külső" probléma dimenziójának jelentős csökkentése érhető el a körkörös áramlások használatával; azaz ahelyett, hogy az összes szélső áramlási sebességet változóként használnánk, minden ciklushoz és útvonalhoz egy körkörös áramlást választunk, ami lehetővé teszi a többi áramlási sebesség kiszámítását a folytonossági egyenleten keresztül.

A rendszer megbízhatósága (ellenállóképessége) is érdekes lehet, ha meg akarjuk őrizni a rendszer azon képességét, hogy még meghibásodás esetén is elegendő mennyiségű vizet tudjon szolgáltatni. Erre találhatunk példát a [5] tanulmányban.

1.5. Célkitűzések

Jelen dolgozat célja olyan módszer (program) kidolgozása, amely csőhálózatok optimális átmérőinek meghatározására alkalmas és "külső" hidraulikai megoldót használ. Ehhez praktikus okok miatt ragaszkodunk: ahogy már említettük, sok esetben az ipari cégek már alkalmaznak ilyen szoftvert, amiben a hálózat megbízhatóan elérhető és a hidraulikai számítás könnyen elvégezhető.

A dolgozat a következő részekből épül fel: a2. fejezetben áttekintjük a csőhálózatok hidraulikai vizsgálatával kapcsolatos legfontosabb szempontokat, majd ismertetjük a modell elkészítésének folyamatát. Ezt követően a 3. fejezetben ismertetjük a példa hálózatunkat, majd a 4. fejezetben először ismertetjük az optimalizáció lépéseit, majd leírjuk az általunk választott módszereket és annak megvalósítását, végül közöljük a kapott eredményeket.

2. Csőhálózatok hidraulikai vizsgálata

Ebben a fejezetben összefoglaljuk a csőhálózatok hidraulikai modellezésével kapcsolatos alapvető módszereket [1, 4, 11] alapján.

2.1. Feltételek

A modell megalkotásánál az alábbi feltételeket szabtuk:

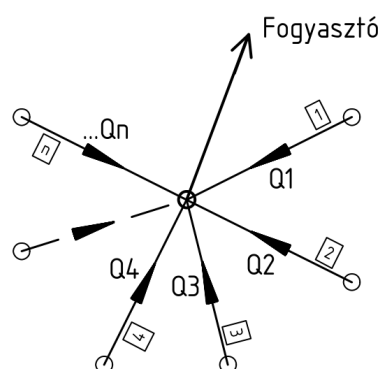
- a szállított közeg (a példa hálózat esetében víz) összenyomhatatlan és teljesen kitölti a szerelvényeket,
- a közeg sűrűsége állandó $\rho = \text{állandó}$,
- a közeg newtoni folyadék,
- a rendszer stacionárius állapotban van.

2.2. A hálózat építőelemei

A hálózat-modellt csomópontokból és ágelemekből építjük fel. Az alábbiakban csak a példa-hálózatot felépítő elemek leírását részletezzük.

2.2.1. Csomópontok

A csomópontok lesznek az ágelemek kiindulási és érkezési pontjai. Egy általános csomópontban n darab ágelem találkozik. A csomóponthoz a beérkező ágelemen kívül egy fogyasztási érték (f) is tartozik. A csomópontba érkező térfogat áramot pozitív, míg a csomópontból távozót negatív előjellel vesszük fel.



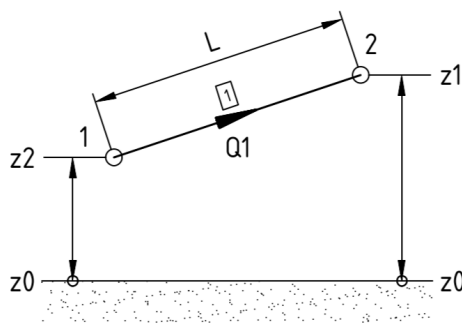
2. ábra. Általános csomópont

A csomópont az alábbi egyenlettel írható le:

$$f = \sum_{i=1}^n \delta_i Q_i \quad (2)$$

2.2.2. Ágelemek

Az ágelemek lehetnek: csövek, fittingek, szerelvények (szelepek, szűrők stb.), műszerek (áramlásmérő stb.), berendezések (szivattyú, hőcserélő stb.). Speciális ágelemek a tartály és a medence.



3. ábra. Általános ágelem

Az ágelemek két csomópont között helyezkednek el, azokat kötik össze. Az ágelemekre felírható egyenlet:

$$f(Q) = p_1 - p_2 \quad (3)$$

Vagyis az egyes ágelemek a nyomásesés a térfogatáram függvénye.

2.2.3. Csövek

A legfontosabb ágelemek a csövek. Leggyakrabban, a példa hálózat esetén is körkeresztmetű csöveket használunk, de előfordulhatnak más keresztmetszetek is (például szennyvíz elvezetésénél használnak ellipszis- vagy oválszelvényű csöveket). Kör keresztmetszetű csövek esetén, a csövek keresztmetszetét az alábbi módon számíthatjuk a belső átmérő ismeretében. (A továbbiakban ha egy cső átmérőjéről beszélünk, a belső átmérőt értjük alatta.)

$$A = \frac{D^2 \pi}{4} \quad (4)$$

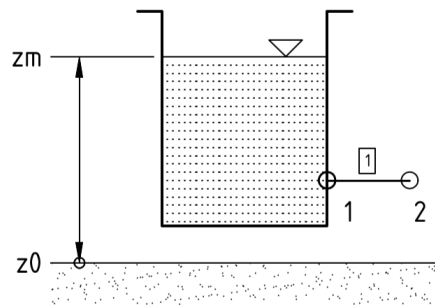
Csövek általános leírása esetén a a nyomásesést a kezdő és végpont között felírt veszteségtényezővel kiegészített Bernoulli-egyenlettel számíthatjuk:

$$p_1 - p_2 = \rho g(z_v - z_e) + \lambda \frac{L}{D} \frac{\rho}{2} \frac{Q|Q|}{A^2} \quad (5)$$

2.2.4. Medencék

A medencék klasszikus értelemben nem tekinthetők ágelemnek, mivel csak egy "bekötési ponttal" rendelkeznek, közvetlenül kapcsolódnak egy csomóponthoz. Alapvető esetben a medencék csomópontjához csak egyetlen ágelem kapcsolódik. Mivel stacionárius esetet vizsgálunk, a medencék vízszintje (z_m) egy állandó érték. Jelleggörbájük a Bernoulli-egyenlet segítségével leírható:

$$p_{csp} = \rho g(z_m - z_{csp}) + p_0 \quad (6)$$



4. ábra. Általános medence

2.3. A modell felépítése, egyenletrendszer felírása

A modellt a fent leírt építőelemekből állíthatjuk össze. Elsőként meghatározzuk a csomópontokat, majd az őket összekötő ágelemeket. A hálózatról a jobb átláthatóság érdekében ábrát készítünk, amin a fontosabb adatokat meg is jelenítjük.

A modell topológiai felépítése után fel kell írunk az ismert adatokat és a peremfeltételeket. Ezek után minden egyes csomópontra és ágelemre fel tudunk írni egy-egy egyenletet. A csomóponti egyenleteknél az adott csomópontban jelentkező nyomások, míg az ágelemek egyenleteinél az ágelem térfogatáram értékei lesznek a keresett ismeretlenek. Ez minden egyenlet esetén egy-egy ismeretlent jelent, tehát egy jól definiált, nagyméretű, nemlineáris algebrai egyenletrendszert kapunk.

A hálózat teljes hidraulikai leírásához meg kell oldanunk a létrehozott egyenletrendszert. Ezt több módon is megtehetjük: az egyenletrendszer linearizálásával majd szakaszos lineáris interpolációval vagy Newton-módszerrel, lásd [1].

2.4. Programozási környezet

A feladat első lépése a hálózat hidraulikai modelljének létrehozása. A modellt az EPANET nevű program segítségével készítjük el. Az EPANET (Environmental Protection Agency Network Evaluation Tool) az Amerikai Egyesült Államok Környezetvédelmi Ügynökségének (EPA) vízellátási és vízkészletekkel foglalkozó részlege által kifejlesztett szoftvercsomag. A program alkalmas nyomás alatt álló hidraulikai rendszerek modelljének felépítésére, továbbá a csőhálózatokon belüli hidraulikai és vízminőségi folyamatok szimulációjának elvégzésére.

Az EPANET-re két fontos szempont miatt esett a választás: az első a rendszer elkészítésének egyszerűsége a program grafikus felületén, a másik pedig az általunk készített hidraulikus megoldó egyszerű és gyors ellenőrzésének lehetősége.

Az EPANET-ben készült modellt egy egyszerű szövegfájlba exportálható, ami a számítási feladat elvégzésére szolgáló program bemeneteként szolgál.

A számítási feladatot magát (az előző alfejezetben ismertetett nagyméretű nemlineáris algebrai egyenletrendszert) egy MATLAB programmal oldjuk meg, mely beolvassa az EPANET-ből exportált adatfájlt, felépíti a rendszert és elvégzi a hidraulikus számítást. Ennek a megoldónak a létrehozása nem alkotja jelen dolgozat tárgyát, azt "készen" kaptam témavezetőmtől, Dr. Hős Csabától.

3. A vizsgált csőhálózat

Az optimalizációra választott csőhálózat a [3] tanulmányban került először leírásra. Több későbbi, hálózat optimalizálással foglalkozó tanulmány ([5, 9]) ugyanezt a hálózatot használja mintának, így a feladat megoldása után lehetőségünk lesz a kapott eredmények összehasonlítására.

A vizsgált csőhálózat egy gravitációs hálózat. Ilyen rendszer esetén a közeg szállítását a medence hidrosztatikus nyomása biztosítja. Az alábbi adatokat ismerjük:

- a vízszint magasságát a medencében,
- a csomópontok magasságait,
- a csomópontok fogyasztását,
- az egyes csőszakaszok hosszát,
- a csövek súrlódási tényezőjét (C),
- illetve minden egyes csomópontra megállapítunk egy minimális nyomásértéket.

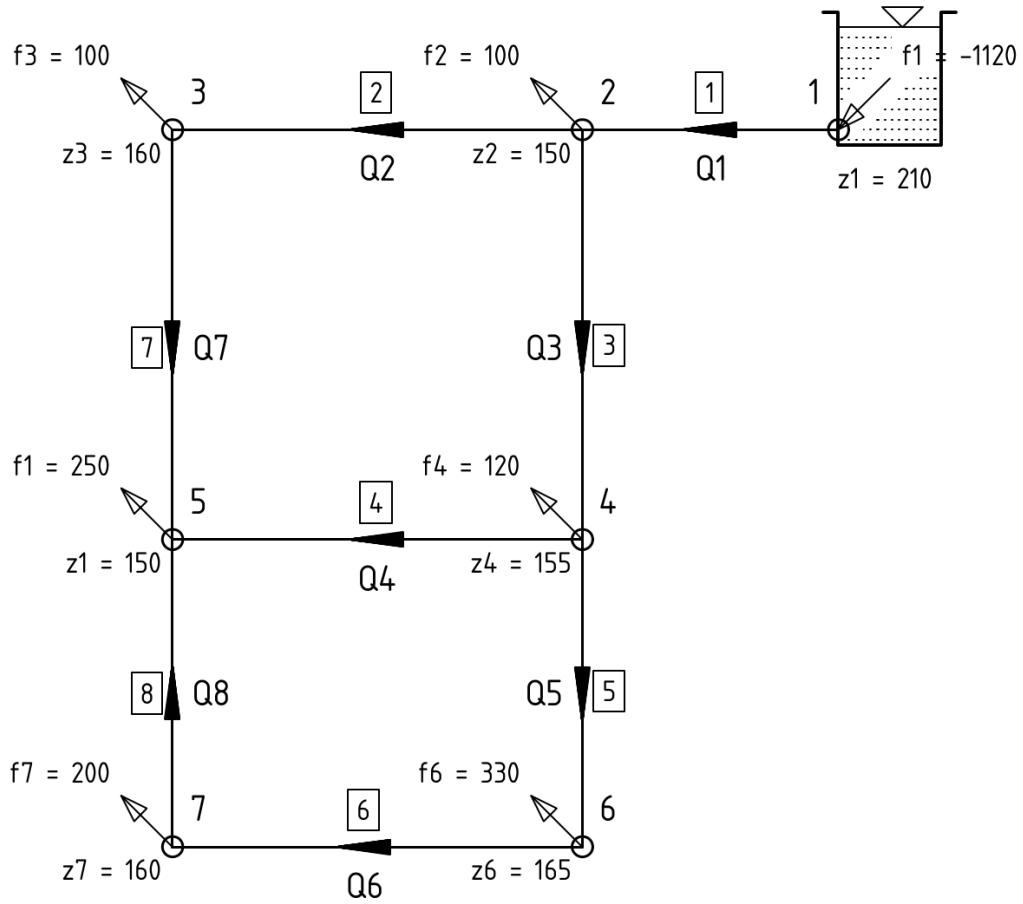
A csomópontok és csőszakaszok adatait táblázatos (1, 2) formában adom meg, illetve az ábrán (5) is jelölöm.

1. táblázat. Cső adatok

| Cső sz. | Hossz, m | C | Átmérő tartomány, inch | Átmérő tartomány, mm |
|---------|------------|-----|------------------------|------------------------|
| 1 | 1000 | 130 | 0-24 | 0-609.6 |
| 2 | 1000 | 130 | 0-24 | 0-609.6 |
| 3 | 1000 | 130 | 0-24 | 0-609.6 |
| 4 | 1000 | 130 | 0-24 | 0-609.6 |
| 5 | 1000 | 130 | 0-24 | 0-609.6 |
| 6 | 1000 | 130 | 0-24 | 0-609.6 |
| 7 | 1000 | 130 | 0-24 | 0-609.6 |
| 8 | 1000 | 130 | 0-24 | 0-609.6 |

A példa angolszász mértékegységeket használ, a csőátmérők megadására, illetve a csöveken eső nyomásesés meghatározására az Hazen-Williams (7) formulát használja, és az ehhez szükséges C csősúrlódási tényezőt ("pipe roughness coefficient") adja meg.

$$S = \frac{h_f}{L} = \frac{10.67 Q^{1.852}}{C^{1.852} d^{4.8704}} \quad (7)$$



5. ábra. A vizsgált vízhálózat

2. táblázat. Csomópont információ

| Csomópont | Magasság, m | p_{min} , m | Fogyasztás, m^3/h |
|-----------|---------------|-----------------|---------------------|
| 1 | 210 | 30 | -1120 |
| 2 | 150 | 30 | 100 |
| 3 | 160 | 30 | 100 |
| 4 | 155 | 30 | 120 |
| 5 | 150 | 30 | 270 |
| 6 | 165 | 30 | 330 |
| 7 | 160 | 30 | 200 |

Az optimalizációhoz megadott adatok:

- választható szabványos csőátmérők
- és az adott csőátmérőhöz tartozó folyóméter ára.

Az választható szabványos csőátmérők, és azok folyóméter ára a 3. táblázatban található.

3. táblázat. Cső méterárak

| Átmérő, inch | Átmérő, mm | Ár |
|--------------|------------|-----|
| 1 | 25.4 | 2 |
| 2 | 50.8 | 5 |
| 3 | 76.2 | 8 |
| 4 | 101.6 | 11 |
| 6 | 152.4 | 16 |
| 8 | 203.2 | 23 |
| 10 | 254 | 32 |
| 12 | 304.8 | 50 |
| 14 | 355.6 | 60 |
| 16 | 406.4 | 90 |
| 18 | 457.2 | 130 |
| 20 | 508 | 170 |
| 22 | 558.8 | 300 |
| 24 | 609.6 | 550 |

4. Optimalizáció

A célunk egy adott csőhálózat csőátmérő eloszlásának (minden egyes csőág átmérőjének) meghatározása úgy, hogy a rendszer költsége a lehető legkisebb legyen.

4.1. Átmérő optimalizálás

4.1.1. Csőhálózat költségei

Az optimalizáció célja a költségek minimalizálása, egyes csövek átmérőjének változtatásával. Csőhálózatok esetén a teljes költség két részből áll össze: a beruházási- és az üzemeltetési költségből. A beruházási költség egyszeri kiadás, a csövek árát, fektetési költségét, az esetleges szerelvények költségeit, illetve a tervezési költséget fedezi. Az üzemeltetési költség nem egyszeri kiadás, hanem folyamatos költség, ami a rendszer működtetéséhez szükséges kiadásokat fedezi: villamos áram ára a szivattyúk működtetéséhez, karbantartási költség stb. Ahhoz, hogy a költségeket összehasonlíthassuk meg kell határoznunk egy megtérülési időt. A teljes üzemeltetési költséget a megtérülési idő alatt kell összegeznünk. Ezek után már megkapjuk a teljes költséget a beruházási és az üzemeltetési összegeként.

$$C_{\text{telj}} = C_{\text{beru}} + C_{\text{üzem}} \cdot t_{\text{megt}} \quad (8)$$

4.1.2. Bekerülési költség

A csőátmérők változtatásával a bekerülési költség egyetlen összetevője változik: a csövek ára (ha van fektetési költség ezt is számolnunk kell, a feladat során ettől eltekintettünk). Csöveket szabványos méretek szerint tudunk vásárolni, gyártótól függően adott szállítási hosszban. Egy adott cső árát a következő képpen számoljuk: egy adott cső darab ára (C_n) megegyezik az adott átmérőjű csőhöz tartozó méterárral (C_D) és az adott cső hosszának (L_n) szorzatával.

$$C_n = c_d(D_n) \cdot L_n \quad (9)$$

$$C_{\text{beru}} = \sum_{i=1}^n C_n \quad (10)$$

Az ebben a dolgozatban használt konkrét értékeket a 3. táblázatban találhatók.

4.1.3. Üzemeltetési költség

Az üzemeltetés költségei közül az átmérők változtatásának hatására csak a szivattyúk működtetéséhez szükséges elektromos teljesítmény, azaz a villamos fogyasztás költsége változik. A

(3)-mas egyenlet alapján meghatározhatjuk a nyomásvesztés és az átmérő közti összefüggést:

$$\Delta p = \lambda \frac{L}{D} \frac{\rho}{2} \frac{Q|Q|}{A^2} = \lambda \frac{L}{D} \frac{\rho}{2} \frac{Q|Q|}{\frac{D^2\pi}{4}} = \lambda \frac{L}{D} \frac{\rho}{2} \frac{Q|Q|}{\left(\frac{D^2\pi}{4}\right)^2} = \frac{8\lambda L\rho Q|Q|}{\pi^2 D^5} \quad (11)$$

Ezek alapján egy adott csövön állandó térfogatáram esetén a csősúrlódási veszteség fordítottan arányos a cső átmérőjének 5. hatványával:

$$\Delta p = k \cdot \frac{1}{D^5} \quad (12)$$

Ezek alapján egy csőszakaszon eső hidraulikus teljesítmény:

$$P_{n;h} = \Delta p_n \cdot Q_n \quad (13)$$

Ezt a teljesítményt a rendszerben található szivattyúk fogják fedezni, amiknek a kiválasztott csőszakaszra eső fogyasztása:

$$P_{n,vill.} = P_{n;h} \cdot \eta = \Delta p_n \cdot Q_n \cdot \eta \quad (14)$$

A villamos áram ára:

$$C_{n,vill.} = P_{n,vill.} \cdot c_{vill.} \quad (15)$$

,ahol $c_{vill.}$ a villamosáram fogyasztói ára.

$$C_{vill.} = \sum_{i=1}^n C_{n,vill.} \quad (16)$$

Ahogy azt már említettem az általunk vizsgált hálózat egy gravitációs rendszer, vagyis a közeg szállítását nem szivattyú, hanem a magasság különbségekből adódó nyomás különbségek végzik. Így a hálózatunknak nincs villamos energia fogyasztása, az üzemeltetési költség értéke nulla lesz. Mégis fontosnak tartottuk az üzemeltetési költség meghatározásának leírását, egyrészt mert a csöveken eső veszteségek a továbbiakban is fontos szerepet kapnak (a peremfeltételek teljesítése miatt és az egyenértékű csőszakaszok meghatározásánál), másrészt ahogy azt már többször is leírtuk, a dolgozatban bemutatott optimalizációs módszer bonyolultabb, szivattyúkat használó hálózatok esetében is használható.

4.1.4. Példa egyetlen csőszakaszra

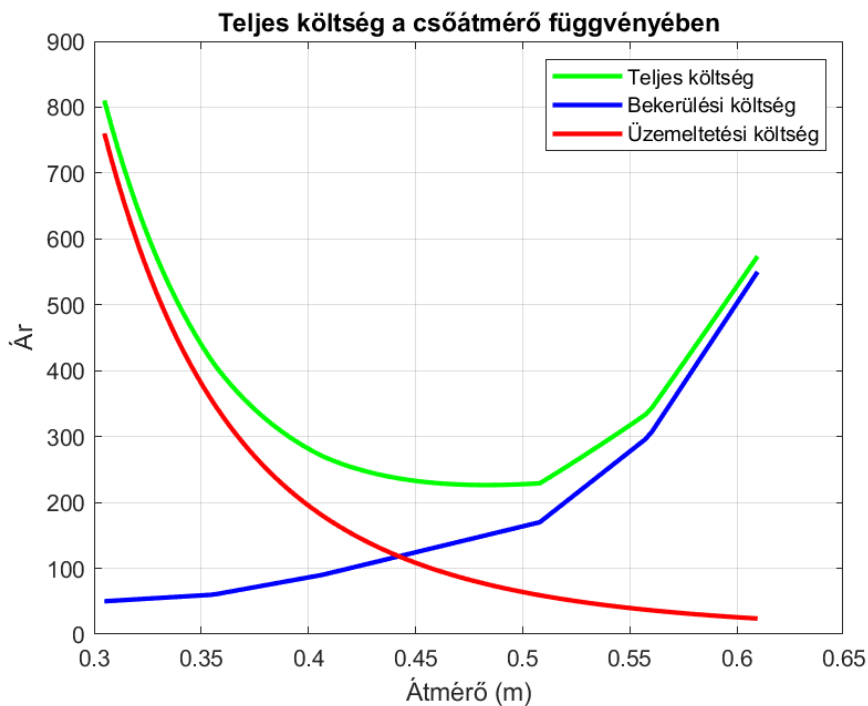
A költségek és kiszámításuk jobb megértése érdekében vizsgáljunk meg egy csőhálózat egyetlen szakaszának optimalizációját.

Határozzuk meg az ideális csőátmérőt, ha a bekerülési költség a kiválasztott csőszakasz ára, az üzemeltetési költség pedig a csövön átfolyó térfogatáram biztosításához szükséges villamos energia ára!

Az alábbi adatokat ismerjük:

- a cső hosszát,
- a csősúrlódási tényezőt,
- a csövön átfolyó térfogatáramot,
- a cső végpontján előírt nyomást,
- a csövek árát
- a villamos energia árát (ϵ) és a megtérülési időt.

Egyetlen cső optimális átmérőjének meghatározása a teljes-költség függvény minimumának megkeresése. A függvény minimum helye az ideális csőátmérő, míg a függvény minimum értéke az ideális átmérőhöz tartozó teljes költség lesz.



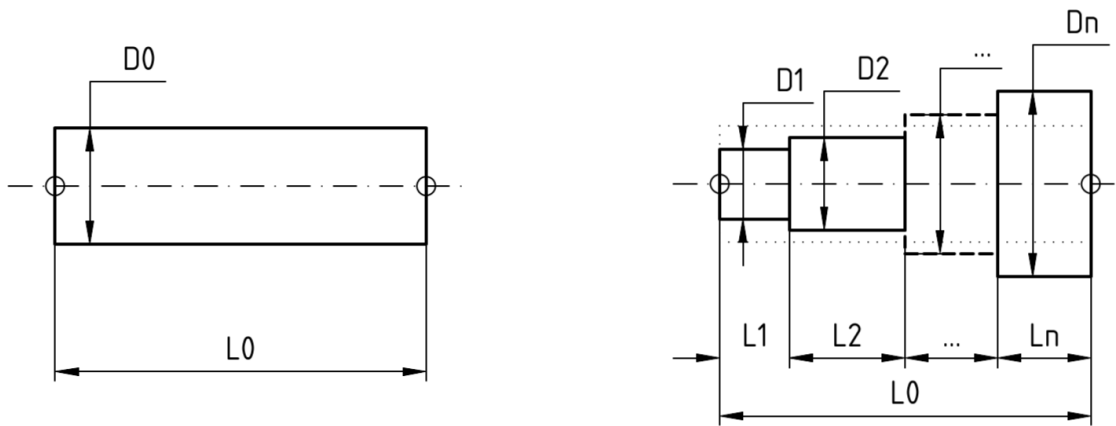
6. ábra. Költségek alakulása

A függvények összefüggéseit is meghatározhatjuk: A bekerülési költség a cső folyóméter árából függ, amit a szabványos értékek közti lineáris interpolációval határoztunk meg, így a bekerülési költség folytonos függvény. Az üzemeltetési költség egyetlen változója a nyomásvesztés, ami ahogy azt már korábban levezettük (12) az átmérő ötödik hatványával fordítottan arányos.

4.1.5. Hidraulikailag egyenértékű csőszakasz

A csőátmérő optimalizáció eredményül nem feltétlenül ad szabványos átmérőjű megoldásokat, hiszen a megoldás során folytonos függvényekkel számoltunk. Így az optimalizáció után meg kell határoznunk a megvalósítható optimális rendszert, csak a szabványos, kereskedelmi forgalomban elérhető átmérőjű csövek használatával. Ennek elérése érdekében az egyes, nem szabványos átmérővel rendelkező csőszakaszokat velük egyenértékű csőszakaszokra cseréljük, melyeket szabványos átmérőkből állítunk össze.

Egy adott átmérővel és hosszal rendelkező csőágat felcserélhetünk egy vele hidrosztatikailag egyenértékű, több különböző átmérőjű (szabványos) szegmensből összeállított csőaggal. Hidraulikailag egyenértékű csőág az, mely hidraulikailag megfeleltethető az eredeti csőágnak, vagyis az adott térfogatáram esetén a csőág nyomásesése megegyezik.



7. ábra. Hidraulikailag egyenértékű csőszakaszok

A különböző átmérőjű szakaszok hosszai:

$$L_0 = L_1 + L_2 + \dots + L_n \quad (17)$$

Nyomásesés az eredeti csőágon:

$$\Delta p_0 = \lambda \frac{L_0}{D_0} \frac{\rho Q^2}{2 A_0^2} \quad (18)$$

Nyomásesés az eredetivel egyenértékű csőágon:

$$\Delta p' = \lambda \frac{L_1}{D_1} \frac{\rho Q^2}{2 A_1^2} + \lambda \frac{L_2}{D_2} \frac{\rho Q^2}{2 A_2^2} + \dots + \lambda \frac{L_n}{D_n} \frac{\rho Q^2}{2 A_n^2} \quad (19)$$

Ha a két csőág hidraulikailag egyenértékű, a nyomásesések azon Q térfogatáram esetén megegyeznek:

$$\lambda \frac{L_0}{D_0} \frac{\rho}{2} \frac{Q^2}{A_0^2} = \lambda \frac{L_1}{D_1} \frac{\rho}{2} \frac{Q^2}{A_1^2} + \lambda \frac{L_2}{D_2} \frac{\rho}{2} \frac{Q^2}{A_2^2} + \dots + \lambda \frac{L_n}{D_n} \frac{\rho}{2} \frac{Q^2}{A_n^2} \quad (20)$$

Egyszerűsíthetünk a következő mennyiségekkel: λ , Q , ρ , így az egyenlet:

$$\frac{L_0}{D_0 A_0^2} = \frac{L_1}{D_1 A_1^2} + \frac{L_2}{D_2 A_2^2} + \dots + \frac{L_n}{D_n A_n^2} \quad (21)$$

Ezek alapján a kapott nem szabványos átmérőjű csőágakat felcserélhetjük szabványos átmérőjű szegmensekből felépülő, az egyes ágak hosszát tekintve megegyező hosszúságú csőágakra.

Fontos azonban észrevennünk, a módszer alkalmazásának van egy jelentős problémája: az új csőágak ára nem fog megegyezni az eredeti csőágak árával, hiszen a nyomásesés az átmérő ötödik hatványával fordítottan-, az ár pedig az átmérővel egyenesen arányos a szabványos átmérők között.

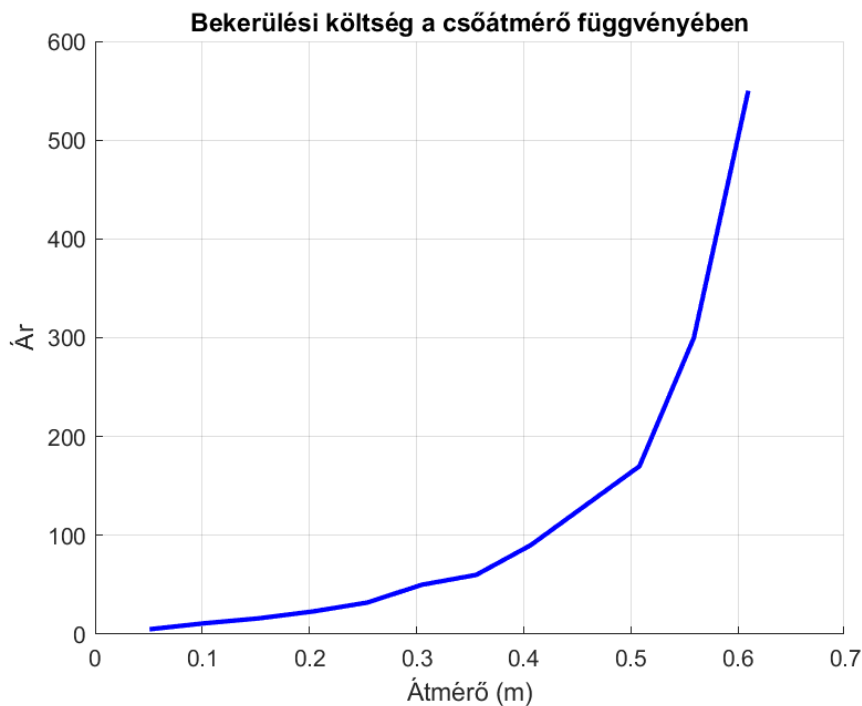
A feladat megoldása során tehát két lépésben kell optimalizálnunk, elsőként nem szabványos értékeket kapunk, majd ezekből kiindulva, a csőágakat szegmensekre bontva kiválasztjuk azok átmérőjét a rendelkezésünkre álló méretsből.

4.2. Optimális átmérők a példahálózat esetében

A 3. pontban leírt rendszernek elsőként az optimális csőátmérőit határozzuk meg az `fmincon` függvény használatával.

A MATLAB 'fmincon' függvénye egy hatékony optimalizálási eszköz, amelyet korlátos nem-lineáris optimalizálási problémák megoldására terveztek. A "function minimization with constraints" (függvényminimalizálás korlátozásokkal) rövidítése. Lehetővé teszi az egyenlőségi és egyenlőtlenégi korlátozások megadását is. Az 'fmincon' hatékonyan minimalizál (vagy maximalizál) egy célfüggvényt, miközben biztosíthatja, hogy a megoldás betartja a meghatározott megkötéseket.

A meghívott 'fmincon' függvénnyel az ár ("cost") meghatározására megírt függvényt optimalizáljuk. A "cost" függvény a rendszerben található ágelemek átmérői és a csőhosszai alapján számolja a beruházási költséget úgy, hogy a szabványos átmérő értékek között lineáris interpolációt hajt végre.



8. ábra. Lineáris interpoláció az ár meghatározásakor

A függvényben minimális nyomások korlátozását a "cost" függvényben állítjuk be. Ha bármelyik csomópontban 30 vízszlop méter alá esne a nyomás az árhoz egy magas "büntető összeget" adunk hozzá, így kiszűrve a korlátot nem teljesítő hálózat kialakításokat az optimalizálásból. Mivel a költség csak a csőátmérőktől függ, így arra számíthatunk, hogy legalább egy csomópontban a nyomás a korlátként megadott nyomásértékhez közelít, vagy azzal azonos

érték lesz.

A "cost" függvény minimális értéke az 'fmincon'-nal megoldva: **474750**

A kapott nyomások a csomópontokban az 4. táblázatban találhatóak. Látszik, hogy a legkisebb nyomás a 6-os csomópontban lesz, a nyomás értéke megegyezik a korlátként megadott 30 m-rel, tehát várakozásainknak megfelelően egy határhelyzethez közeli értéket kaptunk.

4. táblázat. Csomópontok értékei

| Csomópont | Nyomás, m |
|-----------|-------------|
| 2 | 52.37 |
| 3 | 38.25 |
| 4 | 43.58 |
| 5 | 44.57 |
| 6 | 30.00 |
| 7 | 31.16 |

A kapott optimális átmérők, térfogatáramok és nyomásesések a csőágakban a 5. táblázatban találhatóak.

5. táblázat. Optimális csőszakaszok adatai

| Csőszakasz | Átmérő, mm | Átmérő, inch | Térfogatáram, m^3/h | Nyomásesés, m |
|------------|------------|--------------|-----------------------|-----------------|
| 1 | 445.8 | 17.550 | 1120.00 | 7.63 |
| 2 | 350.3 | 13.790 | 425.51 | 4.11 |
| 3 | 430.8 | 16.960 | 594.49 | 2.79 |
| 4 | 184.3 | 7.254 | 96.23 | 6.00 |
| 5 | 327.8 | 12.910 | 378.26 | 4.57 |
| 6 | 155.3 | 6.114 | 48.26 | 3.84 |
| 7 | 308.2 | 12.130 | 325.51 | 4.67 |
| 8 | 264.0 | 10.390 | 151.74 | 2.42 |

4.3. Optimalizáció diszkrét csőátmérők esetén

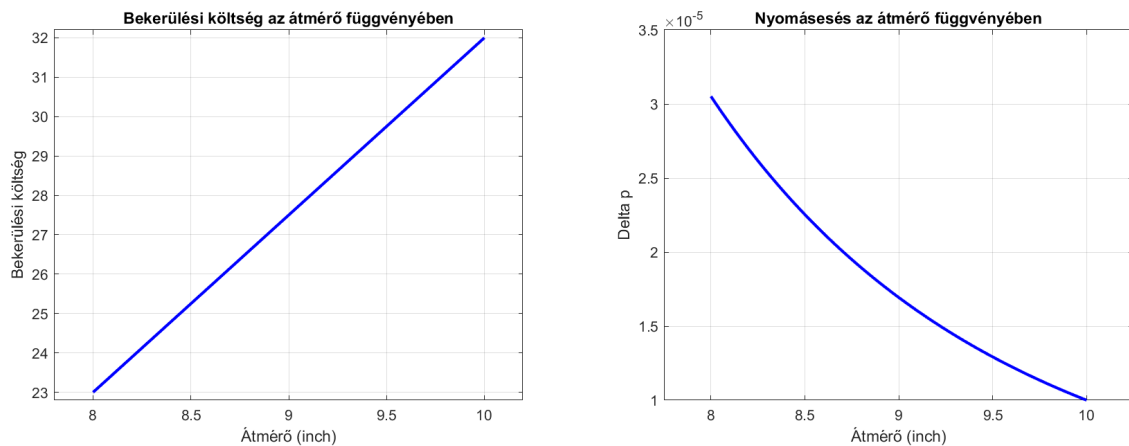
A feladat ezzel még nem ér véget, hiszen a kapott hálózat nem szabványos átmérőjű csőágakból áll. A következőkben szabványos átmérőkből építjük fel a hálózatot, az előbbieken már bemutatott "hidraulikailag egyenértékű csőágak" módszerével, majd ezt a rendszert optimalizáljuk.

4.3.1. Egyetlen cső esete

Elsőként megvizsgáljuk egyetlen csőág esetén az optimális, hidraulikailag egyenértékű csőágot, majd az átalakításból következő problémákat.

Szabványos átmérőkből végtelen számú különböző (az eredetivel hidraulikailag egyenértékű) csőágot tudunk készíteni. Ezek közül mindig a legolcsóbbat akarjuk kiválasztani. Ez minden esetben a kiindulási átmérő melletti két, szabványos átmérőjű szegmensből összeállított csőág lesz. Ez, az ár és a nyomásvesztés függvényeinek tulajdonságaiból következik, ugyanis az ár az átmérőnek lineáris függvénye, addig a nyomásesés az átmérő ötödik hatványával fordítottan arányos.

Szemléletesen fogalmazva, ha túl kicsi átmérőt akarunk használni a csőszakasz felépítéséhez az a megtakarított költséghez képest fajlagosan túl nagy nyomásesést okoz, amit csak sokkal hosszabb, nagyobb átmérőjű csövekkel tudunk "ellensúlyozni", így az ár aránytalanul megnő.



A grafikonokról szintén megállapítható, hogy a függvények alakjai miatt a kapott két szegmensből álló csőág ára nem fog megegyezni az eredeti csőág árával, hanem minden esetben, ha minimálisan is, de drágább lesz annál.

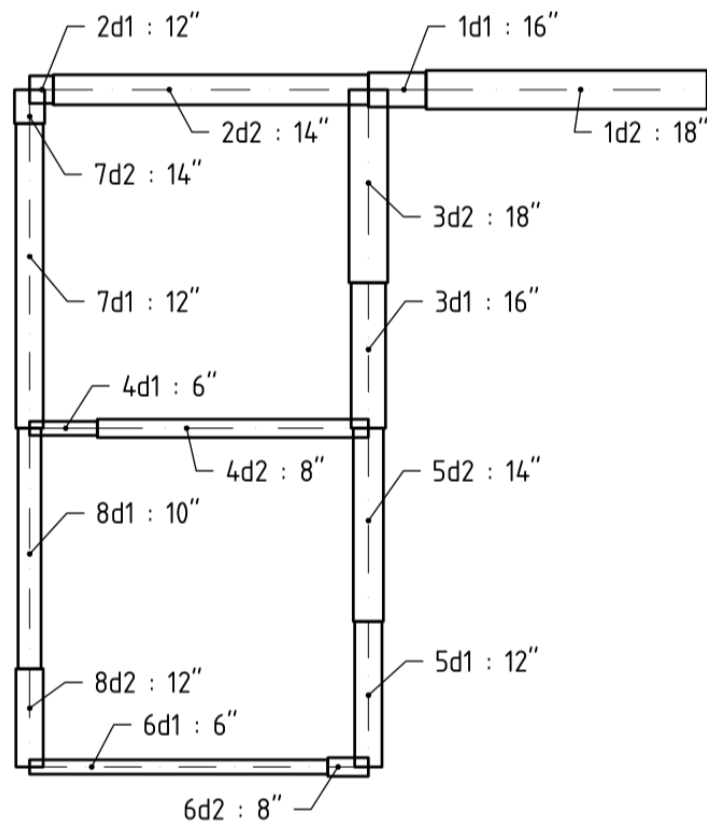
Ennek következtében, a hidraulikailag egyenértékűre cserélt csőág, bár hidraulikai tulajdonságaiban megegyezik az optimális, nem szabványos átmérőjű csőággal, a különböző árát tekintve mégsem lesz optimális.

Azt viszont bátran kijelenthetjük, hogy az optimálishoz közeli értéknek kell lennie, így megfelelő kiindulási alap lesz számunkra a következő optimalizációs lépésben.

4.3.2. A teljes hálózat optimalizációja

A fentiek alapján egyértelműen látszik, hogy újabb optimalizációs lépésre van szükségünk. A rendszert az előzőekben leírt, a 9. ábrán látható módon, csőáganként kettő, azaz összesen 16 különböző szegmensből állítjuk össze úgy, hogy az egyes csőágak hidraulikailag egyenértékűek legyenek az átmérő optimalizációval kapott rendszer ágelemeivel. Tudjuk, hogy ez a rendszer nem lesz optimális, de viszonylag közel lesz az optimálishoz, ezért innen fogjuk indítani a következő optimalizációs lépést. Az optimalizációs módszer kiválasztásánál a kiindulási állapotnak nagy jelentősége lehet a számítás lefutási idejében. Erre a későbbiekben részletesen kitérünk.

A hálózat pontos adatai a 6. táblázatban találhatóak.



9. ábra. Az átmérő optimalizálással kapott eredménnyel hidraulikailag egyenértékű rendszer

A várakozásoknak megfelelően a hidraulikusan egyenértékű hálózat teljes bekerülési költsége valóban magasabb a folytonos függvényekkel kapott, általános átmérőjű optimális hálózat költségeinél. Míg a általános átmérőjű hálózat minimális bekerülési költsége: **474750**, addig a vele hidraulikailag egyenértékű, szabványos átmérőkből felépített hálózaté: **477576**. Ez mind-

össze **0,595 százalékos** eltérés.

Az optimalizáció a csőszegmensek hosszának változtatásával történik. Mivel a csőágakat két különböző átmérőjű csőre osztottuk, így összesen 16 hossz érték változik, de mivel a hossz értékek csőáganként összefüggenek (összegük állandó: $L_n = L_{n1} + L_{n2}$), a tényleges ismeretlenek száma 8 lesz.

6. táblázat. Az egyenértékű hálózat adatai

| Csőszakasz | Szegmensek jelölése | Átmérők, inch | Átmérők, m | Szegmensek hossza, m |
|------------|---------------------|---------------|--------------|------------------------|
| 1 | 1d1 | 16 | 406.4 | 167.78 |
| | 1d2 | 18 | 457.2 | 832.22 |
| 2 | 2d1 | 12 | 304.8 | 67.59 |
| | 2d2 | 14 | 355.6 | 932.41 |
| 3 | 3d1 | 16 | 406.4 | 432.13 |
| | 3d2 | 18 | 457.2 | 567.87 |
| 4 | 4d1 | 6 | 152.4 | 196.46 |
| | 4d2 | 8 | 203.2 | 803.54 |
| 5 | 5d1 | 12 | 304.8 | 430.27 |
| | 5d2 | 14 | 355.6 | 569.73 |
| 6 | 6d1 | 6 | 152.4 | 882.24 |
| | 6d2 | 8 | 203.3 | 117.76 |
| 7 | 7d1 | 12 | 304.8 | 902.39 |
| | 7d2 | 14 | 355.6 | 97.61 |
| 8 | 8d1 | 10 | 254 | 708.91 |
| | 8d2 | 12 | 304.8 | 291.09 |

Az következő optimalizációs lépést több különböző módszerrel is próbáltuk megvalósítani, de a legjobb választásnak végül a MATLAB beépített genetikus algoritmusát bizonyult.

MATLAB genetikai algoritmus (GA) egy robusztus és sokoldalú optimalizálási technika, amelyet a természetes szelekció folyamata ihletett. Egyedülálló megközelítést kínál az összetett, többdimenziós és gyakran nemlineáris optimalizálási problémák megoldására. A genetika alapelveit utánozva, beleértve a szelekciót, a keresztezést és a mutációt, a genetikai algoritmus iteratív módon fejleszti a potenciális megoldások populációját, hogy megtalálja a változók optimális értékeit.

A genetikus algoritmus talán legnagyobb hátránya a módszer sebessége és energiaigénye. Azzal, hogy egy hidraulikusan egyenértékű rendszert választottunk ki kiindulásnak, az kiin-

dulási populációt az optimálishoz közeli értékekkel töltjük fel, így csökkentve a számítási időt.

A meghívott 'ga' függvényrel az előzőekben is használt ár ("cost") meghatározására megírt függvényt optimalizáljuk úgy, hogy a változó értékek az L csőhosszak legyenek.

A kapott eredmények a 10. ábrán és a 7. és 8. táblázatban találhatóak.

7. táblázat. Optimális rendszer szegmenseinek átmérői és hosszai

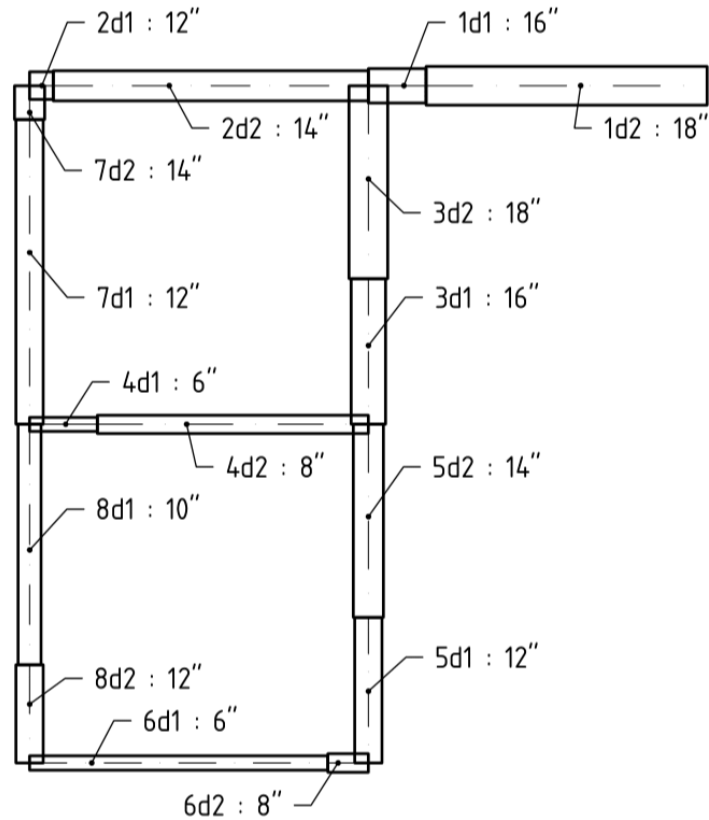
| Csőszakasz | Szegmensek jelölése | Átmérők, inch | Átmérők, m | Szegmensek hossza, m |
|------------|---------------------|---------------|--------------|------------------------|
| 1 | 1d1 | 16 | 406.4 | 169.2 |
| | 1d2 | 18 | 457.2 | 830.8 |
| 2 | 2d1 | 12 | 304.8 | 79.7 |
| | 2d2 | 14 | 355.6 | 920.3 |
| 3 | 3d1 | 16 | 406.4 | 487.2 |
| | 3d2 | 18 | 457.2 | 512.8 |
| 4 | 4d1 | 6 | 152.4 | 274.1 |
| | 4d2 | 8 | 203.2 | 725.9 |
| 5 | 5d1 | 12 | 304.8 | 407.6 |
| | 5d2 | 14 | 355.6 | 592.4 |
| 6 | 6d1 | 6 | 152.4 | 980.4 |
| | 6d2 | 8 | 203.3 | 19.6 |
| 7 | 7d1 | 12 | 304.8 | 934.9 |
| | 7d2 | 14 | 355.6 | 65.1 |
| 8 | 8d1 | 10 | 254 | 896.5 |
| | 8d2 | 12 | 304.8 | 103.5 |

A genetikus algoritmussal számolt minimális bekerülési költség: **470606**.

8. táblázat. Csomópontok értékei

| Csomópont | Nyomás, m | A csomópontok magassága, m |
|-----------|-------------|------------------------------|
| 2 | 52.36 | 150 |
| 3 | 38.14 | 160 |
| 4 | 43.29 | 155 |
| 5 | 44.51 | 150 |
| 6 | 30.00 | 165 |
| 7 | 30.60 | 160 |

A 8. táblázatban jól látszik, hogy a várákosainknak megfelelően a 6. és 7. csomópontban a minimális nyomással megegyező, vagy ahhoz nagyon közeli értékek vannak. Fontos észrevennünk, hogy a csomópontok helyi nyomása függ a csomópontok magasságától. A 6. és 7. csomópontok magasabban találhatóak, mint a közvetlenül előttük található 4. 5. csomópont, így valóban ezek lesznek a hálózat "kritikus pontjai" helyi nyomás szempontjából, hiszen magasban és a medencétől legtávolabb találhatóak.



10. ábra. Ideális szabványos átmérők

4.3.3. Kapott eredmények összehasonlítása más kutatások eredményeivel

A hálózat optimalizálását elsőként a [2] kutatás végezte el, a kapott teljes költség 497500 volt. A mi számításunk, bár ennél jobb eredményt adott mégsem állíthatjuk hogy az optimális rendszert találtuk meg, hiszen a példát megoldó kutatások közül, több a miénknél kedvezőbb árú megoldást közöl. A legjobb eredménnyel a [6] büszkélkethet. Az említett kutatások optimális hálózatainak értékei a 9. táblázatban található, így összehasonlíthatjuk az általunk kapott eredményekkel.

A csőátmérők kiosztásában jelentős különbségek vannak. Ha megfigyeljük a [6] kutatásban két csőág "kizárása" történik az átmérők minimális, 1 inch-re állításával. Ez azt jelenti, hogy ezeken az ágelemeken szinte elhanyagolható a térfogatáram nagysága. Így gyakorlatilag megszűnnek a hurkok, az kapott rendszer "fa" szerkezetű lesz.

9. táblázat. Az kapott eredmények összehasonlítása

| Ágelem | (saját eredmény) | | [2] | | [6] | |
|--------|------------------|---------|---------|--------|---------|--------|
| | D, inch | L, m | D, inch | L, m | D, inch | L, m |
| 1 | 16 | 167.78 | 18 | 256 | 18 | 1000 |
| | 18 | 832.22 | 20 | 744 | | |
| 2 | 12 | 67.59 | 6 | 996.4 | 10 | 934 |
| | 14 | 932.41 | 8 | 3.6 | 12 | 66 |
| 3 | 16 | 432.13 | 18 | 1000.0 | 16 | 1000 |
| | 18 | 567.87 | | | | |
| 4 | 6 | 196.46 | 8 | 319.4 | 1 | 1000 |
| | 8 | 803.54 | 6 | 680.6 | | |
| 5 | 12 | 430.27 | 16 | 1000.0 | 14 | 371.1 |
| | 14 | 569.73 | | | 16 | 628.9 |
| 6 | 6 | 882.24 | 12 | 98.0 | 8 | 11.0 |
| | 8 | 117.76 | 10 | 902.0 | 10 | 989.0 |
| 7 | 12 | 902.39 | 6 | 1000.0 | 8 | 78.1 |
| | 14 | 97.61 | | | 10 | 921.9 |
| 8 | 10 | 708.91 | 6 | 990.9 | 1 | 1000.0 |
| | 14 | 291.09 | 4 | 9.1 | | |
| cost: | 470606 | (saját) | 497500 | [2] | 402400 | [6] |

5. Összefoglalás

Ahogy azt a dolgozat közben is hangsúlyoztam annak ellenére, hogy a bemutatott számítások gravitációs hálózatra vonatkoztak, melynél szivattyúzásból fakadó villamos költség nem jelentkezik, a számítási módszer a célfüggvény értelemszerű módosításával (4.1.2) könnyedén alkalmassá tehető szivattyúzási rendszerek optimalizációjára is.

Jelenlegi tapasztalataink alapján, a legnagyobb korlátozó tényező nagy hálózatok esetében az optimalizációs számítás igénye, a 4.3.2. fejezetben bemutatott számítás nagyságrendileg 16-18 órán keresztül futott, egy átlagos laptopon. A számítási idő csökkentése érdekében a genetikus algoritmust az optimálishoz közeli értékről indítottuk. Ha csupán annyit változtatnánk, hogy a hidraulikusan egyenértékű rendszer csőhosszait nem állítjuk be pontosan a kiindulási populációban, a számítási idő napokban mérhető nagyságrendűre ugrana, még egy ilyen kis hálózat esetén is.

Visszatekintve a feladatra és a többi ezzel foglalkozó kutatás eredményeit áttekintve arra következtettünk, hogy a programot az első optimalizációs lépés javításával fejleszthetnénk, ugyanis az ezzel kapott érték egyáltalán nem a [6] kutatás értékei felé vezet a megoldásunkat, pedig a folytonos átmérőkkel számolt esetben is, két csőágot minimálisra állítva (kizárva) jobb eredményeket kaphatnánk.

Annak ellenére, hogy nem sikerült a kiválasztott probléma legjobb megoldását megtalálni, a teljes munkát összegezve elégedett vagyok, ugyanis egy működőképes, a vizsgált problémát eredetileg felállító kutatásnál jobb eredményt produkáló megoldó programot készítettünk el. A dolgozat végén a tanulságokat levonva úgy gondolom, hogy a leírt módszer jónak bizonyult, a megvalósításon, a MATLAB-ban készült programkódon azonban lehet fejleszteni.

Hivatkozások

- [1] Csizmadia P.: Áramlástechnikai rendszerek előadás jegyzet, 2022, BME Gépészmérnöki Kar.
- [2] E. Alperovits and U. Shamir. Design of optimal water distribution systems. *Water Resources Research*, 13:885–900, 12 1977.
- [3] Elyahu Alperovits and Uri Shamir. Design of optimal water distribution systems. *Water resources research*, 13(6):885–900, 1977.
- [4] Halász G. Kullmann L. Kristóf Gergely. *Áramlás csőhálózatokban*. Műegyetem Kiadó, 2022.
- [5] Pramod R Bhave and Vilas V Sonak. A critical study of the linear programming gradient method for optimal design of water supply networks. *Water Resources Research*, 28(6):1577–1584, 1992.
- [6] Gideon Eiger, Uri Shamir, and Aharon Ben-Tal. Optimal design of water distribution networks. *Water resources research*, 30(9):2637–2646, 1994.
- [7] Demetrios G. Eliades, Marios Kyriakou, Stelios Vrachimis, and Marios M. Polycarpou. Epanet-matlab toolkit: An open-source software for interfacing epanet with matlab. In *Proc. 14th International Conference on Computing and Control for the Water Industry (CC-WI)*, page 8, The Netherlands, Nov 2016.
- [8] Muzaffar Eusuff and Kevin Lansey. Lansey, k.: Optimization of water distribution network design using the shuffled frog leaping algorithm. *journal of water resources planning and management* 129(3), 10-25. *Journal of Water Resources Planning and Management-asce - J WATER RESOUR PLAN MAN-ASCE*, 129, 05 2003.
- [9] Muzaffar M Eusuff and Kevin E Lansey. Optimization of water distribution network design using the shuffled frog leaping algorithm. *Journal of Water Resources planning and management*, 129(3):210–225, 2003.
- [10] Avner Kessler and Uri Shamir. Analysis of the linear programming gradient method for optimal design of water supply networks, 1989.
- [11] L.W. Mays. *Water Distribution System Handbook*. McGraw-Hill handbooks. McGraw-Hill Education, 2000.
- [12] Avi Ostfeld and Uri Shamir. Design of optimal reliable multiquality water-supply systems. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 122(5):322–333, 1996.

- [13] J Tospornsampan, I Kita, M Ishii, and Y Kitamura. Split-pipe design of water distribution network using simulated annealing. *International Journal of Civil and Environmental Engineering*, 1(4):28–38, 2007.