



BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM  
HIDRODINAMIKAI RENDSZEREK TANSZÉK

TUDOMÁNYOS DIÁKKÖRI DOLGOZAT

**Biofilm viselkedésének vizsgálata valós ivóvízhálózat  
számítógépes modelljében**

*Szerző:*

*Medve Dániel Attila,*

*Gépészmérnök MSc*

Konzulens:

Dr. Hős Csaba

2023. november 6.

# Tartalomjegyzék

<b>1. Bevezetés</b>	<b>3</b>
1.1. Ivóvízellátó hálózatok . . . . .	3
1.2. Biológiai folyamatok ivóvízellátó hálózatokban . . . . .	4
1.3. Szimulációs szoftver bemutatása és célkitűzések . . . . .	5
<b>2. Transzportfolyamatok csőhálózatokban</b>	<b>6</b>
2.1. Általános transzportegyenlet . . . . .	6
2.2. Biológiai folyamatok modellezése . . . . .	7
2.2.1. Bevezetés . . . . .	7
2.2.2. Transzportegyenletek . . . . .	8
2.2.3. Diffúzió ( $\mathcal{D}$ ) . . . . .	9
2.2.4. Tápanyagfogyás ( $\mathcal{F}_{f,b}$ ) . . . . .	11
2.2.5. Mikrobanövekedés és -fogyás ( $\mathcal{L}_{fb}$ ) . . . . .	12
2.3. Megoldási módszer . . . . .	14
<b>3. Esettanulmányok</b>	<b>15</b>
3.1. Szimulációs modell megalkotása . . . . .	15
3.1.1. Nagycenki hálózat: . . . . .	15
3.1.2. Röjtökmuzsaji hálózat: . . . . .	16
3.1.3. Sopronkövesd település: . . . . .	17
3.1.4. Az új hálózat fiktív elemei: . . . . .	17
3.1.5. Az elkészült új modell: . . . . .	17
3.2. Tartózkodási idő . . . . .	21
3.3. Klór koncentráció . . . . .	23
3.4. Biológiai aktivitás modellezése . . . . .	27
<b>4. Összefoglalás és kitekintés</b>	<b>31</b>
4.1. Köszönetnyilvánítás . . . . .	32

---

# 1. Bevezetés

## 1.1. Ivóvízellátó hálózatok

Az egyik legalapvetőbb szükséglet az emberek számára az ivóvíz. Ha nincs egy helyszínen rendelkezésre álló természetes vízforrás, abban az esetben oda kell juttatni a megfelelő mennyiségű és minőségű vizet, ez legtöbbször csővezetékeken vagy csatornákon keresztül történik. Napjaink települési ivóvíz ellátó hálózatai komplex rendszerek, amelyek mérete a falvakban található, esetekben csupán néhány kilométeres hálózatoktól egészen a nagyvárosok több száz kilométer hosszú hálózatáig terjed. Ezekkel biztosítható a lakosság számára az otthonokban, munkahelyeken, közintézményekben stb. állandóan rendelkezésre álló, elegendő mennyiségű víz, amely emberi fogyasztásra is alkalmas.

Az egyes települések ivóvízhálózatainak kialakítását nagyban befolyásolják a környező földrajzi paraméterek. Ilyenek például a környéken található természetes vízforrások nyújtotta víz mennyisége és minősége, vagy éppen a település domborzata. Egy ivóvízellátó rendszer tervezésénél figyelembe kell venni a várható vízfogyasztást is. A pillanatnyi vízfelhasználás időben folyamatosan változik és előre nem meghatározható, csupán napi, heti, havi vagy éves átlagokkal tudunk számolni a méretezésnél. Egy átlagos hálózat csomóponti- valamint csőelemekből épül fel. Előbbiek közé tartoznak az egyes csomópontok, amelyekbe csőszakaszok futnak be, illetve ki, valamint gyakran vízkivétel is történik ezeken a helyeken. Ilyenek például az egyes lakossági fogyasztók, vagy az egyszerű csőtálalozási pontok. A rendszer vízellátásáért általában nagyteljesítményű szivattyúk felelnek. Ezek működtetése során nem lenne gazdaságos folyamatosan lekövetni a napi fogyasztási ingadozásokat, emiatt az ivóvízellátó hálózatokban szükség van ellennyomó tartályok, víztornyok elhelyezésére is. Ezek feladata a megfelelő nyomás fenntartása a rendszerben, valamint a bennük lévő vízmennyiséggel / szabad kapacitással lekövetni a fogyasztási ingadozásokat. A csomóponti elemeket csővezetékek kötik össze, ezek fő jellemzői az átmérő, a hossz és a csősúrlódási tényező, utóbbi a nyomásvesztés befolyásolja a csőben. A hálózatot egyes pontjainak geodetikus magassága jelentősen befolyásolja a benne uralkodó nyomásértékeket. További gyakran használt elemei még a rendszereknek a különböző szelepek, tolózárok, vízgyűjtő telepek stb.

## 1.2. Biológiai folyamatok ivóvízellátó hálózatokban

A gépészeti gyakorlatban gyakran csak mennyiségi szempontból vizsgáljuk az ivóvízellátó hálózatokat, holott a megfelelő, emberi fogyasztásra alkalmas minőség is épp ugyanolyan fontos. Nemcsak élettani problémákat okozhat a nem megfelelő összetételű víz, de komoly kihatással lehet a hálózat üzemeltetésére is, ha egy szakasz elfertőződik, mivel vegyszeres tisztítás esetén hosszú időre le kell választani azt, ami által jelentős változás is beállhat a rendszer jelleggörbéjében. A megfelelő vízminőség biztosítása érdekében víz-tisztítótelepeket építenek a betáplálási pontokra, a biológia aktivitás csökkentésére pedig gyakran klórozzák a vizet. Ennek ellenére az ivóvízellátó rendszerekben megtalálhatóak bizonyos mikroorganizmusok, amelyek megfelelő körülmények között a csőfalak felületén egymáshoz tapadva extracelluláris mátrixot alkotva, egybefüggő bevonatot képezhetnek, amit biofilmnek nevezünk. Ez egy porózus szerkezetű réteg, amely védelmet és tápanyagot biztosít a baktériumok számára az áramló közegben. Ezek a baktériumok különböző fajtájúak lehetnek, és akár káros élettani hatással bírhatnak, ha az emberi szervezetbe jutnak. A vízben úszó, valamint a biofilmben található mikroorganizmusok között transzportfolyamatok (diffúzió, megtapadás és leszakadás) játszódnak le, a biofilm kialakulását és viselkedését matematikai egyenletekkel írhatjuk le.

Az utóbbi évtizedekben megerősödő urbanizáció miatt a városok ugrásszerű növekedésnek indultak, velük együtt bővültek az ivóvízhálózatok is, ennek következtében a bennük lévő víz tartózkodási ideje is megnőtt, akár több napig is eltarthat, amíg eljut a fogyasztókhöz. A nagy tartózkodási idő kedvezően hat a biofilm kialakulására, és különösen nagy ennek az esélye a kertvárosi, illetve üdülő övezetekben, ahol huzamosabb ideig panghat a víz egy-egy szakaszon. Éppen ezért az ivóvízhálózatokban fellépő biológiai folyamatok modellezésénél fontos megvizsgálni az adott rendszerben a tartózkodási időt.

### 1.3. Szimulációs szoftver bemutatása és célkitűzések

Ivóvízhálózatok tervezésénél gyakran használnak szimulációs szoftvereket, amelyek segítségével modellezni lehet a leendő hálózatot, méretezni lehet azt, illetve meg lehet határozni az optimális üzemeltetést. Az egyik legelterjedtebb szoftver a USEPA által fejlesztett EPANET. A program segítségével az általános hálózati elemek felhasználásával megalkothatóak vízhálózati modellek, ezeknek a paraméterei igény szerint módosíthatóak, valamint a környezeti- és peremfeltételek is személyre szabhatóak. Az adott beállítások mellett futtatva a programot, az kiszámolja nekünk a hálózat hidraulikai jellemzőit. Bár az EPANET alapsomagja tartalmaz vízminőségi szimulációt, több kémiai vagy biológiai anyag vizsgálatakor, illetve komplexebb paraméterek esetén érdemes az MSX toolkit bővítményt használni. Ez egy külső program, amelynek két bemeneti fájlra van szüksége. Egy EPANET-ben megalkotott hálózati modell input fájljára, valamint egy külső, MSX fájlra. Utóbbiban tudjuk megadni azokat a paramétereket, beállításokat, amelyek a vízminőségi számításokat meghatározzák (például mértékegységek, számítási időlépés, eredmények pontossága stb.). Továbbá ugyanebben a szöveges fájlban van lehetőségünk megadni a vizsgálni kívánt kémiai és/vagy biológiai anyagokat, azok jellemzőit (mértékegység, vizeli vagy fali koncentráció, esetleges források helye és mértéke stb.), illetve a hozzájuk tartozó, azok változásait matematikai egyenleteket is. Az MSX programot lefuttatva az eredmények egy szöveges report fájlban kerülnek kimutatásra.

Jelen dolgozatban egy fiktív ivóvízhálózati modellen szeretnénk vízminőségi szimulációkat folytatni, hogy képet kaphassunk arról, miképpen zajlanak le biológiai folyamatok a rendszerben. Első körben a rendszerben a tartózkodási időt vizsgáljuk, hogy feltérképezzük, milyen időközönként jut el friss víz a rendszer különböző pontjaira. Ezt követően megvizsgáljuk, hogy milyen hatással lenne, ha a hálózat egy adott pontján beklóroznánk a vizet, eljutna-e az összes csomópontra, illetve, hogy a vonatkozó vízügyi határértéket átlépi-e a klórkoncentráció a hálózat bármely pontján. Végezetül a biológiai aktivitást szeretnénk szimulálni a rendszerünkben, ennek keretében nyomon követve a vízben, illetve ezzel párhuzamosan a biofilmben található mikrobák és tápanyagok koncentrációjának változását az idő előrehaladtával.

## 2. Transzportfolyamatok csőhálózatokban

### 2.1. Általános transzportegyenlet

Tekintsük egy általános  $\Phi(x, t)$  (skalár)mennyiség transzportját (szállítását) egydimenziós áramlásban! Adott  $x$  helyet,  $t$  időpontban  $\Phi$  mennyiség megváltozását a

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + v \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \mathcal{S}(x, t) \quad (1)$$

egyenlet írja le. Itt az első tag a lokális megváltozás, a második a konvektív transzport (a  $v$  sebesség állandó, konstans érték) és a jobb oldal a forrás.

Először vizsgáljuk a *tartózkodási idő* meghatározását, mely esetben  $\Phi = \tau$  és  $\mathcal{S} = 1$ , mivel a vízkor másodpercenként 1 másodperccel nő. Hogy még világosabb legyen az 1, rögtön diszkrétizáljuk is az egyenletet, időben explicit Euler sémával, térben elsőrendű szél felőli súlyozással. Jelölje  $\tau(x_i, t_j) := \tau_i^j$ , ekkor

$$\frac{\tau_i^{j+1} - \tau_i^j}{\Delta t} + v \frac{\tau_i^j - \tau_{i-1}^j}{\Delta x} = 1. \quad (2)$$

Amennyiben a térbeli és időbeli felosztást speciálisan úgy választjuk, hogy  $u = \Delta x / \Delta t$  legyen, kapjuk, hogy

$$\tau_i^{j+1} = \tau_{i-1}^j + \Delta t, \quad (3)$$

tehát az  $i$ -edik osztásonban a  $j + 1$ -edik időlépésben a víz  $\tau_i^{j+1}$  kora megegyezik a "szél felőli" előző pontbeli  $\tau_{i-1}^j$  koral, megnövelve a lépés közben eltelt idővel ( $\Delta t$ ).

Következő lépésként az egyik leggyakrabban alkalmazott vízkezelő anyag, a *klór koncentrációeloszlását* szeretnénk meghatározni. Jelölje  $C_{Cl}$  (mg/l) a klór koncentrációját (határértéke ivóvízre 3 mg/l), ekkor

$$\frac{\partial C_{Cl}}{\partial t} + v \frac{\partial C_{Cl}}{\partial x} = -k_B C_{Cl}. \quad (4)$$

Természetesen léteznek ennél bonyolultabb modellek is, ld. [2]. Amennyiben az áramlási sebesség zérus, visszakapjuk a szokásos klórfogyási modellt:  $\dot{C}_{Cl} = -k_B C_{Cl}$ , ahonnan  $C_{Cl}(t) = C_{Cl}(0) \exp(-k_B t)$ .

A biofilmben lejárlódó folyamatok modellezésére szintén a (4) egyenletet alkalmazzuk, ám  $v = 0$  megkötéssel, így tulajdonképpen közönséges differenciálegyenleteket kapunk.

## 2.2. Biológiai folyamatok modellezése

### 2.2.1. Bevezetés

A BOM<sup>1</sup> típusa és mennyisége, a fertőtlenítés típusa és koncentrációja, valamint a nyírófeszültség a három legfontosabb tényező, amely befolyásolja a biofilmek kialakulásának sebességét és viselkedését a csőfelületeken. [9].

A legtöbb korábbi tanulmány az asszimilálható szerves szén (AOC<sup>2</sup>) koncentrációjának a biofilm baktériumok növekedésére gyakorolt hatására összpontosított, és ritkán vizsgáltak például az áramlási sebesség hatását, ld. [9]. Korábbi kutatások kimutatták, hogy a biofilm keletkezésére és viselkedésére kimutathatóan hatással van többek között még a nyomás, hőmérséklet, turbulencia viszonyok, illetve további vízminőségi paraméterek is [10]. Ezeket egy részét ugyan közvetlenül az általunk használt MSX toolkitben nem tudjuk változtatható paraméterként kezelni, azonban akár lehetőség van arra is, hogy több, hidraulikailag eltérő hálózaton vizsgáljuk a biológiai folyamatokat, így kapva közvetve információt az egyes paraméterek befolyásáról.

	[9]
Assimilable organic carbon (mg l <sup>-1</sup> )	0.5
Biofilm HPC (logCFU cm <sup>-2</sup> )	2.61 ... 5.02
Bulk HPC (logCFU ml <sup>-1</sup> )	4.14 ... 4.22
TOC (influent) (mg l <sup>-1</sup> )	0.58 ... 0.61
hardness (mg as CaCO <sub>3</sub> l <sup>-1</sup> )	0.39 ... 0.67
pH	6.39 ... 6.59
TDS (mg l <sup>-1</sup> )	1.93 ... 3.72
Turbidity (NTU)	0.209 ... 0.451
Conductivity (μs cm <sup>-1</sup> )	2.87 ... 6.93

1. táblázat. Vízminőségi adatok

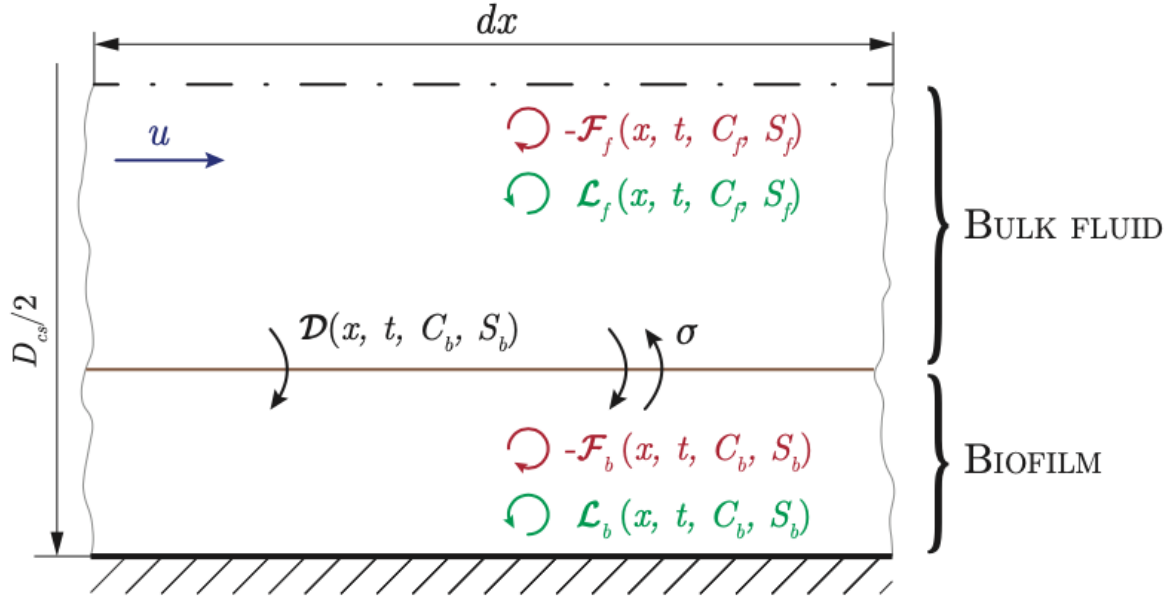
Ehhez azonban első körben az alapvető biológiai folyamatok megértésére, és a szimulációs programba történő megfelelő elhelyezésükre van szükség, amit jelen dolgozatban kívánunk részletezni.

<sup>1</sup>Biodegradable organic matter, azaz biológiai úton lebontható szerves anyag. A dolgozatban BOM-ként vagy szubsztrát-ként fogunk hivatkozni rá.

<sup>2</sup>assimilable organic carbon

## 2.2.2. Transzportegyenletek

A biológiai modellünk két részből fog állni: a víztestet és a biofilmet egyszerre írjuk le, mindkettőben nyomon követve a szubsztrát és a mikrobakonzentráció alakulást. A koncepcionális modell az 1. ábrán látható, melyben nagyban támaszkodunk Várszegi Bence 2020-as "Biológiai folyamatok modellezése vízellátó rendszerekben" című TDK dolgozatára, ld. [3].



1. ábra. A modell vázlatja.

Szubsztrát (tápanyag) a víztestben:

$$\frac{\partial S_f}{\partial t} + u \frac{\partial S_f}{\partial x} = -\mathcal{D}(S_f, S_b) - \mathcal{F}_f(S_f, C_f), \quad (5)$$

ahol  $\mathcal{D}$  a szubsztrát diffúzióját veszi figyelembe a biofilm és a víztest között, modellezésére a következő fejezetben levezetett (13) összefüggést alkalmazzuk, részletesen ld. 2.2.3 alfejezet. A második tag a mikrobák felhasználása miatti szubsztrátfogyást modellezi és részletesen megadjuk a 2.2.4. alfejezetben ill. a (16) egyenlettel.

A mikrobák koncentrációjának változását a víztestben a

$$\frac{\partial C_f}{\partial t} + u \frac{\partial C_f}{\partial x} = \mathcal{L}_f(S_f, C_f) \quad (6)$$

egyenlet írja le, melyben a szaporodásuk modellezését a 2.2.5 fejezetben ismertetjük, különösen az (19) egyenleten keresztül.



A szubsztrát koncentráció változását a biofilmben az előzőek alapján a

$$\frac{\partial S_b}{\partial t} = \mathcal{D}(S_f, S_b) - \mathcal{F}_b(S_b, C_b) \quad (7)$$

egyenlettel modellezzük (a biofilmbeli axiális diffúziót elhanyagoljuk). Itt az  $\mathcal{F}_b$  tagot a víztestbeli tápanyagfogyáshoz hasonlóan modellezzük, a  $\mathcal{D}$  diffúziós tag pedig természetesen megegyezik a víztestbeli diffúzió értékével (pozitívnak tekintjük a víztestből a biofilmbé történő diffúziót).

Végezetül a biofilmbeli mikroba koncentráció változását a

$$\frac{\partial C_b}{\partial t} = \mathcal{L}_b(S_b, C_b) \quad (8)$$

egyenlettel modellezzük, ahol  $\mathcal{L}_b$ -t részletesen (szintén) a 2.2.5 fejezet tartalmazza, a paraméterekkel együtt.

### 2.2.3. Diffúzió ( $\mathcal{D}$ )

A biofilmben a diffúzió az uralkodó transzportfolyamat, ld. [4, 8], ezért fontos, hogy a víztestből a biofilmbé bejutó szubsztrátmennyiséget jól tudjuk becsülni. A szubsztrát-tömeg változása a csőfal  $\Delta x$  hosszán ( $R$  a cső sugara):

$$\frac{d}{dt} (R^2 \pi \Delta x S_b) = 2R\pi \Delta x \mathcal{J} \quad (kg/s), \quad (9)$$

ahol  $\mathcal{J}$  a diffúziós fluxus:

$$\mathcal{J} = -D \frac{\partial \hat{S}_b}{\partial z} \quad (m^2/s) \quad (10)$$

Itt  $\hat{S}_b(x, t, z)$  a szubsztrát koncentrációja a biofilmben, amely szintén a biofilm mélysége mentén változik,  $0 \leq z \leq W$ , ahol  $W$  a biofilm szélessége. A biofilmen belül parabolikus szubsztráteloszlást feltételezünk, amelyet a következő egyenlet ad meg

$$\hat{S}_b(x, t, z) = S_0 + (S_f(x, t) - S_0) \frac{z^2}{W^2}, \quad (11)$$

ahol  $S_0$  a szubsztrát koncentráció a csőfalnál és  $S_f(x, t)$  a szubsztrát koncentráció a biofilmnél. A *közepes* szubsztrát koncentráció a biofilmben:

$$S_b(x, t) = \frac{1}{W} \int_0^W \hat{S}_b(x, t, z) dz = S_0 + \frac{S_f(x, t) - S_0}{3} \quad (kg/m^3), \quad (12)$$

amely lehetővé teszi az  $S_0$  becslését, ha az  $S_b$  és  $S_f$  ismert. Ami még fontosabb, a diffúziós fluxus (9) és (10) a

$$\frac{d}{dt} S_b = \mathcal{D}(S_f, S_b) = \frac{6D}{RW} (S_f - S_b) \quad (13)$$

alakot ölti, ahol kihasználtuk, hogy  $\left. \frac{\partial \hat{S}_b}{\partial z} \right|_{z=W} = 3/W (S_f - S_b)$ . (Az egyértelműség kedvéért megjegyezzük, hogy  $D$  nem a cső átmérője, hanem a diffúziós együttható.)

A diffúziós együttható  $D, \text{cm}^2/\text{s}$  döntő szerepet játszik a folyamatban. A biofilmet fürdető folyadékba adagolt oldott anyagnak a sík lemezes (egyenletesen vastag) biofilm alján az ömlesztett folyadékkoncentráció 90%-ának eléréséhez szükséges idő a következővel adható meg

$$t_{d,90} = 1.03 \frac{W^2}{D_e}, \quad (14)$$

ahol  $D_e$  az *effektív diffúziós együttható* a biofilmben, lásd [8]. A biofilmek nagyrészt vízből állnak, és a biofilmben lévő diffúziós együttható becslésének természetes kiindulópontja a tiszta vízben lévő diffúziós együttható ( $D_{aq}$ ) értékének meghatározása. Ezeket az értéket később csökkenthetjük (így kapjuk a  $D_e$  értéket), hogy megbirkózzunk a mikrobiális sejtek, extracelluláris polimerek és a biofilmben megrekedt abiotikus részecskék vagy gázbuborékok jelenlétével. Általában a  $D_e/D_{aq}$  kb. 0,2...0,8 tartományban van (lásd az 1. ábrát [8]). A  $D_{aq}$  értékek jellemzően az  $5 \dots 50 \times 10^{-6} \text{cm}^2/\text{s}$  tartományban vannak.

Összefoglalva tehát, a diffúziós modell (13) egyenletében:

- $\mathcal{D} = -\frac{6D}{RW} (S_f - S_b)$ ,
- a diffúziós együttható  $D = (5 \dots 50) \times 10^{-6} \text{cm}^2/\text{s} = 10^{-10} \text{m}^2/\text{s}$  (ld. pl. [6]) és
- a biofilm vastagságát (önkéntesen, ipari tapasztalatok alapján) a  $W = 1 \dots 10 \text{mm}$  tartományban választjuk meg.

A diffúzió időskáláját könnyen meg tudjuk becsülni a következő számítás segítségével. Legyen a folyadéktestbeli  $S_f$  szubsztrát koncentráció konstans és a a biofilmbeli koncentráció a  $t = 0$  időpillanatban zérus, továbbá hanyagoljuk el a konvektív transzportot. Ekkor

$$S_b(t) = S_f \left( 1 - e^{-\frac{6D}{RW}t} \right). \quad (15)$$

Az a jellemző idő, amíg az  $S_b$  eléri az  $S_f$  koncentráció 95%-át a  $\frac{6D}{RW}t \approx 3$ , tehát  $T_D = 3RW/6D$ . Ez  $D = 5 \times 10^{-10} \text{m}^2/\text{s}$  diffúziós együtthatót,  $R = 0,05 \text{m}$  csőátmérőt és  $W = 0,001 \text{m}$  biofilm vastagságot feltételezve  $T_D = 6 \times 10^{-5} \text{s}$  adódik, ami azt jelenti, hogy a biofilmben és a folyadéktestben gyakorlatilag azonnal kiegyenlítődik a szubsztrát koncentráció.

Ez a rendkívül gyors kiegyenlítődés azonban indokolatlanul alacsony időlépést eredményezne és a hálózatszimulációt elérhetetlenné tenné. Ezért a szimulációnk jelen állapotában azt feltételezi, hogy a biofilmben és a víztestben kiegyenlített a szubsztrát koncentrációja. (Kísérletet tettünk a diffúzió figyelembevételére is, ám a számítás rendkívül lassan futott és gyakran számunkra érthetetlen eredményt adott, ezért ezeket a számításokat nem közöljük a későbbiekben. A jövőbeli terveink között szerepel megoldást találni a problémára.)

#### 2.2.4. Tápanyagfogyás ( $\mathcal{F}_{f,b}$ )

A tápanyagfogyást az ún. egykomponensű Monod kinetika segítségével vesszük figyelembe:

$$\mathcal{F}_f = \frac{1}{Y_{C/S}} \mu_f \frac{S_f}{K_f + S_f} C_f, \quad (16)$$

amely azt fejezi ki, hogy időegység alatt mennyivel változik meg a folyadéktestbeli szubsztrát koncentráció. (Ugyanez a kifejezés természetesen a biofilmbeli szubsztrátra is érvényes lesz.) Maga az egyenlet tartalmazza a szubsztrát koncentrációját ( $S_f$ ), melyre a vizsgált mikroorganizmusnak szüksége van. Ezen vegyület hiánya a növekedést gátolja, lassítja (angol nyelvű irodalomban: limiting substrate). Az egyenlet bővíthető, amennyiben több olyan szubsztrát vegyület is jelen van a rendszerben, mely a baktériumok növekedését befolyásolja, ilyenkor  $\prod_i \frac{S_i}{K_i + S_i}$  alakú lesz. Ilyenekre példa lehet az oldott oxigén (O<sub>2</sub>), a szerves anyag (total organic carbon), illetve egyéb szerves vegyületek, pl. az autotróf élőlények által felhasznált ammónia (NH<sub>3</sub>). A  $K$  tényező (half saturation constant) befolyásolja az adott komponens "telítődését" és megakadályozza, hogy korlát nélkül nőjön az együttható értéke.

A modell itt bemutatott implementációja során mind a szubsztrát, mind a baktériumok tekintetében egyetlen komponens koncentrációjának megváltozását vesszük figyelembe. Kezdetben tehát azzal a feltételezéssel élünk, hogy az oldott oxigén koncentráció végig megfelel a kezdeti értéként megadottnak és a szubsztrát később sem válik anoxikussá. A mikroorganizmusok fejlődését tehát egyetlen szubsztrát komponens befolyásolja, korlátozza.

A modellparaméterek jellemző értékei:

- $K_O = 0,1 \text{ g O}_2/\text{m}^3$  (oxigén),  $K_{TOC} = 5 \text{ g COD}/\text{m}^3$  (TOC<sup>3</sup>)
- növekedési együttható:  $Y_{C/S} = 0,35 \text{ g COD}/\text{g COD}$
- maximális növekedési ráta:  $\mu_f = 4,8/\text{nap}$

### 2.2.5. Mikrobanövekedés és -fogyás ( $\mathcal{L}_f$ )

Sok mikroorganizmusfaj exponenciálisan növekszik, amikor az erőforrások (például a szén) korlátlanul rendelkezésre állnak, vagy a környezeti feltételek (például az áramlási sebesség) ideálisak, de növekedésük lelassul, ahogy közelednek a környezet teherbíró képességéhez. Ezt a növekedési sebességet gyakran a logisztikus egyenlet segítségével modellezzük:

$$\frac{dX(t)}{dt} = rX(t) \left(1 - \frac{X(t)}{K}\right), \quad (17)$$

ahol  $X(t)$  és  $K$  a baktériumok száma és hordozóképessége (CFU/ml az ömlesztett vízre és CFU/m<sup>2</sup>), illetve  $r$  a baktériumok maximális növekedési sebessége. A (17) megoldás és a kezdeti meredekség (növekedési ráta):

$$X(t) = \frac{K}{1 + C \exp(-rt)} \quad \text{and} \quad MGR = \max_t \frac{dX}{dt} = \frac{rK}{4} \quad \text{at} \quad MGT = \frac{\ln C}{r}, \quad (18)$$

ahol  $\ln$  a természetes alapú logaritmus és  $MGR$  a maximális növekedési ráta (maximum growth rate) és  $MGT$  a maximális növekedési idő ( maximum growth time), ld. [9].

Az (17) logisztikus egyenletben az  $r$  együtthatót a Monod kinetikához hasonlóan írjuk le, azaz

$$\mathcal{L}_f = \mu_f \frac{S_f}{K_f + S_f} \left(1 - \frac{C_f}{C_{fm}}\right) C_f, \quad (19)$$

Ebben a modellben a mikrobák számának idő szerinti megváltozása  $\mathcal{L}_f$  (logTKE/mlh<sup>4</sup>), melyben  $\mu_f$  (1/h) a maximális növekedési ráta,  $S_f$  (g/ml) a szubsztrát koncentráció a folyadékban,  $K_f$  (g/ml) a szubsztrát telítési állandója,  $C_f$  (logTKE/ml) a folyadékban mért mikroba koncentráció,  $C_{fm}$  (logTKE/ml) pedig a folyadékra vonatkozó logisztikai eltartóképesség. A fejlődést itt egyszerre két tényező is korlátozza: minél alacsonyabb a szubsztrát koncentráció, annál lassabb a növekedés, ugyanakkor miután a mikroba szám elérte az eltartóképesség szintjét, az egész kifejezés előjele megváltozik és a populáció csök-

<sup>3</sup>Total Organic Carbon

<sup>4</sup>TKE: telepképző egység

kenésnek indul. Az így leírt rendszer a kezdeti felfutás után várhatóan egyensúlyba kerül majd egy bizonyos koncentráció szintjén, hiszen a modell nem számol a kipusztulással, a természetes sejthalállal.

Az egyes paraméterértékekre Várszegi Bence [3] munkája alapján a következő becsléseket adjuk:

- Folyadéktest:

- $\mu_f = 2 \times 10^3 \dots 2,7 \times 10^4$  1/h értéket találunk Várszegi Bence dolgozatában, ami valószínűleg elírás, mivel a vonatkozó szakirodalomban (ld. [1]) jellemzően  $10^{-4}$  értékekkel találkozunk. A számításaink során  $10^{-3}$  1/s értéket használunk.
- $K_f = 30 \dots 570$  g/ml, amely megint csak elírás lehet, az előzőekben megadott irodalom alapján a 0,05 – 1,2 mg/l tartományban mozog.
- $C_{fm} = 6,7 \dots 6,9$  logTKE/ml, a (19) egyenlet értelmében ezen koncentráció fölött a mikróbák elkezdenek kipusztulni.
- $Y_f = (2,6 \dots 3,7) \times 10^5$  logTKE/g. Ez az eredmény szintén nem egyezik a szakirodalomban található értékekkel, a korábban említett forrás alapján 0,007 – 1,5 g/g értékkel számolunk a későbbi szimulációk során.

- Biofilm:

- $\mu_b = (7,1 \dots 4,5) \times 10^3$  1/h
- $K_b = 260 \dots 570$  g/ml
- $C_{bm} = (5,7 \dots 5,8) \times 10^3$  logTKE/ml
- $Y_b = (1,7 \dots 2,3) \times 10^8$  logTKE/g

### 2.3. Megoldási módszer

A korábban ismertetett transzportegyenlete(ke)t könnyen megoldhatjuk pl. implicit időbeli és szélfelőli térbeli sémával (ld. [3]), ám jelen dolgozatban hidraulikai hálózatokat kívánunk számítani, ezért egy ingyenes elérhető, az EPANET hidraulikai (szintén ingyenes) szoftvert fogunk használni, ld. [7]. Ennek a megközelítésnek számos előnye van:

1. az EPANET-ben elérhető hálózatmodelleket direkt módon importálni tudjuk a számítás során,
2. nem szükséges a általános topológiát kezelni képes programot írunk,
3. az EPANET-MSX az ipari és tudományos feladatokra széles körben alkalmazott program vízminőségi számításokra és végül
4. a numerikus sémák ehhez a feladattípushoz lettek optimalizálva.

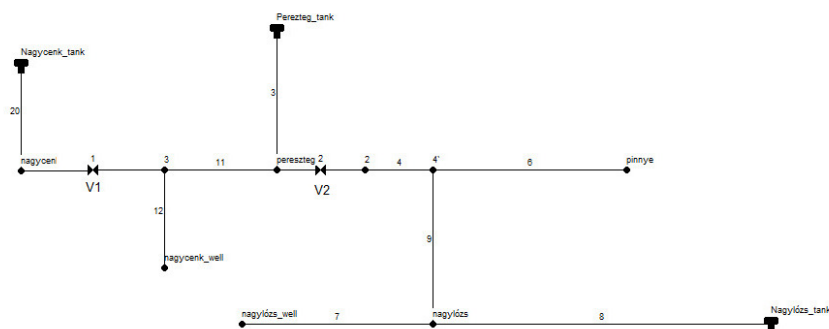
Természetesen az MSX használata során és figyelemmel kell lennünk általános szabályokra, pl. az időlépés megválasztása során tisztában kell lennünk az egyes fizikai jelenségek (konvekció, diffúzió, mikrobanövekedés) időskálájával és ehhez kell beállítanunk pl. az időlépést.

## 3. Esettanulmányok

### 3.1. Szimulációs modell megalkotása

A hidraulikai és a vízminőségi szimulációkhoz egy új, fiktív vízhálózati modell került kialakításra. Ennek bizonyos részegységei a valóságban is létező, Sopron környékén található kistelepülések vízhálózatán alapulnak, más szakaszok azonban teljesen fiktív, új elemeket tartalmaznak, hogy a rendszer kellően összetett legyen. A modellben megtalálható a Nagycenk, Pereszteg, Nagylózs és Pinnye településeket jelenleg összekötő hálózat, illetve a Röjtökmuzsaj és Ebergőc falvak alkotta rendszer is. Ezen felül Sopronkövesd települése is bekerült az általam készített új modellbe.

#### 3.1.1. Nagycenki hálózat:



2. ábra. Nagycenki hálózat

	Nagycenk	Pereszteg	Nagylózs	Pinnye
Geodetikus magasság [m]	158	158	151	138
Napi átlagfogyasztás [ $m^3/h$ ]	410	188	148	49

2. táblázat. Nagycenki hálózat csomópontjainak adatai

Az új modellben a valóságban meglévő víztornyok és a kutak, a hozzájuk csatlakozó csővezetékek, valamint a két szelep nem lett felhasználva.

	Link 1	Link 11	Link 2	Link 4	Link 6	Link 9
Átmérő [mm]	100	100	160	160	160	200
Hossz [m]	-	1200	-	1545	1040	968

3. táblázat. Nagycenki hálózat csővezetékeinek adatai

### 3.1.2. Röjtökmuzsaji hálózat:



3. ábra. Röjtökmuzsaji hálózat

	Röjtökmuzsaj	Ebergőc
Geodetikus magasság [m]	135	135
Napi átlagfogyasztás [m <sup>3</sup> /h]	40,5	40,5

4. táblázat. Röjtökmuzsaji hálózat csomópontjainak adatai

	Link 1
Átmérő [mm]	110
Hossz [m]	1722

5. táblázat. Röjtökmuzsaji hálózat csővezetékeinek adatai

Az új modellben a valóságban meglévő víztorony és a kutak, valamint a hozzájuk csatlakozó csővezetékek nem lettek felhasználva.



**3.1.3. Sopronkövesd település:**

	Sopronkövesd
Geodetikus magasság [m]	193
Napi átlagfogyasztás [ $m^3/h$ ]	210

6. táblázat. Sopronkövesd adatai

**3.1.4. Az új hálózat fiktív elemei:**

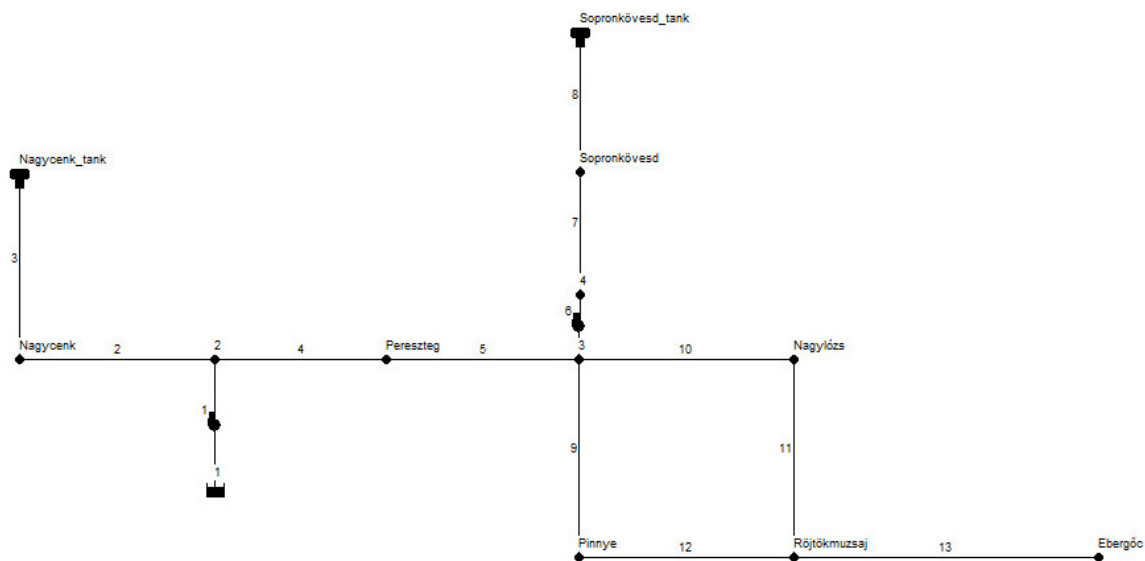
Az új hálózati modell megalkotásakor a nagycenki és a röjtökmuzsaji hálózat össze lett kapcsolva egy Nagylózszt Röjtökmuzsajjal és egy Pinnyét egy Nagylózs és Pereszteg közti ponttal összekötő új, fiktív csőszakasszal. Ezen felül Sopronkövesd település szintén az utóbbi köztes csomópontba lett bekötve egy általam kitalált csővezetékekkel. Az így kapott hálózat egyetlen betáplálási ponttal rendelkezik, egy nagycenki kútból termel egy szivattyú a rendszerbe. A megfelelő ellennyomásért egy nagycenken elhelyezett víztorony felel. Mivel Sopronkövesd lényegesen magasabban fekszik a többi településnél, emiatt egy átemelő szivattyú került beiktatásra az ottani vízellátás biztosítására. A megfelelő ellennyomást itt is egy víztorony szolgáltatja.

**3.1.5. Az elkészült új modell:**

Az új modell csomópontjainak és csővezetékeinek adatai:

	Nagycenk	Pereszteg	Nagylózs	Pinnye	Röjtök- muzsaj	Ebergőc Ebergőc	Sopron- kövesd
Geodetikus magasság [m]	158	158	151	138	135	135	193
Napi átlagfogyasztás [ $m^3/h$ ]	410	188	148	49	40,5	40,5	210

7. táblázat. Az új hálózat csomópontjainak adatai



4. ábra. Új hálózati modell

	Link 2	Link 3	Link 4	Link 5	Link 7	Link 8
Átmérő [mm]	100	110	100	160	110	110
Hossz [m]	1	1	1200	1545	3000	1

	Link 9	Link 10	Link 11	Link 12	Link 13
Átmérő [mm]	160	200	110	110	110
Hossz [m]	1040	969	1000	1500	1722

8. táblázat. Az új hálózat csővezetékeinek adatai

	Nagycenki torony	Sopronkövesdi torony
Geodetikus magasság [m]	193	229
Kiindulási vízszint [m]	4	6
Minimális vízszint [m]	0	0
Maximális vízszint [m]	6,5	6,5
Átmérő [m]	7,4	7,4

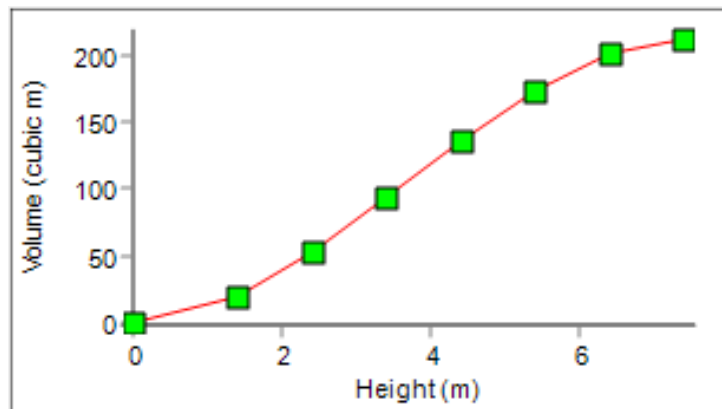
9. táblázat. Víztorony adatai

Víztornyok adatai:

Fontos megjegyezni, hogy az EPANET kör keresztmetszetű, hengeres tartályokkal számol víztornyok esetén, azonban Magyarországon a hidroglobuszok (gömb alakú tartályok) az elterjedtek. Az ilyen típusú víztornyok modellezéséhez egy térfogati görbét kell megadni a paramétereknél, ezáltal úgy módosítva a hengeres tartály vízszint változását, hogy az egy ugyanakkora átmérőjű hidroglobuszként viselkedjen. Egy ilyen görbe azt adja meg, hogy egy adott vízszint esetén mekkora a vízmennyiség a tartályban. A programban ezt pontpárok segítségével lehet megadni. A pontpárok az átmérő ismeretében az alábbi egyenlettel számolhatóak:

$$V = \pi R h^2 - h^3 \frac{\pi}{3} \quad (20)$$

Ismerve a gömb átmérőjét meghatározhatóak az egyes magasságokhoz tartozó sugarak, ezáltal pedig számolható a térfogat. A modell mindkét víztornya ugyanakkora méretű (7,4 m átmérőjű), így mindkettő esetén az alábbi kifolyási görbe alkalmazható:



5. ábra. Víztornyban átrolt vízmennyiség a vízmagasság függvényében.

Szivattyúk adatai:

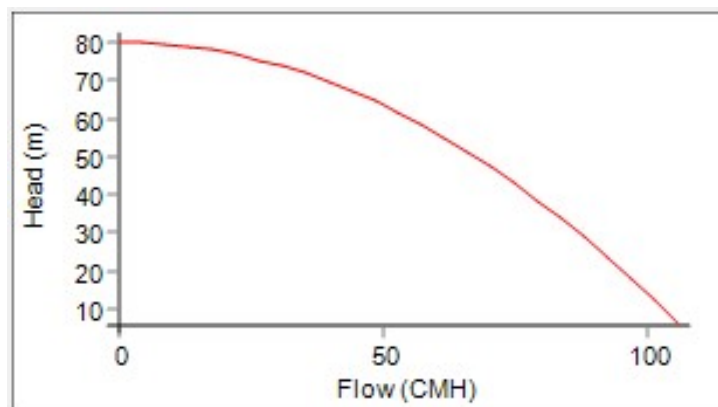
- 1-es számú, betápláló szivattyú:

A szivattyú egy kútból szállít vizet a hálózatba, ez egy szívó oldali táptartállyal van modellezve. A rendszer napi összfelhasználása 1086 m<sup>3</sup>/nap, azaz 45,25 m<sup>3</sup>/h. Nagycenkhez képest a legmagasabb pont a sopronkövesdi toronynál található, ami 77,5 m-rel van magasabban. Ezek alapján a szivattyúnak 45,25 m<sup>3</sup>/h térfogatáramnál legalább 77,5 m-es szállítómagasságot kellene tudnia biztosítani (a mérnöki gyakorlatban ilyen esetben

Vízszint [m]	Térfogat [m <sup>3</sup> ]
0	0
1,4	19,09
2,4	52,48
3,4	93,21
4,4	135,83
5,4	174,06
6,4	201,60
7,4	212,17

10. táblázat. Toronyvízszint és a térfogat közti kapcsolat

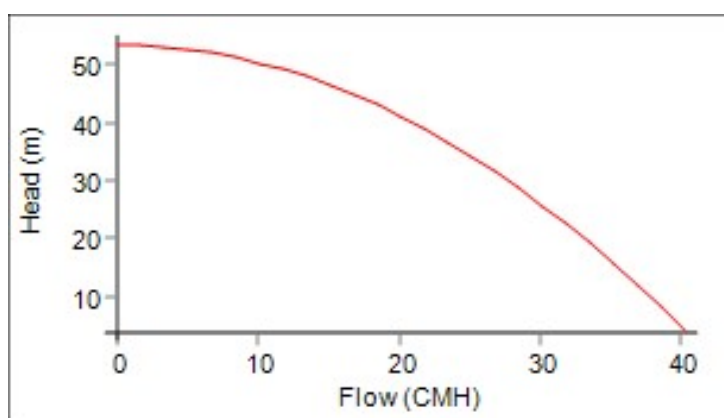
inkább 80-90 m lenne a szállítómagasság). Egy ilyen szivattyú alkalmazásakor azonban a rendszer többi pontján az elfogadhatónál nagyobb nyomás lépne fel, ezért célszerűbb olyan szivattyút választani, ami Sopronkövesd kivételével mindenhol megfelelő nyomást tud fenntartani, és beépíteni egy plusz átemelő szivattyút Sopronkövesd irányába. Ezen elgondolás mentén haladva a szivattyúnak legalább 42,5 m szállítómagasságot kell biztosítania 45,25 m<sup>3</sup>/h térfogatáram mellett. Figyelembe véve még a csősúrlódásból adódó veszteségeket, a rendszer biztonságos üzemelésének érdekében olyan szivattyú került a rendszerbe, amelyik 65 m szállítómagasságot képes szolgáltatni ekkora térfogatáram mellett, ennek a jelleggörbéje az alábbi diagramon látható:



6. ábra. 1-es szivattyú jelleggörbéje

- 2-es számú, betápláló szivattyú:

Ennek a szivattyúnak az a feladata, hogy biztosítsa Sopronkövesd megfelelő vízellátását. A szivattyú nyomócsonkjá és a nyomóoldali legmagasabb pont (sopronkövesdi víztorony) között 84 m szintkülönbség található, azonban a szívó oldali nyomás minimális esetben 4 bar (40 vízoszlopméter). Ezáltal a szivattyúnak a tényleges emelőmagasság, amit biztosítani kell 44 m. Sopronkövesd napi átlagfogyasztása 210 m<sup>3</sup>/nap, azaz 8,75 m<sup>3</sup>/h. Figyelembe véve a csősúrlódásból származó veszteségeket a biztonságos üzemeléshez egy olyan szivattyúra van szükség, amelyik 8,75 m<sup>3</sup>/h térfogatáram mellett 50 m szállítómagasságot szolgáltat, ennek a jelleggörbéje az alábbi diagramon látható:

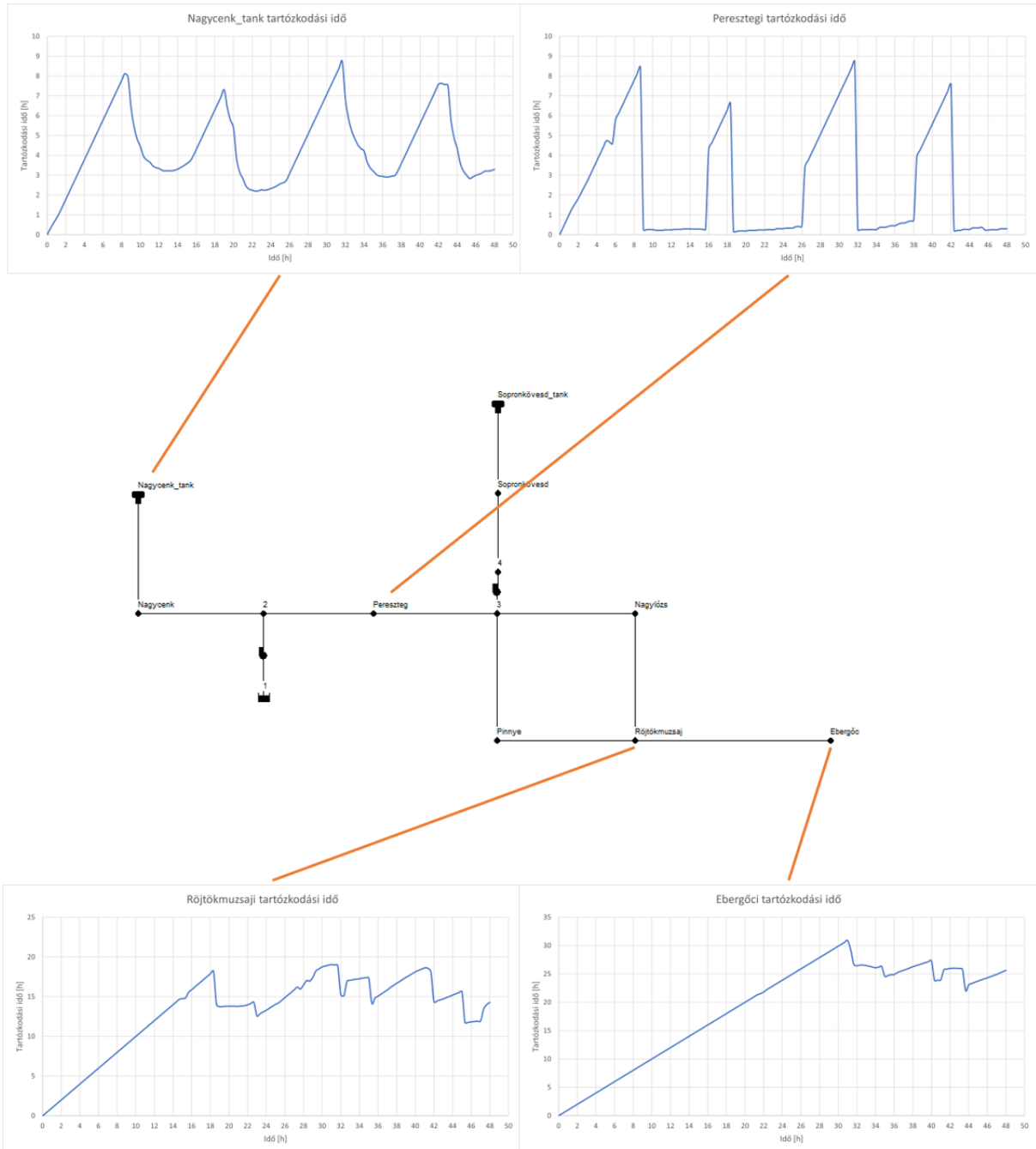


7. ábra. 2-es szivattyú jelleggörbéje

### 3.2. Tartózkodási idő

Az EPANET MSX toolkit működésének megértéséhez első körökben egyszerűbb szimulációkat futtattunk, ezek során lehetőség nyílt megfigyelni, az egyes beállítások hogyan befolyásolják a számított eredményeket, valamint hogyan érdemes kezelni és feldolgozni a kapott eredményeket. Elsőként az új hálózatban lévő víz tartózkodási ideje lett megvizsgálva, ami alatt azt értjük, mennyi ideje van jelen a rendszerben egy adott térfogatú vízmennyiség. Bár a tartózkodási idő nem egy kémiai vagy biológiai anyag, modellezhető az MSX toolkitben, ha egy olyan tau nevezetű fiktív anyag mennyiségeként adjuk meg, amelynek változása helytől független, és minden egyes időpillanatban eggyel növekszik az értéke. A szimuláció ideje ez esetben 48 óra, a hidraulikai és az MSX időlépés pedig 1 perc volt. Kezdetben a hálózatban jelen lévő teljes vízmennyiség, illetve a futtatás során a szivattyún keresztül beáramló víz tehát 0-ás kezdeti tau értékkel rendelkezett, és ezután

az egységnyi vízmennyiségek értéke percenként eggyel növekedett egészen addig, amíg azok valamelyik csomóponton fogyasztásként el nem távoztak. A szimuláció eredményéül az egyes hálózati elemekben az adott időpontokban kapott tau értékeket 60-nal leosztva megkapjuk jelenlévő víz tartózkodási idejét órában.



8. ábra. Tartózkodási ideők

A 8. ábra alapján megállapítható, hogy amíg az 1-es szivattyú közelében található nagycenki víztoronyban és Pereszteg településen gyakran cserélődik a víz (9 óránál nem nagyobb a tartózkodási idő), addig a rendszer legtávolabbi pontjain, Rőjtökmuzsajon és

Ebergőcön jóval idősebb víz található, utóbbi esetében rendszeresen több, mint 1 napos víz van jelen. Ez azt jelenti, hogy ha egy esetleges fertőzés miatt klórozni kellene a vizet, és erre csak az 1-es szivattyúnál lenne lehetőség, akkor akár több, mint egy napig tartana, míg eljutna odáig a vegyszer (ebben az esetben a diffúzió miatt a klór gyorsabban terjed, tehát megjelenik idősebb víztérfogatokban is). Az is megfigyelhető, hogy az egymás után található településeken közel ugyanolyan időbeli változás mutatkozik, csupán a szivattyúhoz közelebbi településen hamarabb jelenik meg friss víz, ezáltal ott a tartózkodási idő is kisebb. Ez megfelel a várakozásainknak, bizonyítva a szimuláció hitelességét. Az összes csomópontban megvizsgálva a tartózkodási időt arra az eredményre jutottunk, hogy minden esetben van egy maximális érték, tehát nincs olyan pontja a fiktív hálózatunknak, amelyben végtelenségig pangana a víz.

### 3.3. Klór koncentráció

Mindenekelőtt fontosnak tartjuk kiemelni, hogy azokban a Sopron környéki hálózatokban, amelyeknek bizonyos részeit beemeltük az általunk létrehozott fiktív, új modellbe, egyáltalán nem klórozzák a vizet, mivel az ottani vízminőség ezt nem indokolja.

Mivel az MSX toolkit megkülönbözteti egymástól egy adott kémiai vagy biológiai anyag folyadékbéli illetve csőfali koncentrációját, így a klórozás hatásának vizsgálatokor két különböző fajta klórt kellett megadni. A folyadékbéli klórkoncentráció időbeli változását (1) egyenletből, álló vizet ( $v = 0$ ) feltételezve, az alábbi képlet írja le:

$$\frac{\partial C_{Cl_v}}{\partial t} = -k_B C_{Cl_v} \quad (21)$$

ahol  $k_B = 0,123$   $1/h$ . A fali klórkoncentrációhoz időbeli megváltozását az alábbi egyenlet írja le [5]:

$$\frac{\partial C_{Cl_f}}{\partial t} = C_{Cl_v} \frac{KW1 \cdot KM}{KW1 + KM}, \quad (22)$$

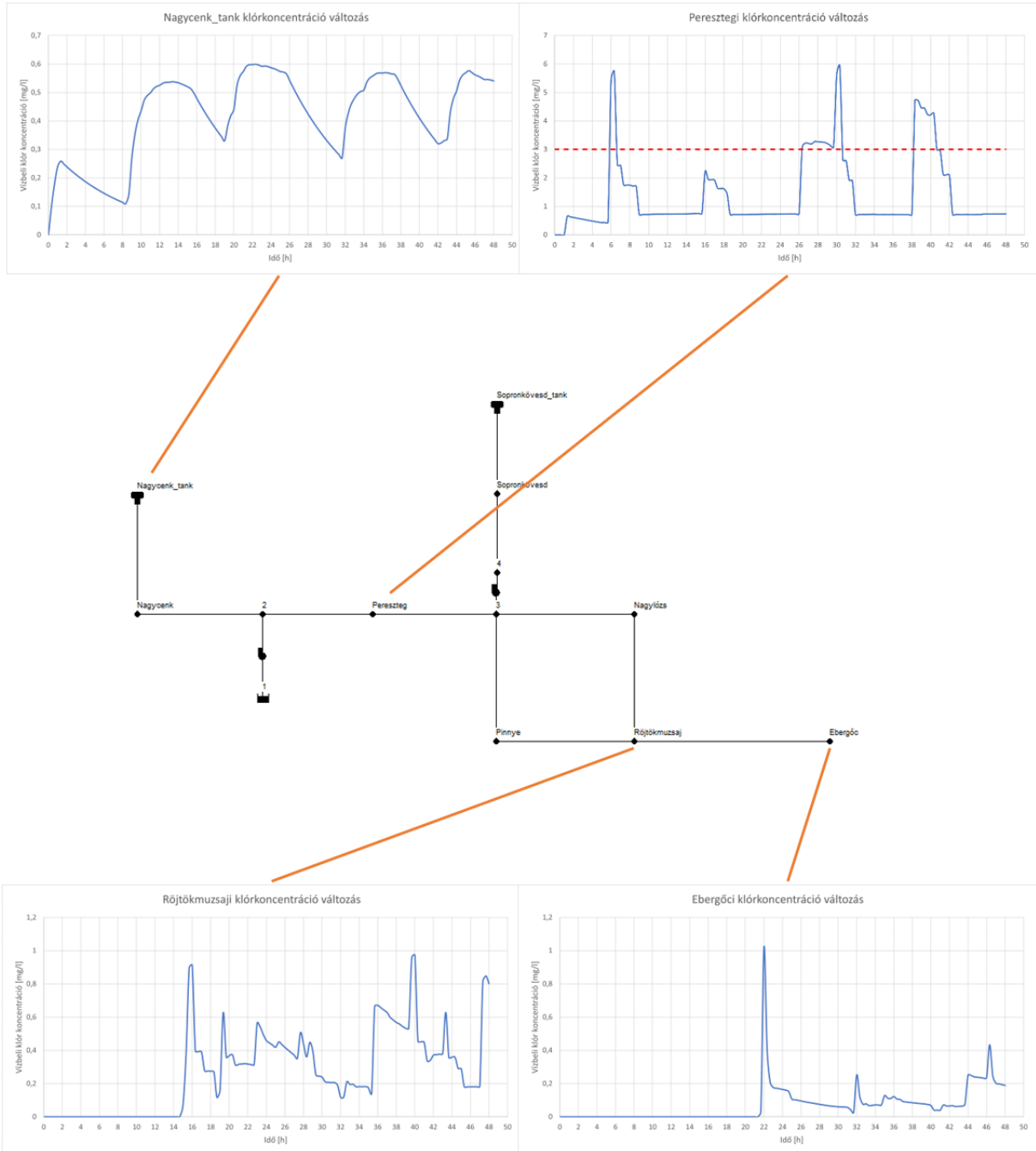
ahol  $KW1 = 0,182$   $m/h$  és  $KM = 0,8$   $m/h$ . A szimuláció ideje ez esetben is 48 óra volt, az időlépés mindkét esetben szintén 1 perc volt. Mivel kezdetben a rendszerben található víz nem tartalmaz klórt, így szükséges továbbá egy forrás megadása is. Ennek helyéül a szivattyú nyomóoldali csatlakozási pontját (Node 2) jelöltük ki, nagyságát pedig állandó, óránkénti 1000  $mg/l$ -esnek vettük fel.

A 9. ábrán a fontosabb csomópontokban látható a vízbéli klórkoncentráció változása, és látható, hogy Peresztegen bizonyos időközönként átlépi a vízügyi hatóság által előírt 3

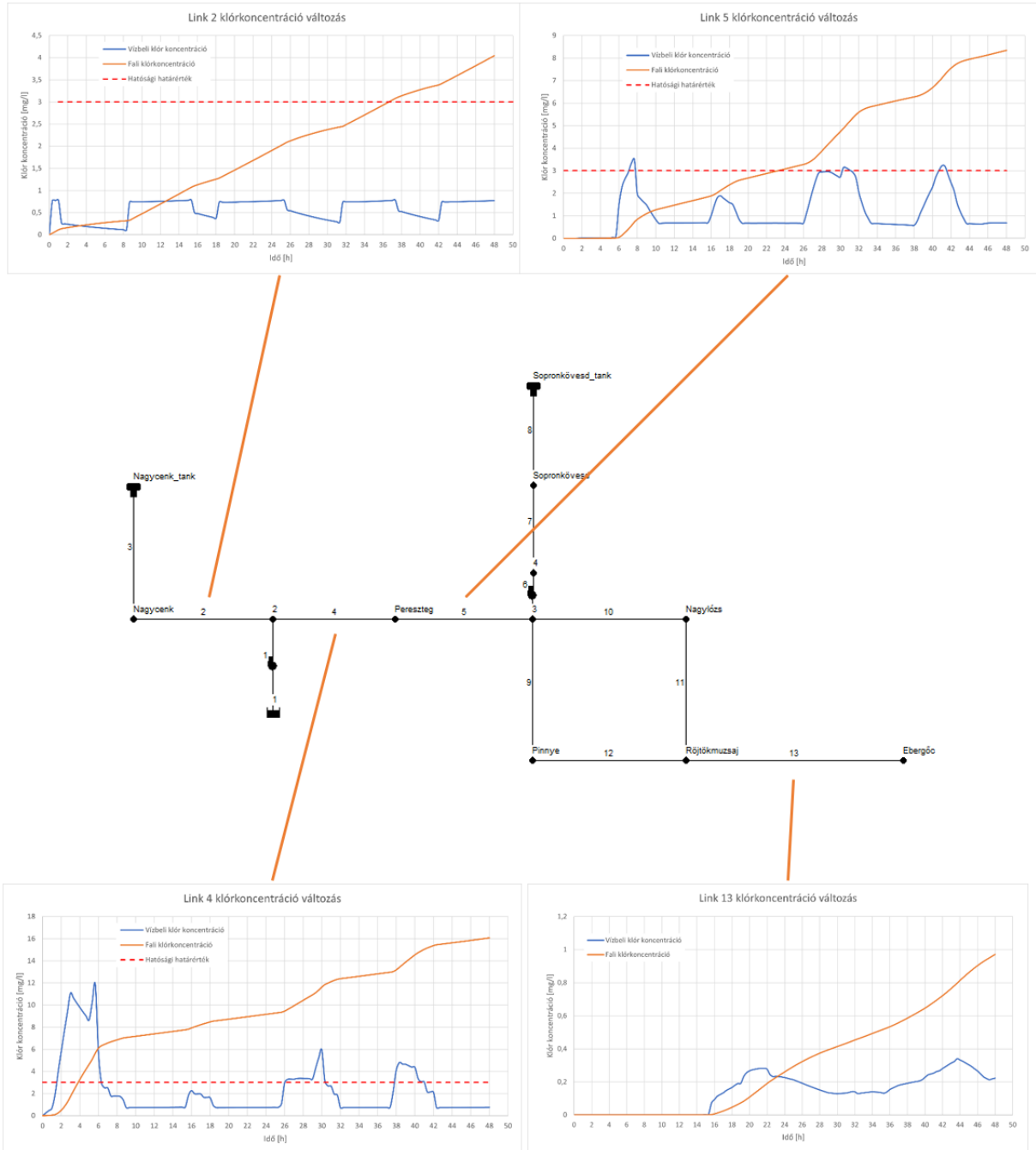
$mg/l$ -es korlátot. Ezenfelül az ebergőci eredmények alátámasztják a 3.2-es pontban tett állításunkat, amely szerint közel egy napig eltart, amíg klórtartalmú víz eljut a településre abban az esetben, ha közvetlenül az 1-es szivattyú után klórozunk.

A 10. ábrán pedig néhány kiemelt csőszakaszban láthatjuk a klórkoncentráció változását az időben. Ebben az esetben nem csupán vizeli koncentrációról, hanem fali koncentrációról is van értelme beszélnünk. Jól látható, hogy minden esetben először a vízben jelenik meg a klór, majd csak ezt követően kezd el a falon is megtapadni. Itt is be van jelölve a vízügyi hatóság által előírt  $3 mg/l$ -es korlát, jól látható, hogy a Pereszteghez csatlakozó két csőszakaszban előfordulnak ennél magasabb értékek, akár csak magán a településen. Mivel állandó a klórbevitel a rendszerbe, így a vízbeli koncentráció minden esetben beáll egy dinamikus egyensúlyi értékre. A matematikai modelltől adódóan a fali klórkoncentráció viszont folyamatosan növekszik.





9. ábra. Klórkoncentráció változás csomópontokban

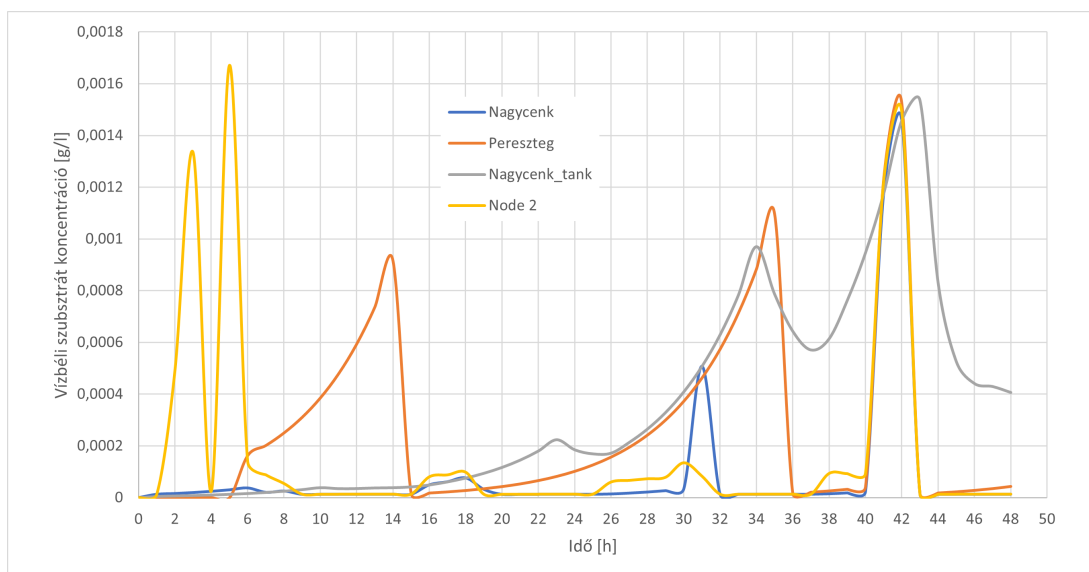


10. ábra. Klórkoncentráció változás csővezetékben

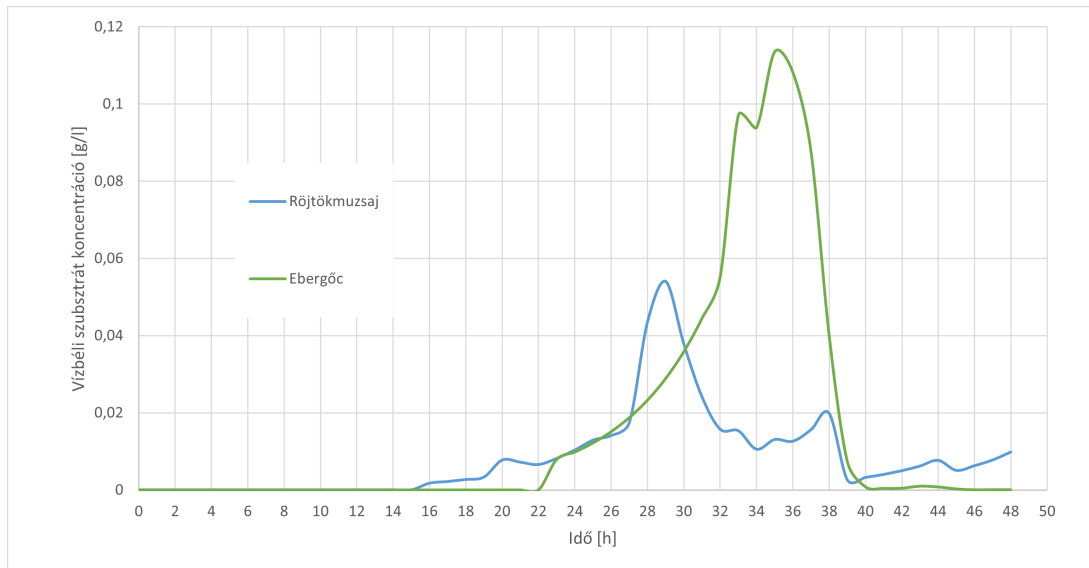
### 3.4. Biológiai aktivitás modellezése

A projektünk fő célkitűzése, hogy képesek legyünk modellezni a biofilm kialakulását és viselkedését csővezeték rendszerekben, legfőképpen a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Hidrodinamikai Rendszerek Tanszék laboratóriumában található biofilm mérőberendezés számítógépes modelljében. A szimulációkat párhuzamosan futtatva a berendezésen folytatott mérésekkel átfogó képet kaphatunk arról, mennyire pontosak az általunk használt matematikai modellek.

Jelen dolgozat keretében a 2.2-es és 2.3-as fejezetekben bemutatott transzportegyenletekkel futtattunk szimulációkat az új hálózati modellen. Ahogy korábban is említésre került, több helyen is nehézségbe ütköztünk, legfőképpen a szubsztrátra vonatkozó diffúzió figyelembevételével akadtak problémák. Ez idáig még nem sikerült olyan szimulációt lefuttatni, amellyel értelmezhető eredményeket kaptunk volna szubsztrátdiffúzióval számolva. Ezért azzal a feltételezéssel élünk a további futtatások során, hogy a biofilmben és a víztestben kiegyenlített a szubsztrát koncentrációja, ezáltal tehát nem lép fel diffúzió. A szimuláció ideje 48 órás, a hidraulikai és az MSX időlépések pedig 1 percesek voltak. A definiált biológiai anyagok a vízbéli és a biofilmben található szubsztrát koncentrációi voltak (amelyek értékei a diffúzió hiányában megegyeztek), valamint a vízbéli és a biofilmben található mikrobák koncentrációi voltak.

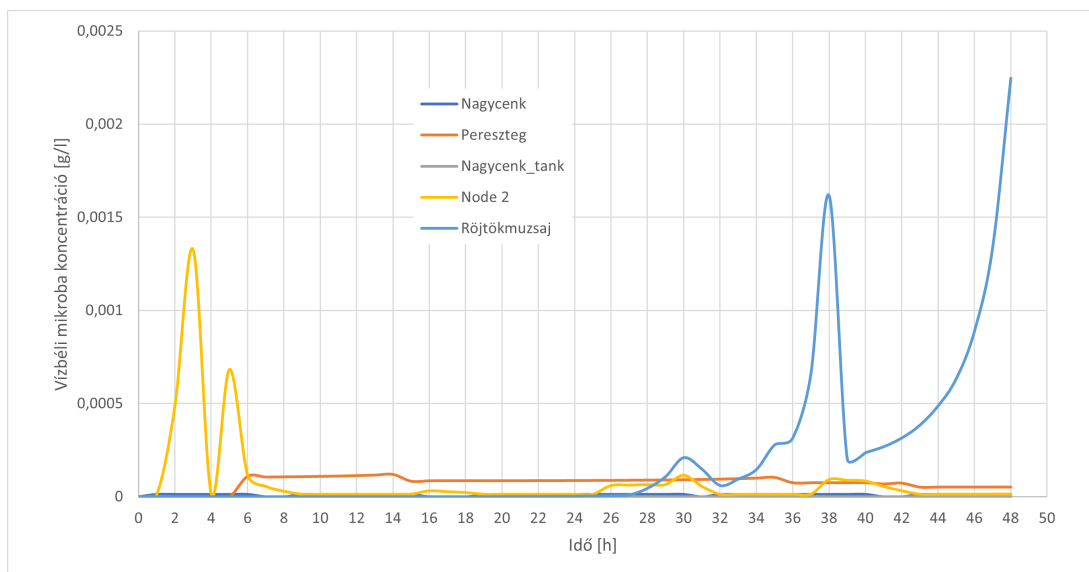


11. ábra. Vízbeli szubsztrát koncentráció változás csomópontoknál



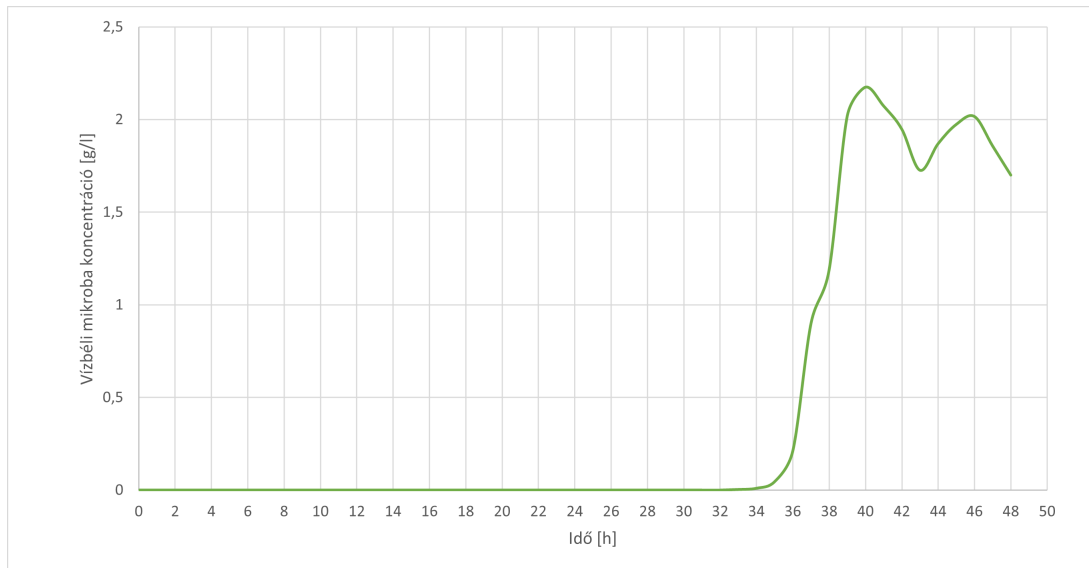
12. ábra. Vízbeli szubsztrát koncentráció változás Röjtökmuzsajnál és Ebergőcnél

A 11. ábrán a hálózat fontosabb csomópontjainál láthatóak a folyadéktestben lévő szubsztrát koncentráció változások. A 12. ábrán a Ebergőc és Röjtökmuzsaj településeknél található értékek vannak, mivel ezek nagyságrenddel nagyobbak a többinél.



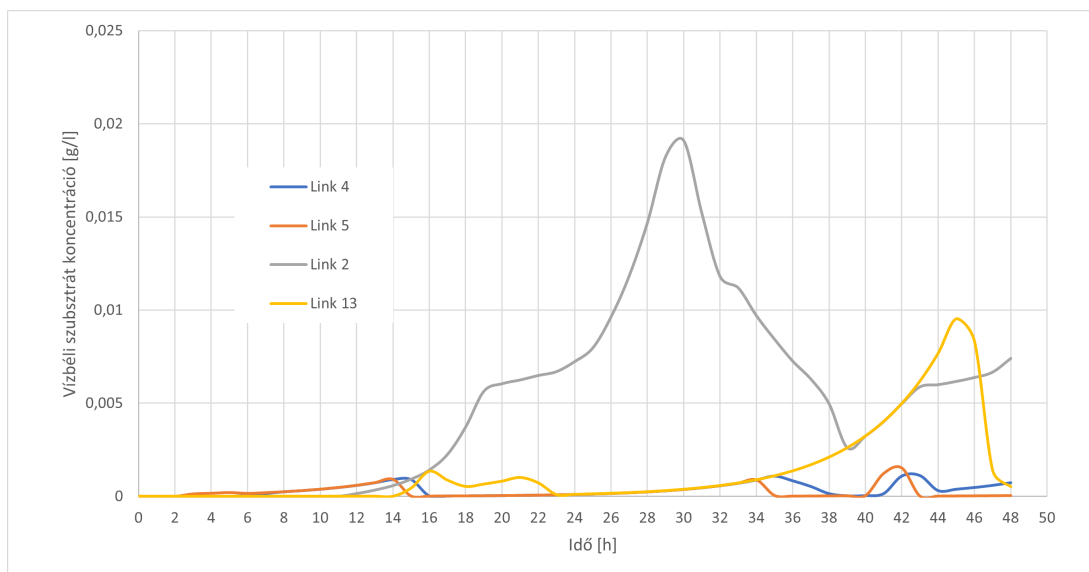
13. ábra. Vízbeli mikroba koncentráció változás csomópontoknál

A 13. ábrán az előző csomópontokban a mikrobák koncentrációjának változása látható az időben, a 14. ábrán külön ábrázolva az Ebergőchöz tartozó értékeket. Megfigyelhető, hogy a két legtávolabbi, Röjtökmuzsaj és Ebergőc településeken mennyivel később jelennek meg a mikrobák (ez a tartózkodási időre vezethető vissza), valamint, hogy a



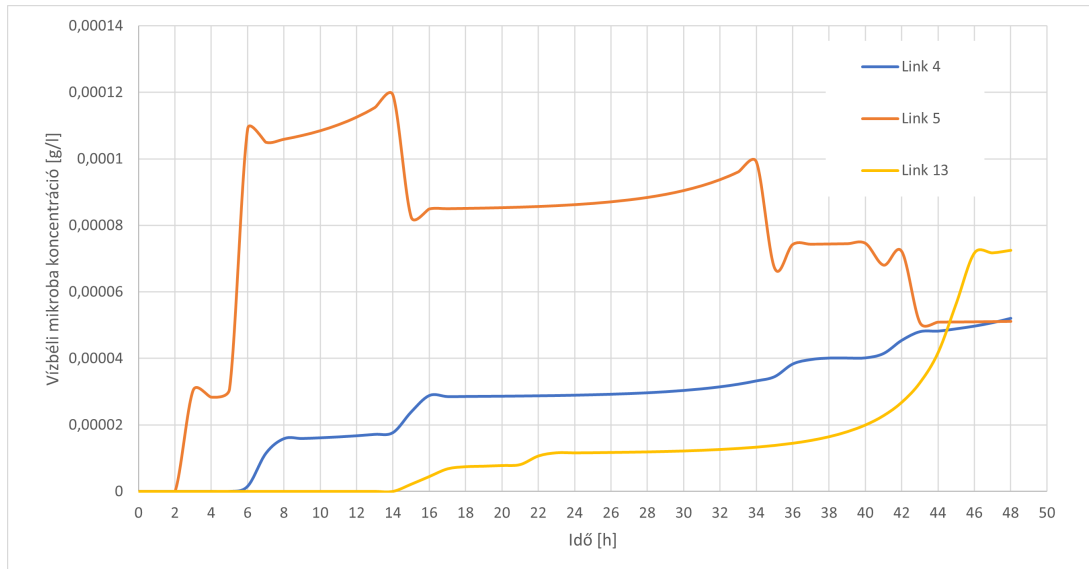
14. ábra. Vízbeli szubsztrát koncentráció változás Rőjtökmuzsajnál és Ebergőcnél

megjelenéssel párhuzamosan elkezdi csökkenni a vízben a szubsztrát tartalom, amelyet a baktériumok elfogyasztanak.

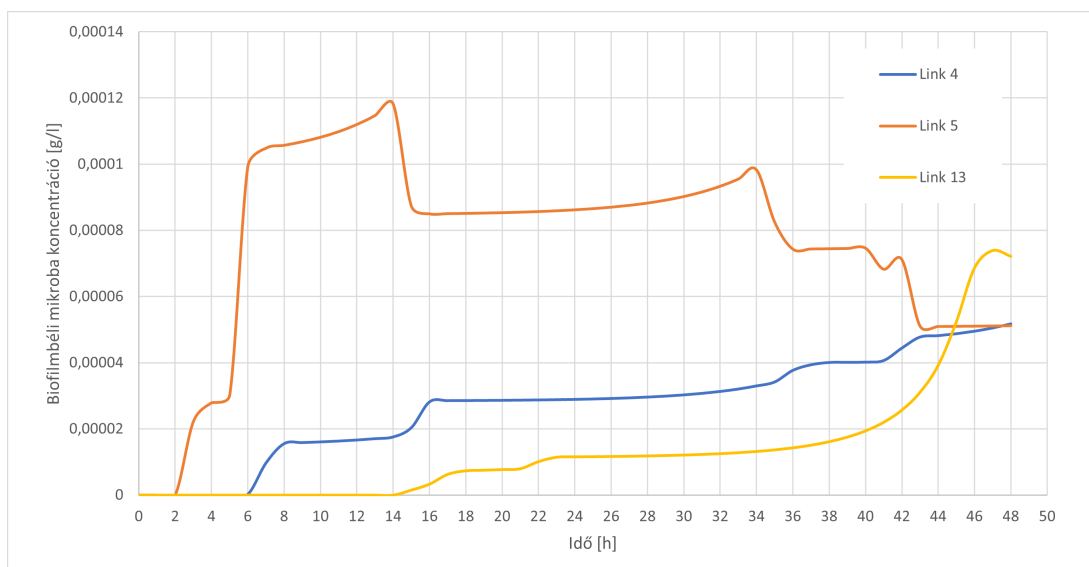


15. ábra. Vízbeli szubsztrát koncentráció változás csőszakaszoknál

A 15. ábra bemutatja, miként alakul néhány csővezetékben a vízbeli szubsztrát koncentráció. A 16. és 17. ábrákon pedig a mikróbak koncentrációjának változása látható, előbbinél a víztestben, utóbbi esetén pedig a csőfalon található biofilmben. Látható, hogy a két grafikon alig tér el egymástól, ez azt mutatja, hogy a vízbeli és a csőfalon található biofilmbeli baktériumok koncentrációja egyensúlyra törekszik, a diffúzió által gyorsan kiegyenlítődik.



16. ábra. Vízbeli mikroba koncentráció változás csőszakaszoknál



17. ábra. Biofilmbéli mikroba koncentráció változás csőszakaszoknál

---

## 4. Összefoglalás és kitekintés

Munkám során tanulmányoztam a csőhálózatokban végbemenő transzportfolyamatokat leíró különböző egyenleteket, különös hangsúlyt fektetve azokra, amelyek szerepet játszanak ivóvízellátó rendszerek esetében. A tartózkodási időt és a klórkoncentráció változását leíró összefüggéseken felül utánanéztem az elérhető szakirodalomban a biofilm keletkezését és viselkedését leíró transzportegyenleteknek, ezek alapján összeszedtem azt a négy összefüggést, amikre szükség van egy szimulációnál. Ezek leírják a folyadékban és a biofilmben a mikrobák, illetve a szubsztrát koncentrációjának változását, és az ezek közötti kapcsolatokat. Ezt követően tanulmányoztam három valódi, Sopron környékén megtalálható ivóvízellátó rendszer felépítését és működését, majd ezek egy részét, illetve fiktív elemeket felhasználva egy új hálózatot alkottam meg az EPANET szoftver segítségével. Miután ellenőriztem, hogy hidraulikailag megfelelő az új modell, az MSX toolkit segítségével vízminőségi szimulációkat futtattam rajta. Első körben a tartózkodási időt vizsgáltam a rendszer különböző pontjain, ezt követően pedig a vízbéli, illetve fali klórkoncentráció változását szimuláltam. Végezetül modelleztem a hálózatban a biológiai aktivitást, ahol az első tapasztalat az volt, hogy tovább kell finomítani a matematikai modelljeinket, ehhez a későbbiekben további irodalomkutatást tervezek végezni. A lefuttatott szimulációk eredményei bemutatták, miként alakulnak a szubsztrát, illetve mikroba koncentrációk a rendszerben az idő előrehaladtával. Az is látszik a kapott adatokból, hogy a matematikai modellek alapján ezek az értékek igyekeznek egyensúlyra törekedni, és kisebb változásra is gyorsan reagálnak.

A következő időszakban további szimulációkat szeretnénk futtatni a biológiai aktivitással kapcsolatban. Ehhez tovább szeretnénk pontosítani a jelenleg használt matematikai összefüggéseket, illetve továbbiakat is implementálni szándékozunk. Célunk továbbá, hogy megoldást találjunk a jelenlegi problémára a szubsztrát diffúziójának szimulálása terén, hogy képesek legyünk alaposabb és hosszabb, akár több hetes futtatásokat is elvégezni. Ezen felül más modellezett hálózatokon is tervezünk szimulációkat futtatni, többek között a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Hidrodinamikai Rendszerek Tanszék laboratóriumában található biofilm mérőberendezés modelljén is. Ebben az esetben összevethetővé válnak az MSX toolkit által számolt eredmények a mérőberendezésen mért adatokkal, így képet kaphatunk a matematikai modellek pontosságáról.

## 4.1. Köszönetnyilvánítás

Szeretném megköszönni Dr. Hős Csaba témavezetőmnek a munkámhoz nyújtott támogatást és tanácsadást, amik nagyban segítettek az előre haladásomat. Továbbá szeretnék köszönetet mondani Golyán Péter biomérnök hallgatónak, kutatótársamnak a közös munkák során nyújtott segítséget.

## Hivatkozások

- [1] Gopinathan R. Abhijith and Avi Ostfeld. Assessing uncertainties in mechanistic modeling of quality fluctuations in drinking water distribution systems. *Journal of Environmental Engineering*, 150(1):04023091, 2024.
- [2] Sonia Al Heboos and István Licskó. Application and comparison of two chlorine decay models for predicting bulk chlorine residuals. *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, 61(1):7–13, 2017.
- [3] Várszegi B. Várszegi B.: Biológiai folyamatok modellezése vízellátó rendszerekben, TDK dolgozat, 2020, BME GPK.
- [4] Dirk de Beer, Paul Stoodley, and Zbigniew Lewandowski. Measurement of local diffusion coefficients in biofilms by microinjection and confocal microscopy. *Biotechnology and bioengineering*, 53(2):151–158, 1997.
- [5] Ian Fisher, George Kastl, and Arumugam Sathasivan. Validity of chlorine-wall reaction models for drinking water distribution systems. *Urban Water Journal*, 2023.
- [6] Stewart PS. Diffusion in biofilms. *J Bacteriol*, 2003.
- [7] F. Shang, L. Rossman, and J. Uber. *US Environmental Protection Agency, Cincinnati, OH, EPA/600/R-22/199, 2023.*
- [8] Philip S. Stewart. Diffusion in biofilms. *Journal of Bacteriology*, 185(5):1485–1491, 2003.
- [9] Yung-Pin Tsai. Impact of flow velocity on the dynamic behaviour of biofilm bacteria. *Biofouling*, 21(5-6):267–277, 2005.



- [10] Jing Guo Zhao, Yu Long Yang, and Cong Li. The laboratory study of drinking water biofilms. volume 535, pages 455–459. Trans Tech Publications, 2014.