Bertók Zsanett

Állapotmegfigyelő tervezése állandómágneses gépek számára

Konzulensek:

Dr. Budai Csaba

adjunktus (BME-GPK MOGI)

Dr. Stumpf Péter Pál

egyetemi docens (BME-VIK AUT)

Tudományos Diákköri Konferencia

Budapest, 2023

Összefoglaló

Egy rendszer szabályozása során elengedhetetlen megadott időpillanatokban ismerni a rendszer bizonyos fizikai jellemzőit, állapotait, azonban valós rendszerek esetében gyakran nem mérhető közvetlenül a rendszer összes, a szabályozás szempontjából lényeges jellemzője. Állapotmegfigyelő alkalmazásával ezekre az ismeretlen állapotokra is adható becslés a megadott időpillanatokban, a rendszer mérhető állapotai, kimenő jelei alapján. Megfelelően gyors beállású, stabil megfigyelő alkalmazása esetén a rendszer összes állapota folyamatosan rendelkezésre áll, így ezek felhasználhatók a zárt hurkú szabályozás során.

Villamos hajtások mozgásszabályozása során általában nélkülözhetetlen a felhasznált motor aktuális fázisáramait, szögpozícióját, valamint szögsebességét minél pontosabban ismerni. Ez utóbbiak gyakran kevésbé pontosan, kisebb mintavételi frekvenciával mérhetők a hajtás villamos jeleihez képest, ezért becslésükre léteznek elterjedt érzékelő nélküli szabályozási módszerek, amelyek manapság igazán népszerűek, hiszen ezek alkalmazása esetén nincsen szükség a szöghelyzetet mérő szenzorra, így csökkentve a megvalósítási költségeket. Ezen érzékelőmentes módszerek általában valamilyen megfigyelő alapú módszert használnak, amelyek a rendelkezésre álló, mért mennyiségekből, mint az állórész feszültség vagy a fázisáramok, állítják elő a szabályozás számára a pozíció-, valamint szögsebességinformációt.

A dolgozatban először bemutatásra kerül a Luenberger-féle megfigyelő, amely a lineáris modellel jellemezhető egyenáramú gép példáján keresztül mutatható be. Az állapotmegfigyelő alkalmazásával a motor szögpozíció, valamint szögsebesség jele előállítható pusztán az armatúra feszültség- és áramerősségjelének felhasználásával.

Azonban a Luenberger-féle állapotmegfigyelő kizárólag lineáris rendszerek esetén ad pontos becslést a rendszer állapotaira, nemlineáris rendszerekhez komplexebb megfigyelési módszerek alkalmazására van szükség, mint például a csúszómód alapú megfigyelők vagy a Kálmán-szűrő alapú technikák. Jelen munkában kidolgozásra kerül egy ezektől a megoldásoktól eltérő, visszacsatolással történő linearizációra (*feedback linearization*) alapozott új struktúra. A visszacsatolás alapú linearizációra épített megfigyelő egy linearizált modellen dolgozik, ezért érvényesek rá a Luenberger által kidolgozott, szisztematikus tervezési lépések, valamint az elterjedt megoldásokhoz képest egyszerűbb felépítés jellemzi, amely kedvez a valós idejű működés megvalósíthatóságának.

A javasolt módszer a nemlineáris működésű állandómágneses szinkron motor (Permanent Magnet Synchronous Motor) mozgásszabályozására kerül felhasználásra. Ezen gépek szabályozásához sokféle, különböző érzékelőmentes megfigyelési módszer áll rendelkezésre. A dolgozatban ezek a technikák kerülnek összehasonlításra a javasolt, feedback linearizációra alapozott megfigyelő struktúra PMSM hajtásra történő alkalmazásával.

Abstract

When performing control of a system, it is essential to know certain physical variables, states of the system, at given time instants, however, in the case of real systems, it is frequently difficult to directly measure all the relevant attributes of the system. The application of a state observer can provide an estimation of these unknown states at given time instants based on the measurable states, the output signals of the system. By using a stable observer with a sufficiently rapid settling time, all the system states are continually available and can therefore be used in closed loop control.

In motion control of electric drives, it is usually necessary to have accurate knowledge of the present phase currents, angular position and speed of the motor used. These latter can often be measured less accurately and with a lower sampling frequency than the electrical signals of the drive, hence widespread sensorless control methods exist to estimate them. These have become quite popular today as they eliminate the need for a sensor to measure the angular position, thus reducing implementation costs. These sensorless methods typically use some sort of observer-based method, which produces position and angular velocity information for the controller using the available measured variables, such as stator voltage or phase currents.

This study first introduces the Luenberger observer, which is demonstrated on the example of a DC machine, which can be described by a linear model. By implementing the state observer, the angular position and angular speed signal of the motor can be obtained solely by using the voltage and current signals of the armature.

The Luenberger state observer, however, can provide an accurate estimate of the system states only in the case of linear systems; for nonlinear systems, more complex observing methods are required, such as sliding mode observers or Kalman filter based techniques. In this paper, an alternative structure based on feedback linearization is developed. The feedback linearization based observer operates on a linearized model and therefore the systematic design steps developed by Luenberger apply to it. It also has a simpler architecture compared to prevalent solutions, which is advantageous from to point of real-time feasibility.

The proposed method is used for motion control of the nonlinearly characterized Permanent Magnet Synchronous Motor (PMSM). A variety of different sensorless observing methods are available to control these machines. In this study, these techniques are compared with the application of the proposed feedback linearization based observer structure to a PMSM drive.

Tartalomjegyzék

1. Bevezető

A technológiai fejlődésnek és az irányításelméletben elért legújabb eredményeknek köszönhetően manapság egyre gyakrabban alkalmaznak érzékelőmentes szabályozási (*sensorless control*) technikákat villamos gépek hajtásához. Ezen technikák elterjedésének következményeként már nem feltétlenül szükséges a motor tengelyére szerelt mechanikai fordulatszám vagy szöghelyzetérzékelővel ellátni a hajtást, hanem elegendő a motorra kiadott feszültség és a rajta mért áramerősségek felhasználásával becsülni a szükséges fizikai mennyiségeket. Így a mechanikai alapon működő szenzorok alkalmazása kiváltható elektromos átalakítók használatával, ezért az így tervezett hajtások nagyobb megbízhatósággal és kisebb előállítási költséggel rendelkeznek.

A szenzormentes hajtások elterjedéséhez elengedhetetlen volt a modell alapú állapotmegfigyelő módszerek fejlődése. A Luenberger által 1960-as években kidolgozott lineáris rendszerekre alkalmazható állapotmegfigyelőre [1], [2] alapozva megjelentek ennek nemlineáris rendszerekre is alkalmazható változatai [3] [4], melyek lehetővé teszik a bonyolultabb struktúrával rendelkező rendszerek állapotainak becslését is. A napjainkban rendelkezésre álló, modern állapotmegfigyelő alapú technikák olyan módszereket alkalmaznak állapotbecslésre, mint a Kálmán-szűrő [5], a csúszómód szabályozás [6], vagy a széles körben elterjedt terhelésbecslők [7].

A villamos hajtásokra alkalmazott megfigyelési technikákban közös, hogy jellemzően az indukált feszültség becslése alapján állítják elő a motor mechanikai fordulatszámát és pozícióját. Ez azonban alacsony szögsebességek esetén nem használható, mivel az indukált feszültség alacsony szögsebességek esetén kis jel-zaj aránnyal rendelkezik. Ezért általában az érzékelő nélküli szabályozások indításhoz valamilyen más módszert alkalmaznak (például nagyfrekvenciás jelinjektálást [8]), majd amikor a hajtás elérte azt a minimális fordulatszámot, amelyen már megbízható az állapotmegfigyelő működése, az állapotmegfigyelő által becsült jeleket kezdik felhasználni a szabályozáshoz.

A dolgozat célja, hogy egy olyan megfigyelési módszert mutasson be, amely kis sebességeken is képes megbízhatóan megadni a hajtás szögelfordulását és -sebességét. A kidolgozott módszer így képes a teljes szabályozási folyamat során használható jeleket biztosítani, ezért ennek alkalmazásával nincs szükség az egyes megfigyelési módszerek közötti váltásra a szabályozás során. A bemutatott módszer a 90-es években kidolgozott, egyre népszerűbb visszacsatolással történő linearizáción (*feedback linearization*) alapszik [9], amely a nemlineáris rendszerből egy teljesen pontos, lineáris modellt képes előállítani.

Ez a linearizált rendszer azonban nem feltétlenül megfigyelhető, hiszen a visszacsatolásos linearizációs eljárás célja alapvetően nem a rendszer megfigyelése, hanem irányítása. Ennek kiküszöbölésre kidolgozásra került a technikának egy módosított változata, mely használatával kapott linearizált modell már mindenképpen megfigyelhető lesz, vagyis általános nemlineáris rendszer esetén használható állapotmegfigyelő tervezéséhez. Mivel így a vizsgált rendszer ezzel lineáris formára hozható, tervezhető hozzá Luenberger állapotmegfigyelő, amely szisztematikusan tervezhető, valamint felépítését tekintve is egyszerűbb a nemlineáris rendszerek esetén jól megszokott módszereknél. A kidolgozott módszer tervezése, valamint alkalmazhatósága villamos hajtások szenzormentes szabályozásán kerül bemutatásra. Mivel a visszacsatolással történő linearizáció egy közelítésektől mentes, lineáris modellt ad a vizsgált rendszerről, az erre alapozott állapotmegfigyelő is a precíz modellen működik, és közvetlenül képes becsülni a hajtás szögsebességét és szögelfordulását. Így ennek alkalmazásával nem jelent problémát a hajtás indítása sem.

A dolgozatban először bemutatásra kerül a klasszikus Luenberger állapotmegfigyelő a lineárisan modellezhető egyenáramú gép példáján keresztül, majd kidolgozásra kerül egy visszacsatolással történő linearizációra alapozott megfigyelési módszer, mely lehetővé teszi a Luenberger megfigyelő alkalmazását nemlineáris rendszerekre. A kidolgozott módszerrel a nemlineáris rendszer modelljére alapozott pontos, közelítésmentes állapotbecslő tervezhető, mely tetszőleges, nemlineáris rendszeren alkalmazható.

A kidolgozott visszacsatolásos linearizációra alapozott megfigyelő a nemlineáris karakterisztikával rendelkező állandómágneses szinkrongépen (*Permanent Magnet Synchronous Machine, PMSM*) kerül bemutatásra. A PMSM hajtások érzékelőmentes szabályozására nagyszámú, különféle modern megoldás terjedt el [10], [11], [12], a Kálmán szűrő alapú technikáktól kezdve az adaptív (*Model Reference Adaptive Sytem, MRAS*) megfigyelőktől egészen a csúszómód alkalmazásáig. Ezek közül a dolgozatban az egyik leggyakrabban alkalmazott, nem teljes vagy redukált rendű Luenberger megfigyelő (*Reduced Luenberger Observer, RLO*), valamint a robosztussága miatt egyre kedveltebb csúszómód alapú megfigyelő (*sliding mode observer*) kerül összehasonlításra a kidolgozott megfigyelési módszerrel.

A különböző állapotmegfigyelők működése szimulációk útján kerül bemutatásra, egy PMSM hajtás mezőorientált szabályozán keresztül, valamint a javasolt módszer esetén a megfigyelés sikeressége a teljes érzékelőmentes szabályozás végrehajtásával kerül ellenőrzésre kísérleti mérés útján.

2. Állapotmegfigyelő tervezése egyenáramú géphez

A következőkben bemutatásra kerül a Luenberger állapotmegfigyelő működése, valamint tervezésének lépései. Az állapotbecslési módszert egy lineárisan modellezhető rendszer, az egyenáramú (DC) motor szögsebességének és szögelfordulásának követésére használjuk fel, ezen keresztül bemutatva a teljes tervezési folyamatot a vizsgált rendszer modelljének megalkotásától kezdve egészen a kísérleti eredményekig.

2.1. Az állapotmegfigyelő tervezésének elvi alapjai

Lineáris rendszerek egy $\mathbf{x}_0$ (kezdeti) állapotát akkor nevezzük megfigyelhetőnek, ha az $u(t)$ bemenet és az $y(t)$ kimenet vizsgált időtartam alatt ismert értékei alapján $\mathbf{x}_0$ meghatározható. Szintén gyakran vizsgált jellemző a rendszer rekonstruálhatósága, amely akkor teljesül egy $x(t)$ állapot esetén, ha ez a kimenet és bemenet jelen- és múltbéli értékei alapján előállítható. Folytonos idejű, lineáris és időinvariáns rendszerek esetén a megfigyelhető és rekonstruálható állapotok azonosak, míg diszkrét idejű rendszereknél ez az azonosság csak reverzibilis rendszereknél áll fenn [13].

Kálmán szerint [14] a rendszer megfigyelhetősége az ún. megfigyelhetőségi mátrix segítségével vizsgálható. A mátrix az állapot- és a kimeneti mátrix segítségével állítható össze

$$\mathbf{M}_\mathrm{o} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \dots \\ \mathbf{CA}^{n-1} \end{bmatrix} \tag{1}$$

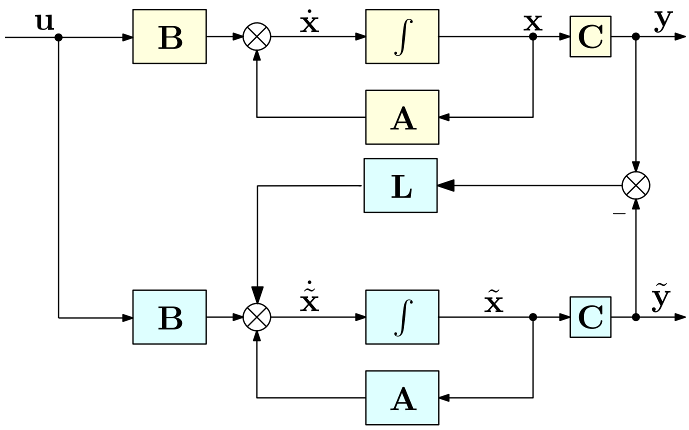
alakban, ahol n a rendszer állapotainak számát, vagyis az állapotmátrix dimenzióját jelöli. Egy rendszer akkor (és csak akkor) megfigyelhető, ha a megfigyelhetőségi mátrixra érvényes, hogy rangja n, vagyis

$$\mathrm{rank}(\mathbf{M}_\mathrm{o}) = \dim(\mathbf{A}) = n. \tag{2}$$

Ha a rendszer állapottér modellje

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{Ax}(t) + \mathbf{Bu}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{Cx}(t) + \mathbf{Du}(t) \end{aligned} \tag{3}$$

formában adott, ahol $\mathbf{D} = \mathbf{0}$, akkor az 1. ábrán látható megfigyelőt adhatjuk a rendszerhez [2]. A cél, hogy a megfigyelt $\tilde{\mathbf{x}}$ állapotok aszimptotikusan közelítsék $\mathbf{x}$-et. Ennek teljesülése érdekében egy mérhető állapotot tekintve a kimenetnek, ennek $\mathbf{y} - \tilde{\mathbf{y}}$ hibája egy arányos $\mathbf{L}$ taggal korrigálva hozzáadásra kerül az állapotbecslő bemeneti jeléhez, az 1. ábrán látható módon.



1. ábra. Az állapotmegfigyelő struktúrája

Ekkor az állapotmegfigyelő állapotegyenlete

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{L}(\mathbf{y} - \tilde{\mathbf{y}}) \tag{4}$$

alakban írható fel.

A kimeneti egyenletből adódóan $\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x}$, valamint $\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{C}\tilde{\mathbf{x}}$. Ezt felhasználva

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{L}\underbrace{\mathbf{C}\mathbf{x}}_{\mathbf{y}} \tag{5}$$

egyenlet kapható. Ez alapján vizsgáljuk meg az állapotbecslés $\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}$ hibáját.

$$\dot{\mathbf{x}} - \dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \cancel{\mathbf{B}\mathbf{u}} - ((\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\tilde{\mathbf{x}} + \cancel{\mathbf{B}\mathbf{u}} + \mathbf{C}\mathbf{x}) = \mathbf{A}(\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}) - \mathbf{L}\mathbf{C}(\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}), \tag{6}$$

vagyis

$$\dot{\mathbf{e}} = (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\mathbf{e}, \tag{7}$$

ahol $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}$ az állapotbecslés hibája. A kapott differenciálegyenlet megoldása

$$\mathbf{e}(t) = \mathrm{e}^{(\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})t}\mathbf{e}_0. \tag{8}$$

Amennyiben az $(\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})$ mátrix sajátértékei negatívak, a hibafüggvény valóban nullához konvergál, így a hiba eltűnik. Az $\mathbf{L}$ mátrix elemeinek meghatározásával lehet beállítani a hiba eltűnésének dinamikáját, így ezt az elvárt beállási tulajdonságoknak megfelelően kell megválasztani. Minél nagyobb negatív sajátértékekkel rendelkezik $(\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})$, annál gyorsabban fog eltűnni a hiba, így ügyelni kell, hogy a szabályozó működésénél gyorsabb beállású legyen az állapotmegfigyelő.

Mivel az állapotmegfigyelő általában digitálisan kerül megvalósításra, az állapotegyenletet diszkretizálni kell, így a hibára vonatkozó differenciaegyenlet

$$\mathbf{e}[k+1] = (\mathbf{A}_\mathrm{d} - \mathbf{L}_\mathrm{d}\mathbf{C}_\mathrm{d})\mathbf{e}[k]. \tag{9}$$

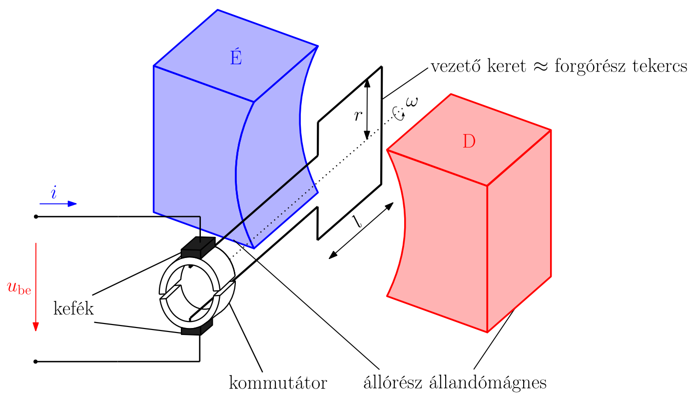
Ez akkor tart nullához, ha az $(\mathbf{A}_\mathrm{d}-\mathbf{L}_\mathrm{d}\mathbf{C}_\mathrm{d})$ mátrix minden sajátértéke az egységkörön belül esik. A megfigyelő pólusainak, vagyis az $(\mathbf{A}_\mathrm{d}-\mathbf{L}_\mathrm{d}\mathbf{C}_\mathrm{d})$ mátrix sajátértékeinek beállítása történhet például Ackermann-formula segítségével. A formulával az $\mathbf{L}_\mathrm{d}$ mátrix

$$\mathbf{L}_\mathrm{d} = \phi_\mathrm{o}(\mathbf{A}_\mathrm{d})\mathbf{M}_{\mathrm{o,d}}^{-1}\mathbf{e}_n \tag{10}$$

formában számítható, ahol $\phi_\mathrm{o}(\mathbf{A}_\mathrm{d})$ a kívánt pólusokból képzett karakterisztikus polinom, amelybe az $\mathbf{A}_\mathrm{d}$ mátrix kerül behelyettesítésre, mint változó. $\mathbf{M}_{\mathrm{o,d}}$ a diszkrét idejű rendszer megfigyelhetőségi mátrixa, $\mathbf{e}_n$ az n. egységvektort jelöli. Így az elvárt dinamika, és az ehhez tartozó pólusok definiálása után a szükséges visszacsatoló mátrix (10) alapján egyszerűen meghatározható, amennyiben a rendszer megfigyelhető.

2.2. Az egyenáramú motor modellje

A egyenáramú (DC) motorok állórésze leggyakrabban állandómágnest tartalmaz, amely által létrehozott homogén mágneses mezőbe kerül a tekercselt forgórész. A motor működése egy állandó mágneses mezőben forgó vezető keretként modellezhető, elvi felépítését a 2. ábra szemlélteti.



2. ábra. Egyenáramú gép elvi felépítése

A mágneses mezőben mozgó vezető által indukált feszültséget (visszaható elektromotoros erőt, bEMF) a mágneses fluxus megváltozásából írhatjuk le, azaz

$$u_\mathrm{ind}(t) = \frac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}t} = B_x\frac{\mathrm{d}A(t)}{\mathrm{d}t} = B_x\frac{\mathrm{d}(l\cdot 2r\sin\varphi(t))}{\mathrm{d}t} = (B_x l\cdot 2r\cos\varphi(t))\omega(t), \tag{11}$$

ahol B_x a mágnes északi és déli pólusa között létrejövő mágneses indukció, A a vezető keresztmetszetének erre merőleges vetülete, azaz az ún. effektív felület. A fenti összefüggésből kiindulva a motor szögsebessége és indukált feszültsége között

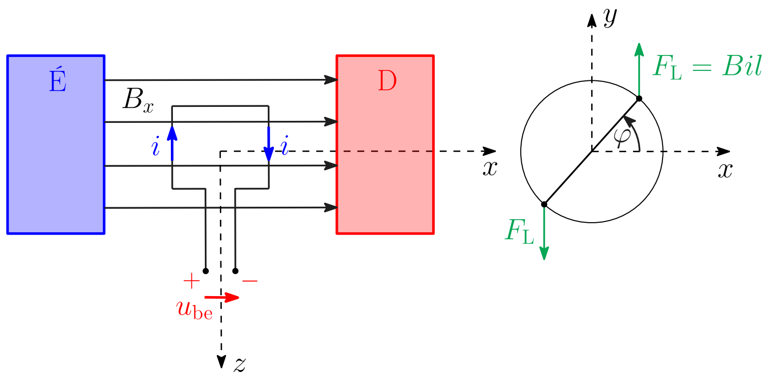
$$u_\mathrm{ind}(t) = k_\mathrm{e}\omega(t) \tag{12}$$

összefüggéssel teremthetünk kapcsolatot, ahol a k_e konstans a motor sebességállandója.

Az áramjárta keretre ható Lorentz-erőt szemlélteti a 3. ábra, az ebből adódó forgatónyomaték adja a motor villamos nyomatékát, amely így egyenesen arányos az áramerősséggel,

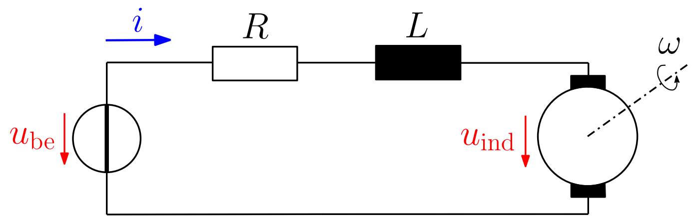
$$M_{\mathrm{vill}}(t) = (2r \cdot B_x l \cos\varphi(t))i(t) = k_{\mathrm{m}} i(t) \tag{13}$$

egyenletnek megfelelően. Az arányossági tényező a k_{m} nyomatékállandó.



3. ábra. A keretre ható forgatónyomaték

A forgórész tekercse egy R ellenállással és L induktivitással modellezhető, így a rendszer a 4. ábrán látható villamos helyettesítő képpel írható le.



4. ábra. Egyenáramú gép helyettesítő kapcsolási rajza

A huroktörvényt alkalmazva a 4. ábrán látható kapcsolásra, a rendszerre felírható villamos egyenlet

$$u_{\mathrm{be}}(t) = Ri(t) + L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + u_{\mathrm{ind}}(t) = Ri(t) + L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + k_{\mathrm{e}}\omega(t). \tag{14}$$

Figyelembe véve, hogy a motort az $M_{\mathrm{vill}}(t)$ villamos nyomaték gyorsítja, a hajtás mozgásegyenlete

$$J\frac{\mathrm{d}\omega(t)}{\mathrm{d}t} = M_{\mathrm{vill}}(t) - B\omega(t) - M_{\mathrm{t}}(t) = k_{\mathrm{m}}i(t) - B\omega(t) - M_{\mathrm{t}}(t), \tag{15}$$

ahol a rotor forgástengelyére számított tehetetlenségi nyomatéka J, a viszkózus csillapítás hatását B viszkózus csillapítási tényezővel vesszük figyelembe, valamint $M_{\mathrm{t}}(t)$ terhelő nyomaték hat a motorra.

A motor villamos (14) és mechanikai (15) egyenletének ismeretében elkészíthető a hajtás állapottér modellje. Az állapotegyenlet

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} i(t) \\ \omega(t) \\ \varphi(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{k_\mathrm{m}}{L} & 0 \\ \frac{k_\mathrm{m}}{J} & -\frac{B}{J} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \begin{bmatrix} i(t) \\ \omega(t) \\ \varphi(t) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} u_\mathrm{be}, \tag{16}$$

ahol a motor állapotai az i armatúra áramerősség, a motor φ szögelfordulása és az ω szögsebesség. A mechanikai egyenletből elhanyagolva a terhelő nyomatékot, a modell egyetlen bemenete az motor kapcsai közötti u_be feszültség.

2.3. Állapotmegfigyelő tervezése egyenáramú géphez

Az egyenáramú gép érzékelőmentes szabályozásakor [15], [16] pusztán az armatúra áramerősség mérése alapján történik a forgórész szögelfordulásának, valamint szögsebességének becslése. Tehát a rendszer kimenetének a motor áramerőssége tekinthető, amely például söntellenállás vagy Hall-szenzor használatával közvetlenül mérhető. Így a kimeneti egyenlet

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i(t) \\ \omega(t) \\ \varphi(t) \end{bmatrix} + 0 \cdot u_\mathrm{be}. \tag{17}$$

A kimeneti egyenlet ismeretében az állapottér modell mátrixaiból kiindulva a megfigyelhetőségi mátrix mint

$$\mathbf{M}_\mathrm{o} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{R}{L} & 0 & -\frac{k_\mathrm{m}}{L} \\ \frac{R^2}{L^2} & 0 & \frac{k_\mathrm{m}}{L}\left(\frac{R}{L} - 1\right) \end{bmatrix} \tag{18}$$

adódik. Látható, hogy a megfigyelhetőségi mátrix rangja 2. Ez nem egyezik meg az állapotmátrix dimenziójával, tehát a rendszer ebben a formában nem megfigyelhető.

Észrevehető, hogy a hajtás szögsebességének integrálásával megkapható a szögelfordulás, így amennyiben az áramerősség mérésével kizárólag a szögsebességet mérjük, vagyis

$$\begin{bmatrix} \dot{i}(t) \\ \dot{\omega}(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{k_\mathrm{m}}{L} \\ \frac{k_\mathrm{m}}{J} & -\frac{B}{J} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \begin{bmatrix} i(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} u_\mathrm{be}, \tag{19}$$

állapotegyenletet és

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} + 0 \cdot u_\mathrm{be} \tag{20}$$

kimeneti egyenletet írjuk fel a rendszerre, ha ez a rendszer megfigyelhetőnek adódik, egy egyszerű integrálással képezhető az utolsó megfigyelni kívánt jellemző is. Erre a rendszerre felírva a megfigyelhetőségi mátrixot

$$\mathbf{M}_{\mathrm{o}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{R}{L} & -\frac{k_{\mathrm{m}}}{L} \end{bmatrix} \tag{21}$$

adódik, melynek rangja szintén 2, viszont ez esetben ez megegyezik az állapotok számával, azaz ezúttal megfigyelhető rendszert kaptunk.

A gyakorlatban mind a DC motor szabályozása, mind az állapotmegfigyelés folyamata mintavételezetten zajlik, ezért célszerű a motor diszkrét modelljéből kiindulni. Ehhez az állapottér modell a következőképpen diszkretizálható.

$$\mathbf{x}[k+1] = \mathbf{A}_{\mathrm{d}}\mathbf{x}[k] + \mathbf{B}_{\mathrm{d}}\mathbf{u}[k], \tag{22}$$

ahol

$$\mathbf{A}_{\mathrm{d}} = \mathrm{e}^{\mathbf{A}T_{\mathrm{s}}}, \tag{23}$$

$$\mathbf{B}_{\mathrm{d}} = \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{A}_{\mathrm{d}} - \mathbf{I})^{-1}\mathbf{B} \tag{24}$$

és T_{s} a mintavételezési idő. A modell kimeneti egyenletének mátrixai diszkrét időben változatlanok, azaz

$$\mathbf{y}[k] = \mathbf{C}\mathbf{x}[k] + \mathbf{D}\mathbf{u}[k]. \tag{25}$$

Meghatározva a diszkrét rendszermátrixokat, a (10)-ben bemutatott Ackermann-formula segítségével választható meg az $\mathbf{L}$ kimenetet a megfigyelőhöz csatoló mátrix.

Mivel az $\mathbf{M}_{\mathrm{o,d}}$ mátrix, a folytonos idejű esethez hasonlóan, $\mathbf{A}_{\mathrm{d}}$ és $\mathbf{C}_{\mathrm{d}}$ mátrixok ismeretében számítható, $\mathbf{e}_n$ pedig értelemszerűen ismert, az $\mathbf{L}$ mátrix a karakterisztikus polinom meghatározása után számítható.

Diszkrét időben lehetőségünk van végesbeállású megfigyelő alkalmazására úgy, hogy az $(\mathbf{A}_{\mathrm{d}} - \mathbf{L}_{\mathrm{d}}\mathbf{C}_{\mathrm{d}})$ mátrix sajátértékeit zérusnak választjuk, vagyis a megfigyelő azonnali beállású lesz. Az ehhez szükséges karakterisztikus polinom $\phi_{\mathrm{o}}(z) = z^2$, amely az $\mathbf{A}_{\mathrm{d}}$ helyen $\mathbf{A}_{\mathrm{d}}^2$. Így

$$\mathbf{L}_{\mathrm{d}} = \mathbf{A}_{\mathrm{d}}^2\mathbf{M}_{\mathrm{o,d}}^{-1}\mathbf{e}_n \tag{26}$$

egyenlet adódik.

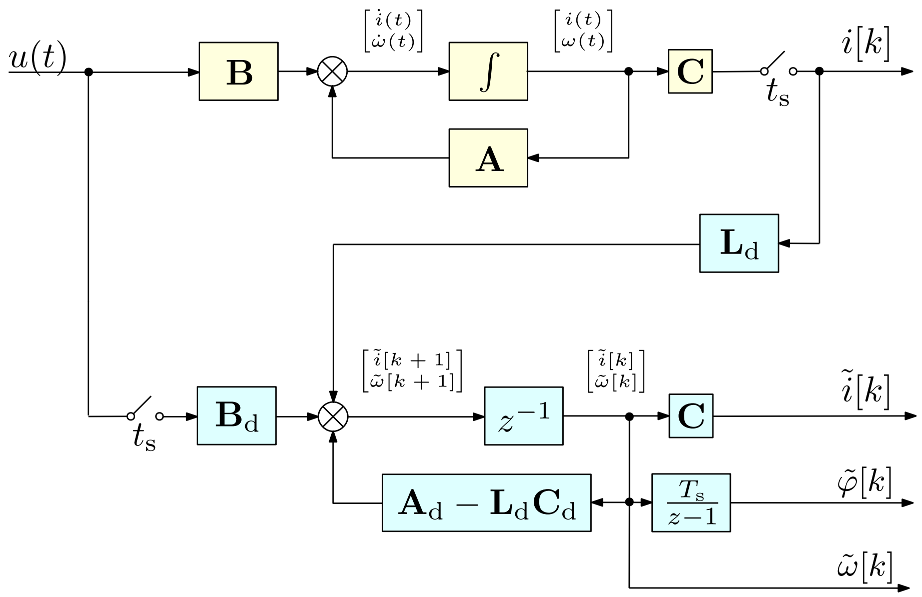
A megfigyelt DC motor állapotegyenlete

$$\tilde{\mathbf{x}}[k+1] = \mathbf{A}_{\mathrm{d}}\tilde{\mathbf{x}}[k] + \mathbf{B}_{\mathrm{d}}\mathbf{u}[k] + \underbrace{\mathbf{L}_{\mathrm{d}}(\mathbf{y}[k] - \tilde{\mathbf{y}}[k])}_{\mathbf{L}_{\mathrm{d}}\mathbf{C}(\mathbf{x}[k]-\tilde{\mathbf{x}}[k])}). \tag{27}$$

Ezt átalakítva úgy, hogy a megfigyelő bemenetének az $\mathbf{u}$ bemeneten kívül a mért $\mathbf{y}$ kimenetet is tekintjük,

$$\tilde{\mathbf{x}}[k+1] = (\mathbf{A}_{\mathrm{d}} - \mathbf{L}_{\mathrm{d}}\mathbf{C}_{\mathrm{d}})\tilde{\mathbf{x}}[k] + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{\mathrm{d}} & \mathbf{L}_{\mathrm{d}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}[k] \\ \mathbf{y}[k] \end{bmatrix} \tag{28}$$

állapotegyenlet adódik, amelyet az 5. ábra szemléltet.



5. ábra. A DC motor állapotainak megfigyelése

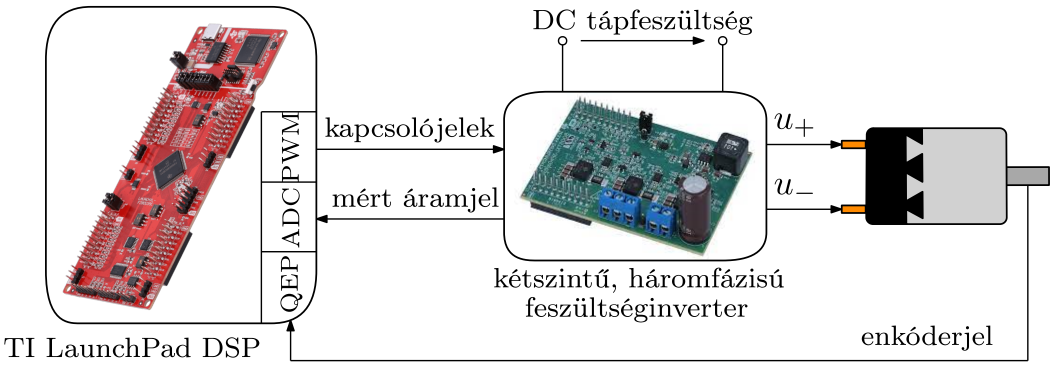
2.4. Kísérleti és szimulációs eredmények

A vizsgált rendszer egy Maxon gyártmányú RE25 típusú egyenáramú gép, amelynek villamos és mechanikai jellezőit az 1. táblázat tartalmazza.

1. táblázat. A motor katalógusadatai

Tulajdonság	Értéke
Póluspárok száma (P)	1
DC feszültség (U_{DC})	36 V
Ellenállás (R)	$4,37\ \Omega$
Induktivitás (L)	$0,493 \cdot 10^{-3}$ H
Sebességkonstans (k_e)	$29,5310$ rad/Vs
Nyomatékkonstans (k_m)	$0,0338$ Nm/A
Tehetetlenségi nyomaték (J)	$13,5 \cdot 10^{-7}$ kgm^2
Viszkózus csillapítási tényező (B)	$1,5 \cdot 10^{-5}$ Ns/m

A 6. ábra mutatja a mérési összeállítást. Mind az állapotmegfigyelő, mind az ehhez szükséges pozícióméŕés digitálisan került megvalósításra, amely egy, a Texas Instruments által gyártott, LAUNCHXL-F28379D LaunchPad típusú mikrovezérlőn fut. Az eszköz a TI TMS320F28379D jelfeldolgozó processzorát (*digital signal processor*, DSP) tartalmazza.



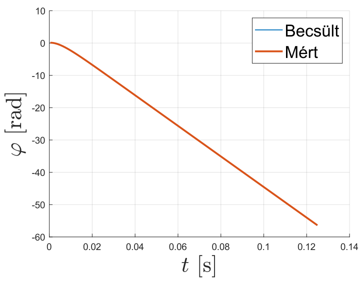
6. ábra. A mérési rendszer felépítése

A DSP a TI BoosterPack interfészen keresztül csatlakozik a TI BOOSTXL 3PHGANINV típusú kétszintű, háromfázisú inverterhez, amelynek kapcsolóelemei GaN alapú tranzisztorok. Ezen keresztül történik az egyenáramú gép meghajtása: az inverter két félhídja segítségével kapcsolja a motor fázisára a feszültséget, amit egy egyenáramú MATRIX MPS-3005 lab típusú feszültségforrás biztosít. Az inverterkártya kapcsolójeleit a LaunchPad ePWM pinjeiről kapja, továbbá a DSP egyik GPIO-jának segítségével engedélyezhető az inverter működése.

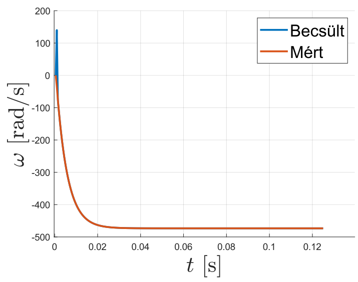
A 3PHGANINV segítségével megvalósítható a DC motoron folyó áramerősség mérése, míg a szögelfordulás mérése a Maxon gyártmányú motorhoz tartozó inkrementális relatív enkóder segítségével történik. Az áramerősséget a Launchpad analóg-digitális konverzió után képes feldolgozni, az enkóder jelei pedig a DSP eQEP (*enhanced Quadrature Encoder Pulse*) perifériáján keresztül fogadhatók. A pozícióadatokból számítható továbbá a hajtás szögsebessége, így a mind a valós szöghelyzet, mind a szögsebesség összehasonlítható az állapotmegfigyelő által becsült értékekkel.

A mikrokontrolleren futó algoritmus a 28. egyenlet alapján megvalósítható. A perifériák, vagyis az ePWM és eQEP modul, valamint az analóg-digitális konverter inicializálása után 1 kHz-es mintavételi frekvenciával zajlik a mérés. Minden iterációban az inverterkártya segítségével számítódik az aktuális áramerősség, valamint kiadásra kerül a motor bemenő feszültsége. Ezeknek, valamint az előző becsült állapotok ismeretében (28) alapján számíthatók az új állapotok. Továbbá ezek ellenőzéséhez minden időpillanatban elmenti a program az aktuális áramerősség, szögelfordulás és szögsebesség értéket is. Bizonyos számú iteráció után a program egy csomagban elküldi soros porton keresztül a mért és becsült állapotok tömbjét a PC-nek, így ezek MATLAB szoftver segítségével vizuálisan is összehasonlíthatóvá válnak.

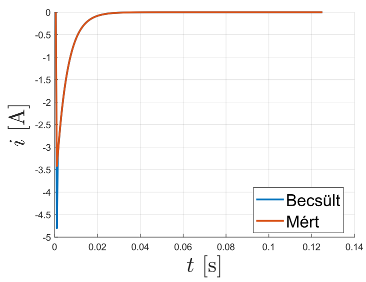
Az állapotmegfigyelő vizsgálatához a motor 16 V-os feszültségugrás jelet kapott. A 7. és 8. ábrákon látható az állapotmegfigyelő és a valós mért állapotok összehasonlítása, szimulációban, valamint valós hajtáson végrehajtva a vizsgálatot. Megfigyelhető, hogy mind a szimulált, mind a valós motoron végzett kísérlet során képes volt becsülni az állapotokat a megfigyelő. A szimulált esetben a végesbeállású hangolásnak megfelelően, szinte azonnali beállást produkál a rendszer, míg a mért esetben nagyjából 0,02 s alatt konvergálnak az állapotok. Észrevehető továbbá, hogy a mért áramerősségjel zajjal terhelt, így a kapott szögsebesség is zajos.



(a) Szögelfordulás

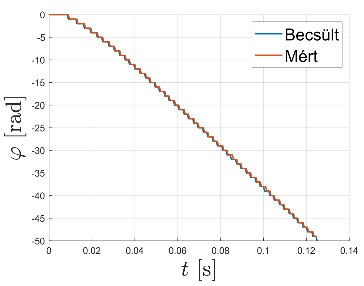


(b) Szögsebesség

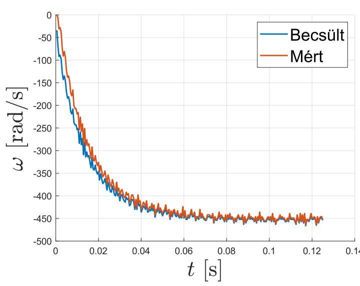


(c) Áramerősség

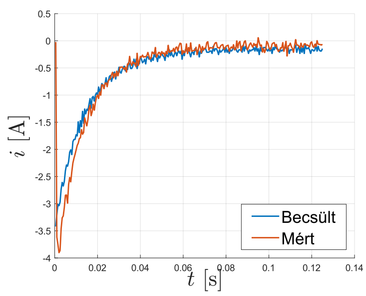
7. ábra. A szimulált állapotok időfüggvényei



(a) Szögelfordulás



(b) Szögsebesség



(c) Áramerősség

8. ábra. A valós hajtáson mért állapotok időfüggvényei

3. Visszacsatolással történő linearizációra alapozott állapotmegfigyelő tervezése

A következőkben bemutatásra kerül a visszacsatoláson keresztüli linearizációs módszer, melynek segítségével nemlineáris rendszerek közelítések nélkül lineáris formára hozhatók. Mivel a kapott rendszer lineáris, tervezhető rá a 2.1 fejezetben bemutatott állapotmegfigyelő. Azonban a módszer nem biztosítja, hogy a kapott lineáris rendszer megfigyelhető, ezért kidolgozásra került egy olyan eljárás, amellyel a visszacsatolás megtervezhető úgy, hogy a kapott rendszer mindenképp megfigyelhető legyen. Az így javasolt tervezési folyamattal általános nemlineáris rendszerhez tervezhető a pontos modellt követő, lineáris állapotmegfigyelő.

3.1. A visszacsatolással történő linearizáció elméleti háttere

A visszacsatolással történő linearizáció (*feedback linearization*) olyan technika, amely rendkívül hatékonyan alkalmazható nemlineáris rendszerek szabályozásának megtervezésére. Lineáris rendszerek esetén a szabályozástervezés lépései jól kidolgozottak, és rendelkezésre állnak olyan szisztematikus megközelítések, amelyek lehetővé teszik ezen rendszerek irányításának gyors és hatékony megtervezését. Visszacsatoláson keresztüli linearizáció segítségével a nemlineáris rendszerek linearizálhatók úgy, hogy a lineáris rendszerek esetén felhasznált szabályozási módszerek alkalmazhatók legyenek [17], [18].

Természetesen más linearizációs megoldások is használhatók nemlineáris rendszerek irányításához. Az egyik legelterjedtebb módszer a Jakobi linearizáció, melynek alapja az adott rendszer leíró differenciálegyenlet Jakobi-mátrixa egy megadott egyensúlyi helyzet esetén. Ezeknek segítségével transzformálható lineáris formába a rendszer. Ennek a módszernek hátránya az, hogy a kapott lineáris rendszerleírás csak az egyensúlyi helyzet egy szűk környezetében írja le megfelelően a rendszer viselkedését. Ezzel szemben a visszacsatolásos linearizációs technika a rendszer egzakt linearizációját adja, alkalmazásával egy, közelítésektől mentes, állapottér modell kapható a rendszerről.

A visszacsatolással történő linearizáció tervezét részletezik [19], [20], [9] és [21] tanulmányok. A tervezéshez lényeges az ún. Lie-derivált fogalmának bevezetése. Adott egy nemlineáris rendszer, melynek állapotegyenlete

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}, \tag{29}$$

kimeneti egyenlete

$$y = \mathrm{h}(\mathbf{x}) \tag{30}$$

formában írható fel, ahol $\mathbf{f}(x)$, $\mathbf{g}(x)$ és $\mathrm{h}(x)$ tetszőlegesen sokszor deriválható, sima függvények. Ekkor a megadott rendszer Lie-deriváltja

$$L_{\mathbf{f}}\mathrm{h}(\mathbf{x}) = \frac{\partial \mathrm{h}}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{f}(\mathbf{x}) \tag{31}$$

képlettel definiálható, mint h vektormező Lie-deriváltja (*Lie derivative*) $\mathbf{f}$ mentén.
Az $\mathbf{f}(x)$ és $\mathbf{g}(x)$ vektormezőkre definiálható a Lie-zárójel (*Lie bracket*) fogalma is. Ez

$$[\mathbf{f},\mathbf{g}]\,(x) = \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{f}(\mathbf{x}) - \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{g}(\mathbf{x}) \tag{32}$$

alakban adható meg, amely $\mathbf{g}$ Lie-zárójele $\mathbf{f}$ mentén.

A megadott nemlineáris rendszert jellemzi annak relatív fokszáma (*relative degree*). A rendszer relatív fokszáma ρ, hogyha az y kimenő jel ρ. idő szerinti deriváltjában jelenik meg először az u bemenő jeltől való függés, vagyis y, $\dot{y}, \ldots, y^{(\rho-1)}$ kifejezésekben nem szerepel u, $y^{(\rho)}$-ban viszont már megjelenik.

Visszacsatolással történő linearizáció kizárólag azon nemlineáris rendszereken hajtható végre, amelyek vagy

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\boldsymbol{\gamma}(\mathbf{x})\left[\mathbf{u} - \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x})\right] \tag{33}$$

alakban felírhatók, vagy állapottranszformáció alkalmazásával erre a formára hozhatók diffeomorfizmus útján [17].

Amennyiben a linearizálni kívánt rendszer relatív fokszáma megegyezik az állapotok számával (n), vagyis $\rho = n$, a keresett állapottranszformáció mátrixa

$$\mathbf{z} = \mathbf{T}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathrm{h}(\mathbf{x}) \\ L_{\mathbf{f}}\mathrm{h}(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_{\mathbf{f}}^{n-1}\mathrm{h}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \tag{34}$$

formában adható meg. Ez az állapottranszformáció diffeomorfizmus, azaz létezik inverz transzformációja, valamint mind a transzformációs függvény, mind inverze differenciálható. Ekkor az így létrehozott $\mathbf{z}$ állapotvektor használata esetén a nemlineáris rendszer egy olyan kanonikus formára hozható, melyre tervezhető olyan visszacsatolás, mely képes linearizálni a rendszert. Az így kapott rendszer állapotegyenlete

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}_\mathrm{c}\mathbf{z} + \mathbf{B}_\mathrm{c}\boldsymbol{\gamma}(\mathbf{x})\left[\mathbf{u} - \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x})\right], \tag{35}$$

kimeneti egyenlete

$$y = \mathbf{C}_\mathrm{c}\mathbf{z}, \tag{36}$$

ahol

$$\mathbf{A}_\mathrm{c} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & 0 & 1 \\ 0 & \ldots & \ldots & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_\mathrm{c} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

valamint

$$\mathbf{C}_\mathrm{c} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

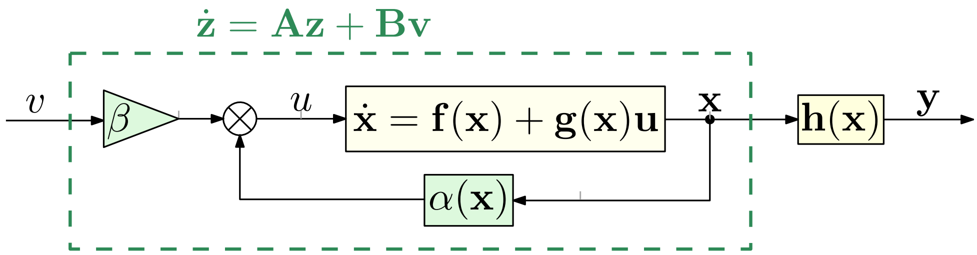
Ekkor megfelelő

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x})\mathbf{v} \tag{37}$$

választással, ahol $\boldsymbol{\beta}(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\gamma}^{-1}(\mathbf{x})$ és $\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x})$ a keresett visszacsatoló tag, az így kapott v bemenőjelre felírva a rendszer állapotegyenletét

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}_\mathrm{c}\mathbf{z} + \mathbf{B}_\mathrm{c}\boldsymbol{\gamma}(\mathbf{x}) \left[\underbrace{\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\gamma}^{-1}(\mathbf{x})\mathbf{v}}_{u} - \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x})\right] = \mathbf{A}_\mathrm{c}\mathbf{z} + \mathbf{B}_\mathrm{c}\mathbf{v} \tag{38}$$

adódik, vagyis a $\mathbf{v}$ bemenetre nézve a rendszer állapotai lineárisak, amit a 9. ábra szemléltet.



9. ábra. Visszacsatolással linearizált rendszer felépítése

Az így kapott lineáris rendszer irányíthatósági mátrixa

$$\mathbf{M}_\mathrm{c} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{AB} & \mathbf{A}^2\mathbf{B} & \dots & \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & \dots & 1 & 0 \\ \vdots & \iddots & 0 & \vdots \\ 1 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{39}$$

melynek rangja mindig meg fog egyezni az állapotmátrix dimenziójával, így a Kálmán-féle rangfeltétel értelmében mindig irányítható lesz a visszacsatolásos linearizációval előállított lineáris rendszer.

3.2. Visszacsatolásos linearizáció alkalmazása megfigyelő tervezésére

A 2.1 fejezetben ismertetett állapotmegfigyelő eljárásról elmondható, hogy tekinthető úgy, mint a tényleges és a becsült állapot közötti hibának a nullára történő szabályozása, és mint ilyen, az állapotvisszacsatolással történő szabályozáshoz hasonlóan pólusallokációval tervezhető. Azonban nemlineáris rendszerek esetén ez a módszer nem állja meg a helyét, hiszen a Luenberger-féle állapotmegfigyelő kizárólag lineáris rendszerek esetén tervezhető pontosan, mivel a megfigyelni kívánt rendszer állapottér modelljéből indul ki.

Az irodalomban megtalálhatók olyan módszerek, amelyek alkalmazhatók nemlineáris rendszerek megfigyelésére. Gyakran használt megoldás a csúszómód alapú megfigyelő (*sliding mode observer*), továbbá elterjedtek a Kálmán szűrő alapú megfigyelők is. Közös ezekben a módszerekben, hogy megtervezésük bonyolult matematikai ismereteket igényel, gyakran a szükséges számítási kapacitás is elfogadhatatlanul nagy. Tehát igény van olyan megfigyelő megoldásra, amely nemlineáris rendszerek esetén is egyszerű tervezés alapján gyors futási időt képes produkálni.

Látható, hogy visszacsatolással történő linearizáció alkalmazásával a vizsgált nemlineáris rendszernek egy precíz, közelítést nem tartalmazó, lineáris modellje képezhető, amely felhasználható a nemlineáris rendszer állapotvisszacsatolás alapú szabályozására. Felmerül a kérdés, hogy ugyanez a lineáris modell éppen úgy használható-e állapotmegfigyelésre is.

Megvizsgálva [17]-ben bemutatott visszacsatoláson keresztüli linearizációval kapott állapottér modellt, belátható, hogy megfigyelhetőségi mátrixa

$$\mathbf{M}_o = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{40}$$

alakú, vagyis rangja mindig megegyezik az állapotmátrix rangjával, így a Kálmán-féle rangfeltétel alapján megfigyelhető.

Azonban nem feltétlenül igaz, hogy a kimenő jel $y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \mathbf{z}$ alakú, hiszen állapotmegfigyelő kimenete mindenféleképp olyan jel kell legyen, amely mérhető. Ahhoz, hogy ezt megvizsgáljuk, térjünk vissza az eredeti $\mathbf{x}$ állapottérbe. Mivel a visszacsatolásos technikával meghatározott állapottranszformáció diffeomorfizmus, tehát létezik inverz transzformációja, amely

$$\mathbf{x} = \mathbf{T}^{-1}(\mathbf{z}) \tag{41}$$

formában adható meg. Így a kapott

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{Az} + \mathbf{Bu} \tag{42}$$

állapotegyenletbe behelyettesítve (41)-et, valamint bal oldalról $\mathbf{T}^{-1}(\mathbf{x})$-el szorozva

$$\dot{\mathbf{x}} = \underbrace{\mathbf{T}^{-1}(\mathbf{z})\mathbf{AT}(\mathbf{x})\mathbf{x}}_{\widehat{\mathbf{A}}} + \underbrace{\mathbf{T}^{-1}(\mathbf{z})\mathbf{B}}_{\widehat{\mathbf{B}}}\,\mathbf{u} = \widehat{\mathbf{A}}\mathbf{x} + \widehat{\mathbf{B}}\mathbf{u} \tag{43}$$

állapotegyenlethez jutunk. A kimeneti egyenlet pedig

$$y = \mathbf{Cz} = \underbrace{\mathbf{CT}(\mathbf{x})}_{\widehat{\mathbf{C}}}\,\mathbf{x} = \widehat{\mathbf{C}}\mathbf{x} \tag{44}$$

módon adható meg. Így az eredeti állapotokra érvényes linearizált állapotmátrix $\widehat{\mathbf{A}}$, bemeneti mátrix $\widehat{\mathbf{B}}$, valamint kimeneti mátrix $\widehat{\mathbf{C}}$. Erre a lineáris rendszerre tervezhető Luenberger megfigyelő, amely képes a rendszer eredeti állapotait becsülni.

Ebben az állapottérben szükséges ismerni azt a $\widehat{\mathbf{C}}$ mátrixot, amely kijelöli a mérhető állapoto(ka)t, amely alapján a megfigyelés történik. Ez alapján (44) felhasználásával meghatározható a $\mathbf{z}$ vektorhoz tartozó állapottér kimeneti mátrixa, amelyre felírva a Kálmán-féle rangfeltételt, már nem biztosan adódik megfigyelhetőnek a rendszer.

A visszacsatolással történő linearizáció esetén kimenetnek mindig olyan mennyiséget szükséges választani, melyre a rendszer relatív fokszáma megegyezik az állapotok számával. Ez gyakran egy fiktív állapot vagy olyan állapot, amely nem egyezik meg a mérhető kimenettel.

3.3. Módosított feedback linearizációs struktúra

Ezen helyzetek kiküszöbölésére adódik az ötlet, hogy az állapottranszformáció útján kapott állapotmátrixot úgy módosítsuk, hogy az tetszőleges kimeneti mátrix esetén megfigyelhető legyen. Ez úgy tehető meg, hogy önkényesen

$$\mathbf{A}_{\mathrm{c}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & 0 & 1 \\ 1 & \dots & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{45}$$

választással élünk, az állapotmátrix utolsó sorának módosításával. Ekkor az n. állapot idő szerinti deriváltja változott az eredeti rendszerhez képest, vagyis

$$\dot{z}_n = z_1 \tag{46}$$

egyenletet állítottuk elő. Ez akkor lehet igaz, ha az állapotegyenletben kompenzáljuk ezt a változtatást, vagyis (33) módosításával

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}_{\mathrm{c}}\mathbf{z} + \mathbf{B}_{\mathrm{c}}\boldsymbol{\gamma}(\mathbf{x})\left[\mathbf{u} - \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x})\right] - \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ z_1 \end{bmatrix}, \tag{47}$$

ahol $z_1 = h(x)$ a (34)-ben látható diffeomorfizmus alakjából kifolyólag. Mivel $\mathbf{B}_{\mathrm{c}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}^\top$, z_1 bevihető az $\boldsymbol{\alpha}(x)$ tagba, így

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}_{\mathrm{c}}\mathbf{z} + \mathbf{B}_{\mathrm{c}}\boldsymbol{\gamma}(\mathbf{x})\left[\mathbf{u} - \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\gamma}^{-1}(\mathbf{x})\mathbf{h}(\mathbf{x})\right] = \mathbf{A}_{\mathrm{c}}\mathbf{z} + \mathbf{B}_{\mathrm{c}}\boldsymbol{\gamma}(\mathbf{x})\left[\mathbf{u} - \tilde{\boldsymbol{\alpha}}(\mathbf{x})\right], \tag{48}$$

vagyis

$$\tilde{\boldsymbol{\alpha}}(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\gamma}^{-1}(\mathbf{x})\mathrm{h}(\mathbf{x}). \tag{49}$$

Így a módosított $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}(x)$ tag bevezetésével továbbra is

$$\mathbf{u} = \tilde{\boldsymbol{\alpha}}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x})\mathbf{v} \tag{50}$$

bemenettel élve linearizált rendszert kapunk (38)-nak megfelelően.

Az így kapott $\mathbf{A}$ mátrix esetén, hogyha a $\mathbf{C}$ mátrix egyetlen nem nulla elemet tartalmaz, azaz

$$\mathbf{C} = \Big[\underbrace{0 \ \dots \ 0}_{m-1 \text{ db}} \ c \ \underbrace{0 \ \dots \ 0}_{n-m \text{ db}}\Big], \tag{51}$$

ahol $c \neq 0 \, (\in \mathbb{R})$ az n elemű kimeneti mátrix m. eleme. Ekkor az

$$\mathbf{M}_{\mathrm{o}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{n-1} \end{bmatrix} \tag{52}$$

megfigyelhetőségi mátrix első sora maga $\mathbf{C}$, a következő elem $\mathbf{CA}$ pont az $\mathbf{A}$ mátrix m. sora. Az állapotmátrix (45)-ben megadott formájából adódóan az m. sorban az $m+1$. helyen szerepel 1-es, vagyis

$$\mathbf{CA} = \Big[\underbrace{0 \ \dots \ 0}_{m \text{ db}} \ c \ \underbrace{0 \ \dots \ 0}_{n-(m+1) \text{ db}}\Big]. \tag{53}$$

Ezek alapján elmondható, hogy $\mathbf{CA}$ mindenképpen lineárisan független $\mathbf{C}$-től, hiszen a megjelenő c érték eggyel nagyobb sorszámú elem lesz. $m = n$ esetben különbség, hogy ekkor az utolsó sort választja ki a kimeneti mátrix, ahol az 1 érték nem az $n+1$. helyen, hanem az első helyen van, vagyis ebben az esetben is $\mathbf{C}$-től lineárisan független sort kaptunk.

A következő sor esetén $\mathbf{CA}^2$ előállításához az előzőekben kapott sorvektorral szorozzuk az $\mathbf{A}$ mátrixot, így megint eggyel "tolódni" fog a kapott sorvektorban c helye. Így megállapítható, hogy mindig

$$\mathbf{CA}^k = \Big[\underbrace{0 \ \dots \ 0}_{m+k-1 \text{ db}} \ c \ \underbrace{0 \ \dots \ 0}_{n-(m+k) \text{ db}}\Big] \tag{54}$$

lesz a k. sorvektor. Amennyiben $m+k = n$, az utolsó sor kerül kiválasztásra, majd a $m+k > n$ esetben a mátrix első sorától kezdve választjuk ki a sorokat. Mivel az állapotmátrix sorai is lineárisan függetlenek voltak, és megfigyelhető, hogy sorcserékkel egységmátrixszá alakítható, az ebből $k = 0 \ldots n-1$ értékek esetén mindig egymástól lineárisan független sorokat kapunk. Az így előállt megfigyelhetőségi mátrix

$$\mathbf{M}_o = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_{(n-m\times n-m)} \\ \mathbf{I}_{(m\times m)} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \tag{55}$$

formában adódik, ahol a $\mathbf{I}$ elemek a megadott dimenzióval rendelkező egységmátrixok. Az így kapott megfigyelhetőségi mátrix tehát teljes rangú lesz, vagyis a Kálmán-féle rangfeltétel értelmében megfigyelhető.

Mivel a megfigyelés során általában az eredeti állapottér egyik állapota a kimenet, vagyis $\hat{\mathbf{C}}$-re igaz, hogy egy nem nulla elemet tartalmaz, előfordulhat, hogy $\mathbf{C} = \hat{\mathbf{C}}\mathbf{T}(\mathbf{x})$ mátrixban több nem nulla értékű elem is szerepel. Ebben az esetben ez a kimeneti vektor felbontható egy nem nulla elemmel rendelkező sorvektorok összegére, vagyis

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}_1 + \mathbf{C}_2 + \cdots + \mathbf{C}_r, \tag{56}$$

ahol r a nem nulla elemek száma. Mivel a mátrixszorzás az összeadásra nézve disztributív művelet

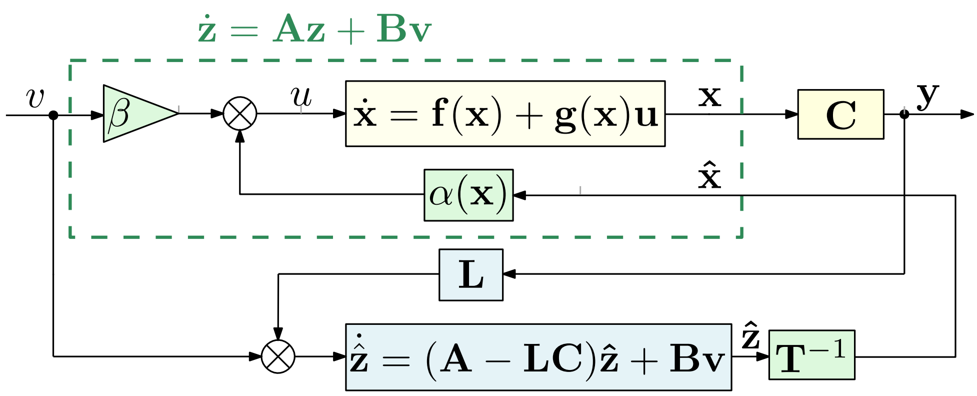
$$\mathbf{C}\mathbf{A}^k = (\mathbf{C}_1 + \mathbf{C}_2 + \cdots + \mathbf{C}_r)\mathbf{A}^k = \mathbf{C}_1\mathbf{A}^k + \mathbf{C}_2\mathbf{A}^k + \cdots + \mathbf{C}_r\mathbf{A}^k. \tag{57}$$

Hasonlóan felbontva a megfigyelhetőségi mátrixot

$$\mathbf{M}_o = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{C}_1\mathbf{A} \\ \vdots \\ \mathbf{C}_1\mathbf{A}^{n-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_2 \\ \mathbf{C}_2\mathbf{A} \\ \vdots \\ \mathbf{C}_2\mathbf{A}^{n-1} \end{bmatrix} + \cdots + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_r \\ \mathbf{C}_r\mathbf{A} \\ \vdots \\ \mathbf{C}_r\mathbf{A}^{n-1} \end{bmatrix} \tag{58}$$

mátrixok összegeként adódik. Az előzőekben beláttuk, hogy egy nem nulla elemet tartalmazó sorvektorból és az $\mathbf{A}$ állapotmátrixból összeállítva a megfigyelhetőségi mátrixot, ennek rangja $\mathrm{rank}(\mathbf{M}_o) = \dim(\mathbf{A}) = n$. Így az összeg tagjai mind megfigyelhető mátrixok. Mivel mindegyik esetén másik helyen van a nem nulla érték a $\mathbf{C}_i$ sorvektorban, ezek összege is teljes rangú, vagyis megfigyelhető lesz, kivéve azt az esetet, amikor $r = n$.

Így tehát belátható, hogy a visszacsatolással linearizált struktúra módosításának köszönhetően tetszőleges $\mathbf{C}$ mátrix esetén megfigyelhető lesz a rendszer.



10. ábra. Visszacsatolással linearizált rendszer felépítése

Erre alapozva a következő, 10. ábrán látható, blokkvázlat javasolható a visszacsatolással történő linearizáció alapú állapotmegfigyelő működésére.

Ezzel egy olyan lineáris felépítésű állapotmegfigyelőt kaptunk, amely visszacsatolással linearizálható nemlineáris rendszerek esetén képes megfigyelni ezek állapotát úgy, hogy a nemlineáris rendszer közelítésmentes, pontos modelljét használja. A kidolgozott módszer biztosítja, hogy bármely $\hat{\mathbf{C}}$ mátrixra van szükség az eredeti állapottérben, a linearizált modell megfigyelhető lesz, így elő tudjuk állítani a mért állapotot, mint kimenő jel.

A javasolt módszer előnye, szemben az elterjedt nemlineáris megfigyelési megoldásokkal, hogy amellett, hogy az állapottér alapú tervezés egyszerűen, szisztematikusan elvégezhető, például Ackermann-formula segítségével, a valós időben történő futtatás is könnyen megvalósítható, hiszen az állapottér modell diszkrét alakjából kifolyólag pusztán egyszerű műveletek használata szükséges.

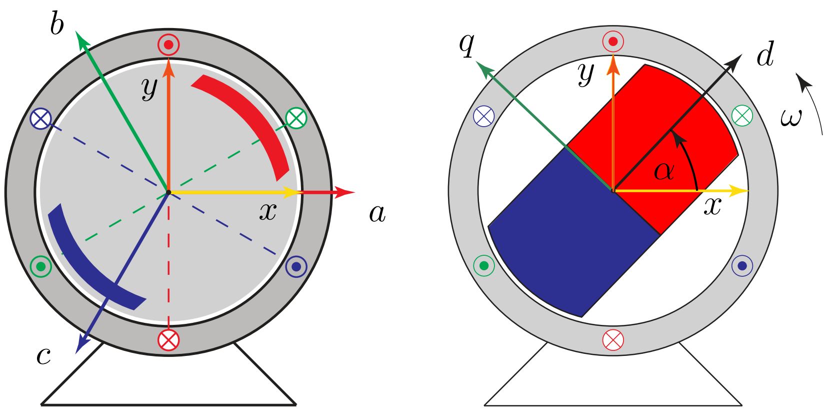
4. Visszacsatolásos linearizáció alapú megfigyelő tervezése PMSM hajtás számára

A következőkben bemutatásra kerül, hogy a kidolgozott visszacsatolás alapú megfigyelési eljárás hogyan alkalmazható egy nemlineáris karakterisztikával rendelkező állandómágneses szinkrongép állapotainak becslésére. Az állapotmegfigyelő célja, hogy pusztán árammérés alapján elő tudja állítani a motor fordulatszám- és szöghelyzetjelét, amelyek elengedhetetlenek, hogyha érzékelőmentes szabályozást szeretnénk tervezni a rendszerre. A javasolt, általános nemlineáris rendszerekre alkalmazható módszeren túl kidolgozásra kerül egy csak PMSM hajtásokra alkalmazható változat, mely szintén használható szenzormentes szabályozás tervezésére.

4.1. A vizsgált rendszer modellje

Az állandómágneses szinkron gépek működése a forgórészükbe épített állandómágneseken alapul. Ezek a mágnesek létrehoznak egy mágneses teret, amely kölcsönhatásba lép az állórész háromfázisú tekercselése által gerjesztett forgó mágneses mezővel. A rotor pólusai együtt mozognak a mágneses térrel, így a forgórész mechanikai szögsebessége és a mágneses tér forgási sebessége közötti kapcsolatot a $\omega = P\Omega$ egyenlet írja le, ahol ω a motor villamos, Ω a mechanikai szögsebessége, valamint P a motor póluspárjainak száma. Hasonlóan megadható a villamos és a mechanikai szöghelyzet közötti kapcsolat $\alpha = P\alpha_\mathrm{m}$ formában, ahol α jelöli a villamos, α_m a mechanikai szögelfordulást.

A gép mozgásának leírásához szükséges állórészhez rögzített x-y, illetve forgórészhez rögzített d-q koordinátarendszereket a 11. ábra mutatja be.



11. ábra. A PMSM mozgását leíró koordinátarendszerek

A koordinátarendszerek közötti áttérés koordinátatranszformációk alkalmazásával történik. Az ún. Park-transzformációval végezhető el a d-q és az álló x-y koordinátarendszerek közti koordinátatranszformáció, mely mátrixosan

$$\begin{bmatrix} r_x \\ r_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_d \\ r_q \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} r_d \\ r_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \end{bmatrix} \tag{59}$$

formában adható meg, ahol $\mathbf{r}$ az adott koordinátarendszerekben felírni kívánt vektor. Az álló és a háromfázisú koordinátarendszerek közti koordinátatranszformáció az ún. Clarke-transzformációval valósítható meg. Ennek elvégzését

$$\begin{bmatrix} r_a \\ r_b \\ r_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{3}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_a \\ r_b \\ r_c \end{bmatrix} \tag{60}$$

összefüggések írják le. A motor egyenletei ezáltal bármely koordinátarendszerben megadhatók.

Az állórész villamos egyenletei álló koordináta-rendszerben az alábbi módon írhatók fel térvektoros formában [22]

$$\mathbf{u}_1 = R\mathbf{i}_1 + \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_1}{\mathrm{d}t} = R\mathbf{i}_1 + L\frac{\mathrm{d}\mathbf{i}_1}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}(\psi_\mathrm{p}\mathrm{e}^{j\alpha})}{\mathrm{d}t}, \tag{61}$$

ahol $\mathbf{u}_1$ és $\mathbf{i}_1$ az állórész feszültség- és áramvektora és ψ_1 állórész fluxusvektor. Továbbá R jelöli az állórész ellenállását, L az induktivitást, míg ψ_p a rotor pólusfluxusa, α továbbra is a villamos szögelfordulás.

Ebből vezethetők le a szimmetrikus forgórésszel rendelkező állandómágneses szinkron gépek villamos egyenletei a forgórészhez rögzített d-q koordinátarendszerben.

$$\begin{aligned} u_d &= Ri_d + L\frac{\mathrm{d}i_d}{\mathrm{d}t} - \omega L i_q, \\ u_q &= Ri_q + L\frac{\mathrm{d}i_q}{\mathrm{d}t} + \omega(Li_d + \psi_\mathrm{p}), \end{aligned} \tag{62}$$

ahol u_{dq} és i_{dq} jelölik a d-q koordinátarendszerben felírt feszültség- és áramkomponenseket, ω a villamos szögsebesség.

Az i_q áramkomponens hozza létre a motor elektromechanikai nyomatékát, amely

$$M = \frac{3}{2}P\psi_\mathrm{p}i_q = K_\mathrm{t}i_q \tag{63}$$

alakban adható meg szimmetrikus forgórészű motor esetén. A q irányú áramkomponens és a villamos nyomaték közti kapcsolatot a K_t nyomatékkonstans írja le. A hajtás mozgásegyenletét felírva

$$J\frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t} = M - M_\mathrm{t} - b\cdot\Omega = K_\mathrm{t}i_q - M_\mathrm{t} - b\cdot\Omega \tag{64}$$

összefüggés adódik, ahol J a tehetetlenségi nyomaték, b a hajtás viszkózus csillapítási tényezője, valamint M_t jelöli a terhelő nyomatékot. Felhasználva a hajtás villamos és mechanikai szögsebességére vonatkozó összefüggést, valamint a terhelő nyomatékot nullának feltételezve

$$J\frac{\mathrm{d}\frac{1}{P}\omega}{\mathrm{d}t} = K_\mathrm{t}i_q - b\cdot\frac{1}{P}\omega \implies \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \frac{K_\mathrm{t}P}{J}i_q - \frac{b}{J}\cdot\omega \tag{65}$$

egyenlet kapható a villamos szögsebesség idő szerinti deriváltjára nézve.

4.2. Visszacsatoláson keresztül történő linearizáció tervezése

Az állandómágneses szinkrongépek esetén az érzékelőmentes szabályozások megvalósításakor az áramkomponensek mérése, valamint a kiadott feszültségkomponensek alapján állítják elő a motor villamos és mechanikai szögsebességét, valamint a motor szöghelyzetét, hiszen ez is rendelkezésre kell álljon a Clarke- és Park-koordinátatranszformációk elvégzéséhez. Erre azért van szükség, mert a szabályozások általában *d*-*q* koordinátarendszerben vannak megtervezve, hiszen ebben írható fel az áram és a motor villamos nyomatéka közötti kapcsolat a legegyszerűbben, azonban a motorra a feszültséget csak háromfázisú koordinátarendszerbe átszámítva lehet kiadni, ahogy a későbbiekben (6.1 fejezet) bemutatásra kerül. Ennek megfelelően a megfigyelni kívánt állapotok az ω villamos szögsebesség, és α szöghelyzet. A megfigyeléshez használt mért állapotok a *d*-*q* irányú áramkomponensek. Szimmetrikus forgórészű hajtást feltételezve elegendő az i_q áramkomponenst használni kimenetként, hiszen a d irányú komponens (63) és (64) alapján nem járul hozzá a motor villamos nyomatékához, azaz nincs hatással sem a hajtás szögsebességére, sem szöghelyzetére.

A visszacsatolás megtervezéséhez (29) és (30) alapján a vizsgált nemlineáris rendszer állapot- és kimeneti egyenletéből lehet kiindulni [23]. Az állapotegyenlet a PMSM hajtás esetében átrendezve (62) és (64) egyenleteket

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} i_q \\ \omega \\ \alpha \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{R}{L}i_q - Li_d\omega - \psi_\mathrm{p}\omega \\ \frac{K_\mathrm{t}}{PJ}i_q - \frac{b}{J}\omega \\ \omega \end{bmatrix}}_{\mathbf{f}(\mathbf{x})} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{g}(\mathbf{x})} u_q \tag{66}$$

formában írható fel, ahol u_q a rendszer egyetlen bemenete. A megfigyelő kimenete az egyetlen mérhető állapot, vagyis $y = \mathrm{h}(\mathbf{x}) = i_q$. Azonban visszacsatolással linearizálni egy rendszert csak abban az esetben lehet, hogyha a relatív fokszáma megegyezik az állapotok számával. Az előzőekben felírt nemlineáris rendszer fokszáma azonban 1, hiszen már a kimenet, vagyis i_q első idő szerinti deriváltjában megjelenik az u_q bemenő jel. Ilyen esetekben [24] egy fiktív kimenő jel bevezetését javasolja, amire teljesül, hogy a relatív fokszám megegyezik az állapotok számával, vagyis esetünkben hárommal. Észrevehető, hogy $\mathrm{h}(\mathbf{x}) = \alpha$ választással ez elérhető, hiszen ennek első deriváltja ω, második deriváltja ezáltal $\dot{\omega} = K_\mathrm{t}/(PJ) \cdot i_q - b/J \cdot \omega$, harmadik deriváltjában pedig i_q idő szerinti deriváltja miatt már megjelenik az u_q bemenet. Így a szögelfordulást választva kimenetnek, a nemlineáris rendszer relatív fokszáma valóban 3. Tehát a kimeneti egyenlet legyen

$$y = \mathrm{h}(\mathbf{x}) = \alpha \tag{67}$$

Erre a rendszerre már megvalósítható a linearizáláshoz szükséges $\mathbf{T}(\mathbf{x})$ állapottranszformáció, amelyből (34) alapján, 3 állapot esetén elvégezve a Lie-deriválásokat

$$\mathbf{z} = \mathbf{T}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathrm{h}(\mathbf{x}) \\ L_{\mathbf{f}}\mathrm{h}(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_{\mathbf{f}}^2\mathrm{h}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \\ \frac{PK_\mathrm{t}}{J}i_q - \frac{b}{J}\omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} \tag{68}$$

transzformált állapottér kapható. Az új állapotokra érvényes állapotegyenlet

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{z}}{dt} = \frac{\mathrm{d}}{dt}\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega (= z_2) \\ \frac{PK_\mathrm{t}}{J}i_q - \frac{b}{J}\omega (= z_3) \\ \frac{PK_\mathrm{t}}{J}\left(-\frac{R}{L}i_q - \omega i_d - \frac{\psi_\mathrm{p}}{L}\omega + \frac{1}{L}u_q\right) - \frac{b}{J}\left(\frac{PK_\mathrm{t}}{J}i_q - \frac{b}{J}\omega\right) \end{bmatrix} \tag{69}$$

formában adódik. Ebből mátrixos formát létrehozva

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{z}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{z} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}\left[\frac{PK_\mathrm{t}}{J}\left(-\frac{R}{L}i_q - \omega i_d - \frac{\psi_\mathrm{p}}{L}\omega + \frac{1}{L}u_q\right) - \frac{b}{J}\left(\frac{PK_\mathrm{t}}{J}i_q - \frac{b}{J}\omega\right)\right] \tag{70}$$

egyenlet adódik. A visszacsatoló tag kiszámításához (35) formájú alakra van szükség, ezért tovább rendezve az egyenletet

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{z}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{z} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}\underbrace{\frac{PK_\mathrm{t}}{JL}}_{\gamma}\left[u_q \underbrace{-Ri_q - Li_d\omega - \psi_\mathrm{p}\omega - \frac{bL}{J}i_q + \frac{b^2L}{PJK_\mathrm{t}}\omega}_{-\alpha(\mathbf{x})}\right] \tag{71}$$

alak kapható. Ekkor

$$u_q = \frac{JL}{PK_\mathrm{t}}v + \alpha(\mathbf{x}) \tag{72}$$

választással a rendszer állapotegyenletére valóban teljesül, hogy

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{z}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{z} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} v, \tag{73}$$

vagyis az $\alpha(\mathbf{x})$ visszacsatoló tag és γ^{-1} erősítés beiktatásával linearizálható a rendszer.

Látható, hogy a tervezéshez használt kimeneti mátrix $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ volt, vagyis a rendszer kimenete az α villamos szögelfordulás, amelyre (40) alapján valóban megfigyelhető a rendszer. Azonban az érzékelőmentes szabályozás során pont a szögelfordulást mérő eszköz használatát szeretnénk elkerülni, így ez nem mérhető, vagyis nem használható a megfigyelő kimeneteként. Ezért valóban szükség lesz a 3.3 fejezetben bemutatott $\tilde{\alpha}(\mathbf{x})$ módosított visszacsatolásra, melyhez

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{z}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{z} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}\gamma\left[u_q \underbrace{-Ri_q - Li_d\omega - \psi_\mathrm{p}\omega - \frac{bL}{J}i_q + \frac{b^2L}{PJK_\mathrm{t}}\omega - \gamma^{-1}\alpha}_{-\tilde{\alpha}(\mathbf{x})}\right], \tag{74}$$

módosításra van szükség, így a rendszer bemenete

$$u_q = \frac{JL}{PK_\mathrm{t}} v + \tilde{\alpha}(\mathbf{x}) \tag{75}$$

formában számítható. Ekkor a linearizált rendszer kimenete a linearizáció módosításának köszönhetően a visszacsatolás tervezésétől függetlenül, tetszőlegesen választható.

Érzékelőmentes szabályozás megvalósítása esetén a mért jel mindenképp a q irányú áramkomponens, vagyis az eredeti $\mathbf{x}$ alapú állapottérben (44) alapján

$$\hat{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \mathbf{C}\mathbf{T}(\mathbf{x}), \tag{76}$$

amelyből a transzformált állapottérben

$$\mathbf{C} = \hat{\mathbf{C}}\mathbf{T}^{-1}(\mathbf{z}), \tag{77}$$

ahol

$$\mathbf{T}^{-1}(\mathbf{z}) = \begin{bmatrix} \frac{b}{PK_\mathrm{t}} z_2 + \frac{J}{PK_\mathrm{t}} z_3 \\ z_2 \\ z_1 \end{bmatrix}. \tag{78}$$

Tehát

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{b}{PK_\mathrm{t}} z_2 + \frac{J}{PK_\mathrm{t}} z_3 \\ z_2 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{b}{PK_\mathrm{t}} & \frac{J}{PK_\mathrm{t}} \end{bmatrix}. \tag{79}$$

A kapott kimeneti egyenlet a 3.3 fejezetben belátottak szerint megfigyelhető, ezért ezután az új $\mathbf{A}$ állapotmátrix és $\mathbf{C}$ kimeneti mátrix ismeretén Ackermann-formulával tervezhető a szükséges állapotmegfigyelő.

4.3. Egyszerűsített linearizáció

Az előző fejezetben látható volt, hogy a visszacsatolással létrehozott lineáris rendszer teljesen más dinamikával rendelkezik, mint az eredeti PMSM hajtás, így másféle szabályozás tervezésére van szükség, mint a megszokott, a módosult

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{z}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{z} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} v, \tag{80}$$

állapotegyenletnek megfelelően. Hogyha ez nem kívánatos, a PMSM hajtás esetén megvalósítható olyan visszacsatolással való linearizálás is, amely ugyan nem általános nemlineáris rendszerre használható, viszont a PMSM hajtás esetén megszokott szabályozási módszerek alkalmazhatók.

A villamos hajtások szabályozása során, akár egyenáramú, akár váltakozó áramú gépek esetén gyakran alkalmaznak egy belső áramszabályozó kört, amely majd a 6.1 fejezetben kerül részletesebben bemutatásra. Ezen áramszabályozó tervezése esetében a villamos gépet egy R-L körrel modellezik, mivel erre könnyen hangolható akár PID szabályozó is. Ekkor a motor villamos egyenletei az alábbi egyszerűsített formában kerülnek felhasználásra.

$$\begin{aligned} u_d &= Ri_d + L\frac{\mathrm{d}i_d}{\mathrm{d}t}, \\ u_q &= Ri_q + L\frac{\mathrm{d}i_q}{\mathrm{d}t}. \end{aligned} \tag{81}$$

Azonban lehetséges, hogy a motor indukált feszültsége nem elhanyagolható az állórész ellenállásán, valamint indukivitásán eső feszültséghez képest, ezért jellemzően ezt kompenzálják egy visszacsatoló tag alkalmazásával, mely a (62)-ben látható $i\omega$ szorzatokat, valamint a $\psi_\mathrm{p}\omega$ szorzatot tartalmazza, amelyek így a visszacsatolás segítségével kerülnek kiküszöbölésre a rendszer működéséből, és így a gép valóban modellezhető egyszerű R-L körként.

Felmerülhet, hogy ez az ún. szétcsatolás önmagában tekinthető visszacsatolással történő linearizációnak, így vajon tervezhető-e az ezáltal linearizált rendszerre állapotmegfigyelő. Az indukált feszültség kompenzációjával kapott rendszer állapotegyenlete i_q áramkomponensre és ω szögsebességre mint állapotok,

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} i_q \\ \omega \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & 0 \\ \frac{PK_\mathrm{t}}{J} & -\frac{b}{J} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_\mathrm{k}} \begin{bmatrix} i_q \\ \omega \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_\mathrm{k}} u_q. \tag{82}$$

Amennyiben a mért jel az i_q áramerősség, a kimeneti egyenlet

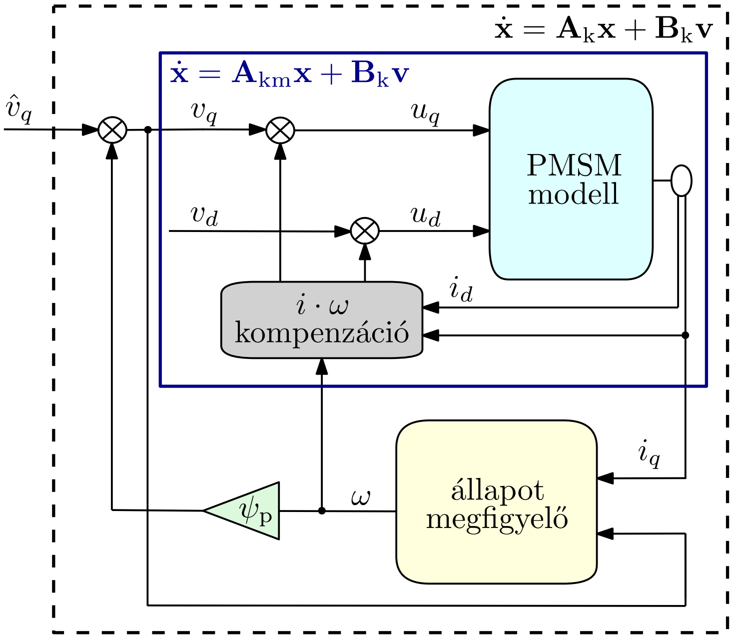
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q \\ \omega \end{bmatrix}, \tag{83}$$

amelyre a felírva a Kálmán-féle rangfeltételt

$$\mathbf{M}_\mathrm{o} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}\mathbf{A}_\mathrm{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{R}{L} & 0 \end{bmatrix} \tag{84}$$

nulla determinánssal rendelkező megfigyelhetőségi mátrix adódik. Tehát ebben a formában a rendszer nem megfigyelhető.

Azonban, hogyha az indukált feszültség kompenzálására használt visszacsatolást szétválasztjuk, az 12. ábrán látható módon, az állapotmegfigyelő bemeneti jelének helyes megválasztásával már megfigyelhető rendszer kapható.



12. ábra. Indukált feszültség kompenzációval ellátott rendszer állapotmegfigyelése

Ekkor az indukált feszültség kompenzáció szétválasztásával a kialakított belső rendszer állapottér modellje, amennyiben a megfigyelő bemenete a $\psi_\mathrm{p}\omega$ kompenzáció után, de az $i\omega$ szorzatok kompenzálása előtt kerül levételre,

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} i_q \\ \omega \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{\psi_\mathrm{p}}{L} \\ \frac{PK_\mathrm{t}}{J} & -\frac{b}{J} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_\mathrm{km}} \begin{bmatrix} i_q \\ \omega \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_\mathrm{k}} u_q \tag{85}$$

alakú. Vagyis az eredeti rendszer állapotmátrixa módosult, $\mathbf{A}_\mathrm{km}$ állapotmátrix kapható, mely $y = i_q$ kimeneti egyenlet esetén

$$\mathbf{M}_\mathrm{o} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}\mathbf{A}_\mathrm{km} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{R}{L} & -\frac{\psi_\mathrm{p}}{L} \end{bmatrix} \tag{86}$$

teljes rangú megfigyelhetőségi mátrixot ad, vagyis az így kialakított belső rendszer a Kálmán-féle rangfeltétel értelmében már megfigyelhető, vagyis a q irányú áramkomponens mérése alapján az ω villamos szögsebesség becsülhető. Ebből integrálással előállítható a szögelfordulás jel is, amely felhasználható az érzékelőmentes szabályozáshoz szükséges koordinátatranszformációk elvégzéséhez, valamint pozíciószabályozáshoz is.

Észrevehető, hogy a kompenzáció szétválasztásával a belső kör gyakorlatilag teljes mértékben megegyezik a 2.3 fejezetben bemutatott DC motor modellel, így ugyanazon a módon tervezhető hozzá Luenberger megfigyelő is.

5. A PMSM hajtások érzékelőmentes szabályozási lehetőségei

A [25] tanulmány összegzi az állandómágneses szinkrongépek szenzormentes szabályozására leggyakrabban alkalmazott módszereket. A dolgozatban a javasolt visszacsatolásos linearizációra alapozott technika (FLO) összehasonlításra fog kerülni a széles körben elterjedt nem teljes rendű megfigyelővel (RLO) és a csúszómód megfigyelővel (SMO) szimulációk útján. A következőkben ezen módszerek tervezésének alapjai, valamint PMSM hajtásra való jellemző alkalmazásuk kerülnek bemutatásra.

5.1. Nem teljes rendű megfigyelő

Az egyik legelterjedtebben alkalmazott állapotbecslő eljárás a nem teljes rendű, vagy csökkentett rendű megfigyelő (reduced order observer, RLO) [26]. A módszer alapja a Luenberger állapotmegfigyelő két részre bontása oly módon, hogy a mérhető és a becsülni kívánt állapotok külön rendszert alkossanak. Az állapotvektort

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_\mathrm{k} \\ \mathbf{x}_\mathrm{u} \end{bmatrix} \tag{87}$$

módon felbontjuk, ahol $\mathbf{x}_\mathrm{k}$ az ismert, mérhető, $\mathbf{x}_\mathrm{u}$ az ismeretlen, megfigyelni kívánt állapotokat tartalmazza. Ekkor az állapotegyenlet felírható

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A_{11}} & \mathbf{A_{12}} \\ \mathbf{A_{21}} & \mathbf{A_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_\mathrm{k} \\ \mathbf{x}_\mathrm{u} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B_1} \\ \mathbf{B_2} \end{bmatrix} \mathbf{u} \tag{88}$$

formában. A felbontással kapott rendszer kimeneti egyenlete

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_\mathrm{k} \\ \mathbf{x}_\mathrm{u} \end{bmatrix}, \tag{89}$$

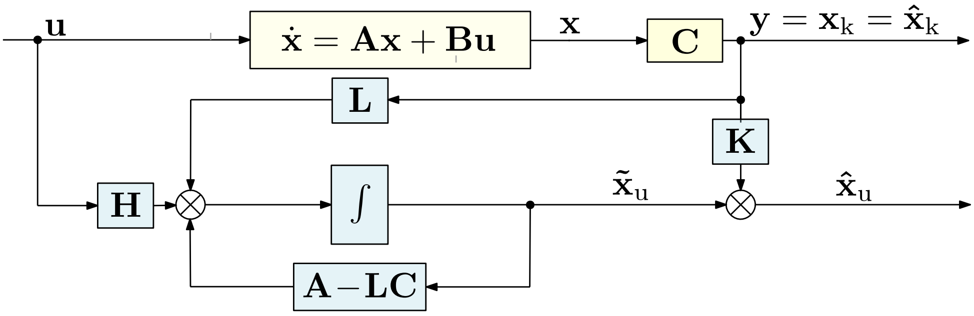
hiszen a megfigyelés során a mért állapotokat tekintjük a rendszer kimenetének. Mivel így a kimenet, vagyis a mért állapotok ismertek, nem szükséges ezeket becsülni, ezzel csökkentve a megfigyelő rendjét. Így elegendő az ismeretlen állapotokra megtervezni a megfigyelőt. Ehhez a becsült állapotot

$$\hat{\mathbf{x}}_\mathrm{u} = \mathbf{K}\mathbf{y} + \mathbf{z} \tag{90}$$

formában írjuk fel, ahol az így bevezetett $\mathbf{z}$ állapotot

$$\dot{\mathbf{z}} = \hat{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \mathbf{L}\mathbf{y} + \mathbf{H}\mathbf{u} \tag{91}$$

állapotegyenlettel adjuk meg. Az így kapott megfigyelő blokkdiagramját mutatja be a 13. ábra.



13. ábra. Nem teljes rendű állapotmegfigyelő felépítése

Az így kapott rendszer mért állapotainak hibája $\mathbf{e}_\mathrm{k} = \mathbf{x}_\mathrm{k} - \hat{\mathbf{x}}_\mathrm{k} = \mathbf{0}$. Az ismeretlen állapotok becsléséhez arra van szükség, hogy ezek $\mathbf{e}_\mathrm{u} = \mathbf{x}_\mathrm{u} - \hat{\mathbf{x}}_\mathrm{u}$ hibája nullához konvergáljon. A hiba idő szerinti deriváltját megyvizsgálva

$$\dot{\mathbf{e}}_\mathrm{u} = \dot{\mathbf{x}}_\mathrm{u} - \dot{\hat{\mathbf{x}}}_\mathrm{u} = \dot{\mathbf{x}}_\mathrm{u} - (\mathbf{K}\dot{\mathbf{y}} + \dot{\mathbf{z}}) = \dot{\mathbf{x}}_\mathrm{u} - (\mathbf{K}\dot{\mathbf{x}}_\mathrm{k} + \dot{\mathbf{z}}) \tag{92}$$

egyenlet adódik. A (88) alapján felírható

$$\dot{\mathbf{x}}_\mathrm{k} = \mathbf{A_{11}}\mathbf{x}_\mathrm{k} + \mathbf{A_{12}}\mathbf{x}_\mathrm{u} + \mathbf{B_1}\mathbf{u} \tag{93}$$

és

$$\dot{\mathbf{x}}_\mathrm{u} = \mathbf{A_{21}}\mathbf{x}_\mathrm{k} + \mathbf{A_{22}}\mathbf{x}_\mathrm{u} + \mathbf{B_2}\mathbf{u} \tag{94}$$

állapotegyenletek ismeretében, valamint felhasználva (91)-et

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}_\mathrm{u} &= (\mathbf{A_{21}}\mathbf{x}_\mathrm{k} + \mathbf{A_{22}}\mathbf{x}_\mathrm{u} + \mathbf{B_2}\mathbf{u}) - \mathbf{K}\left(\mathbf{A_{11}}\mathbf{x}_\mathrm{k} + \mathbf{A_{12}}\mathbf{x}_\mathrm{u} + \mathbf{B_1}\mathbf{u}\right) - \left(\hat{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \mathbf{L}\mathbf{y} + \mathbf{H}\mathbf{u}\right) = \\ &= \left(\mathbf{A}_{21} - \mathbf{K}\mathbf{A}_{11} + \hat{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\right)\mathbf{x}_\mathrm{k} + \left(\mathbf{A}_{22} - \mathbf{K}\mathbf{A}_{12} - \hat{\mathbf{A}}\right)\mathbf{x}_\mathrm{u} + \hat{\mathbf{A}}\left(\mathbf{x}_\mathrm{u} - \hat{\mathbf{x}}_\mathrm{u}\right) + \left(\mathbf{B}_2 - \mathbf{K}\mathbf{B}_1 - \mathbf{H}\right)\mathbf{u}. \end{aligned} \tag{95}$$

Ez alapján

$$\hat{\mathbf{A}} = -\mathbf{K}\mathbf{A}_{12} + \mathbf{A}_{22}, \tag{96}$$

$$\mathbf{L} = \mathbf{A}_{21} - \mathbf{K}\mathbf{A}_{11} - \hat{\mathbf{A}}\mathbf{K}, \tag{97}$$

valamint

$$\mathbf{H} = \mathbf{B}_2 - \mathbf{K}\mathbf{B}_1 \tag{98}$$

választással a becslés hibájának differenciálegyenlete

$$\dot{\mathbf{e}}_\mathrm{u} = \hat{\mathbf{A}}\mathbf{e}_\mathrm{u} \tag{99}$$

formában adódik, vagyis **K** megfelelő megválasztásával állítható be az elvárt hibadinamika.

5.2. Nem teljes rendű megfigyelő alkalmazása PMSM hajtásra

A fenti egyenletekből megállapítható, hogy ez a módszer, az alapjául szolgáló Luenberger megfigyelőhöz hasonlóan, önmagában nem képes nemlineáris rendszerek állapotainak becslésére, ezért PMSM hajtásra való alkalmazás esetén jellemzően a motor állórészéhez rögzített x-y koordinátarendszerben írják fel a motoregyenleteket ([26], [27], [28], [29]). Ebben a koordinátarendszerben viszont a megfigyelni kívánt állapotok: a motor forgórészének ω szögsebessége, valamint α szöghelyzete, nem kezelhetők állapotként, azonban becsülhetők az indukált feszültség megfelelő, x-y komponenseiből.

A PMSM hajtásra érvényes villamos egyenlet (61) alapján felírható térvektoros formában mint

$$\mathbf{u_1} = R\mathbf{i}_1 + \frac{\mathrm{d}\psi_1}{\mathrm{d}t} = R\mathbf{i}_1 + L\frac{\mathrm{d}\mathbf{i}_1}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}(\psi_\mathrm{p}\mathrm{e}^{j\alpha})}{\mathrm{d}t}. \tag{100}$$

Ezt az állórészhez rögzített koordinátarendszerbe transzformálva a következő x-y irányú egyenletek kaphatók.

$$u_x = Ri_x + L\frac{\mathrm{d}i_x}{\mathrm{d}t} + \underbrace{(-\omega\psi_\mathrm{p}\sin\alpha)}_{e_x} \tag{101}$$

$$u_y = Ri_y + L\frac{\mathrm{d}i_y}{\mathrm{d}t} + \underbrace{\omega\psi_\mathrm{p}\cos\alpha}_{e_y}, \tag{102}$$

ahol e_x és e_y az x és y irányú indukált feszültségek, amelyek becslésével mind a motor villamos szögsebessége, mind szöghelyzete meghatározható mint

$$\omega = \frac{1}{\psi_\mathrm{p}}\sqrt{e_x^2 + e_y^2} \tag{103}$$

és

$$\alpha = \arctan\left(-\frac{e_x}{e_y}\right). \tag{104}$$

Tehát, ha az e_x és e_y állapotokra tervezhető redukált megfigyelő, a megfigyelt állapotokból a keresett ω és α becsülhető. Így az ismert állapotok, a méréssel meghatározott i_x és i_y áramerősségek adják a rendszer kimenetét.

Az állapotmegfigyelő tervezéséhez szükséges az indukált feszültség komponenseinek idő szerinti deriváltját meghatározni.

$$\dot{e}_x = -\omega\psi_\mathrm{p}(\cos\alpha\cdot\omega) = \omega e_x \tag{105}$$

$$\dot{e}_x = \omega\psi_\mathrm{p}(-\sin\alpha\cdot\omega) = -\omega e_y \tag{106}$$

A (101)-(106) egyenletek felhasználásával a motor állapottér modellje az álló koordinátarendszerben

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} i_x \\ i_y \\ e_x \\ e_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & 0 & -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L} & 0 & -\frac{1}{L} \\ 0 & 0 & \omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_x \\ i_y \\ e_x \\ e_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} \tag{107}$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_x \\ i_y \\ e_x \\ e_y \end{bmatrix} \tag{108}$$

formában konstruálható. Látható, hogy az állapotmátrixban szerepel az ω szögsebesség mint paraméter, így a megfigyelés során minden lépésben az aktuális becsült sebesség ismeretében újra kellene számolni a megfigyelés mátrixait. Ehelyett a gyakorlatban jellemzően egy állandónak tekintett szögsebesség értéket használnak az állapotmátrixban, annak ellenére, hogy a valóságban a megfigyelési folyamat során széles tartományban változhat a villamos szögsebesség. Belátható, hogy ω konstansnak történő megválasztásával nullához konvergál a megfigyelési hiba [28], azonban az így kapott állapotmegfigyelő nem a precíz rendszermodellt fogja használni, így pontossága is korlátozott.

A módszernek egy másik elterjedt változatában a megfigyelt állapotként az elektromotoros erő komponensei helyett az állandómágnes x-y irányú fluxusát ($\psi_x = -\psi_\mathrm{p} \sin\alpha$, $\psi_y = \psi_\mathrm{p} \cos\alpha$) használják [29]. Ekkor az állapotmegfigyelő mátrixai az előzőekhez hasonlóan számíthatók. A megfigyelt állapotokból a motor villamos szögpozíciója $\alpha = \arctan(-\psi_x/\psi_y)$ formában megkapható, ebből a szögsebesség idő szerinti deriválással képezhető.

Bármelyik módszer alkalmazása esetén a megfigyeléshez szükséges $\hat{\mathbf{A}}$, $\mathbf{L}$ és $\mathbf{H}$ mátrixok (96)-(98) alapján számíthatók. A (99) egyenletnek megfelelően az $\hat{\mathbf{A}}$ mátrixal állítható be a megfigyelőtől elvárt dinamika. A mátrix sajátértékeinek megfelelő megválasztásával kellően gyorsan konvergál a becsült állapotok hibája nullához. Az $\hat{\mathbf{A}}$ megválasztása után (96) alapján

$$\mathbf{K} = \left(-\hat{\mathbf{A}} + \mathbf{A}_{22}\right) \mathbf{A}_{22}^{-1}. \tag{109}$$

Ebből $\mathbf{L}$ és $\mathbf{H}$ (97), valamint (98) egyenlettel számíthatók.

Ezen indukált feszültség, illetve a fluxus alapján becslő módszereknek jelentős hátránya, hogy nem közvetlenül a villamos szögsebességet és szöghelyzetet figyeli meg. Továbbá, az alacsony fordulatszámtartományban az indukált feszültség jel-zaj aránya kicsi, így ebben a régióban nem képes pontos becslést adni az erre épített állapotmegfigyelő. Ezért jellemzően amíg a motor fordulatszáma el nem éri azt a tartományt, ahol az állapotmegfigyelő becslése pontosnak tekinthető, nagyfrekvenciás jel injektálást (high frequency signal injection) alkalmaznak [8], [30]. Ezen módszerek valamilyen nagyfrekvenciás feszültségjelet injektálnak a rendszerbe, mérik az így kialakult indukált áramot, majd ennek megfelelő szűrése után képesek előállítani a rotor pozíciójának becsült értékét [31].

5.3. Csúszómód alapú állapotmegfigyelő

A csúszómód szabályozás egy olyan változó struktúrájú szabályozási módszer, amely egy nemlineáris rendszer dinamikájába nem folytonos bemenő jel alkalmazásával avatkozik be, amely arra kényszeríti a rendszert, hogy "csússzon" a rendszer normál viselkedésének egy felülete mentén [32]. A technika robosztus viselkedést mutat, így zavaró jelek mellett is képes szabályozni nemlineáris rendszereket, azonban a bemenő jel csúszófelület körüli magas frekvenciájú kapcsolgatása (csattogás) határt szab a módszer alkalmazásának, korlátozza a megvalósíthatóságot. Állapotmegfigyelésre való alkalmazás esetén ez nem jelent problémát, hiszen a megfigyelési hiba szabályozása virtuálisan történik, így ez nem korlátozza a működést.

A [33] és [34] publikációk vezetik be először a csúszómód megfigyelőt (*sliding mode observer*), melynek állapotegyenlete

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} \end{aligned} \tag{110}$$

formájú lineáris rendszer esetén

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{L} \cdot \operatorname{sign}(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}), \tag{111}$$

ahol $\hat{\mathbf{y}}$ a megfigyelő által becsült értéke a kimenő jelnek, ha szignum függvényt alkalmazunk a hiba visszacsatolásához. A rendszer állapotai a nem folytonos szignum függvény miatt az $\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}} = 0$ csúszófelületre kényszeríthetők.

Az állapotbecslés $\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{e}$ hibájának deriváltját felírva

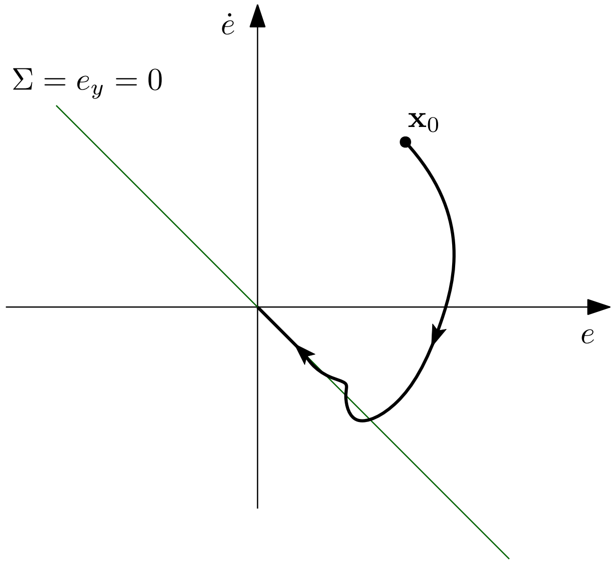
$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}} = \dot{\mathbf{x}} - \dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} - [\mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{L} \cdot \operatorname{sign}(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})] &= \\ = \mathbf{A}\underbrace{(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})}_{\mathbf{e}} - \mathbf{L} \cdot \operatorname{sign}(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})& \end{aligned} \tag{112}$$

egyenlet adódik. Ebből a

$$\dot{\mathbf{e}} = \begin{cases} \mathbf{A}\mathbf{e} - \mathbf{L}, \text{ ha } \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}} > 0 \\ \mathbf{A}\mathbf{e} + \mathbf{L}, \text{ ha } \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}} < 0 \end{cases}, \tag{113}$$

vagyis a csúszófelület, amelyre a rendszer rákényszerítődik

$$\Sigma = \{\mathbf{e} \in \mathbb{R}^n \mid \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}} = 0\}. \tag{114}$$



14. ábra. Csúszómód szemléltetése

A csúszófelületen lejátszódó dinamika megismeréséhez bontsuk fel az állapottér modellt (88)-hoz hasonló módon úgy, hogy a mért állapotokat, melyek maguk az $\mathbf{y}$ kimenetek, és a becsülni kívánt $\mathbf{x}_\mathrm{u}$ állapotokat különítjük el.

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A_{11}} & \mathbf{A_{12}} \\ \mathbf{A_{21}} & \mathbf{A_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{x}_\mathrm{u} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B_1} \\ \mathbf{B_2} \end{bmatrix} \mathbf{u}. \tag{115}$$

Ekkor az megfigyelő is két részre bontható, a becsült kimenetre vonatkozó állapotegyenlet legyen

$$\dot{\hat{\mathbf{y}}} = \mathbf{A_{11}}\hat{\mathbf{y}} + \mathbf{A_{12}}\hat{\mathbf{x}}_\mathrm{u} + \mathbf{B_1}\mathbf{u} + \mathbf{L}_1 \mathrm{sign}\left(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}\right). \tag{116}$$

Ekkor a becsült és a mért kimenet közti hiba

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}_y = \dot{\mathbf{y}} - \dot{\hat{\mathbf{y}}} = \mathbf{A}_{11}\mathbf{y} + \mathbf{A}_{12}\mathbf{x}_\mathrm{u} + \mathbf{B}_1\mathbf{u} - \left[\mathbf{A}_{11}\hat{\mathbf{y}} + \mathbf{A}_{12}\hat{\mathbf{x}}_\mathrm{u} + \mathbf{B}_1\mathbf{u} + \mathbf{L}_1 \cdot \mathrm{sign}\left(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}\right)\right] = \\ = \mathbf{A}_{11}\left(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}\right) + \mathbf{A}_{12}\left(\mathbf{x}_\mathrm{u} - \hat{\mathbf{x}}_\mathrm{u}\right) - \mathbf{L}_1 \cdot \mathrm{sign}\left(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}\right), \end{aligned} \tag{117}$$

vagyis

$$\dot{\mathbf{e}}_y = \mathbf{A}_{11}\mathbf{e}_y + \mathbf{A}_{12}\mathbf{e}_{\mathrm{x_u}} - \mathbf{L}_1 \cdot \mathrm{sign}\left(\mathbf{e}_y\right). \tag{118}$$

Amikor a csúszófelületen tartózkodik a rendszer, $\mathbf{e}_y = \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}} = 0$, vagyis $\dot{\mathbf{e}}_y = 0$ is teljesül, így (118)-ból

$$\mathbf{A}_{12}\mathbf{e}_{\mathrm{x_u}} = \mathbf{L}_1 \cdot \mathrm{sign}\left(\mathbf{e}_y\right) \tag{119}$$

adódik, amely akkor igaz, ha a rendszer csúszó módban van.

A rendszer ismeretlen állapotának állapotegyenlete legyen

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_\mathrm{u} = \mathbf{A_{21}}\mathbf{y} + \mathbf{A_{22}}\hat{\mathbf{x}}_\mathrm{u} + \mathbf{B_2}\mathbf{u} + \mathrm{L}_2\mathbf{L}_1 \mathrm{sign}\left(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}\right), \tag{120}$$

minthogy rendelkezésre áll a mért kimenet, így nem szükséges a becsültet használni. Ez alapján felírható a megfigyelni kívánt állapot hibája

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{e}}_{\mathrm{x_u}} = \dot{\mathbf{x}}_{\mathrm{u}} - \dot{\hat{\mathbf{x}}}_{\mathrm{u}} = \mathbf{A}_{21}\mathbf{y} + \mathbf{A}_{22}\mathbf{x}_{\mathrm{u}} + \mathbf{B}_2\mathbf{u} - [\mathbf{A}_{21}\mathbf{y} + \mathbf{A}_{22}\hat{\mathbf{x}}_{\mathrm{u}} + \mathbf{B}_2\mathbf{u} + \mathbf{L}_2\mathbf{L}_1 \cdot \mathrm{sign}\,(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})] = \\ = \mathbf{A}_{22}\,(\mathbf{x}_{\mathrm{u}} - \hat{\mathbf{x}}_{\mathrm{u}}) - \mathbf{L}_2\mathbf{L}_1 \cdot \mathrm{sign}\,(\mathbf{e}_y) = \mathbf{A}_{22}\mathbf{e}_{\mathrm{x_u}} - \mathbf{L}_2\mathbf{L}_1 \cdot \mathrm{sign}\,(\mathbf{e}_y)\,,\end{aligned} \tag{121}$$

amelyből a csúszófelületen (119) felhasználásával

$$\dot{\mathbf{e}}_{\mathrm{x_u}} = \mathbf{A}_{22}\mathbf{e}_{\mathrm{x_u}} - \mathbf{L}_2\mathbf{A}_{12}\mathbf{e}_{\mathrm{x_u}} = (\mathbf{A}_{22} - \mathbf{L}_2\mathbf{A}_{12})\,\mathbf{e}_{\mathrm{x_u}} \tag{122}$$

adódik, vagyis $\mathbf{L}_2$ megválasztásán keresztül a $(\mathbf{A}_{22} - \mathbf{L}_2\mathbf{A}_{12})$ mátrix pólusainak megfelelő hangolásával elérhető a kívánt hibakonvergencia. [34] alapján $(\mathbf{A}_{22}, \mathbf{A}_{12})$ pár pontosan akkor megfigyelhető, hogyha az eredeti rendszer $(\mathbf{A}, \mathbf{C})$-re megfigyelhető volt.

Ahhoz, hogy a hiba megfelelően konvergáljon a Σ csúszófelületre, arra van szükség, hogy a tervezett megfigyelés aszimptotikusan stabil legyen. Ehhez [32] alapján a

$$V(\Sigma) = \frac{\Sigma^2}{2} \tag{123}$$

Ljapunov-függvényből indulhatunk ki, melyre teljesül, hogy $V(0) = 0$ és $V(s) > 0, \forall\ \Sigma \in \mathbb{R}$. Kimondható, hogy a megfigyelő akkor stabil, hogyha

$$\dot{V}(\Sigma) = \Sigma\dot{\Sigma} < 0 \tag{124}$$

érvényes $\forall\ \Sigma \in \mathbb{R}$.

Hogyha ez igaz a rendszerre, vagyis létezik csúszó módja, akkor ugyancsak létezik egy olyan bemenet, amely a rendszert képes a csúszó felületen tartani, ez az ún. ekvivalens bemenet, amely $\dot{\Sigma} = 0$ egyenletből számítható. Vagyis (118) felhasználásával

$$\dot{\mathbf{e}}_y = \mathbf{A}_{11}\mathbf{e}_y + \mathbf{A}_{12}\mathbf{e}_{\mathrm{x_u}} - \mathbf{L}_1 \cdot \mathrm{sign}\,(\mathbf{e}_y) = 0, \tag{125}$$

amelyből

$$\mathbf{L}_1 = (\mathbf{A}_{11}\mathbf{e}_y + \mathbf{A}_{12}\mathbf{e}_{\mathrm{x_u}}) \tag{126}$$

kapható a megfigyeléshez használt $\mathbf{L}_1$ mátrix megfelelő beállítására, melynek $\mathrm{sign}\,(\mathbf{e}_y)$ taggal való szorzására azért van szükség, mert a vizsgált rendszert sosem ismerhetjük tökéletesen, így a szignum függvénnyel elátott tag biztosítja a megfigyelés robosztusságát.

Nemlineáris rendszer esetén a rendszert valamilyen, jellemzően Lie-derivált alapú közelítéssel lineáris formába hozzák, majd erre tervezik a csúszómódban üzemelő megfigyelőt, amely a technika robosztussága révén nem jelent problémát.

5.4. Csúszómód megfigyelő tervezése PMSM hajtáshoz

Az állandómágneses szinkrongépek szenzormentes szabályozának megvalósításához elterjedten alkalmaznak csúszómód alapú megfigyelőt [35] [36] [37]. Az előző fejezetekben tárgyaltakhoz hasonlóan valamilyen nem folytonos függvény alkalmazásával érik el a becsült áramjelek rásimulását a mért jelre, amely esetén a csúszási felületen érvényes feltételek alapján meghatározható a motor villamos szöghelyzete és sebessége. A szignum függvény alkalmazása növeli a megfigyelő csattogását, ezért manapság az érzékelőmentes csúszómód szabályozókat szigmoidfüggvény segítségével tervezik [38]. Ekkor a csúszófelületre való konvergencia dinamikája, ugyan nem jelentős mértékben, de módosul, valamint ugyanazok a tervezési elvek érvényesek maradnak rá, ezért a dolgozatban az egyszerűbbnek tekinthető szignumfüggvényre alapozott megfigyelő kerül bemutatásra.

A PMSM motorok csúszómód alapú megfigyelésekor, a 5.2. fejezetben ismertetett RLO megfigyelőhöz hasonlóan, az állórészhez rögzített x-y koordinátarendszerben felírt motoregyenleteken végzik el a megfigyelést [35]. A (101) és (102) x-y koordinátarendszerben érvényes villamos egyenletek alapján

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} i_x \\ i_y \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \begin{bmatrix} i_x \\ i_y \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L} \end{bmatrix}}_{\mathbf{E}} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \end{bmatrix} \\ \mathbf{y} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \begin{bmatrix} i_x \\ i_y \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{127}$$

állapottér modell képezhető, ahol az e_x, e_y indukált feszültségek lényegében zavarásként tekintve kerülnek a rendszerbe. Ilyen formában egy lineáris modellre tervezhető a csúszómódra alapozott megfigyelő. Ekkor csak az $\hat{i}_x$, $\hat{i}_y$ becsült állapotok hibáját szükséges a csúszófelületre kényszeríteni. Az ezekhez tartozó állapotmegfigyelő egyenlete

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} \hat{i}_x \\ \hat{i}_y \end{bmatrix} = \mathbf{A}\begin{bmatrix} \hat{i}_x \\ \hat{i}_y \end{bmatrix} + \mathbf{B}\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} + \mathbf{L}\cdot \mathrm{sign}\left(\begin{bmatrix} i_x - \hat{i}_x \\ i_y - \hat{i}_y \end{bmatrix}\right), \tag{128}$$

ahol

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \frac{l}{L} & 0 \\ 0 & \frac{l}{L} \end{bmatrix} \tag{129}$$

formában adható meg, melyben l jelöli a a megfigyelő kapcsolási erősítését. Ez alapján a becslés hibájának differenciálegyenlete felírható

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} i_x - \hat{i}_x \\ i_y - \hat{i}_y \end{bmatrix} = -\frac{R}{L}\begin{bmatrix} i_x - \hat{i}_x \\ i_y - \hat{i}_y \end{bmatrix} + \frac{1}{L}\begin{bmatrix} e_x \\ e_y \end{bmatrix} - \frac{l}{L}\mathrm{sign}\left(\begin{bmatrix} i_x - \hat{i}_x \\ i_y - \hat{i}_y \end{bmatrix}\right) \tag{130}$$

alakban. A rendszer csúszófelülete

$$\Sigma = \left\{ \mathbf{e} \in \mathbb{R}^n \mid \begin{bmatrix} i_x - \hat{i}_x \\ i_y - \hat{i}_y \end{bmatrix} = \mathbf{0} \right\} \tag{131}$$

melyre a hiba a szignum-függvény hatásának köszönhetően rásimul. A csúszófelületen $i_x - \hat{i}_x = 0$ és $i_y - \hat{i}_y = 0$ érvényes, ekkor

$$\begin{aligned} e_x &= l \cdot \operatorname{sign}\left(i_x - \hat{i}_x\right) \\ e_y &= l \cdot \operatorname{sign}\left(i_y - \hat{i}_y\right), \end{aligned} \tag{132}$$

vagyis a elektromotoros erő becsült értéke az aktuális hiba előjeléből, valamint a kapcsolási erősítésből határozható meg. A szignum függvény nem folytonosos mivolta miatt jelentős számú nagyfrekvenciás harmonikus jelenik meg az indukált feszültségjelben. Jellemzően aluláteresztő szűrő alkalmazásával simítják a jelet, majd az 5.2. fejezetben látottak alapján számítják a villamos szöget és szögsebességet (104) és (103) alapján.

Mivel ez a módszer is az visszaható elektromotoros erő becsléséből állítja elő a hajtás pozíció- és szögsebességjelét, hasonló hátrányokkal rendelkezik, mint a nem teljes rendű Luenberger megfigyelő, alacsony sebességtartományban ez sem képes pontos becslést adni a szögelfordulásra és szögsebességre.

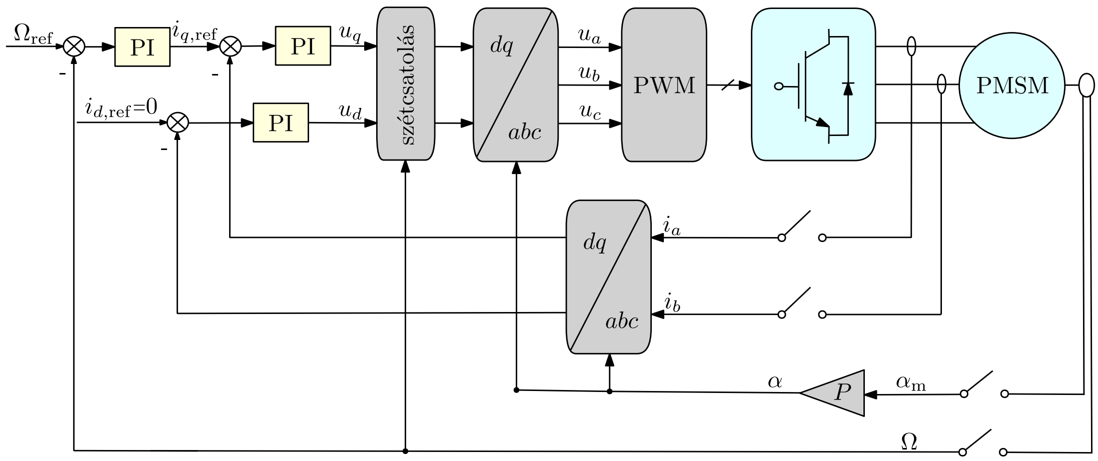
6. Eredmények

A következőkben a javasolt linearizáción alapuló állapotmegfigyelési módszert szimulációk útján vizsgáljuk, és a módszer összehasonlításra kerül az eddigiekben ismeretetett nem teljes rendű, valamint a csúszómód alapú megfigyelővel. Az állapotmegfigyelők egy, a PMSM hajtások esetén gyakran használt, mezőorientált szabályozással ellátott rendszeren lesznek vizsgálva, mely magában foglalja a szabályozó kör megvalósításból adódó sajátosságait is, így vizsgálható, hogy mennyiben használhatók a módszerek érzékelőmentes szabályozás megvalósításához.

Míg a 4.3. fejezetben ismertetett részleges linearizáció ugyanazon a szabályozási körön alkalmazható, mint a nem teljes rendű, valamint a csúszómód alapú eljárások, a 4.2. fejezetben kidolgozott teljesen visszacsatoltan linearizált modell már teljességgel más dinamikát követ, ezért ennek bemutatásához új szabályozás tervezésére van szükség, melyet szintén a következőekben részletezünk.

6.1. A PMSM hajtás mezőorientált szabályozása

A villamos hajtások mozgásszabályozására az egyik legelterjedtebben alkalmazott módszer a mezőorientált szabályozás [39], mely egy kaszkád szabályozási struktúra, így együttesen valósítható meg vele a motor áramerősségének, szögsebességének, valamint akár pozíciójának szabályozása. A szabályozókör felépítése a 15. ábrán látható.



15. ábra. Mezőorientált szabályozókör felépítése

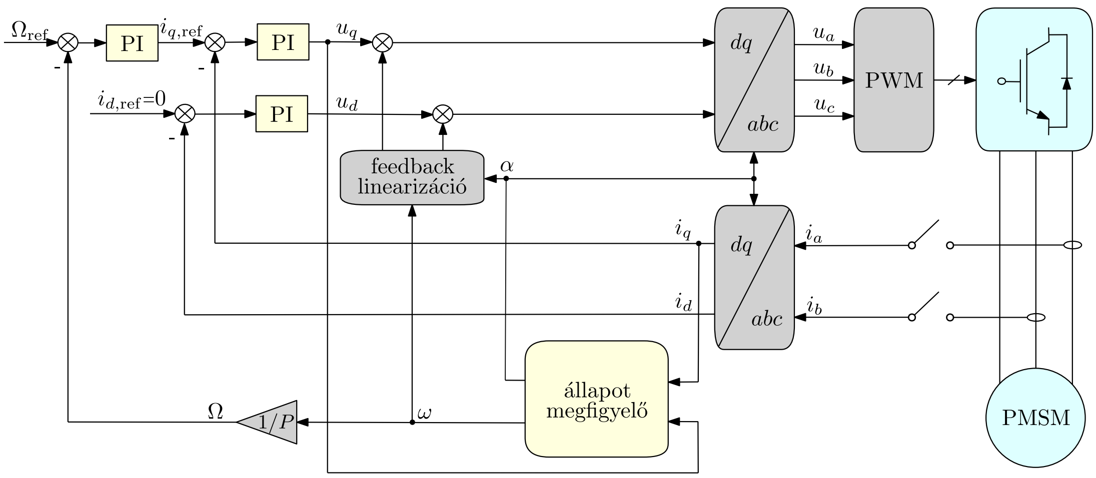
A kaszkád szabályozás belső körei a d és q irányú áramkomponensek szabályozását végzik PI szabályozók alkalmazásával, melyek a motor villamos egyenlete (62) alapján hangolhatók. A szabályozók kimenő jele a kiadni kívánt feszültségkomponensek, amelyek az indukált feszültség 4.3 fejezetben ismertetett kompenzálása után transzformálhatók háromfázisú koordinátarendszerbe. A Clarke és Park koordinátatranszformációk elvégzése után kapott háromfázisú feszültségjel ezután vivőfrekvenciás impulzusszélesség moduláció alkalmazásával kerül kiadásra. A modulált jel egy háromfázisú, kétszintű feszültséginverter kapcsolójeleit adja, mely a motor kapcsaira adja a tápfeszültséget. A motor fázisain kialakult áramerősségek mérésével, a koordinátarendszerek közti áttérés után megkaphatók a visszacsatolandó i_d és i_q áramkomponensek.

Szimmetrikus forgórésszel rendelkező PMSM hajtások esetén az i_q áramkomponens önállóan felelős a motor által szolgáltatott villamos nyomatékért, így ennek referenciajelét a külső szögsebességszabályozó kör adja, míg az i_d áramkomponens értékét normál üzemi tartományban nullára szabályozzuk. A külső kör PI szabályozója a hajtás mechanikai egyenletének, (64)-nek ismeretében kerülhet behangolásra.

Megfigyelhető, hogy a külső kör működése számára szükség van a mechanikai szögsebesség aktuális időpillanatbeli értékére, míg a koordinátatranszformációk elvégzéséhez a motor tengelyének szögelfordulását kell ismerni. A szabályozó körre tervezhető még egy esetleges külső pozíciószabályozó kör, amely a szögsebesség szabályozásának referenciáját adhatja.

6.2. Érzékelőmentes mezőorientált szabályozás

Érzékelőmentes szabályozási technika alkalmazásával a szögelfordulás, valamint a szögsebesség mérése, vagyis az ehhez szükséges mérőeszköz is kiküszöbölhető. Ekkor ezeket a jeleket a megfigyelő fogja biztosítani. Amennyiben a 4.3 fejezetben bemutatásra került részleges linearizációval készült állapotmegfigyelőt (FLO) használjuk erre a célra, a 16. ábrán látható módon kerül alkalmazásra a szabályozó körben.

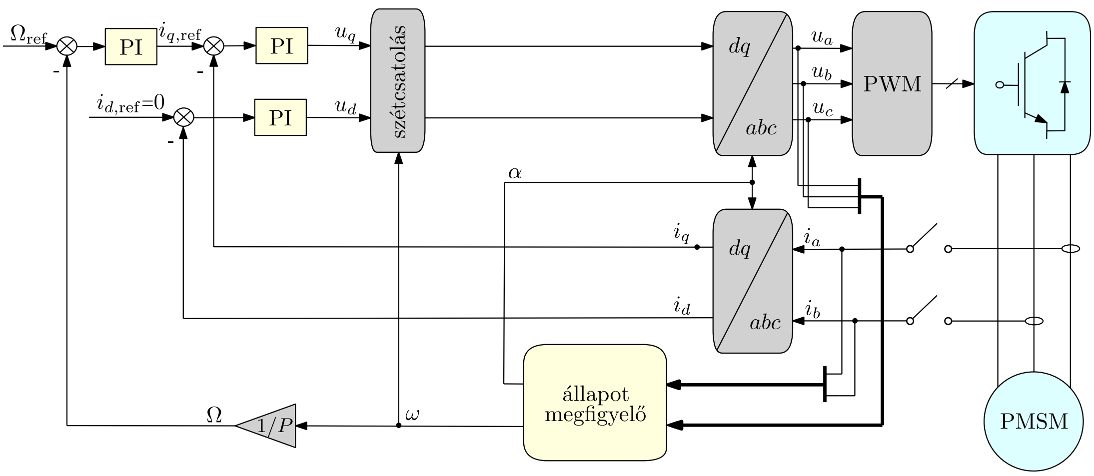


16. ábra. Visszacsatolással linearizált megfigyelőre (FLO) alapozott mezőorientált szabályozás

Észrevehető, hogy az állapotmegfigyelő a q irányú áramkomponens aktuálisan mért értékét használja, valamint a linearizált rendszer bemenő jelét az állapotok becsléséhez.

Továbbá látható, hogy az állapotmegfigyelő által becsült szögsebességjelet használja fel mind a rendszer linearizációjához használt visszacsatolás, mind a külső szögsebességszabályozó kör. Ugyancsak a szögsebességjelből integrálással képzett szöghelyzetet használja a rendszer a szükséges koordinátatranszformációk elvégzéséhez.

Ezzel szemben a 17. ábrán látható a csúszómód (SMO) vagy redukált Luenberger (RLO) megfigyelők elhelyezkedése ugyanabban a szabályozó körben. Mindkét módszer alkalmazása esetén az álló koordinátarendszerben felírt feszültség- és áramjel kerül felhasználásra, melyek a motor három fázisára kiadott, illetve mért jelekből számíthatók Clarke transzformációval.



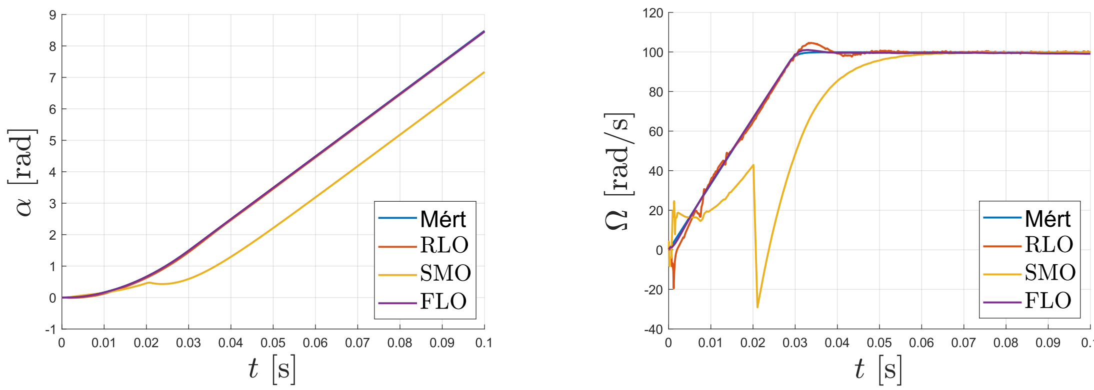
17. ábra. Csúszómód megfigyelőre (SMO) vagy nem teljes rendű megfigyelőre (RLO) tervezett mezőorientált szabályozás felépítése

Szenzormentes szabályozás megvalósítása esetén ezen technikák esetén is a megfigyelőnek kell biztosítani a koordinátatranszformációhoz szükséges szögpozíciót, valamint a szétcsatoláshoz és szabályozáshoz használt szögsebességjelet.

6.3. Szimulációs eredmények

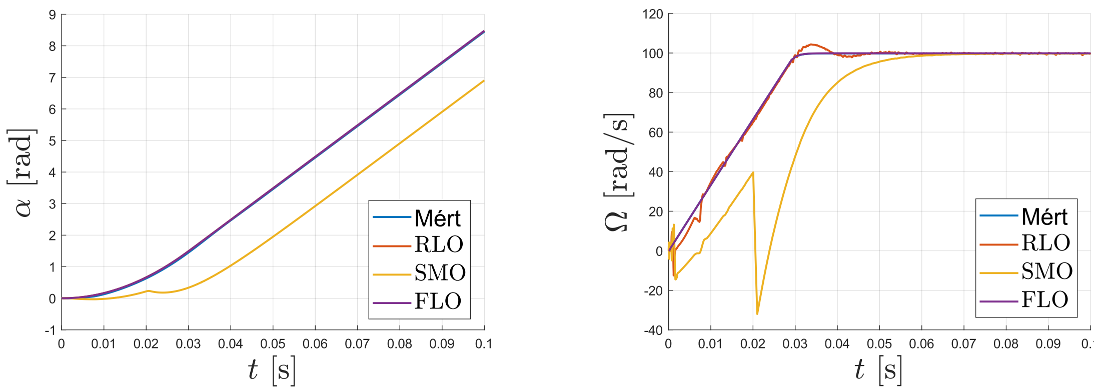
Először az egyes megfigyelő módszerek jobb összehasonlíthatósága végett a szabályozó kör, valamint a transzformációk és visszacsatolások elvégzése a motor szimulált jeleivel fog történni.

A szimulációk *MATLAB Simulink* környezetben lettek megtervezve, a 16. és 17. ábráknak megfelelően impulzusszélesség moduláció, valamint feszültséginverter blokk használatával. A szimulációk során a szabályozó kör 100 rad/s-os szögsebesség alapjelet kapott. Az egyes állapotmegfigyelők által kapott szögsebesség-, illetve szöghelyzet jelek a 18. és 19. ábrán láthatók, folytonos és diszkrét időben rendre.



(a) (b)

18. ábra. Az egyes állapotmegfigyelők által becsült szögsebesség- és pozíciójel folytonos idejű esetben

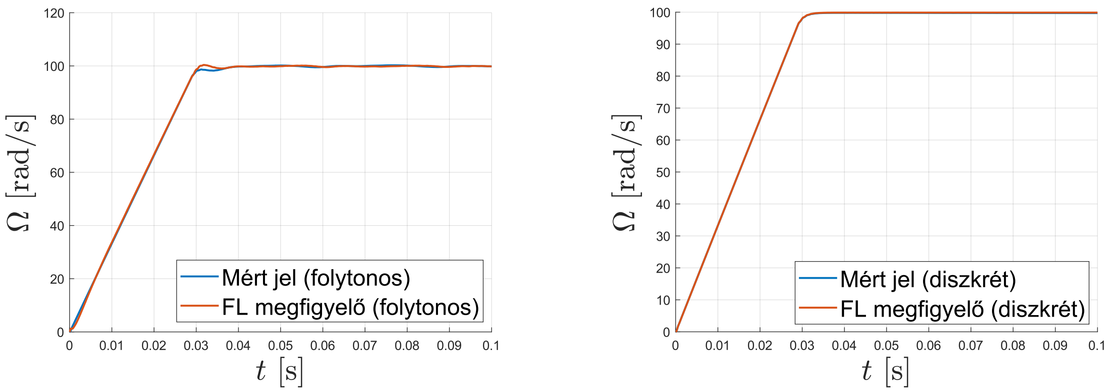


(a) (b)

19. ábra. Az egyes állapotmegfigyelők által becsült szögsebesség- és pozíciójel diszkrét idejű esetben

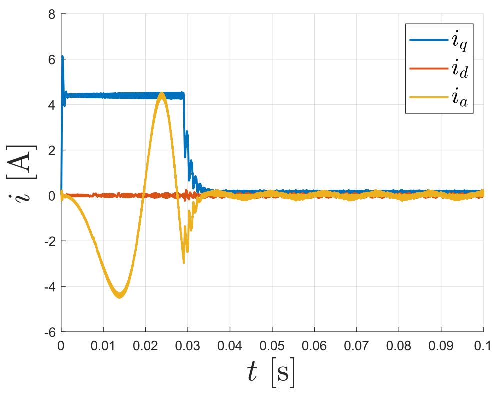
Látható, hogy a mért jelhez a kidolgozott visszacsatolással linearizált rendszerre alkalmazott megfigyelő által adott jel közelít leginkább, diszkrét és folytonos idejű megvalósítással vizsgálva egyaránt. Az is észrevehető, hogy, ahogy az 5.2, valamint az 5.4 fejezetekben említésre került, az indukált feszültség alapú becslés kis szögsebességtartományban nem képes követni a jelet, hiszen itt az elektromotoros erő jel-zaj aránya meglehetősen alacsony. Ezzel szemben a javasolt módszer kis szögsebességek esetén is képes jó becslést adni a rendszer állapotaira.

Érdemes még megvizsgálni, hogy valóban szabályozható-e a rendszer, amennyiben tényleg visszacsatolásra kerül a javasolt megfigyelő jele.

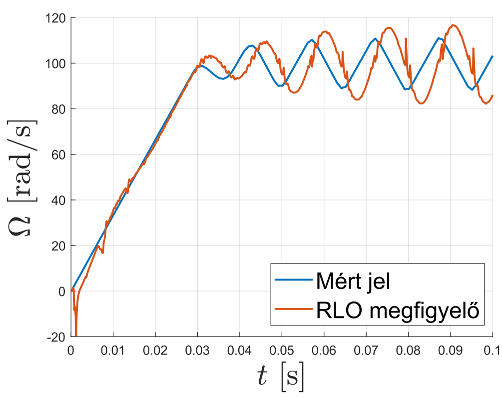


(a) (b)

20. ábra. A FL állapotmegfigyelőre épített szögsebességszabályozás (a) folytonos és (b) diszkrét idejű esetben



21. ábra. A FL állapotmegfigyelőre épített szögsebességszabályozás áramerősségjelei: a nyomatékképző q irányú, a fluxusképző d irányú komponens, valamint az a fázison folyó áramerősség



22. ábra. A nem teljes rendű megfigyelőre tervezett szögsebességszabályozás

A hajtás mezőorientált szabályozásához a visszacsatolásra alapozott megfigyelő által adott szögsebesség kerül visszacsatolásra a külső hurokban, majd a megadott 100 rad/s-os szögsebesség alapjel elérése az i_q, nyomatékképző áramreferencia beállításával történik a belső hurokban, a 16. ábrának megfelelően. A 21. ábrán látható módon kezdetben a megadott maximális i_q értékkel gyorsítja a rendszert, majd a szögsebességhiba csökkenésével lesz kisebb a szükséges nyomaték is. A 20. ábra alapján megállapítható, hogy ugyan a szögsebesség beállása lassul az FL megfigyelő alkalmazásával, de továbbra is stabil, valamint a becsült jel szépen követi a szimulált jelet. Ezzel szemben a további bemutatott megfigyelő struktúrák jelének visszacsatolása esetén az alacsony szögsebességtartományon a szabályozó kör elveszti stabilitását, ahogy az a nem teljes rendű Luenberger megfigyelő esetén látható a 22. ábrán.

A *Simulink Profiler* eszközének segítségével az egyes módszerek futási idejei is nyomon követhetők. A 0,1 s-os szimulációs idő alatt a diszkrét esetben mind a három fajta megfigyelő pontosan 2004-szer futott le, ez alatt az FL megfigyelő 0,05 másodpercnyi, redukált Luenberger 0,151, a csúszómód 0,184 másodpercnyi időt vett igénybe, így az átlagos futási idők táblázatos formában a 2. táblázatban találhatók.

2. táblázat. Az egyes megfigyelők egy ciklusának átlagos futásideje diszkrét időben

Megfigyelő	Átlagos futásidő
Visszacsatolással linearizált	$2,50 \cdot 10^{-5}$ s
Nem teljes rendű Luenberger	$7,53 \cdot 10^{-5}$ s
Csúszómód	$9,18 \cdot 10^{-5}$ s

Látható, hogy a kidolgozott módszer jelentősen kisebb futási idővel rendelkezik. Ez azzal indokolható, hogy a másik két módszer esetén minden ciklusban időigényesebb matematikai műveletek, mint gyökvonás vagy trigonometrikus függvények számítása, hajtódnak végre (103) és (104)-nek megfelelően, míg az egyszerű, visszacsatolásos linearizációra alapozott, Luenberger megfigyelő csak egyszerű műveletek (összeadás, szorzás) alkalmazását igényli diszkrét időben, tehát az új módszer beágyazott alkalmazása is célszerű.

6.4. A teljesen linearizált rendszer megfigyelőre alapozott állapot-visszacsatolásos szabályozása

A 4.2 fejezetben bemutatott a kidolgozott módosított visszacsatolással megfigyelhetővé tett, teljesen linearizált rendszer állapotegyenlete

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{z}}{dt} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \mathbf{z} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} v, \tag{133}$$

formában adódott. A visszacsatolással történő linearizációt általában állapotvisszacsatolást alkalmazó szabályozáshoz tervezik, ezért a kidolgozott megfigyelő működése is ezen keresztül kerül bemutatásra.

Az állapotvisszacsatolás [13]

$$\mathbf{v} = -\mathbf{K}\mathbf{z} \tag{134}$$

formában adható meg ezen rendszer esetén. Ezzel az állapotegyenlet

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} - \mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{z} = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})\,\mathbf{z} \tag{135}$$

kifejezésre módosul, vagyis $\mathbf{K}$ megfelelő beállításával a $\mathbf{z}$ állapotok konvergenciája biztosítható. Azonban a $\mathbf{K}$ visszacsatolás beiktatásával a rendszer csak nullára szabályozható pontosan, nem nulla referencia esetén maradó hibával terhelt az eredmény. Ennek kiküszöböléséhez statikus alapjelkompenzáció kerül bevezetésre.

Laplace-transzformálva az egyenletet

$$\mathbf{Z}(s) = [s\mathbf{I} - (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})]^{-1}\,\mathbf{B}\mathbf{R}(s) \tag{136}$$

alakhoz jutunk, ahol s a Laplace-operátor, $\mathbf{Z}(s)$ az állapotvektor, $\mathbf{R}(s)$ a referencia Laplace-transzformáltja.

A PMSM hajtás mozgásszabályozását ezúttal tervezzük pozíciószabályozásra, így a kimeneti egyenlet

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \mathbf{z}. \tag{137}$$

Ebből a kimenő jel Laplace-transzformáltja

$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{C}\mathbf{Z}(s) = \mathbf{C}\,[s\mathbf{I} - (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})]^{-1}\,\mathbf{B}\mathbf{R}(s). \tag{138}$$

r_0 nagyságú egységugrás referenciát feltételezve végérték tétel használatával számítható az állandósult állapotbeli kimenő jel

$$\lim_{s\to 0} \mathbf{Y}(s) = -\mathbf{C}\,[s\mathbf{I} - (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})]^{-1}\,\mathbf{B}r_0, \tag{139}$$

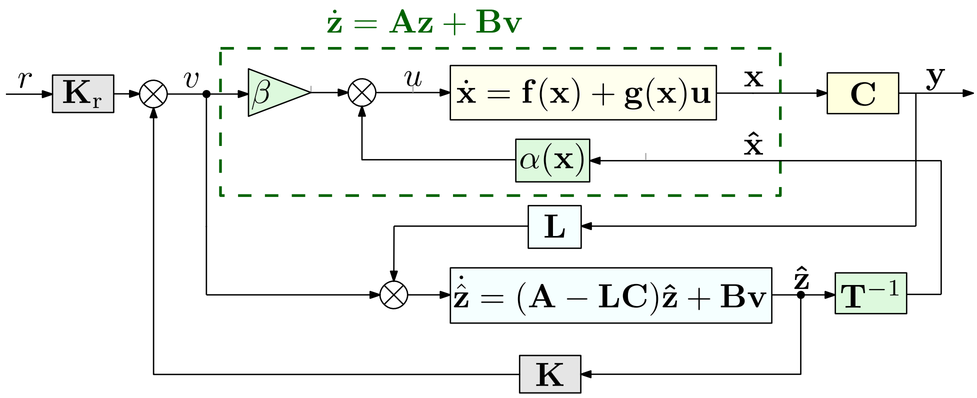
így a rendszer erősítése

$$-\mathbf{C}\left[s\mathbf{I}-(\mathbf{A}-\mathbf{B}\mathbf{K})\right]^{-1}\mathbf{B}, \tag{140}$$

vagyis

$$\mathbf{K}_{\mathrm{r}}=\left[-\mathbf{C}\left[s\mathbf{I}-(\mathbf{A}-\mathbf{B}\mathbf{K})\right]^{-1}\mathbf{B}\right]^{-1} \tag{141}$$

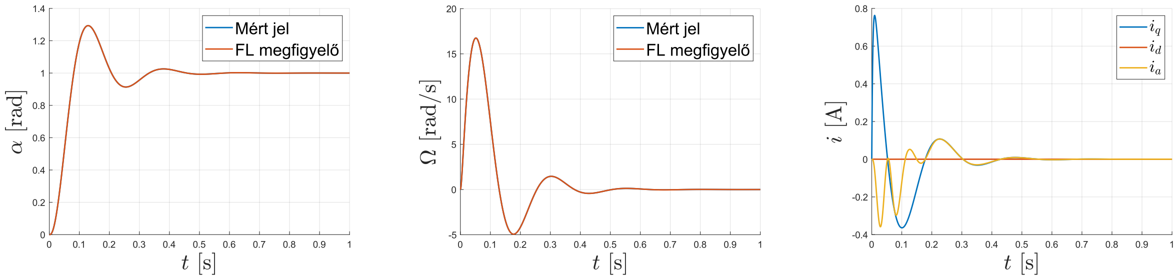
alapjel kompenzáló tag beiktatására van szükség ahhoz, hogy bármilyen konstans értékű referenciát követni tudjon a rendszer. Az így kialakított szabályozó kör a 23. ábrán látható.



23. ábra. A linearizált rendszer megfigyelőre alapozott állapotvisszacsatolással történő szabályozása

6.5. Szimulációs eredmények

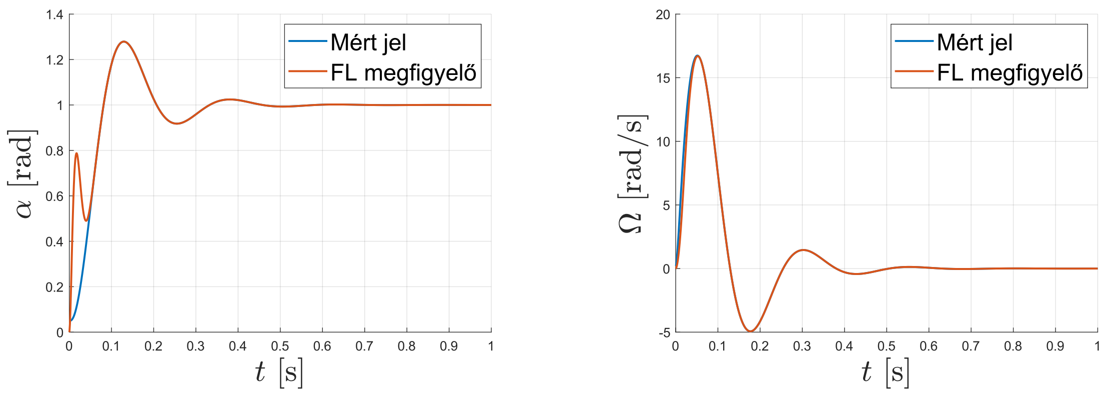
A teljesen linearizált rendszer szabályozásának szimulációja is *MATLAB Simulink* környezetben történt. A pozíciószabályozó kör viselkedését a 24. és a 25. ábrák szemléltetik egységugrás referencia esetén.



(a) Szögelfordulás (b) Szögsebesség (c) Áramerősség

24. ábra. A FL állapotmegfigyelőre épített állapotvisszacsatolás (a) pozíció- (b) szögsebességjele, valamint (c) az áramkomponensek jelei

Megállapítható, hogy a kidolgozott megfigyelő szinte hiba nélkül követi a szimulált jeleket, és látható, hogy a megfigyelőre alapozott szabályozás is sikeresnek bizonyult, hiszen a szögelfordulás valóban képes követni az egységugrás referenciát. Azonban fontos megjegyezni, hogy ez a szabályozó kör még nem alkalmazható közvetlenül valós hajtáson, mivel az áramjelek a szabályozási tranziens során nagy értékeket vehetnek fel. Ezért a megvalósítás során anti-windup technikák alkalmazása szükséges, amelyek megelőzik, hogy az áramerősség referenciaértéke nagyobb legyen a megengedettnél.



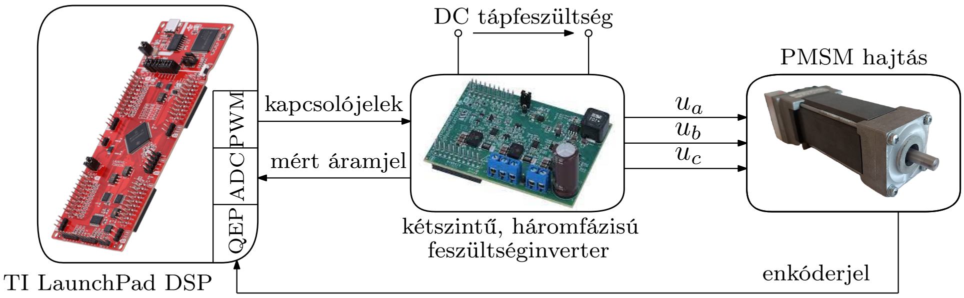
(a) (b)

25. ábra. A FL állapotmegfigyelőre épített állapotvisszacsatolás (a) pozíciójele és (b) szögsebességjele nem nulla kezdeti érték esetén

A 25. ábrán látható, hogy az állapotmegfigyelő nem nulla kezdeti értékek esetén is képes stabil és gyors beállást produkálni.

6.6. Az érzékelőmentes mezőorientált szabályozás kísérleti eredményei

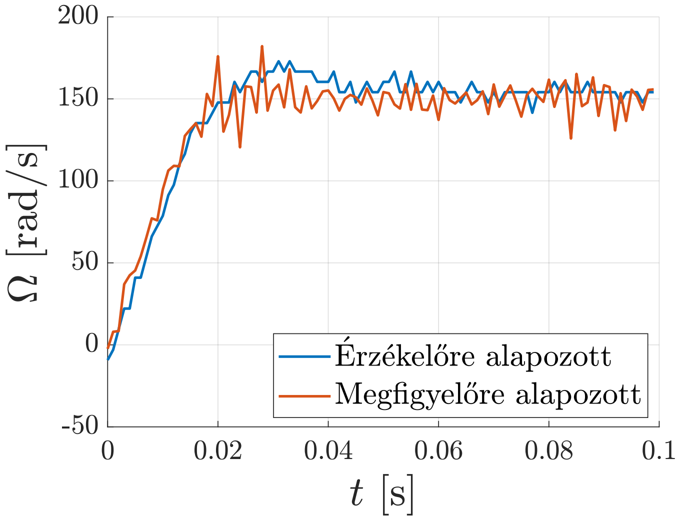
A 6.2 fejezetben bemutatott állapotmegfigyelőre alapozott mezőorientált szabályozás megvalósításra került egy valós PMSM hajtáson, ezzel validálva a kidolgozott visszacsatolásos linearizációra alapozott állapotmegfigyelési módszer alkalmazhatóságát. A módszer kísérleti vizsgálatához használt mérési elrendezés a 26. ábrán látható.



26. ábra. A linearizált rendszer megfigyelőre alapozott állapotvisszacsatolással történő szabályozása

A mérés felépítése hasonló a DC motoron végzett kísérletekhez. Az inverterkártyán található söntellenállásos áramerősségszenzor segítségével mérhetők a motor fázisáramai, amelyeket egy Texas Instruments LaunchPad digitiális jelfeldolgozó processzor képes feldolgozni a mezőorientált szabályozás számára. Ugyancsak a mikrovezérlőn fut a visszacsatolással történő linearizáció, valamint az ez alapján működő állapotmegfigyelési algoritmus. Az állapotmegfigyelő által becsült szögsebesség értékek kerülnek felhasználásra a motor mezőorientált szabályozásának külső körében, valamint az ebből képzett szöghelyzet jelet használják a DSP-n futó Clarke és Park koordinátatranszformációk is.

Az így megvalósított, teljesen érzékelőmentes szabályozás szögsebesség beállása a 27. ábrán látható, 150 rad/s-os szögsebességreferencia mellett. A motor tengelyére szerelt enkódertárcsának köszönhetően ellenőrizhető volt, hogy a megfigyelő helyesen működik, valamint az eredmények összehasonlíthatók az enkóder alapján történő, érzékelőt használó mezőorientált szabályozással.



27. ábra. A linearizált rendszer megfigyelőre alapozott állapotvisszacsatolással történő szabályozása

Látható, hogy a megfigyelő alkalmazása nem rontotta jelentősen a szabályozó kör dinamikai tulajdonságait. A becsült jel zajosságát a söntellenállásos árammérés zaja magyarázhatja, ami a jövőben egy Hall-effektuson alapuló szenzor alkalmazásával javítható lehet.

Összességében a kidolgozott módszer alkalmazhatónak bizonyult valós hajtáson történő alkalmazásra, a teljes fordulatszám tartományon. Az erre alapozott mezőorientált szabályozás stabilan és gyorsan képes követni a beállított szögsebességreferenciát.

7. Összegzés

Az érzékelőmentes szabályozási módszerek napjainkban széles körben elterjedtek a villamos hajtások esetén. Ezek közül a dolgozatban bemutatásra került a lineáris Luenberger állapotmegfigyelő egy egyenáramú hajtás szögsebességének, valamint szöghelyzetének becslésére. A megtervezett állapotbecslő képes volt előállítani mindkét jellemzőt pusztán a DC motor forgórész áramerősségének ismeretében, mind szimulációban, mind valós hajtáson vizsgálva.

A nemlineáris karakterisztikájú PMSM hajtások esetén jellemzően olyan állapotmegfigyelő algoritmusokat alkalmaznak, amelyek az indukált feszültséget becslik, ebből számítható a motor villamos szögelfordulása és szögsebessége. Ezeknek a módszereknek jelentős hátránya, hogy alacsony szögsebességek esetén nem tudják jól becsülni a jelet, hiszen ekkor az indukált feszültség jel-zaj aránya is alacsony. Ennek köszönhetően ezek a technikák önállóan nem használhatók szenzormentes szabályozásra. A motor indításakor valamilyen más módszer alkalmazására van szükség, majd amikor a hajtás elérte a megfelelő fordulatszámot, jellemzően akkor váltananak állapotmegfigyelő alkalmazására. Továbbá, ezek az eljárások a szöghelyzet és -sebesség számítása során bonyolultabb matematikai műveleteket használnak, ami növeli a módszerek futásidejét.

Ezen problémák elkerülése végett kidolgozásra került egy olyan új, általános nemlineáris rendszerekre is alkalmazható állapotmegfigyelési módszer, melynek alapja a vizsgált rendszer visszacsatolással történő linearizációja volt. A visszacsatolás linearizációs módszer módosításával egy olyan linearizációt kaptunk, amely képes volt precízen linearizálni a rendszert úgy, hogy az mindig megfigyelhető legyen. Ezt a linearizált rendszert alapul véve, annak állapotai, az egyenáramú géphez hasonlóan, egy egyszerű, lineáris Luenberger megfigyelő segítségével meghatározhatók, majd ebből visszaszámíthatók a tényleges állapotok.

Ezáltal a javasolt módszer a Luenberger megfigyelőre érvényes szisztematikus tervezési módszerekkel, például Ackermann-formulával, megtervezhető, valamint diszkrét idejű megvalósításában pusztán egyszerű matematikai műveletek, összeadás és szorzás, elegendők a megfigyelés folyamatához, ami kedvez a beágyazott, mikrovezérlőn futó alkalmazásoknak. A kidolgozott módszer tervezése és működése állandómágneses szinkrongép példáján keresztül lett bemutatva, valamint egy csak PMSM hajtásokra érvényes egyszerűsített változata is megfogalmazódott. Ennek előnye, hogy a hajtás ennek hatására DC motorként viselkedik, így megtartható az elterjedt mezőorientált szabályozási struktúra, valamint használható a DC gépekhez kidolgozott Luenberger megfigyelő.

Szinkron gépek esetén nagyszámú érzékelőmentes módszer áll rendelkezésre az irodalomban. Ezek közül igen gyakori a redukált Luenberger megfigyelővel és a csúszómód megfigyelővel való indukált feszültség becslés, ezen technikák kerültek összehasonlításra a javasolt módszerrel. Az indukált feszültség alapú becslések az elvárásoknak megfelelően alacsony fordulatszám tartományokban nem tudták pontosan követni a motor szimulált jeleit, míg a javasolt linearizáció alapú módszer már nagyon kis sebességek esetén is konvergensnek bizonyult, ezért a kidolgozott módszerre önállóan is alapozható érzékelőmentes szabályozás. Emellett a módszer számítási igénye is jelentősen kisebbnek adódott, mint a jól bevált módszereknek, így kiválóan használható beágyazott rendszerekben történő alkalmazásra is.

Összességében tehát elmondható, hogy a javasolt módszer alkalmasnak bizonyult a PMSM hajtások állapotainak becslésére. Az erre alapozva tervezett érzékelőmentes szabályozás sikeres volt, mind szimulációkban, mind valós hajtáson végzett mérések során. Az állapotmegfigyelő a teljes fordulatszámtartományon megbízhatóan becsülte a motor állapotait, ellentétben az elterjedten alkalmazott módszerekkel, ezáltal önmagában is alapozható rá szenzormentes szabályozás, az indításhoz szükséges kiegészítő becslő alkalmazása nélkül. A megfigyelés nem rontotta a szabályozás dinamikai tulajdonságait sem, így egy kiváló alternatívája lehet a jellemzően használt eljárásoknak. Továbbá, a kidolgozott módszer megnyitja a lehetőséget további, más jellegű nemlineáris rendszerekre való visszacsatolás alapú állapotmegfigyelő tervezésére is.

A dolgozat a Kulturális és Innovációs Minisztérium ÚNKP-23-2-I-BME-168 kódszámú Új Nemzeti Kiválóság Programjának a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alapból finanszírozott szakmai támogatásával készült.

Kulturális és Innovációs Minisztérium

Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal

ÚNKP
Új Nemzeti Kiválóság Program

Hivatkozások

[1] D. Luenberger. "An introduction to observers". *IEEE Transactions on Automatic Control* 16.6 (1971), 596–602. old. DOI: 10.1109/TAC.1971.1099826.

[2] David G. Luenberger. "Observing the State of a Linear System". *IEEE Transactions on Military Electronics* 8.2 (1964), 74–80. old. DOI: 10.1109/TME.1964.4323124.

[3] M. Zeitz. "The extended Luenberger observer for nonlinear systems". *Systems Control Letters* 9.2 (1987), 149–156. old. ISSN: 0167-6911. DOI: https://doi.org/10.1016/0167-6911(87)90021-1. URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0167691187900211.

[4] Edgar Ergueta és tsai. "Extended Luenberger Observer for a MIMO Nonlinear Nonholonomic System". *IFAC Proceedings Volumes* 41 (2008), 9260–9265. old. URL: https://api.semanticscholar.org/CorpusID:7712752.

[5] A. Radke és Zhiqiang Gao. "A survey of state and disturbance observers for practitioners". *2006 American Control Conference*. 2006, 6 pp.-. DOI: 10.1109/ACC.2006.1657545.

[6] Cai-Xue Chen, Yun-Xiang Xie és Yong-Hong Lan. "Backstepping control of speed sensorless permanent magnet synchronous motor based on slide model observer". *International Journal of Automation and Computing* 12 (2015. ápr.), 149–155. old. DOI: 10.1007/s11633-015-0881-2.

[7] Wen-Hua Chen és tsai. "Disturbance-Observer-Based Control and Related Methods—An Overview". *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 63.2 (2016), 1083–1095. old. DOI: 10.1109/TIE.2015.2478397.

[8] Jyoti Agrawal és Sanjay Bodkhe. "Low speed sensorless control of PMSM drive using high frequency signal injection". *2015 Annual IEEE India Conference (INDICON)*. 2015, 1–6. old. DOI: 10.1109/INDICON.2015.7443383.

[9] A. Isidori. *Nonlinear Control Systems*. Communications and Control Engineering. Springer London, 1995, 227–241. old. ISBN: 9783540199168. URL: https://books.google.hu/books?id=fPGzHK_pto4C.

[10] Vahid Teymoori és tsai. "Sensorless Control of Dual Three-Phase Permanent Magnet Synchronous Machines, A Review". *Energies* 16.3 (2023). ISSN: 1996-1073. URL: https://www.mdpi.com/1996-1073/16/3/1326.

[11] Mukesh Kumar Pathak Harshit Mohan és Sanjeet Kumar Dwivedi. "Sensorless Control of Electric Drives – A Technological Review". *IETE Technical Review* 37.5 (2020), 504–528. old. DOI: 10.1080/02564602.2019.1662738.

[12] Dorin – Mirel Stănică, Nicu Bizon és Mihai – Catalin Arva. "A brief review of sensorless AC motors control". *2021 13th International Conference on Electronics, Computers and Artificial Intelligence (ECAI)*. 2021, 1–7. old. DOI: 10.1109/ECAI52376.2021.9515049.

[13] Béla Lantos. *Irányítási rendszerek elmélete és tervezése I.* Akadémiai Kiadó, 2016. ISBN: 978 963 05 9848 4. DOI: 10.1556/9789630598484. URL: https://mersz.hu/kiadvany/31.

[14] R.E. Kalman. "Lectures on Controllability and Observability". *Controllability and Observability.* Szerk. E. Evangelisti. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2011, 1–149. old. ISBN: 978-3-642-11063-4. DOI: 10.1007/978-3-642-11063-4_1. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-642-11063-4_1.

[15] Debabrata Pal. "Full Order Observer Controller Design for DC Motor Based on State Space Approach". 2016. URL: https://api.semanticscholar.org/CorpusID:53488194.

[16] Louiza Sellami. "Simulink Model of a Full State Observer for a DC Motor Position, Speed, and Current," 2014. júl.

[17] Yuanqing Wu és tsai. "Performance Recovery of Dynamic Feedback-Linearization Methods for Multivariable Nonlinear Systems". *IEEE Transactions on Automatic Control* 65.4 (2020), 1365–1380. old. DOI: 10.1109/TAC.2019.2924176.

[18] B. Charlet, J. Lévine és R. Marino. "On dynamic feedback linearization". *Systems Control Letters* 13.2 (1989), 143–151. old. ISSN: 0167-6911. DOI: https://doi.org/10.1016/0167-6911(89)90031-5. URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0167691189900315.

[19] Alberto Isidori és Claudio Persis. "Feedback Linearization of Nonlinear Systems". (2010. dec.). DOI: 10.1201/b10384-55.

[20] Renjeng Su. "On the linear equivalents of nonlinear systems". *Systems Control Letters* 2.1 (1982), 48–52. old. ISSN: 0167-6911. DOI: https://doi.org/10.1016/S0167-6911(82)80042-X. URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S016769118280042X.

[21] A. J. Krener. "Feedback Linearization". *Mathematical Control Theory.* Szerk. J. Baillieul és J. C. Willems. New York, NY: Springer New York, 1999, 66–98. old. ISBN: 978-1-4612-1416-8. DOI: 10.1007/978-1-4612-1416-8_3. URL: https://doi.org/10.1007/978-1-4612-1416-8_3.

[22] Andrea Cervone, Obrad Dordevic és Gianluca Brando. "General Approach for Modeling and Control of Multiphase PMSM Drives". *IEEE Transactions on Power Electronics* 36.9 (2021), 10490–10503. old. DOI: 10.1109/TPEL.2021.3063791.

[23] Zhengcheng Wu és tsai. "Feedback linearization control of PMSM based on differential geometry theory". *2010 5th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications.* 2010, 2047–2051. old. DOI: 10.1109/ICIEA.2010.5515457.

[24] José de Jesús Rubio. "Robust feedback linearization for nonlinear processes control". *ISA Transactions* 74 (2018), 155–164. old. ISSN: 0019-0578. DOI: https://doi.org/10.1016/j.isatra.2018.01.017. URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S001905781830017X.

[25] Arafa Mansour és tsai. "Comparative Study of Sensorless Control Methods of PMSM Drives". 2 (2011. okt.).

[26] Ali Mohamed Alshawish és tsai. "Sensorless Control for Permanent Magnet Synchronous Motor (PMSM) Using a Reduced Order Observer". *2020 IEEE Kansas Power and Energy Conference (KPEC).* 2020, 1–5. old. DOI: 10.1109/KPEC47870.2020.9167647.

[27] H.D. Unbehauen. *CONTROL SYSTEMS, ROBOTICS AND AUTOMATION – Volume VIII: Advanced Control Systems-II.* EOLSS Publications, 2009, 26–37. old. ISBN: 9781848261471. URL: https://books.google.hu/books?id=3id3DAAAQBAJ.

[28] Joohn-Sheok Kim és Seung-Ki Sul. "High performance PMSM drives without rotational position sensors using reduced order observer". *IAS '95. Conference Record of the 1995 IEEE Industry Applications Conference Thirtieth IAS Annual Meeting.* 1. köt. 1995, 75–82 vol.1. DOI: 10.1109/IAS.1995.530286.

[29] T.F. Chan és tsai. "Sensorless permanent-magnet synchronous motor drive using a reduced-order rotor flux observer". *Electric Power Applications, IET* 2 (2008. ápr.), 88–98. old. DOI: 10.1049/iet-epa:20070234.

[30] Jie Gao és tsai. "A Novel Rotor Position Observer for Sensorless Control of Permanent Magnet Synchronous Motor Based on Adaptive Generalized Second-Order Integrator". *Machines* 10 (2022. aug.), 751. old. DOI: 10.3390/machines10090751.

[31] A. Ravikumar Setty, Shashank Wekhande és Kishore Chatterjee. "Comparison of high frequency signal injection techniques for rotor position estimation at low speed to standstill of PMSM". *2012 IEEE 5th India International Conference on Power Electronics (IICPE).* 2012, 1–6. old. DOI: 10.1109/IICPE.2012.6450521.

[32] Bela Takarics, Péter Korondi és Peter Baranyi. "TP Model Transformation based sliding mode control design for nonlinear systems". (2010. szept.). DOI: 10.1109/EPEPEMC.2010.5606613.

[33] Sergey V. Drakunov. "Sliding-mode observers based on equivalent control method". *[1992] Proceedings of the 31st IEEE Conference on Decision and Control* (1992), 2368–2369 vol.2. URL: https://api.semanticscholar.org/CorpusID:120072463.

[34] S. Drakunov és V. Utkin. "Sliding mode observers. Tutorial". *Proceedings of 1995 34th IEEE Conference on Decision and Control*. 4. köt. 1995, 3376–3378 vol.4. DOI: 10.1109/CDC.1995.479009.

[35] Dong Jiang, Zhengming Zhao és Fei Wang. "A Sliding Mode Observer for PMSM speed and rotor position considering saliency". *2008 IEEE Power Electronics Specialists Conference*. 2008, 809–814. old. DOI: 10.1109/PESC.2008.4592029.

[36] Zhiqiang Liu és Wenkai Chen. "Research on an Improved Sliding Mode Observer for Speed Estimation in Permanent Magnet Synchronous Motor". *Processes* 10.6 (2022). ISSN: 2227-9717. DOI: 10.3390/pr10061182. URL: https://www.mdpi.com/2227-9717/10/6/1182.

[37] Manjul Okte és Sathans. "Sliding-mode observer for estimating position and speed and minimizing ripples in rotor parameters of PMSM". *2018 2nd International Conference on Inventive Systems and Control (ICISC)*. 2018, 506–511. old. DOI: 10.1109/ICISC.2018.8399124.

[38] Hongryel Kim, Jubum Son és Jangmyung Lee. "A High-Speed Sliding-Mode Observer for the Sensorless Speed Control of a PMSM". *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 58.9 (2011), 4069–4077. old. DOI: 10.1109/TIE.2010.2098357.

[39] Xudong Wang, Ning Liu és Risha Na. "Simulation of PMSM field-oriented control based on SVPWM". *2009 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference*. 2009, 1465–1469. old. DOI: 10.1109/VPPC.2009.5289523.