MŰEGYETEM 1782

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Építészmérnöki Kar

Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék

Tudományos Diákköri Dolgozat

MINIMÁLISAN MEREV TÉRBELI SZABÁLYOS NÉGYZETRÁCSOK GENERÁLÁSA

Ackermann Ádám

Témavezető:

Dr. Gáspár Orsolya

Absztrakt

Dolgozatomban csuklós rúdszerkezetek egy speciális típusának, a minimálisan merev szabályos térbeli négyzetrácsoknak a generálásával foglalkozom. A térrácsot a kockák lapjainak síkjába eső, merev diagonál rudakkal merevítem, a diagonálok nem fognak át több lapot. Minimálisan merevnek akkor nevezem a szerkezetet, ha bármely rúd elvétele a szerkezet merevségének elvesztését eredményezi. Az ilyen szerkezetek merevségének szükséges feltétele (az ún. rúdszámszabály alapján [Maxwell, 1864]) ismert, amivel a merevítőrudak minimális száma könnyen meghatározható. Ez a feltétel azonban nem elégséges Recski, 1988], a szerkezet merevsége a diagonálok elrendezésétől is függ. Síkbeli esetben a Bolker-Crapo tétel [Bolker-Crapo 1977] egyszerűen átlátható elégséges feltételt szab a diagonálok megfelelő elrendezésére, hasonlóan szemléletes megoldás azonban a térbeli esetben nem ismert.

Kutatásom célja egy olyan algoritmus létrehozása, amely a felhasználó által meghatározott befoglaló geometriájú négyzetes térrácsra generál minimálisan merev variációkat. Az algoritmus additív logika mentén épül fel, minden lépésben minimálisan merev szerkezeteket állít elő. Ezen a módon sokféle variáció létrehozható, ami így nagy választási lehetőséget és alkotói szabadságot biztosít a felhasználó számára. A dolgozatban kitérek az így generálható esetek korlátjaira, valamint ismertetem a térbeli négyzetrács merevségének tanulmányozására épített makettem kialakítását, alkalmazhatóságát.

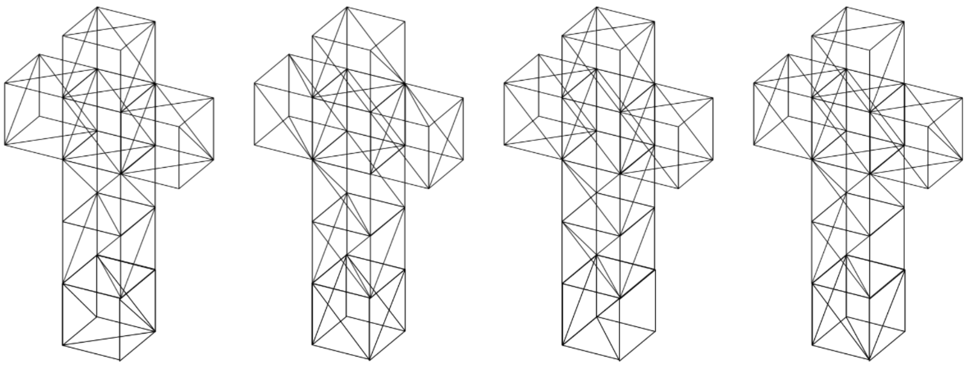
Tartalomjegyzék

Előszó

A 2021-es Nemzetközi Eucharisztikus Kongresszus idejére egy ideiglenes, rúd-csukló szerkezetű színpadot és oltárt építettek a budapesti Hősök terére, amelynek közepét egy szintúgy vázszerkezetből épült latinkereszt koronázta meg.

1. ábra: rúd-csuklós szerkezetű kereszt a Hősök terén

A kereszt szerkezetét kockaegységek sorolásával hozták létre egy öt egység magas oszlop és az oszlop negyedik egységéhez két oldalról csatlakozó egy-egy egységnyi keresztszár készítésével olyan módon, hogy a kockaegységek élei a szerkezet rúdjainak, a sarokpontjai pedig a csomópontjainak voltak megfeleltethetőek. A szerkezetet úgy merevítették, hogy a kockaegységek összes lapjába átlós merevítőrudakat helyeztek. A Bevezetésben részletesen ismertetett rúdszámszabállyal könnyen ellenőrizhető, hogy így a szerkezetbe a minimálisan szükségesnél több merevítőrudat helyeztek el. Merev szerkezetet kaphattak volna úgy is, ha *hat* gondosan kiválasztott merevítőrudat elvesznek a szerkezetből, mint például a 2. ábrában bemutatott esetekben, végül mégis a túlmerevített változat készült el.



2. ábra: lehetséges merevítési sémák

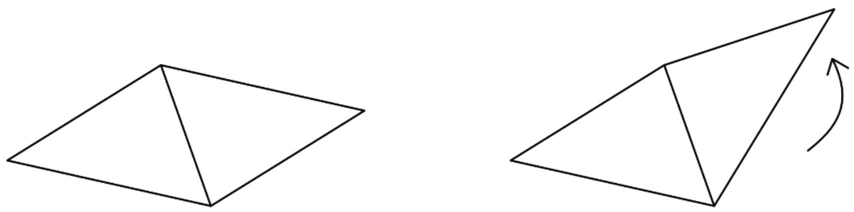
Ez az eset jó példa arra, hogy rúdszerkezeteinket a gyakorlatban sokszor túlmerevítjük. Az alábbiakban nem foglalkozunk a merevítések számának és elhelyezésének a szerkezet erőjátékára (belső erők eloszlása) gyakorolt hatásával, így a példán keresztül csak a túlmerevítés egyik lehetséges okára hívjuk fel a figyelmet: A minimálisan merev sémák meghatározására nincs könnyen használható, szemléletes módszer.

Kutatásomban minimálisan merev térbeli szabályos négyzetrácsokkal foglalkozom. A dolgozatomban egy olyan algoritmust mutatok be, amelynek segítségével a diagonál (merevítő) rudak bizonyos, minimálisan merev szerkezetet eredményező elrendezései egyszerűen generálhatóak, megadott geometriai korlátok között. Az első fejezetben pontosítom a dolgozatban használt lefontosabb fogalmakat, illetve bemutatom az ezen a területen végzett kutatások a dolgozatom szempontjából fontosnak tartott eddigi eredményeit. A második fejezetben röviden felvázolom a kutatáshoz készített fizikai modell felépítését és alkalmazhatóságát. Ezután ismertetem az algoritmus szempontjából fontos megfigyeléseimet, valamint az algoritmus logikai felépítését és használhatóságát. Végül bemutatom, hogy a dolgozatomhoz kapcsolódóan milyen jövőbeli kutatásokat tartok érdekesnek.

1. Bevezetés

Egy csuklókkal összekötött merev rudakból álló szerkezetet *rúd-csukló szerkezet*nek nevezünk. Az ilyen szerkezeteket akkor mondjuk *merev*nek, ha bármely két csuklójának relatív távolsága a szerkezet folytonos mozgatása mellett nem változik [Nagy, Recski 1998]. *Minimálisan merev*nek akkor nevezzük, ha bármelyik rúd elvétele a szerkezet merevségének elvesztését eredményezi.

Rúd-csukló szerkezetek merevségének szükséges feltétele, hogy a rudak száma *(r)* a sík esetben *≥2cs-3* a térbeli esetben *≥3cs-6* legyen, ahol *cs* a csomópontok számát jelöli [Maxwell 1864]. Amennyiben a szerkezet merev, és rúdjainak száma egyenlő ezen értékekkel, akkor a szerkezet minimálisan merev, hiszen egy újabb rúd elvétele után már nem teljesítené a megadott feltételt. Például egy diagonálrúddal merevített négyzet a síkban minimálisan merev (*r=5* és *2cs-3=5*), a térben viszont nem merev (*r=5* és *3cs-6=6*), a négyzet két csúcsa a diagonál tengelye körül szabadon elforoghat (3. ábra).

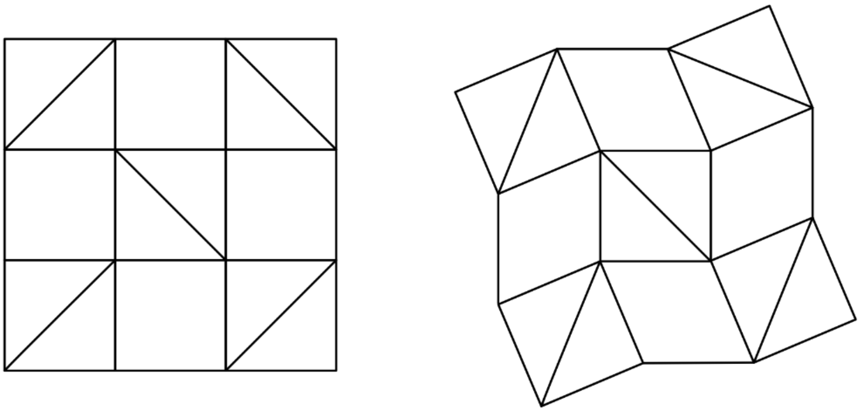


3. ábra: diagonálrúddal merevített négyzet térbeli deformációja

Tekintsünk olyan *n*m* egységű síkbeli négyzetrácsokat, amelyeket a négyzetlapjainak átlójába helyezett merev rudakkal merevítünk úgy, hogy a merevítőrudak ne fogjanak át több lapot. Maxwell tétele alapján egyszerű módon meghatározhatjuk ezek merevítőrúdjainak minimálisan szükséges számát a következő módon [Laine: 2006]:

$cs=(m+1)*(n+1)$	a négyzetrács csomópontjainak száma
$\|E\|=2mn+m+n$	az élek száma a merevítések nélkül
$r=2cs-3$	Maxwell tétel
$b=r-\|E\|$	merevítések száma
$b=2(m+1)(n+1)-3-(2mn+m+n)$	
$b=m+n-1$	merevítések minimális száma

A rúdszámszabály azonban csak szükséges, de nem elégséges feltételt ad, mivel a merevítőelemek száma mellett azok elhelyezése is befolyásolja a merevségét. Például egy 3x3 egységű négyzetrácshoz a rúdszámszabály szerint 5 darab diagonál szükséges, a 4. ábrán bemutatott kialakítás azonban nem merev.

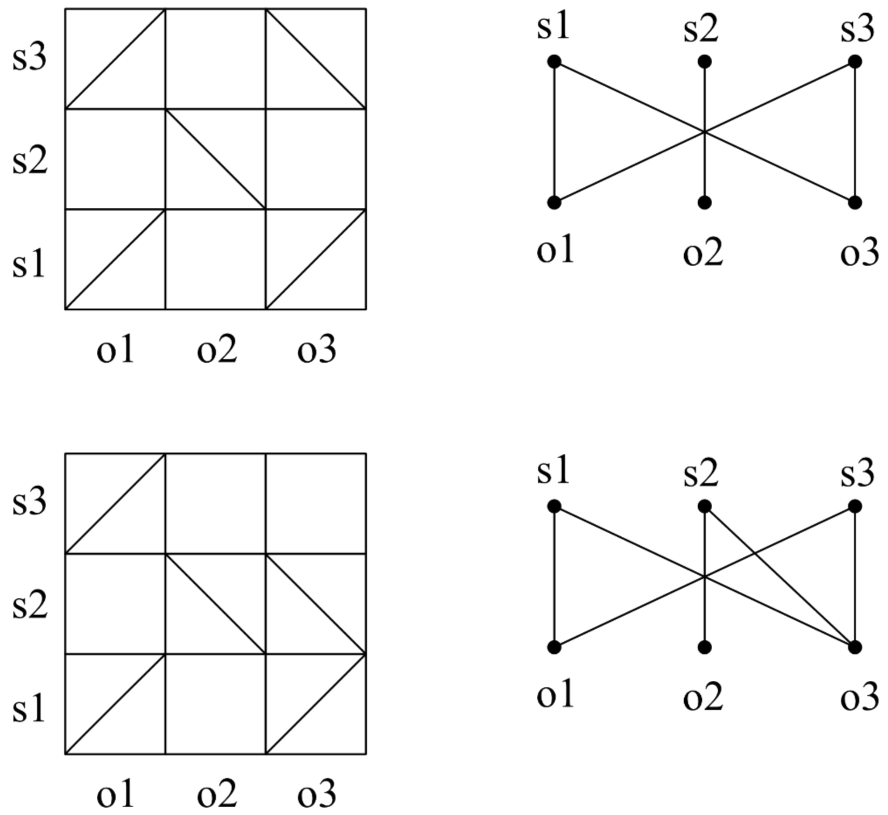


4. ábra S.T. Laine után, síkbeli deformáció

Síkbeli négyzetrácsok merevítésére (eredetileg a térbeli problémát, egy fiktív egyemeletes ház merevítését vizsgálva) Bolker és Crapo [1977] adott szükséges és elégséges feltételt: Határozzuk meg a szerkezet merevítési gráfját úgy, hogy a négyzetrács sorai és oszlopai legyenek a gráf pontjai. Az egyes pontokat akkor kössük össze élekkel, ha a rács ezen pontok által meghatározott mezőjébe merevítőrudat helyeztünk. Az így létrejövő gráf páros gráf lesz, hiszen pontjai két olyan csoportra oszthatóak, amelyeken belül nincsenek élek.

Tétel [Bolker, Crapo 1977]: Átlóival merevített négyzetrács szerkezet a síkban akkor és csak akkor merev, ha a merevítési gráfja összefüggő, vagyis a gráf bármely pontjából kiindulva az éleken haladva a gráf bármely másik pontjába eljuthatunk.

Ez alapján könnyű belátni, hogy az előző példa nem merev, hiszen az s2 és o2 pontok a gráf többi részével nincsenek összekötve (5. ábra, fent). A merevítőrudak átrendezésével könnyen találhatunk merev eseteket (5. ábra, lent).



5. ábra egy merev és egy nem merev szerkezet és gráfjaik

A Bolker-Crapo-féle gráfmodellt alkalmazva Gáspár Zsolt, Radics Norbert és Recski András a *Rigidity of square grids with holes* című munkájukban lyukakkal ellátott négyzetrácsok merevségét, és más merevítőrendszerek, például kábelek vagy több lapot átfogó rudak, kábelek használatát is vizsgálták.

Adott térbeli négyzetrács szerkezet merevsége ellenőrizhető az egyensúlyi együttható mátrix elemzésével, azonban jelenleg nem ismert olyan módszer, amely a minimális merevség szükséges és elégséges feltételét nagyobb szerkezet esetében a síkbeli esetre érvényes Bolker-Crapo-tételhez hasonlóan szemléletes formában tárgyalná. Bolker [1977], a korábbi eredményeiket a térbeli esetre kiterjesztő munkájában arra jut, hogy az általa javasolt, grafikus interpretációt lehetővé tevő módszer már egy 1*2*2 szerkezet elemzése esetén is nehezen követhető, ráadásul csak szükséges, de nem elégséges feltételt biztosít. Részletesen tárgyalja viszont az 1*v*1-es torony (v az egymásra rakott elemek száma) lehetséges merevítési sémáit. Recski [1988] matroidok segítségével mutat szükséges feltételt térbeli négyzetrácsok merevségére, és a szerkezetek ellenőrzésénél matroidok használatának lehetőségeit vizsgálja.

A fentiek alapján összefoglalva elmondható, hogy térbeli esetben a minimális merevséget biztosító diagonálrudak megfelelő elhelyezésére jelenleg nincs a tervezés során könnyen alkalmazható, szemléletes módszer. A dolgozat célja ezért egy olyan konstrukciós eljárás kidolgozása, ami minimálisan merev szerkezetet eredményez.

2. Szerkezeti modell és célok

A térbeli szabályos négyzetrács szerkezetek vizsgálatakor az alábbi feltételezésekkel és megkötésekkel élek:

- A szerkezetek merevítéséhez csak lapátlókba helyezett merev rudakat használok, amelyek kizárólag egy lapot fognak át.
- Egy lapba legfeljebb egy merevítőrudat helyezek.
- A szerkezeteket kizárólag merevségi szempontból vizsgálom, a szerkezetek teherbírását figyelmen kívül hagyom.
- Rácsostartó modellt alkalmazok, azaz feltételezem, hogy teher csak a csomópontokban adódik át a szerkezetre. A csomópontokat ideális csuklónak tekintem (nyomaték nem adódik át).
- A szerkezeteket nem támasztom meg (a szerkezet eredeti geometriáját nem befolyásoló mozgásokkal nem foglalkozom).

Kutatásom célja egy olyan eszköz létrehozása, amely segítségével egyszerű módon lehet minimálisan merev négyzetrács szerkezeteket generálni, sőt, képes eltérő merevítési sémákat is felkínálni (ha például az egyik funkcionális vagy esztétikai okokból nem megfelelő). Egy ilyen eljárás előnye, hogy a kapott szerkezet biztosan merev – enélkül több létrehozott szerkezet ellenőrzése is szükséges lehet, amíg egy megfelelő, merev elrendezést találunk.

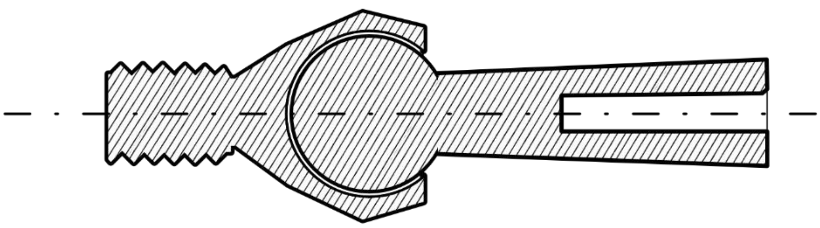
Dolgozatomban egy olyan, a fenti feltételeknek megfelelő algoritmust mutatok be, amely egy 3*3*3 egységből álló szerkezethez kínál merevítési sémákat. A bemutatott algoritmus több ezer különböző merevítési mintát képes létrehozni, azonban ez a halmaz nem fedi le az összes lehetséges minimálisan merev esetet (ellenpéldát mutatok a 4. fejezetben). A dolgozatom következő fejezeteiben az algoritmus logikai felépítését és a létrehozásához szükséges megfigyeléseimet, valamint az ezek ellenőrzésére létrehozott modellem kialakítását mutatom be.

3. Fizikai modell bemutatása

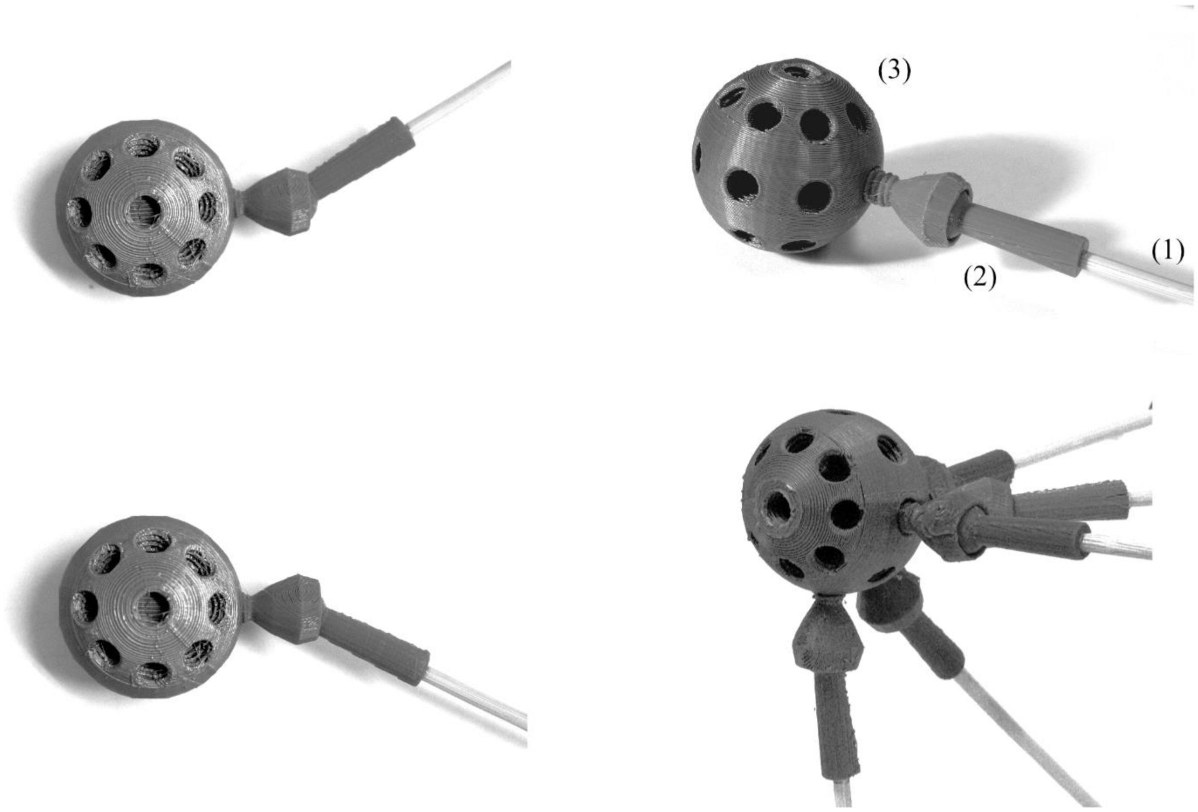
A kutatásom során megfigyeléseimet fizikai modellen akartam ellenőrizni, ezért létrehoztam egy elemrendszert, amely segítségével egyszerű módon tudtam térbeli szabályos négyzetrács-szerkezeteket modellezni. A makett tervezésénél a fő célom az volt, hogy a csomópontok viselkedése a lehető legjobban modellezzen egy ideális térbeli csuklós kapcsolatot, tehát minél szabadabb elfordulást engedjenek meg minden irányban. Emellett fontos szempont volt, hogy a modell könnyen felépíthető és átalakítható legyen, valamint, hogy minél kevesebb különböző elemből készüljön. A modell megbízhatósága érdekében fontos volt az elemek precíz kivitelezése, ezért a csomópontokat 3D nyomtatással készítettem el.

A modell 3 elemből áll: (1) a *rudak* fa hurkapálcikák, ezek két végén egy-egy gömbcsuklós kapcsolattal kialakított (2) „*sapka*” (a kapcsolóelem) található. Ezek az elemek a szerkezet csomópontjait modellező foglalatokkal ellátott (3) *gömbelemekbe* csatlakoznak (7.ábra).

A kapcsolóelem (2) egy két részből álló forgástest (6. ábra), amelyet az emberi csontváz ízületeinek mintájára készítettem el, egy gömb egy tálba illeszkedik, amelyben szabadon elforoghat. A kihúzódás ellen a tálelem enyhén ráfordul a gömbelemre, ezzel némiképp gátolva az utóbbi elfordulási szabadságát. Ezt a két elemrészt egyszerre kellett kinyomtatni, hiszen merev anyagot használva a két elem összeillesztése utólag nem lehetséges. A csuklóelem csavarmenetes végével kapcsolódik a csomóponti elem foglalatához, ami egyrészt gátolja a kihúzódást, másrészt könnyen szerelhető.



6. ábra, a kapcsolóelem (2) metszete



7. ábra, *balra* a kapcsolóelem elfordulása, *jobbra fent* a modell elemei, *jobbra lent* a szerkezet sarkának kialakítása

A modell segítségével egyszerű módon tudtam ellenőrizni a négyzetrácsok különböző merevítéseit. A csomópontok kiterjedése miatt a sarokpontok el tudtak fordulni saját maguk körül, de megfigyeléseim alapján ezek a mozgások nem befolyásolták a szerkezet merevségét és egyértelműen megkülönböztethetőek voltak a nem merev szerkezetek mozgásaitól.

4. Az algoritmus bemutatása

Az algoritmus egy a statikából ismert egyszerű építési logikán alapszik, miszerint, ha egy merev testhez megfelelő módon merevített újabb elemeket kapcsolunk, az így létrejövő test is merev lesz. Ez a merevség elégséges feltétele.

Az algoritmus egy minimálisan merev elemből, jelen esetben a 6 lapján merevített kockából indul ki. Kockaegységenként épül fel a szerkezet, oly módon, hogy minden lépésben (a) megfelelően merevített elemet kapcsolunk hozzá (b) a felhasznált rudak száma pontosan annyival növeli a rudak számát, hogy az megegyezzen az adott lépést követően kialakuló merev test minimális merevségéhez szükséges rudak számával. Kicsit egyszerűbben fogalmazva, az építési logikát követve belátható, hogy ha az építés lépéseinél mindig minimális számú új merevítőelemet használunk, a végső szerkezet minimálisan merev lesz.

Az algoritmus lényege, hogy mivel az előző lépésben létrehozott szerkezet merev test, így csak az újonnan hozzáillesztett egységek merevítési lehetőségeit kell vizsgálnia a meglévő szerkezet merevítési sémájától függetlenül. Ezen logika mentén meghatároztam az építés lépéseinek általánosított lehetséges eseteit aszerint, hogy az újonnan hozzáadott egység milyen kapcsolatban van a meglévő szerkezettel. A kutatásomban csak olyan eseteket vizsgáltam, ahol az új szerkezeti egység teljes lapjaival, vagy éleivel kapcsolódik a szerkezethez, tehát azokat az eseteket, amelyeknél az új egység egyedülálló sarokpontjaival kapcsolódik, nem vettem figyelembe. A vizsgált építési lépések jegyzékét az 1-es számú mellékletben adom közre.

Az egyes építési lépésekkel létrejövő szerkezetek globális minimális merevségéhez szükséges merevítésszámának az előző építési lépés értékéhez mért változását, tehát, hogy hány darab új merevítőrudat kell elhelyezzünk a szerkezetben az egyes építési lépéseknél, Maxwell tétele alapján határoztam meg (jelöléseket ld. még Bevezető):

$$r=3cs-6$$

$$r=b+|E|$$

$$b_{régi}=3cs_{régi}-6-|E_{régi}|$$

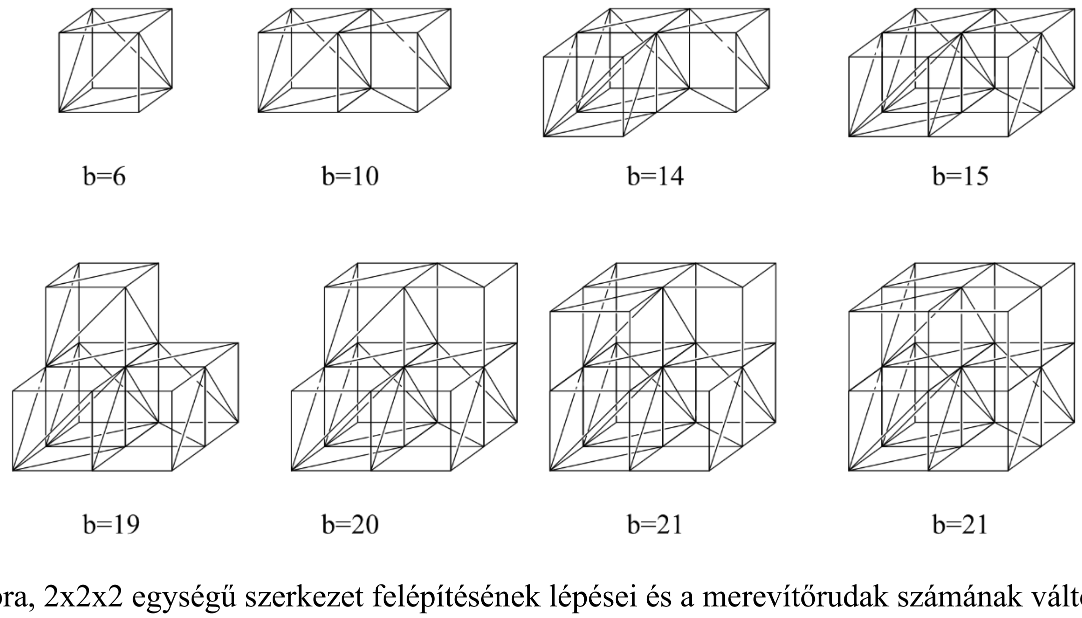
$$b_{új}=3cs_{új}-6-|E_{új}|$$

$$b_{új}-b_{régi}=3(cs_{új}-cs_{régi})-6-(-6)-(|E_{új}|-|E_{régi}|)$$

$$\Delta b=3\Delta cs-\Delta|E|$$

A Δb érték segítségével egyértelműen eldönthető, hogy az egyes építési lépések használhatóak-e az algoritmus általam meghatározott építési folyamatában. Amennyiben Δb érték negatív, a létrejövő szerkezet nem lesz minimálisan merev, hiszen a már meglévő merevítőrudak utólag nem távolíthatóak el a szerkezetből, tehát a beépített rudak száma biztosan nagyobb lesz a minimálisnál. Ha ez az érték pozitív vagy 0, akkor létrehozható minimálisan merev szerkezet, amennyiben a kapott számú új merevítőrúddal az újonnan hozzáillesztett egység lokális merevsége (lokális merevség alatt azt értem, hogy a hozzáadott elem merev, figyelembe véve azt, hogy merev testhez kapcsolódik) is biztosítható. Ezen logika mentén meghatározható, hogy az általam készített algoritmushoz mely építési lépések alkalmasak. Az alkalmas lépéseket leszűkítve kiválasztottam 4 esetet, amelyet az algoritmusban használtam. Ezekben az építési lépésekben az új kockaelemek csak lapjaikban csatlakoznak a meglévő szerkezethez.

A kiválasztott lépések csoportja az egyik legkisebb olyan csoport, amellyel már felépíthető az algoritmusban meghatározott 3*3*3 egységű szerkezet. Ezeket az építési lépéseket használva a szerkezet merevítéseinek száma minden lehetséges esetben egyezik Maxwell tétele alapján meghatározható, a minimális merevséget biztosítani képes rudak számával (például 8. ábra), így az algoritmus alkalmas a megfogalmazott célkitűzések teljesítésére.

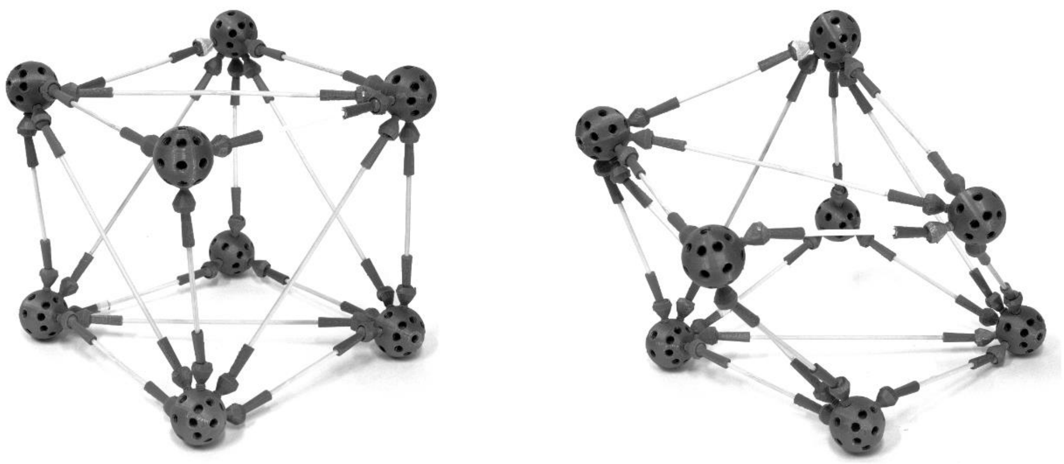


8. ábra, 2x2x2 egységű szerkezet felépítésének lépései és a merevítőrudak számának változása

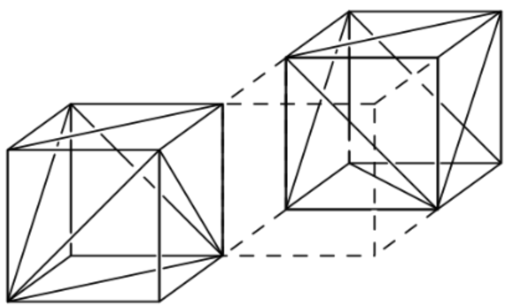
4.1. Az építési lépések kifejtése

Ebben a fejezetben az algoritmushoz kiválasztott 4 építési lépés szerkesztési szabályait és jellemző alkalmazási lehetőségét mutatom be.

Az *első eset* egy egyedülálló kockaegység merevítése. Ez csak akkor ad merev szerkezetet, ha a kocka mind a 6 lapját merevítjük (míg az 1-4 diagonál esetében könnyen elképzelhető a kocka lehetséges torzulása, az 5 diagonálos eset 'összecsuklása' talán nehezebben, ld. 9 ábra, illetve [Dewndey 1991]). Ezt az esetet az algoritmus kizárólag az első lépésben használhatja, hiszen más esetben ezzel olyan szituációk keletkeznének, amelyekben a 4 meghatározott építési lépéssel a szerkezet nem felépíthető (például 10. ábra). Ebből következik, hogy az algoritmus által létrehozott szerkezetekben mindig pontosan egy olyan kockaegység lesz, amely 6 lapjában merevített.

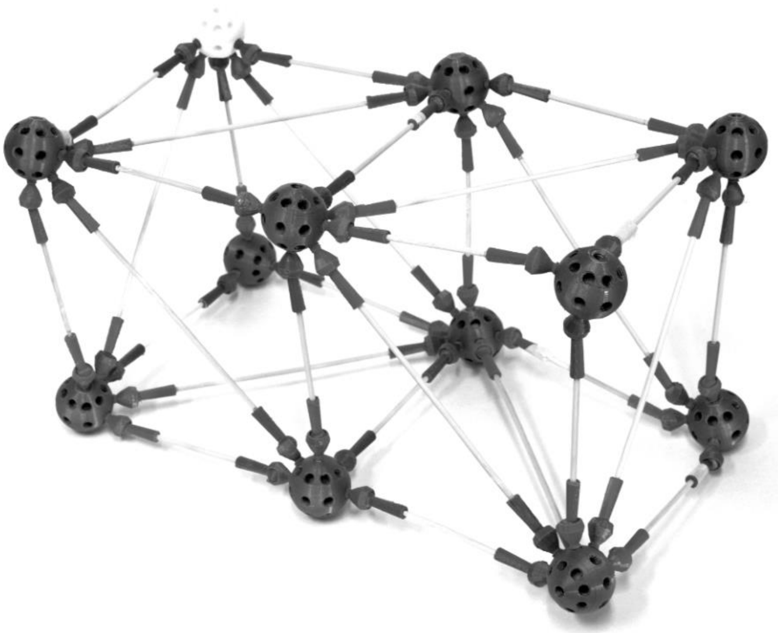


9. ábra, *balra* hat lapjában merevített kocka, *jobbra* az 5 lapjában merevített kocka deformációja



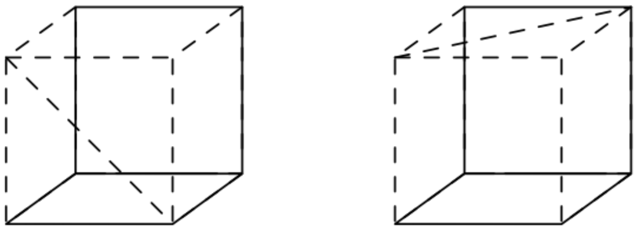
10. ábra, az *első eset* csak egyszer használható az építés során

A *második építési esetben* egy lapjával csatlakozó kockaegységet bármely 4 lapjának merevítésével építhetünk. A fizikai modell segítségével megfigyeltem, hogy a merevségben nem játszik szerepet az, hogy melyik lap merevítését hagyjuk el (ez egyezik Bolker (1977) megállapításaival). Ennél az esetnél már egyértelműen látszik, hogy a létrehozott algoritmus nem képes az összes minimálisan merev eset meghatározására, hiszen például a 11. ábrán bemutatott szerkezet, amelynél a két kockaegység közös oldalának merevítését hagytuk el, nem hozható létre ezzel az építési logikával.

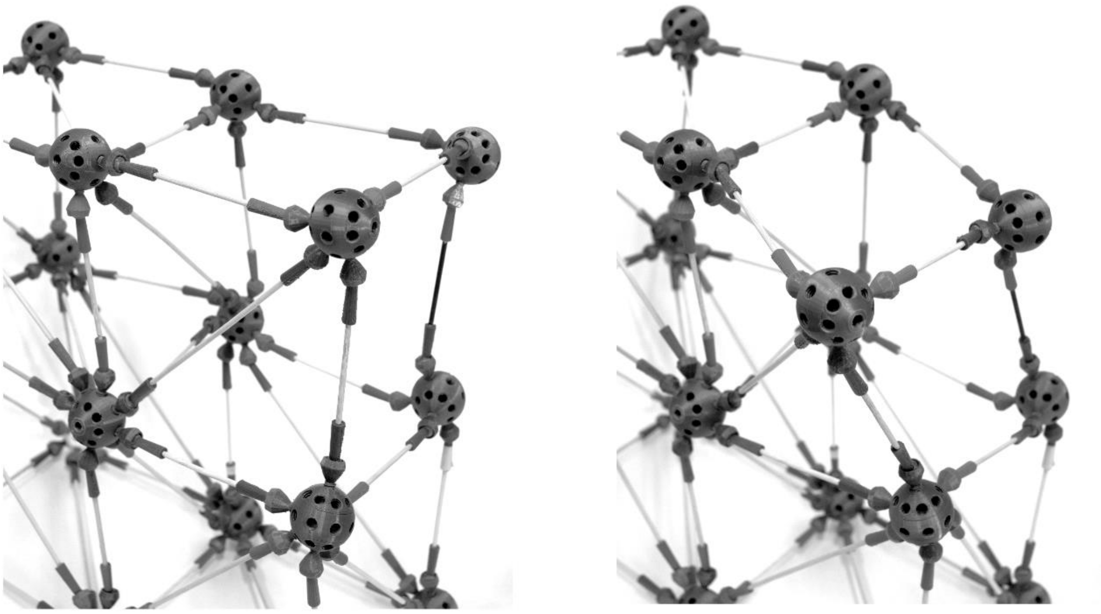


11. ábra, egy merev szerkezet modellje, amely nem építhető fel a bemutatott építési logikával

A *harmadik esetben* olyan kockaegységet építünk a szerkezethez, amely két szomszédos oldalával kapcsolódik a meglévő szerkezethez. Ebben az esetben egy olyan oldalt kell merevítsünk, amely csak az egyik meglévő oldalhoz kapcsolódik (12. ábra). Ellenkező esetben az új csomópontokat összekötő él eltolódhat (13. ábra).

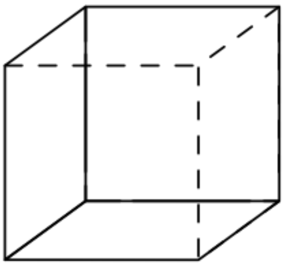


12. ábra, a *harmadik eset* merevítő rudjának helyes elhelyezései



13. ábra, a *harmadik eset* hibás merevítéséből következő deformáció

A *negyedik esetben* három olyan laphoz kapcsolódó egységet hozunk létre, amelyeknek van közös pontjuk. Ennél a lépésnél nem szükséges újabb merevítőrúd elhelyezése a szerkezetben (14. ábra).

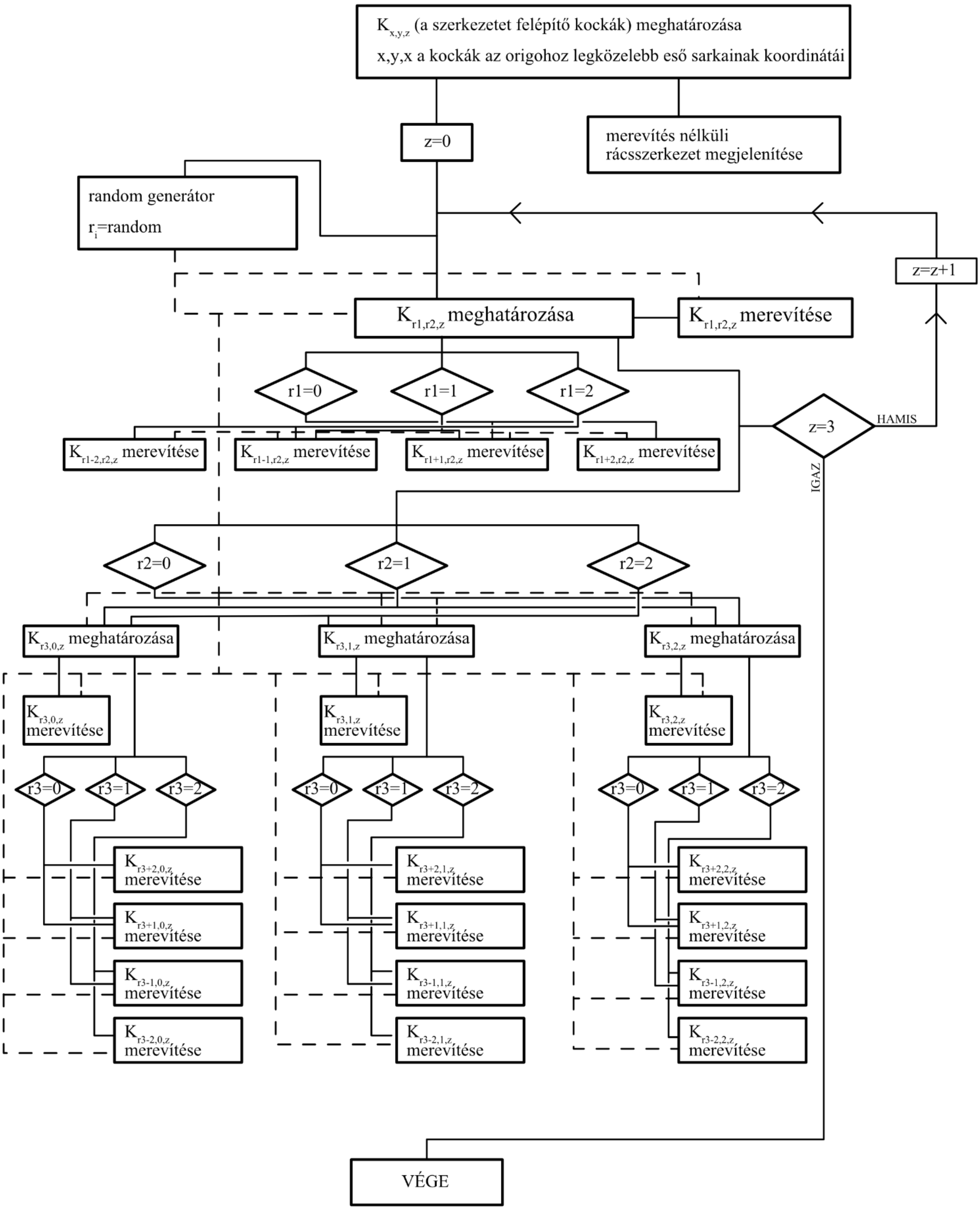


14. ábra, a *negyedik esetben* nincs szükség új merevítőelem beépítésére

4.2. Az algoritmus felépítése

Az algoritmus egy 3*3*3 egységből felépülő szerkezet merevítésére ad minimálisan merev megoldásokat. A felhasználó a csúszkákkal állítható paraméterek változtatásával válogathat a több ezer felkínált merevítési séma közül. Minden paraméter meghatároz egy véletlenszerű számot. Mivel az egyes generált számokat a program több helyen is felhasználja, így olyan összefüggések jönnek létre az építési lépések között, amelyek miatt a programmal előállítható esetek száma lecsökken. Több csúszka beépítésével növelhetnénk az előállítható variációk számát, de a program könnyű használhatósága érdekében ezt a jelen esetben nem tesszük meg. Az algoritmust a Rhinoceros 3D modellező szoftver Grasshopper kiegészítője segítségével hoztam létre. A különböző merevítési variációkat a program az építési lépések véletlenszerű kiválasztásával generálja. A program logikai folyamatábráját 15. ábrán mutatom be. A program kinyomata és pár darab létrehozott szerkezet renderképe a 2. mellékletben található meg.

A program logikai felépítése a következő: A program futtatása előtt a 3 db csúszkával az előre eltárolt random lehetőségekből a felhasználó kiválaszt egy (előre nem ismert) struktúrát. Az építkezést az alapsíkon kezdjük. A 9 lehetséges helyből random választ egyet az algoritmus (többek között a csuszkákkal a felhasználó ezt is befolyásolja), majd a program, az előírt lehetséges lépéseket kombinálva először feltölti a létrejövő kocka sorát, majd a szintet. A következő 2 szint azonos logikával épül fel.



15. ábra, az algoritmus folyamatábrája

5. Jövőbeli kutatások felvázolása

Az eddigi eredményei ismeretében a kutatásom jövőbeli folytatásaként a következő lépéseket tartom érdekesnek: célom az algoritmus továbbfejlesztése. Első sorban az eddig kizárt, de elméletileg működő építési lépések az algoritmusba való beemelésével még több merevítési eset létrehozása válna lehetővé. Következő lépésként a felhasználó szabadságát növelném olyan módon, hogy az algoritmus a felhasználó által meghatározott építési sorendben építse fel a rácsszerkezetet. Így még több különböző merevítési sémát lehetne létrehozni, azonban a felhasználónak ismernie kellene az építési szabályokat. Ezután az játéktér kiterjesztésével egy olyan algoritmust létrehozása lenne a cél, amely tetszőleges geometriájú, tetszőleges számú és elrendezésű kockaelemből, tetszőleges építési sorrenddel készülő rácsszerkezet merevítésének generálására lenne alkalmas. Még több minimálisan merev eset létrehozása válna lehetővé, ha az algoritmus nem csak egységnyi építőelemek használatát engedné, hanem több kockából álló elemek beépítését is. Az algoritmus fejlesztése mellett érdemes lenne a létrehozott szerkezetek bizonyos terhelési esetei alapján megvizsgálni, hogy a különböző merevítési sémák hatással vannak-e a szerkezetek teherbírására, és ha igen, hogyan található meg a szerkezet legoptimálisabb teherbírású minimálisan merev kialakítása.

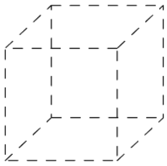
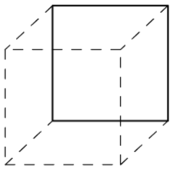
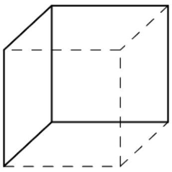
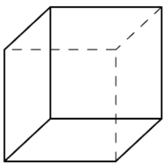
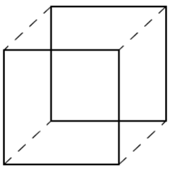
Összefoglalás

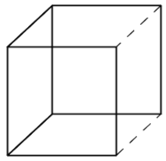
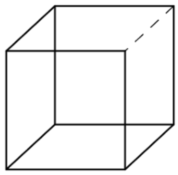
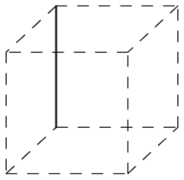
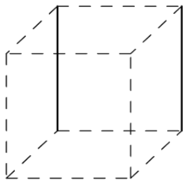
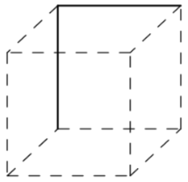
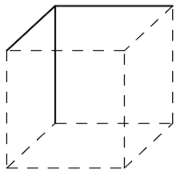
Dolgozatomban minimálisan merev térbeli szabályos négyzetrácsok merevítésével foglalkoztam. Először bemutattam az ezen a téren végzett eddigi kutatások a munkám megértéséhez szükséges eddigi eredményeit, majd a dolgozat fő produktumaként létrehozott algoritmus és a kutatásom eredményeinek ellenőrzésére készített fizikai makettem felépítéséről, működéséről és korlátairól számoltam be. Az algoritmussal egy 3*3*3 egységből álló térbeli négyzetrács szerkezethez lehet minimálisan merev merevítési sémákat generálni. Az algoritmus lehetőséget ad a felhasználónak, hogy random válasszon a több ezer lehetséges merevítési séma közül. Megmutattam, hogy a nagy számú variáns ellenére, az algoritmussal nem hozható létre a szerkezet összes lehetséges minimálisan merev esete. A dolgozat lezárásaképpen megállapíthatom, hogy az algoritmus a tervezési gyakorlatban való effektív használata érdekében további fejlesztések és kutatási lépések szükségesek.

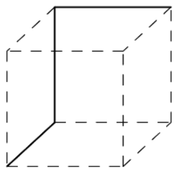
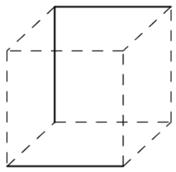
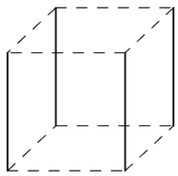
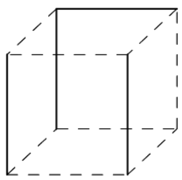
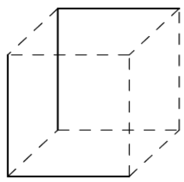
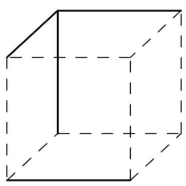
Mellékletek

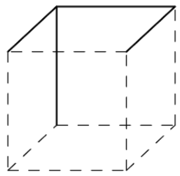
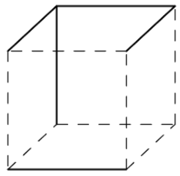
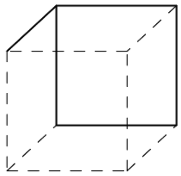
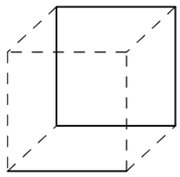
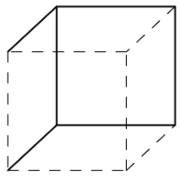
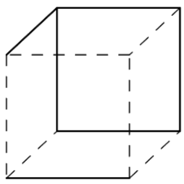
1. melléklet - A lehetséges építési lépések gyűjteménye

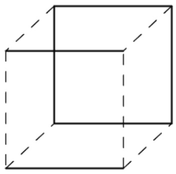
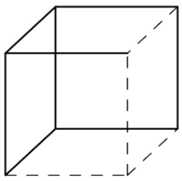
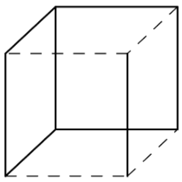
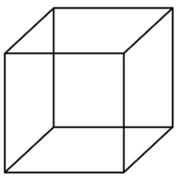
A meglévő szerkezetek folytonos, az új szerkezetek szaggatott vonallal jelöltek. A lista nem tartalmazza azokat a lépéseket, amelyek valamelyik bemutatott eset variációi, vagy visszavezethetőek ezekre, illetve amelyekben az új szerkezet kapcsolatlan csomópontokban csatlakozik a meglévőkhöz.

		új csomópontok száma Δcs	új rudak száma Δ|E|	szükséges merevítőrudak globális számának változása Δb=3*Δcs-Δ|E|
1		8	12	3cs-|E|-6=6 (rendhagyó eset)
2		4	8	+4
3		2	5	+1
4		1	3	0
5		0	4	-4

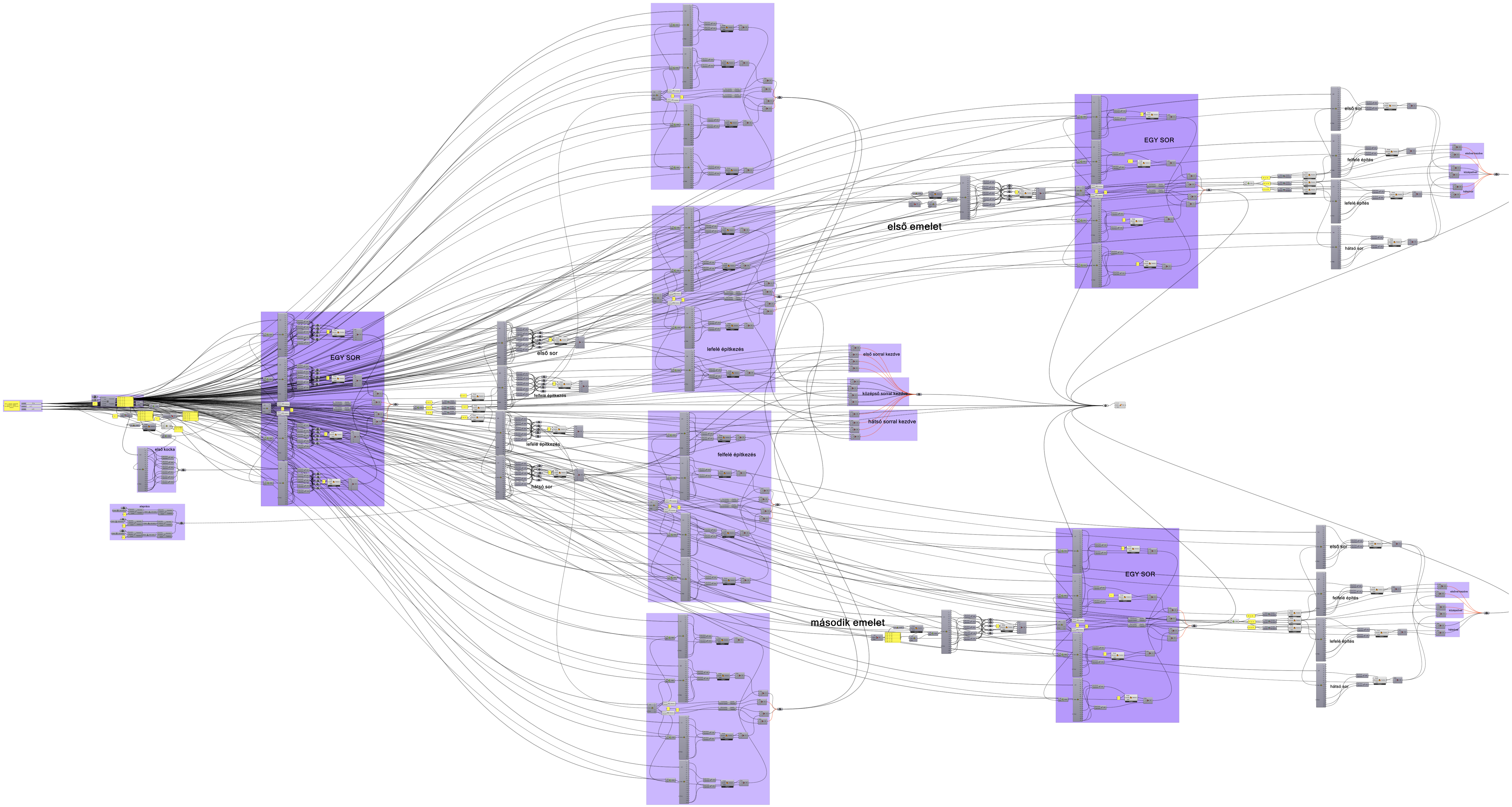
6		0	2	-2
7		0	1	-1
8		6	11	+7(!)
9		4	10	+2
10		5	10	+5
11		4	9	+3

12		4	9	+3
13		3	9	0
14		0	8	-8
15		1	8	-5
16		2	8	-2
17		2	8	-2

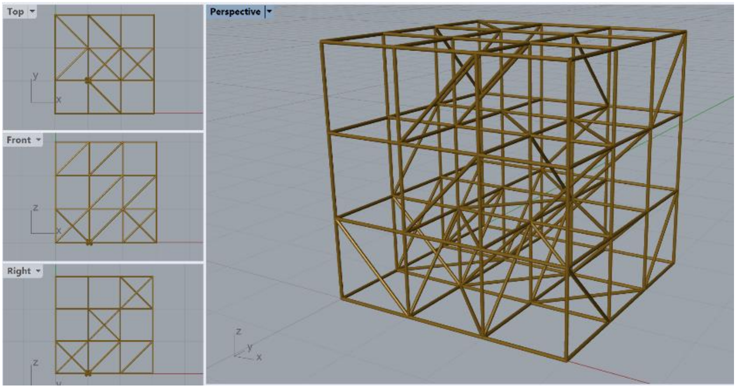
18		3	8	+1
19		1	7	-4
20		3	7	+2
21		2	7	-1
22		2	6	0
23		1	6	-3

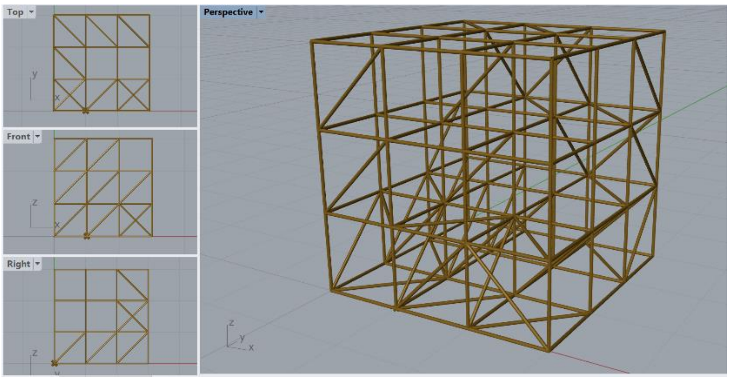
24		0	6	-6
25		1	4	-1
26		0	4	-4
27		0	0	0 („fantomkocka”)

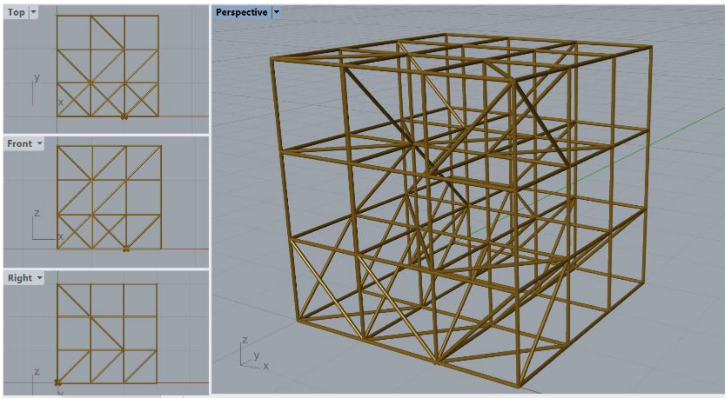
2. melléklet

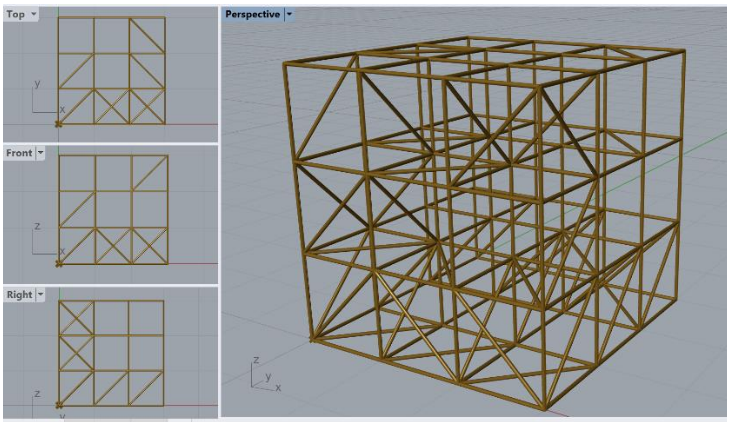

EGY SOR
első emelet
második emelet
első sor
felfelé építkezés
lefelé építkezés
hátsó sor
első sorral kezdve
középső sorral kezdve
hátsó sorral kezdve
első kocka
felfelé építés
lefelé építés

2. melléklet


Top
Front
Right
Perspective


Top
Front
Right
Perspective


Top
Front
Right
Perspective


Top
Front
Right
Perspective

Irodalomjegyzék

1. Bolker, E. D., & Crapo, H. (1977). How to brace a one-story building. *Environment and Planning B: Planning and Design*, 4(2), 125-152.

2. Maxwell, J. C. (1864). L. on the calculation of the equilibrium and stiffness of frames. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 27(182), 294-299.

3. Recski, A. (1988). Bracing cubic grids—a necessary condition. *Discrete Mathematics,* 73(1-2), 199-206.

4. Laine, Scott T. (2006). The Grid Bracing Problem and a Generalization. Worcester Polytechnic Institute

5. Nagy, Gyula & Recski, András (1998). Rúd-csukló szerkezetek. *Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok*, 1998/2, 72-75.

6. Dewdney, A. K. (1991). Mathematical Recreations. *Scientific American*, Vol. 264., No. 5., 126-129.

7. Bolker, E. D. (1977). Bracing grids of cubes. *Environment and planning B*, 4: 157-172.

8. Gáspár, Zsolt; Radics, Norbert; Recski, András (1999). Rigidity of square grids with holes. *Computer Assisted Mechanics and Engineering Sciences,* 6: 329-335.

Ábrajegyzék

1.ábra: online: https://www.iec2020.hu/hu/galeria/hosok-tere-az-52-nemzetkozi-eucharisztikus-kongresszus-nyitounnepsegenek-foprobaja hozzáférés: 2021.10.18.

2-15. ábra: a szerző munkája