



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Építészmérnöki Kar

Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék

Tudományos Diákköri Dolgozat

2022.

# Kontakterők szórása, mint a fal stabilitásának mérőszáma történeti és geometriai falak esetén

Nagy Klaudia V. éves építészmérnök hallgató

Témavezetők:

Dr. Lévay Sára

Dr. Török János

## Tartalomjegyzék

|   |    |
|---|----|
| Bevezetés, motiváció  | 4  |
| Első dolgozat eredménye (Téglakötés általánosítása kombinatorikai átlagok alapján)                            | 5  |
| Konvex mozaikok   | 5  |
| A téglakötés általánosítása   | 6  |
| A modell korlátai   | 8  |
| Második dolgozat eredménye, új modell (Falban ébredő erőrendszer szórása, mint a kötés erősségének mérőszáma) | 9  |
| Kontakt dinamika  | 9  |
| Új modell   | 10 |
| Erőrendszer számítása   | 10 |
| Erőrendszer korrigálása   | 11 |
| Téglafalak erőrendszerének szórása  | 11 |
| A korábbi dolgozatok eredményének összegzése  | 12 |
| Ezen dolgozat eredményei, modell bővítése   | 12 |
| Vízszintes kontakterők jelentősége  | 12 |
| Szórás vizsgálata   | 13 |
| Síkban megdöntött periodikus mintázatú falak  | 14 |
| Téglafal  | 14 |
| Hatszög   | 16 |
| Fél hatszög   | 19 |
| Háromszög   | 20 |
| Véletlenszerű falak (Voronoi-cellák és Delaunay háromszögelés)  | 20 |
| Történeti falazatok   | 23 |
| Hadrianus fala  | 25 |
| Machu Picchu  | 25 |

|  |    |
|--|----|
| Eredmények összefoglalása                                  | 26 |
| Irodalomjegyzék  | 27 |
| 1. Függelék: A vizsgált falakban ébredő erőrendszerek      | 28 |
| 2. Függelék: A szimulációk eredményeit tartalmazó táblázat | 58 |
| Ábrajegyzék  | 58 |

készült: 2022. november 2.

## Bevezetés, motiváció

A falak a téralkotás alapvető szerkezetei. Az építészettel, mérnöki tervezéssel egyidős szerkezetek. Konstruálásuknál a tartósság és stabilitás elsődleges szempont. Az építők az idők kezdete óta minél ellenállóbb szerkezeteket próbáltak létrehozni, ennek a célnak rendelték alá a geometriát is. Ebből az indíttatásból számtalan falazási módszer jött létre az évezredek folyamán.

Vitruvius *Tíz könyv az építészetéről* c. [1] meghatározó építészetelméleti írásában három alappillérét fekteti le az építészetnek, ezek a tartósság, a célszerűség és a szépség. Habár a falakat mindhárom vitruviusi szempont alapján elemezték, a – szerző által is első helyen említett – tartóssággal szorosan összefüggő geometriáról eddig igen kevés szó esett.

*Falak geometriája* c. TDK dolgozatomban [2] kizárólag geometriai attribútumok alapján próbáltam feltárni és alátámasztani a fent említett kapcsolatot.



1. ábra: Istár-kapu, Al Hillah, Irak, i.e. 575. Fotó: Bernd Kolb (Flickr)

A geometria és állékonyság közötti összefüggés felismerése nem újkeletű. Már az ókori Babilonban is a téglákat kötésben falazták. Téglalakú falazóelemek esetében közel tízezer éve ismert [3], hogy a legerősebb falazat akkor készül, amikor az elemeket kötésben fektetik.

Dolgozatom célja, hogy a falak geometriája és az állékonysága közötti összefüggést feltárja. Először korábbi dolgozataim eredményét és az alkalmazott vizsgálatok korlátait ismertetem.

Elsőként bemutatom téglakötés tetszőleges geometriára való kiterjesztését: ismertetem a cellasűrűség fogalmát, mely kizárólag a falazatok kombinatorikai elemzésén alapszik.



Bár sok esetben a cellasűrűség pontos mérőszáma a fal állékonyságának, kombinatorikai fogalom lévén nem tudja leírni a fal metrikus tulajdonságait. Ezt felismerve készítettem második *Falak stabilitásának vizsgálata az erők határozatlansága alapján* c. dolgozatomat [4].

Ezen dolgozatban a téglafal példájához visszanyúlva vizsgáltam kontakt dinamika módszerrel azonos cellasűrűség mellett eltérő geometriákat. Második dolgozatom központi kérdése a különböző eltolású téglafalak stabilitása közötti eltérés volt. Ismert, hogy a téglafal akkor a legerősebb, amikor feles kötésben vannak az elemek. Ennek és a kontakt dinamika szimulációk eredményeinek ismeretében definiáltam egy kötés erősségét számszerűsítő mértéket, amely a geometriai elrendezésen felül mechanikai hatásokat is figyelembe vett.

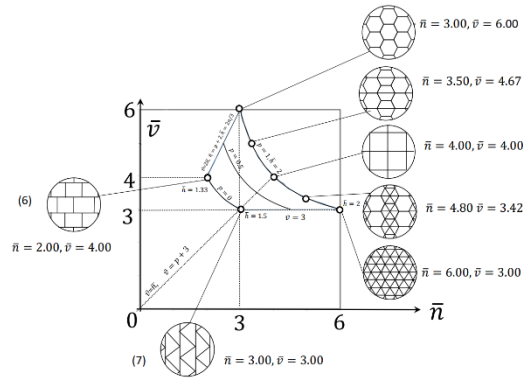
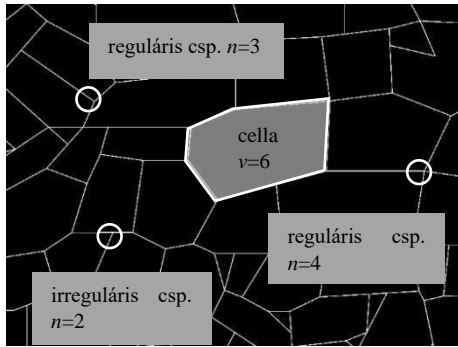
Harmadik dolgozatom célja, hogy ezt a mértéket általánosítsam. Második dolgozatomban kizárólag téglafalakat vizsgáltam függőleges (önsúly) terheléssel. Jelen dolgozatban falazatok geometriáját közelítő periodikus mintázatokat vizsgálok (téglafal, hatszögfal), ám ezeket megdöntöm, így vízszintes (súrlódási) erők is ébrednek a falazatokban. A periodikus mintázatokon túl az első dolgozatom tárgyát képező történeti falazatokat is megvizsgálom, és számszerűsítem az eddig nehezen definiálható kötések erősségét.

Első dolgozat eredménye (Téglakötés általánosítása kombinatorikai átlagok alapján)

#### *Konvex mozaikok*

A stabilitás, állékonyság a geometriával összefüggő tulajdonságok. *Falak geometriája* c. dolgozatom a stabilitás témakörét járta körbe kombinatorikus vizsgálatokon alapulva. A dolgozat célja a téglakötés általános geometriára való kiterjesztése volt, melyben szárazon rakott falazatok felületén kirajzolódó mintázatok tulajdonságait vizsgáltam a konvex mozaikok átlagtér-elméletének eszköztárával. Konvex mozaiknak nevezzük a sík egyenes szakaszokkal való hézag- és átfedés-mentes felosztását véges tartományokra; azt könnyű belátni, hogy ezek a tartományok kizárólag konvex sokszögek lehetnek. A mozaik-elméletben alapvető fogalom a 2. ábrán szemléltetett  $\bar{v}$  cellafokszám (a sokszögek átlagos csúcsszáma), és az  $\bar{n}$  csomópontfokszám (az egy pontban átfedő sokszögek átlagos száma). Ezeknek hányadosát nevezzük  $\rho$  cellasűrűségnek:

$$\rho = \frac{\bar{v}}{\bar{n}}$$



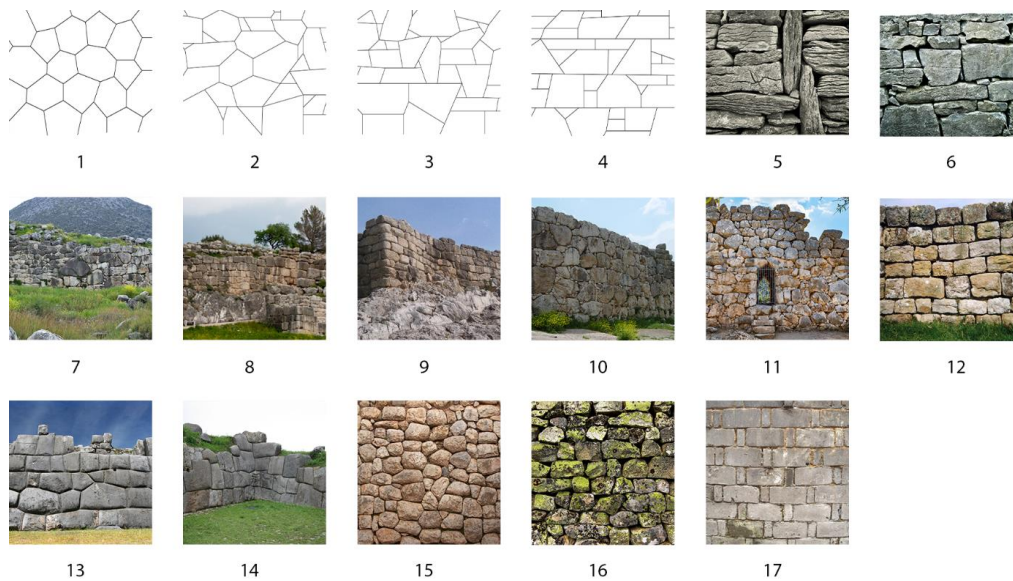
2. ábra: Síkbeli konvex mozaikok. A cella-fokszám és a csomópont-fokszám grafikus definíciója, utóbbi reguláris és irreguláris esetre.

3. ábra: Konvex mozaikok geometriailag megengedett tartománya az  $[\bar{n}, \bar{v}]$  szimbolikus síkon és geometriai példák egyes speciális esetekre.

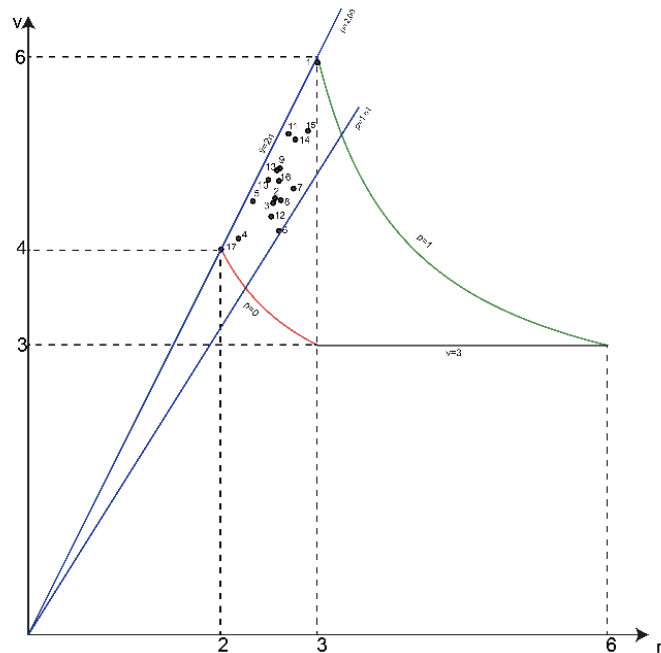
Az elmélet alapján meghatározható az  $[\bar{n}, \bar{v}]$  szimbolikus síkon az a tartomány, mely az összes lehetséges konvex mozaikot tartalmazza 3. ábra. Az ábráról leolvasható, hogy az elmélet szerint legalább négyszögű, konvex falazóelemek esetében  $1 \leq \rho \leq 2$ . Minden falazathoz egyértelműen hozzárendelhető egy  $\rho$  érték.

*A téglakötés általánosítása*

A mozaik-elmélet eszköztárával térben és időben széles spektrumon elhelyezkedő falazatok cellasűrűségét vizsgáltam, ezen eredményeket a 4. ábra foglalja össze.



4.a ábra: Vizsgált falazatok 1-4: Gábor-könyv [5] ábrái; 5-6: Kelta kőfalak; 7-11: Mükénéi ciklopfalazat; 12: Hadrianus fala; 13-15: Inka falak; 16: Montarcher erőd fal; 17: Kínai Nagy Fal



4.b ábra: A vizsgált falazatok cellasűrűsége az  $[\bar{n}, \bar{v}]$  szimbolikus síkon a konvex mozaikok geometriailag megengedett tartományában. A  $\rho=1,61$  és  $\rho=2,00$  kékkel jelölt egyenesek.

1. *Megfigyelés:* Az összes vizsgált fal cellasűrűsége nagyon közel helyezkedik el a  $\rho = 2,00$  elméleti maximumhoz.
2. *Megfigyelés:* A (vizsgált) falazatok esetében fennáll egy ok-okozati jellegű, időrendi összefüggés a cella-fokszám és a csomópont-fokszám között, hiszen az építőelemek alakja (így a cellafokszám is) már a fal elkészítése előtt adott.

A két megfigyelés alapján az alábbi következtetéseket vonhatjuk le:

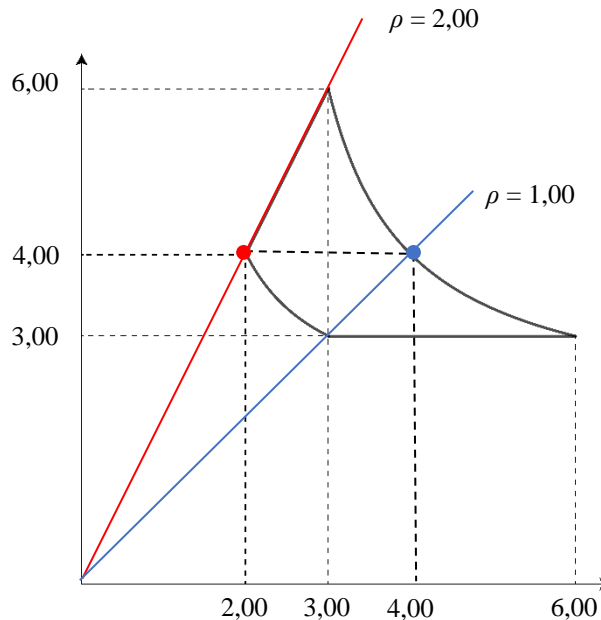
1. *Következtetés:* Az építömesterek a cellák (falazóelemek) alakjának ismeretében ügyeltek arra, hogy minél kevesebb falazóelem csúcsa találkozzon; tehát a csomópont-fokszámok minimalizálására, azaz a cellasűrűség maximalizálására törekedtek.
2. *Következtetés:* Kizárólag olyan falazatok maradtak fenn, – azaz csupán olyan falakat tudtam vizsgálni – amelyeknek elég magas a cellasűrűsége.

Bármelyiket is fogadjuk el a két következtetés közül, megfogalmazható az alábbi

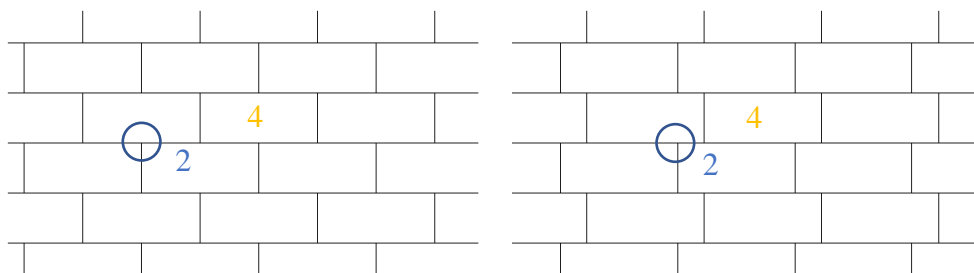
3. *Következtetés:* A cellasűrűség a téglakötés tetszőleges geometriára való kiterjesztése. A cellasűrűség alapján következtethetünk a fal erősségére, állékonyságára.

### A modell korlátai

A vázolt mozaik-elmélet azonban nem különbözteti meg az azonos cellasűrűségű, ám eltérő geometriájú eseteket. Erre szemléletes példa a negyed és fél téglával eltolt téglafal, ahol a cellasűrűség mindkét esetben  $\rho = 2,00$ , ám a stabilitásban jelentős eltérés van (ld. 5. és 6. ábra).



5. ábra: A kötésben (piros pont) és hálósan (kék pont) rakott téglafal az  $[\bar{n}, \bar{v}]$  szimbolikus síkon és a hozzájuk tartozó cellasűrűség.



6. ábra: Kötésben falazott téglafal esetében az eltolás mértéke nem változtatja sem a cellafokszámot (sárga), sem a csomópont-fokszámot (kék), így a cellasűrűséget sem. Az ábrán szemléltetett két példa stabilitása azonban eltérő.

A kombinatorikai átlagok bár segítenek a fal erősségének meghatározásában, kizárólag erre támaszkodva a kötések erőssége pontosan nem határozható meg, és további vizsgálatokra van szükség.

Második dolgozat eredménye, új modell (Falban ébredő erőrendszer szórása, mint a kötés erősségének mérőszáma)

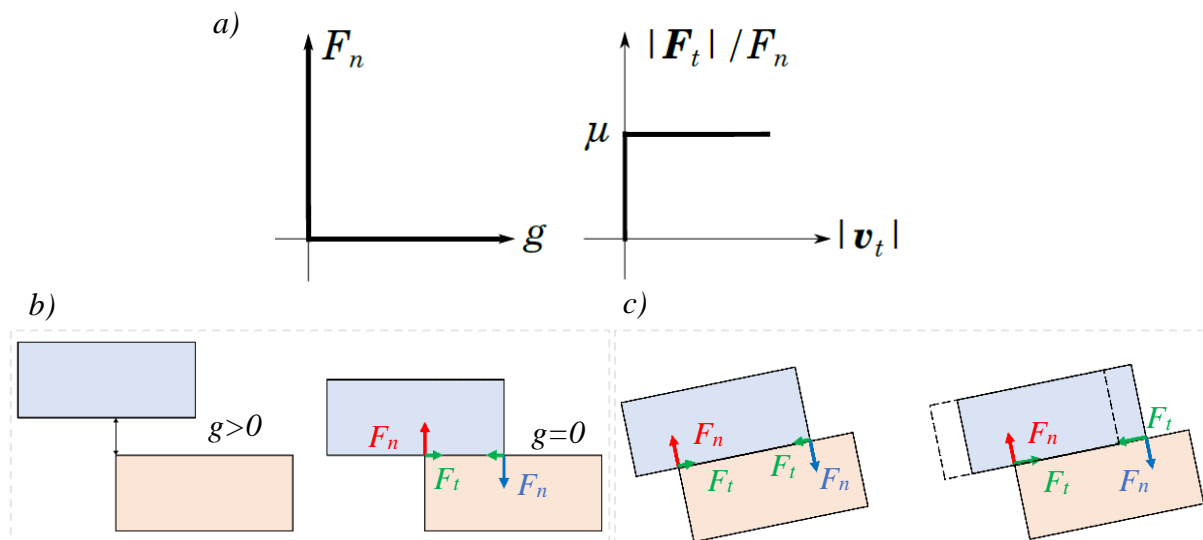
Második *Falak stabilitásának vizsgálata az erők határozatlansága alapján* c. [4] dolgozatomban szárazon (kötőanyag nélkül) falazott téglafalat vizsgáltam. Itt az elemek között csak nyomóerő és súrlódás léphet fel. Az erőket a fal síkjában vizsgáltam, falra merőleges irányú terhelések nem jelentek meg, és a dolgozat hátralévő részében sem fognak megjelenni.

#### *Kontakt dinamika*

A falak további vizsgálatához a kontakt dinamika (contact dynamics, CD) eszköztárát használom fel. A kontakt dinamika olyan diszkrét elem módszer (DEM), mely lehetővé teszi tökéletesen kemény testek szimulációját. A kölcsönhatások erősségét kényszerfeltételek határozzák meg: a testek végtelenül kemények és nem deformálódhatnak. A falazatok stabilitásának vizsgálatakor a falazóelemek között fellépő erők a lényegesek, miközben az elemek deformációja elhanyagolható, így a CD módszer jól használható a (tégla) falakban ébredő erők meghatározására.

A kontakt dinamika általam felhasznált feltételei [6,7,8] alapján, melyet a 7. ábra szemléltet:

- A testek végtelenül kemények.
- A testek nem deformálódhatnak.
- A testek tökéletesen rugalmatlanok.
- Kontaktus:  $g=0$ , ahol  $g$  a testek közötti távolság.
- Az érintkező elemek nem lapolhatnak át ( $g$  nem lehet negatív).
- A kontakterő megszűnik, ha a kontaktus nem aktív, vagyis  $g>0$ .
- A Newton-törvények teljesülnek.
- Nincsenek vonzó (azaz negatív) kontakterők.
- A súrlódás a kontaktfelülettel párhuzamosan működik.



7.a ábra: A kontakt dinamika kényszereit leíró Signorini-függvény (bal) és Coulomb-függvény (jobb).

7.b ábra: A Signorini-függvény értelmezése: amikor  $g > 0$ , a kontaktus megszakad, amikor  $g = 0$  a kontakterő nagysága  $F_n$ .

7.c ábra: A Coulomb-függvény értelmezése nem csúszó (bal) és csúszó (jobb) esetben.  $F_t$  tangenciális erők zölddel  $F_n$  az elemnek megfelelő színnel (kék, piros) jelölve.

### Új modell

Az állékonyság mértékének számszerűsítésére egy lehetséges mód, ha a falzatban ébredő erők abszolútértékének szórását vizsgáljuk. Feltevésem szerint azok a falak bizonyulnak állékonynak, melyekben az ébredő erőhálózat szórása kicsi. Egy falzatban kedvezőtlen, ha túl nagy vagy túl kicsi erők ébrednek. Ha túl kicsik a kontakterők, akkor a szerkezet nem ellenálló oldalirányú terhelésre: a súrlódási erő (konstans  $\mu$  mellett) csakis a nyomóerőtől függ. Ha ez nem elég nagy az elemek megcsúsznak egymáson. A falakban ébredő túl nagy nyomóerő ezzel szemben az egyes elemek töréséhez, tönkremeneteléhez vezet.

### Erőrendszer számítása

A feltételezés igazolásához kontakt dinamika algoritmussal készült szimulációkat alkalmaztam, melyek a fent felsorolt kényszerfeltételeknek eleget téve határozzák meg a falban ébredő erőket. A falzatok sokszorosan határozatlan szerkezetek, ezért a kontakterők lokális számítása nem lehetséges, hiszen egy adott kontaktusban ébredő erő függ a környezetétől.

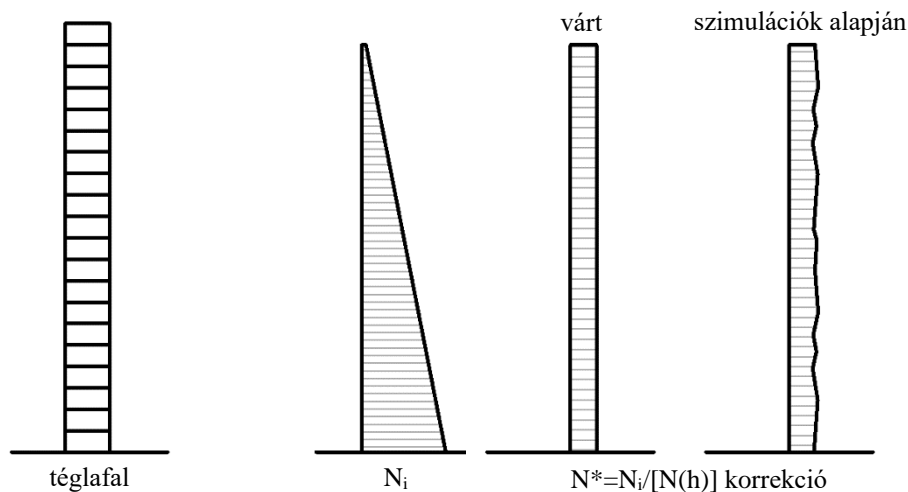
Ennek kezelésére az általam választott szoftverben sztochasztikus implicit erőszámító algoritmust implementáltak. A rendszer határozatlan, ezért az algoritmus – sztochasztikus volta

miatt – minden futtatás alkalmával más véletlen, de stabil erőrendszert fog eredményezni. Ennek szórását tudjuk vizsgálni globálisan (egész minta), illetve kontaktonként.

A szimuláció a falban ébredő erőrendszert az egyes elemek súlypontja közötti piros szakaszokkal jeleníti meg. Az erő nagysága arányos a piros szakasz vastagságával.

### *Erőrendszer korrigálása*

Mivel kizárólag önsúly terheli a falat, a súrlódási erőket elhanyagolhatjuk és csak a normálirányú kontakterőket vizsgáljuk. A fal aljához közeledve nő a normálerő ( $N_i$ ) értéke, így a középértéktől való eltérés függ a magasságtól, ami szórásvizsgálat szempontjából kedvezőtlen. Azért, hogy a kontakterők egymással, illetve az erőrendszer más falak erőrendszerével összehasonlítható legyen az erőrendszert korrigáljuk egy „hidrosztatikus” komponenssel: kontaktusonként az erők középértékével osztunk ( $N(h)$ ), a 8. ábra alapján.

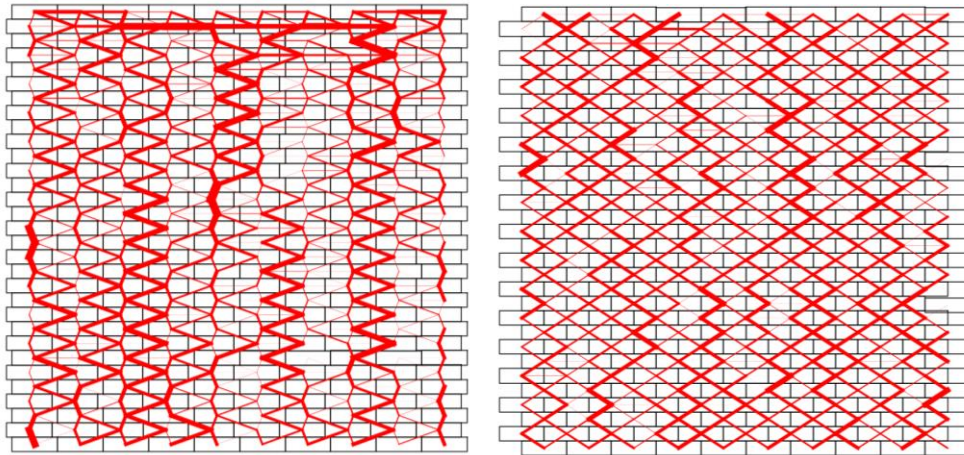


8. ábra: A kontakterők korrekciója.  $N_i$  a falban ébredő normálerő,  $N(h)$  az erők középértéke,  $N^*$  a korrigált normálerő nagysága.

Szórásvizsgálat alatt a dolgozatban a korrigált normálirányú kontakterő-rendszerek szórásnégyzetének (a várt értéktől számított átlagos eltérés négyzete) vizsgálatát értem.

### *Téglafalak erőrendszerének szórása*

A különböző eltolású téglafalak alapján készített szimulációk igazolják a téglafalakkal kapcsolatos tapasztalatainkat. Valóban a feles eltolás mintájának legkisebb a szórása, míg a nyolcad eltolású fal szórása nagyságrendekkel nagyobb (9.ábra). Ezek az értékek tükrözik a geometria és stabilitás közötti összefüggést is: a téglafal a legstabilabb, ennek a kötése a legerősebb és a szimulációk alapján ennek a legkisebb a szórása. Mindezek alapján az erők szórása mértéke lehet a (tégla)falak stabilitásának és a kötés erősségének.



9. ábra: A nyolcad (bal) és fél (jobb) téglá eltolású falak korigált erőrendszerei. A nyolcad eltolású fal szórása 0.0435, míg a fél téglá eltolású falé 0.0262, tehát 40%-kal kisebb.

#### *A korábbi dolgozatok eredményének összegzése*

Az eddigiekben tehát megmutattam, hogy (1) a falazatokban levő kötések a cellasűrűséggel jellemezhetők, mely a stabilitás egy mérőszáma lehet, ami viszont nem tesz különbséget az eltérő geometriájú, de azonos cellasűrűségű esetek között. Ezért (2) a stabilitás mértékeként bevezettem a falban ébredő erőrendszer szórását, melyet egy jól ismert rendszer, a téglafalak vizsgálatával validáltam.

Ezt követően (3) megmutatom, hogy a bevezetett mérték alkalmazható általános geometriai és történeti falak stabilitásának jellemzésére.

#### Ezen dolgozat eredményei, modell bővítése

##### *Vízszintes kontakterők jelentősége*

A korábbi dolgozataimban a fal síkjában ébredő normálirányú nyomóerőket vizsgáltam. A vízszintes (súrlódási) erőket mindaddig elhanyagoltam, hiszen a falakat kizárólag függőleges hatások (önsúly) érték. A valóságban a vízszintes terhek nem hagyhatóak figyelmen kívül. Építési pontatlanságok, a falazóelemek alakja, hibái és más használatból, terhekből származó igénybevételek miatt mindig ébred vízszintes súrlódási erő a nyomóerővel együtt.

A súrlódási erőknek nagyobb jelentősége lehet a nem téglalakú falazóelemek – például hatszögfal – esetében, hiszen itt vízszintessel és függőlegessel szöget bezáró felületeken is



adódnak át erők, tehát egyszerre vannak függőleges és vízszintes erőkomponenseink egy adott felületen.

Jelen dolgozatnak három súlypontja van:

1. síkjában megdöntött téglafal és falak geometriáját közelítő periodikus minták erőrendszerének,
2. véletlenszerű (Voronoi-cellákból, Delaunay-háromszögekből épült) falak viselkedésének
3. *Falak geometriája* c. dolgozatomban feldolgozott, konvex történeti falazatok stabilitásának és a bennük található nehezen értelmezhető kötések erősségének

vizsgálata.

A továbbiakban is kizárólag a fal síkjában fellépő erőket vizsgálom, a falra merőleges hatások nem képezik részét a vizsgálatnak.

#### *Szórás vizsgálata*

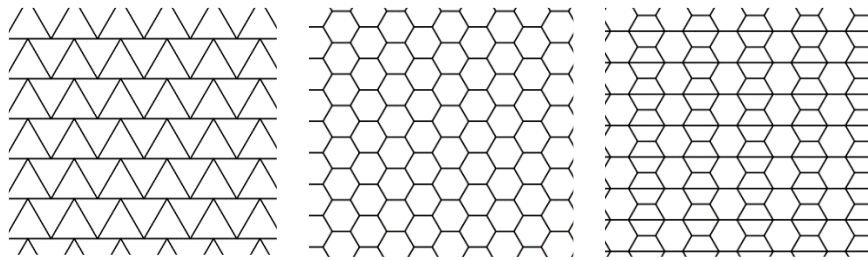
Az erőrendszerek szórását globálisan és kontaktusonként is tudjuk vizsgálni. A globális szórás a teljes minta várt értéktől való négyzetes eltérését jelenti, míg a kontaktusonkénti szórás egy adott kontaktusban a szimuláció eltérő futtatásai során mért erők szórásnégyzeteinek átlagával egyenlő.

Mindkét szórásvizsgálat jól használható a korábbiakban ismertetett kötés erősségét számszerűsítő mérték leírására. A globális szórás azt írja le, hogy az egyes elemek között mennyire nagy az erők eltérése. A kontaktusok közötti szórás pedig azt, hogy a fal mennyire viselkedik hasonlóan kissé eltérő terhek hatására. A két szórást egyidejűleg érdemes vizsgálni, ennek fontosságát a hatszögfal (10. ábra, középső panel) jól szemlélteti: A hatszög cellák vízszintes felületein számottevően nagyobb erők adódnak át, mint a ferde oldalsó felületeken, emiatt a minta globális szórása nagyobb lesz. Ám az oldalt átadott kis erők kontaktusonkénti szórása igen kicsi, és azt figyeljük meg, hogy noha a globális szórás nagy, a stabilitás csupán kis mértékben változik.

A globális és kontaktusonkénti szórást nem lehet egymástól függetlenül értelmezni, hiszen az egyes kontaktusokban ébredő erőket nagyban befolyásolják a környező kontakterők. Ezért szükséges mindkét szórás vizsgálata.

### *Síkban megdöntött periodikus mintázatú falak*

A korábban részletesebben vizsgált téglafal-mintát kiegészítve a ciklopfalat közelítő méhsejtfal, és ennek továbbosztott (fél-hatszög, háromszög alakú cellákat tartalmazó) mintáiban (10. ábra) ébredő erőhálózatok szórását vizsgáltam, hasonlóan a második dolgozatomban ismertetett kontakt dinamika szimulációkkal. Mivel az erők szórása jó mértéknek bizonyult az előző dolgozatom alapján az új eredmények elemzése során is ezt alkalmazom.



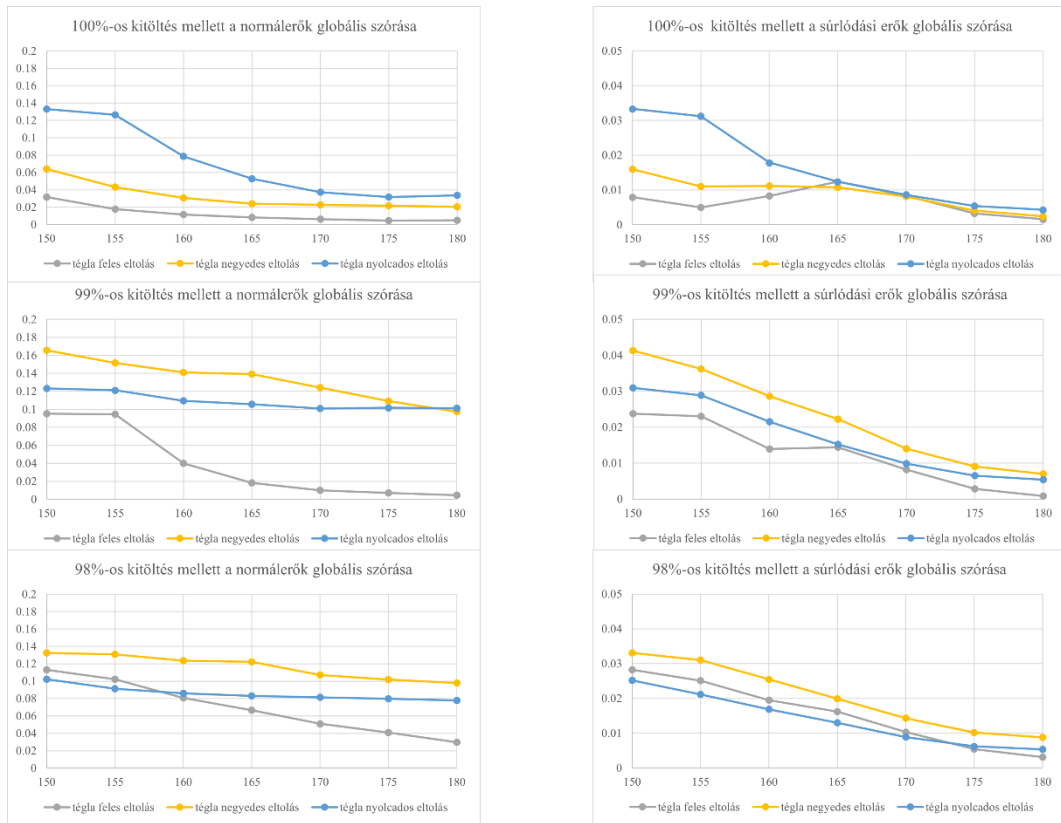
10. ábra: Az újonnan vizsgált periodikus mintázatok: szabályos háromszög (bal), szabályos hatszög (középen), és vegyes fél hatszög-szabályos hatszög (jobb) elemekből épült falak.

A mintákat a sík teljes, 99%-os és 98%-os kitöltésével készítettem el. Miért is van szükség a kisebb kitöltésekre? A falazott szerkezetek a valóságban sem érintkeznek tökéletesen, teljes felületen. A valóságban van helyük kicsit elmozdulni és elfordulni az elemeknek. A kevésbé kitöltött mintázatok éppen ezért jobban közelítik a valóságot.

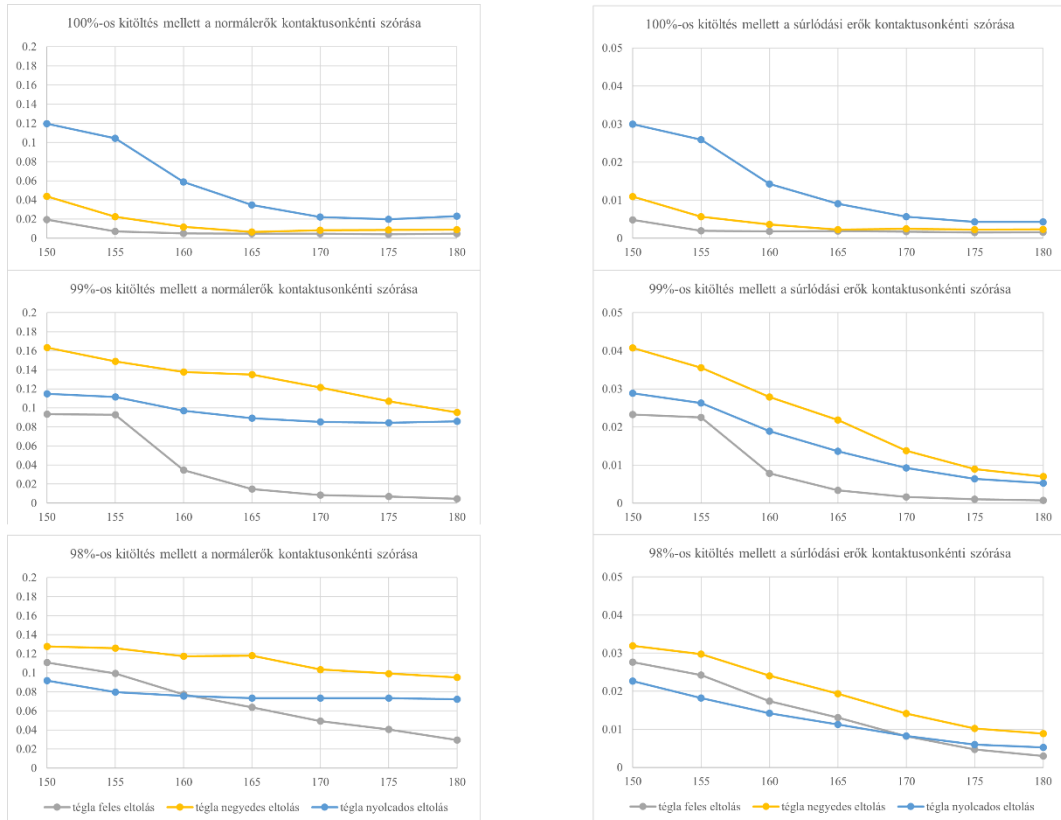
A síkban megdöntés a szimulációban a gravitációt definíniáló vektor elforgatásában nyilvánul meg. Tehát, amikor „függőleges” helyzetben – vízszintes síkon – áll a falazat a gravitációvektor  $180^\circ$ -ot zár be a függőlegessel. Ahogy dől a fal ez a szög egyre kisebb lesz. A szimulációkban  $150^\circ$ -tól  $180^\circ$ -ig öt fokként vizsgáltam a szórást.

#### **Téglafal**

Tapasztalataink alapján a fél téglával eltolt téglafalak a legstabilabbak. Azt várjuk, hogy a fal megdöntésével egyre kevésbé lesz stabil a szerkezet, vagyis az erőrendszer szórása nő. Téglafal esetében a teljes mintán és a kontaktusonkénti szórásban nincsen számottevő különbség, ugyanolyan megfigyelésekre tudunk következtetni mindkét szórás esetében (11. ábra).



11.a ábra: Az eltérő eltolású téglafalak globális szórásainak összehasonlítása



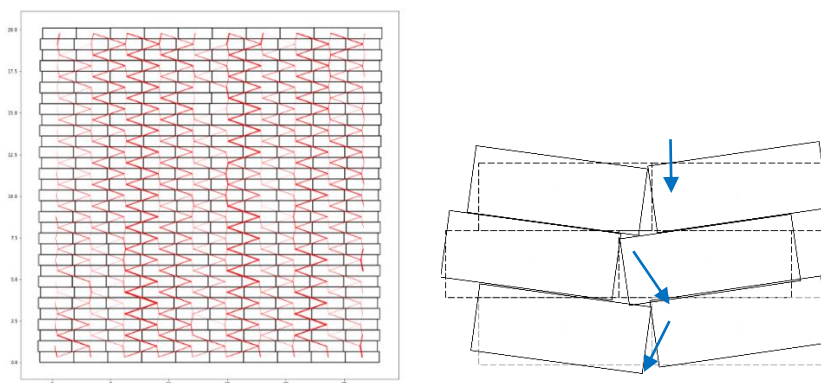
11.b ábra: Az eltérő eltolású téglafalak kontaktusonkénti szórásainak összehasonlítása

Teljesen kitöltött minta mellett a várt eredményeket látjuk: a feles eltolású téglafal normálerőinek szórása nő a legkisebb mértékben a fal megdöntésével, míg a nyolcadosé a legjobban. A súrlódási erők szórása hasonlóan változik a normálerőkhöz viszonyítva.

A 99%-ban kitöltött mintánál szintén a feles eltolás a legstabilabb. Ám a várttal ellentétben nem a nyolcados a legkevésbé stabil, hanem a negyed eltolású fal. Így, hogy nagyobb helyük van elmozdulni az elemeknek nagyobb jelentősége van a vízszintes erőknek. A feles téglafalnál a normálerő és súrlódási erő szórása hasonlóan változik, ám kisebb eltolásoknál sokkal meredekebben változik a súrlódási erő szórása, vagyis egyre többféle erő ébred a szerkezetben, ahogy megdöntjük a falat.

Az elemek méretének tovább csökkentésével már a feles téglafal szórása is egyre nagyobb mértékben növekszik a fal megdöntésével, főleg a súrlódási erő változik meredeken, mert kisebbek az érintkező felületek és ezeknek egymáshoz viszonyított helyzete (az erőszámító algoritmus sztochasztikus volta miatt) véletlenszerűbb.

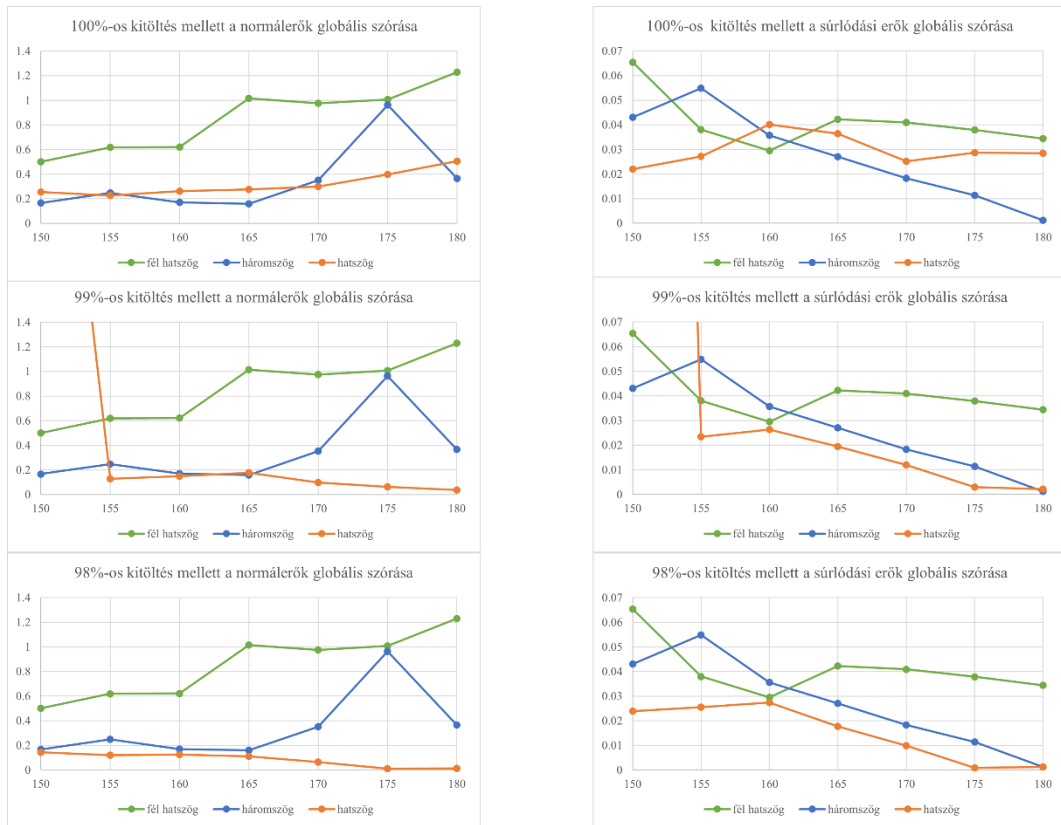
Bár a nyolcados fal szórása kisebb, mint a negyedesé ez nem teszi önmagában jobb, stabilabb szerkezetté. Nyolcados falaknál sokszor a kisebbik felületen adódik át a nagyobb nyomóerő, ami a fal lokális túlterheléséhez vezet. Az erők mindig függőlegesen szeretnének lejutni a fal aljáig. Az egyre kisebb eltolások miatt ez egyre kisebb felületeken valósul meg, így ezek az elemek elfordulnak (a kis felületeknél) és elkezdik nyomni a felettük található téglát, ami így szintén nagyobb erőt kap a kis felületen és így tovább.



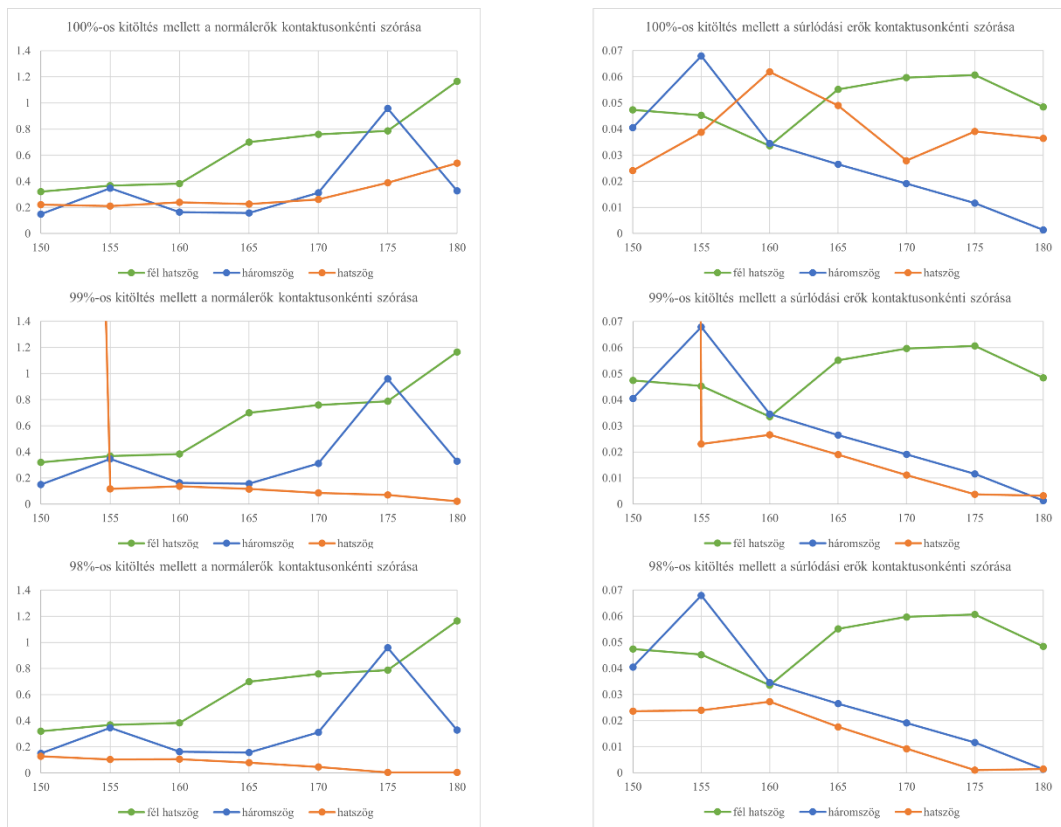
12. ábra: 100%-ban kitöltött nyolcad eltolású, téglafal (függőlegessel 150°-ot bezáró gravitáció vektorral) korrigált erőrendszere (bal) és az elfordulásból adódó többletterhelés (jobb)

### Hatszög

A szabályos hatszögfal (10. ábra, középső panel) a ciklopfalak (átlagosan hatszögű, nagyrészt reguláris mozaikként leírható) periodikus mintával való közelítése.



13.a ábra: További periodikus mintázatú falak globális szórásának összehasonlítása



13.b ábra: További periodikus mintázatú falak kontaktusonkénti szórásának összehasonlítása

Sejtésem az, hogy a hatszög alakú elemekből épült fal ellenállóbb megdöntött helyzetben, de legalább olyanmennyire stabil, mint megdöntés nélkül.

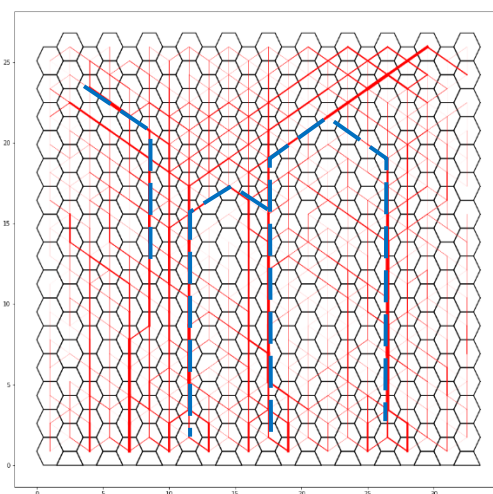
Teljes kitöltés mellett ez így is van (13. ábra, narancssárga): a teljes mintára és a kontaktusokra vonatkoztatott szórás is csökken, amikor a falat megdöntjük, vagyis nő a fal stabilitása.

A teljes mintát vizsgálva a súrlódási erők szórása nem változik, ám kontaktusonként erősen függ a szögtől.  $160^\circ$ -ig nő, onnantól pedig csökkenni kezd. Ennek magyarázata, hogy több helyen, nagyobb felületen tudják átadni az elemek az önsúlyból származó erőket.

Az elemek méretének csökkentésével azt figyelhetjük meg, hogy a várt eredménnyel ellentétben a megdöntés hatására a szórások nőni kezdenek. Ennek oka az lehet, hogy a síkot teljesen kitöltő hatszögmozaikban kizárólag reguláris (csúcs csúccsal találkozik) csomópontok vannak, ám ahogy az elemek egyre kisebbek lesznek annak valószínűsége, hogy irreguláris csomópontok (csúcs találkozik éllel) jönnek létre szintén nő. A cellafokszám változatlan, a csomópontfokszám csökken, így a cellasűrűség is csökken. Az első dolgozatomban rámutattam, hogy a magas cellasűrűség is mértéke a fal stabilitásának, tehát ha ez csökken, akkor kevésbé stabil falak jönnek létre, a szórások nőnek.

98%, 99%-ban kitöltött hatszögfalnál azt látjuk, hogy a normálerő és a súrlódási erő szórása hasonló mértékben változik, hasonló mértékben nő.

Fontos megjegyezni, hogy a hatszögfalokban az erők globális szórása azért is lehet nagyobb, mert az erők átboltozódnak (14. ábra). Maximális cellasűrűség mellett is ívek jönnek létre, ahol számottevően nagyobb erők ébrednek, míg az ívek alatti elemek alig terheltek.



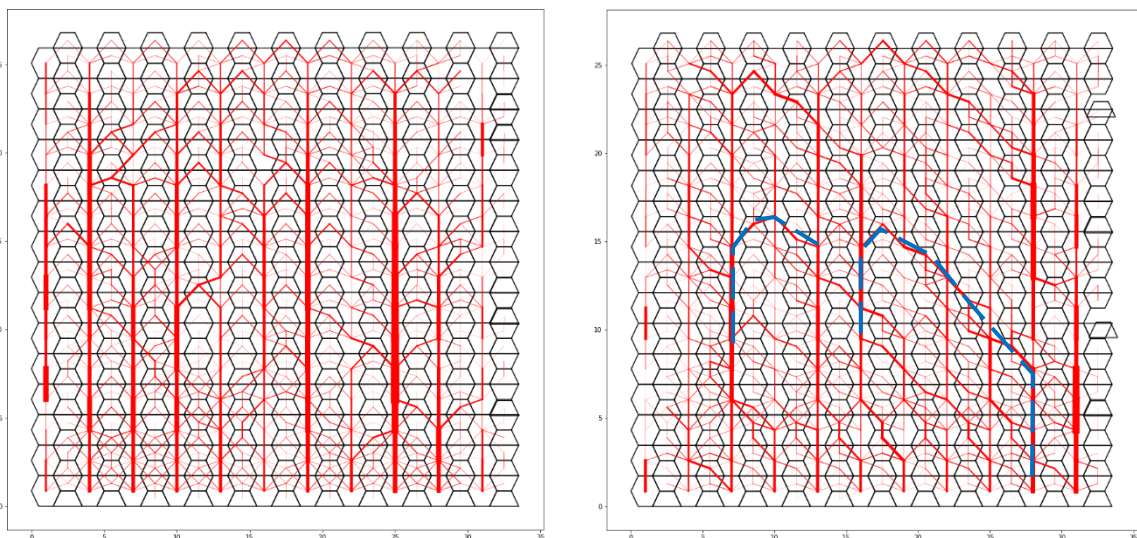
14. ábra: Az átboltozódás jelensége a szabályos hatszögfalban.  
A létrejött ívek kékkel jelölve.

### Fél hatszög

A félbevágott hatszögekből és hatszögekből álló falazat (10. ábra, jobb oldali panel) ötvözi a hatszögfal és a hálósan rakott téglafal tulajdonságait. A hálós téglafal esetében a végigmenő vízszinteseken kizárólag reguláris csomópontok találhatók, emiatt a cellasűrűség az optimumot jelentő  $\rho = 2,00$ -ról  $1,00$ -re csökken. (5. ábra) Ugyanígy a vegyes hatszögfal cellasűrűsége is  $\rho = 1,40$ -re csökken, ami előrevetíti, hogy e falazat stabilitása kisebb lesz, mint a korábban vizsgáltaké.

Általánosságban kijelenthető, hogy a végigmenő sávok határán nem optimális, ha kizárólag reguláris csomópontok találhatók, mert ilyenkor az egyes sorok könnyen elcsúsznak egymáson, hiszen csak egy-egy elem között ébred súrlódási erő, szemben a kötésben falazott pl.: téglafallal, ahol egyszerre több elem is részt vesz az erők átadásában.

A vegyes hatszögfalazat geometriája azonban nem teljesen hálós, hiszen vannak benne (teljes) hatszög „ékek”, amelyek megakadályozzák a szétborulást. Ezek tekintetében a fal pedig inkább a hatszög falnál megfigyelt módon viselkedik: az átboltozódás jelensége itt is tapasztalható (16. ábra). És minél inkább megdöntjük síkjában a falat, annál inkább van jelen az átboltozódás.



15. ábra: 99%-ban kitöltött vegyes hatszögfal korrigált erőrendszere a függőlegessel  $180^\circ$  (bal) és  $160^\circ$ -t (jobb) bezáró gravitációvektorral és az átboltozódás jelensége (késsel jelölve).

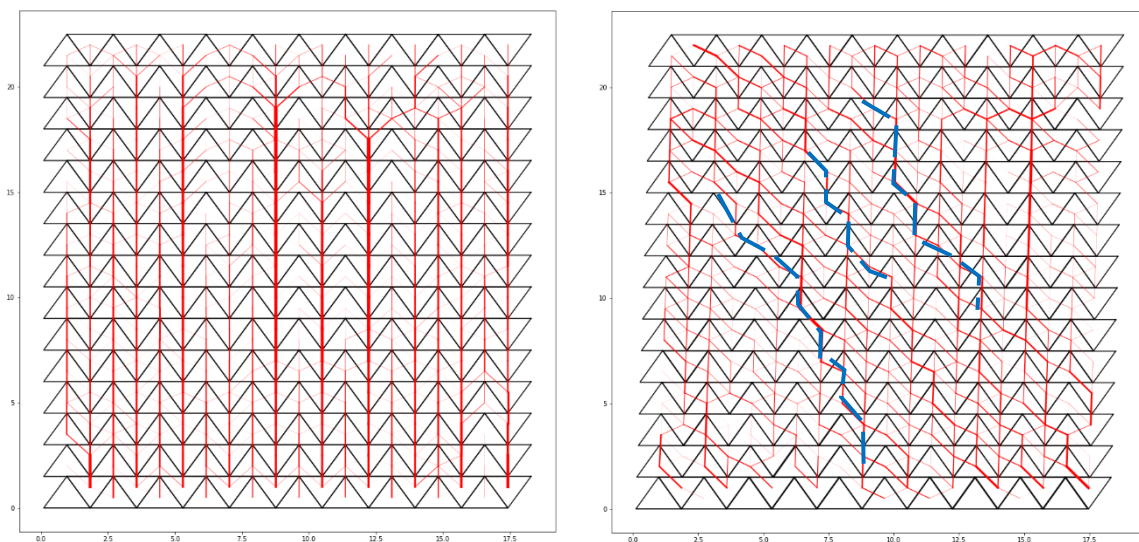
A fent említett megfigyelések miatt a vegyes fél hatszög-hatszög fal szórása (13. ábra, zöld) (átlagosan) nagyobb, mint a hatszögfalnál. Ahogy a hatszögfalnál láttuk, megdöntés hatására a



szórás – normálerők és súrlódási erők esetében is – csökken. A kitöltés, az elemméretek változása ezen fal esetében nem befolyásolja az erőrendszer szórását – kontaktusonkénti vizsgálat esetében sem és ezzel a stabilitás sem változik.

### Háromszög

Szabályos háromszögből épült falazatoknál (10. ábra, bal oldali panel) arra számítunk, hogy a hatszögfalhoz hasonlóan a falak megdöntésével az elemek egyre inkább „megkapaszkodnak” egymásban. A normálerők szórásvizsgálata alapján (13. ábra, kék) ez nagyjából teljesül is: átlagosan csökken. A súrlódási erők vizsgálatánál azonban azt vesszük észre, hogy ezek szórása a megdöntéssel egyre nő. Ennek magyarázata, hogy függőleges helyzetben nagyon jól adódnak át a terhek, ekkor igen kicsik az oldalirányban ébredő súrlódási erők. Ahogy megdöntjük a falat ismét a hatszögnél megfigyelt „átboltozódás”-hoz hasonló mintákat látunk (17. ábra). Tehát egyes vonalakban igen nagy erők ébrednek, míg ezeknek környezetében az erők számottevően kisebbek.



16. ábra: 98%-ban kitöltött háromszögfal korigált erőrendszere a függőlegessel  $180^\circ$  (bal) és  $160^\circ$ -t (jobb) bezáró gravitációvektorral és az „átboltozódás” jelensége (késsel jelölve).

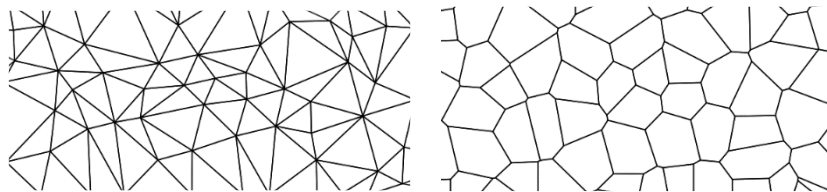
### Véletlenszerű falak (Voronoi-cellák és Delaunay háromszögelés)

A periodikus mintázatok vizsgálatán túl véletlenszerűen generált falak stabilitását is vizsgáltam. Ehhez Voronoi-cellákból és Delaunay-háromszögelés alapján „épült” falak erőrendszerének szórását néztem meg.

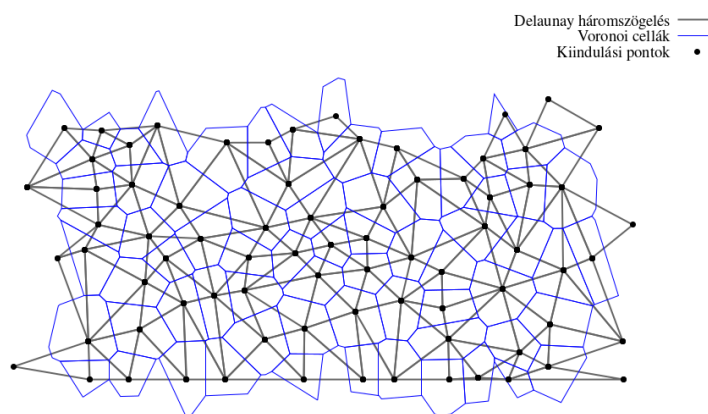


A Voronoi-cellák konvex zárt halmazok, korlátos esetben ezek a síkban konvex sokszögek. Egy ponthalmaz egy elemének Voronoi-cellája azokat a síkbeli pontokat tartalmazza, melyekhez a ponthalmazból az adott elem van a legközelebb. A Delaunay-háromszögelés ennek a duálisa. Adott  $P$  ponthalmaz Delaunay-háromszögelése síkban egy olyan egyenes szakaszokból álló vonalhálózat, melynek sokszögtartományai köré írt körei csak határukon tartalmazzák  $P$  ponthalmaz pontjait [9].

A véletlenszerű falak generálása a következőképpen történt: A sík egy adott tartományában, illetve a síkot alulról határoló szakasz mentén véletlenszerűen helyeztünk el pontokat. Ezután elkészítettük a ponthalmaz Delaunay háromszögelését, ügyelve arra, hogy vízszintes irányban periodikus határfeltételeket alkalmazunk. A keletkezett Delaunay-fal a háromszögrács randomizált verziójaként értelmezhető. A Voronoi fal esetén hasonlóképpen jártunk el: Kiszámoltuk a ponthalmaz minden egyes pontjának Voronoi-celláját, majd az így keletkezett alsó elemeket úgy módosítottuk, hogy vízszintes felületet kapjunk. Az így keletkezett Voronoi-fal a hatszögrács randomizált verziójaként értelmezhető.



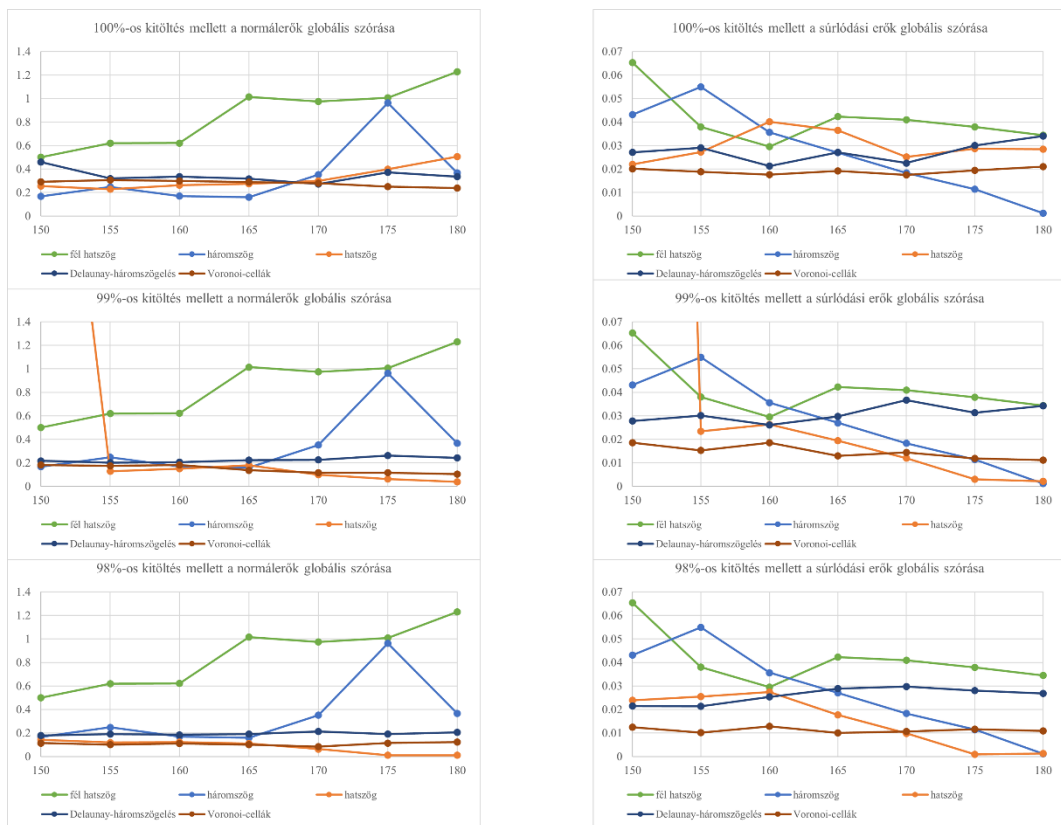
17. ábra: A vizsgált véletlenszerű falak: Delaunay-háromszögelés (bal), és Voronoi-cellák (jobb).



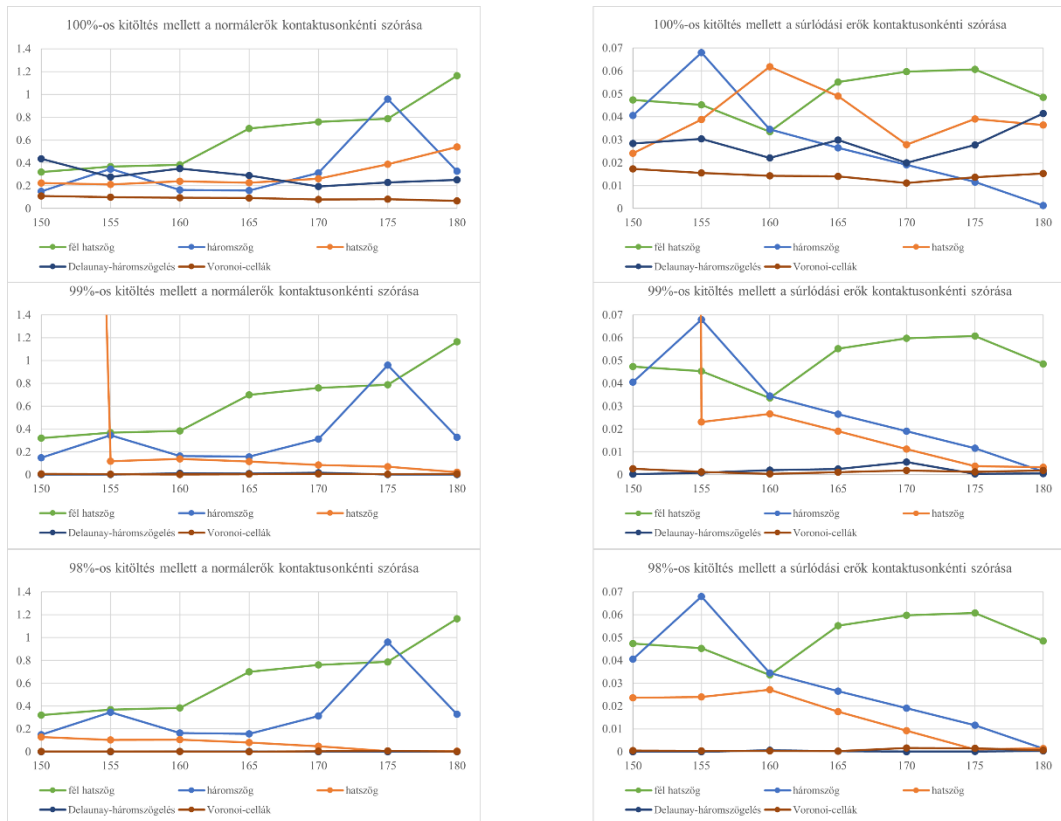
18. ábra: A véletlenszerű falak generálása. A kiindulási pontok feketével, a Delaunay háromszögelés szürkével, a Voronoi cellák kézzel megjelenítve.

A generált falaknál azt várjuk, hogy hasonlóképpen viselkednek, mint a szabályos párjaik. Arra számítunk, hogy a szórás hasonlóan változik a Voronoi-cellákból és szabályos hatszögekből épült falaknál és hasonlóak a változások Delaunay-háromszögeléssel generált fal és szabályos háromszög fal esetén: vagyis a fal megdöntésével nem nő a szórás.

A véletlenszerű falaknál is egymásba „kapaszzkodnak” az elemek, amikor megdöntjük őket. Teljesül a várt elképzelés: mind globális, mind kontaktusonkénti szórás vizsgálatánál stagnál a szórás, tehát nem nő. Azonban azt látjuk, hogy mind a Delaunay-háromszög fal mind a Voronoi-cella fal szórása nagyrészt a szabályos háromszög, illetve hatszög fal szórása alatt helyezkedik el. Ennek magyarázata lehet, hogy a két szabályos példában az egyforma alakú és elrendezésű elemekből épült falban az erők könnyebben boltozódnak át. Ez a jelenség a véletlenszerű falaknál is megfigyelhető, de ezen esetekben kevesebb végigmenő sor vagy átló van, például a 14. és 16. ábrán látottakhoz képest. Emiatt kevesebb „kiváltott” sor van, egyenletesebb a falban ébredő erőrendszer, kisebb a minták szórása (19.ábra).



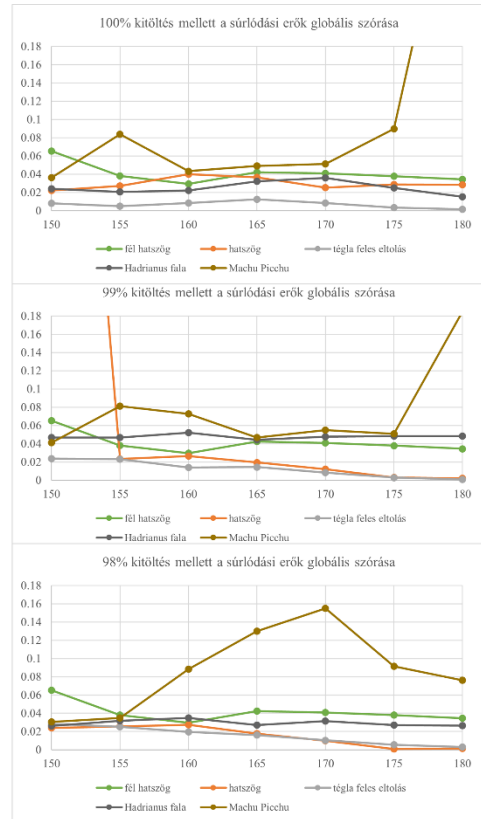
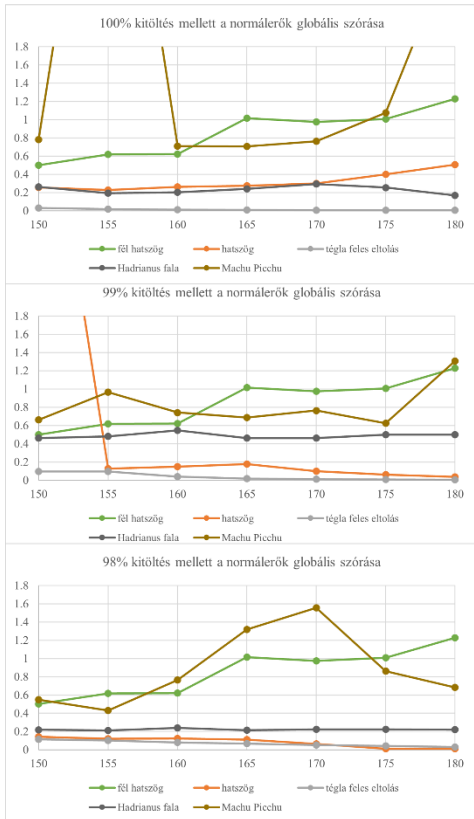
19.a ábra: Véletlenszerű falak globális szórásának összehasonlítása



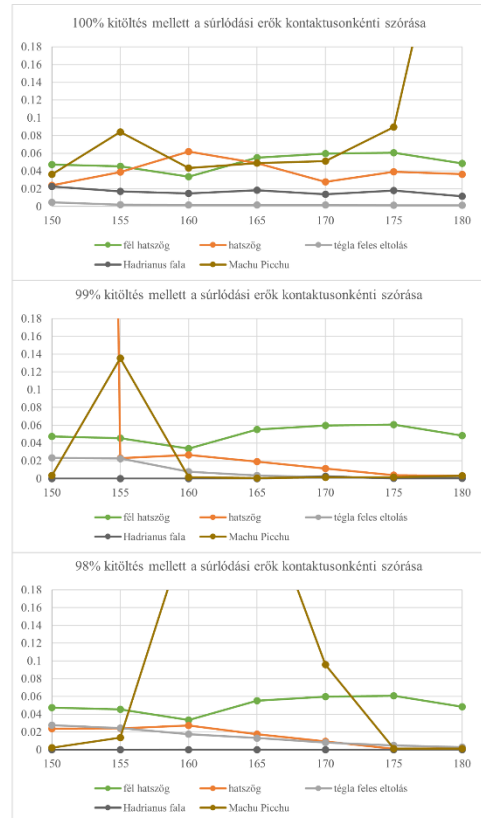
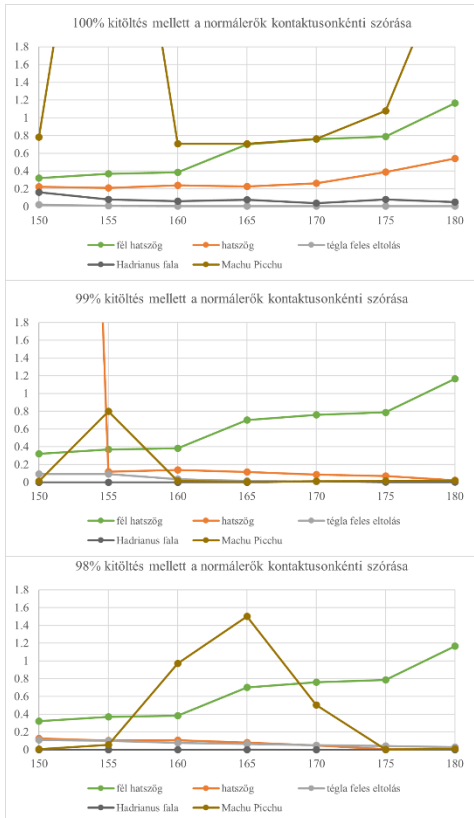
19.b ábra: Véletlenszerű falak kontaktusonkénti szórásának összehasonlítása

### Történeti falazatok

Első dolgozatom tárgyát képező általam vizsgált történeti falak további vizsgálata is a dolgozat célja. Ezek a falak a korábban bemutatott periodikus falak valamilyen kombinációjával leírhatók. Ebben a dolgozatban két történeti példát vizsgálunk meg részletesebben: Hadrianus falát, ami a téglafallal és egy Machu Picchuban található perui falat, ami a hatszögfallal mutat hasonlóságot.



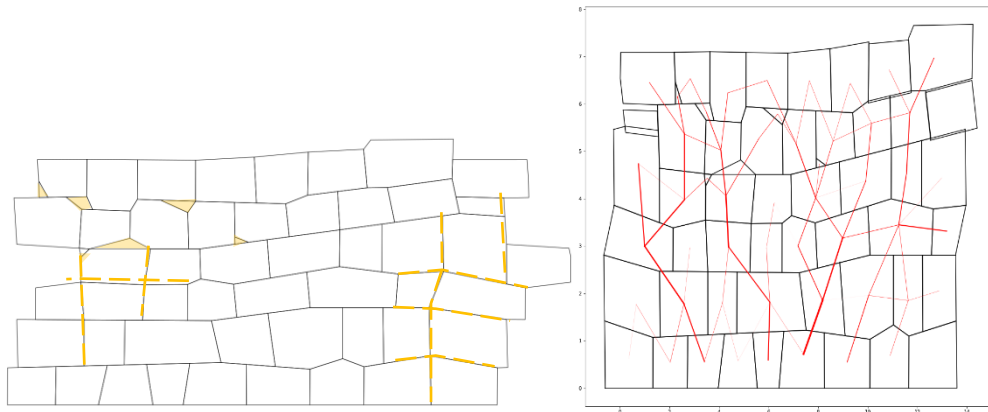
20.a ábra: Történeti falak globális szórásának összehasonlítása



20.b ábra: Történeti falak kontaktszonkénti szórásának összehasonlítása

### Hadrianus fala

Hadrianus fala Nagy-Britanniában található, i.sz. 120 körül épült [10]. Téglafalhoz hasonló, átlagosan téglalakú elemekből épült, téglafalaknál látott kötésben fektetett. Ám találhatóak benne függőleges végigmenő fugák, ezek mentén oldalirányban nem adódik át erő, így azt várhatjuk, hogy ezek a részek a legkritikusabbak a stabilitás szempontjából.



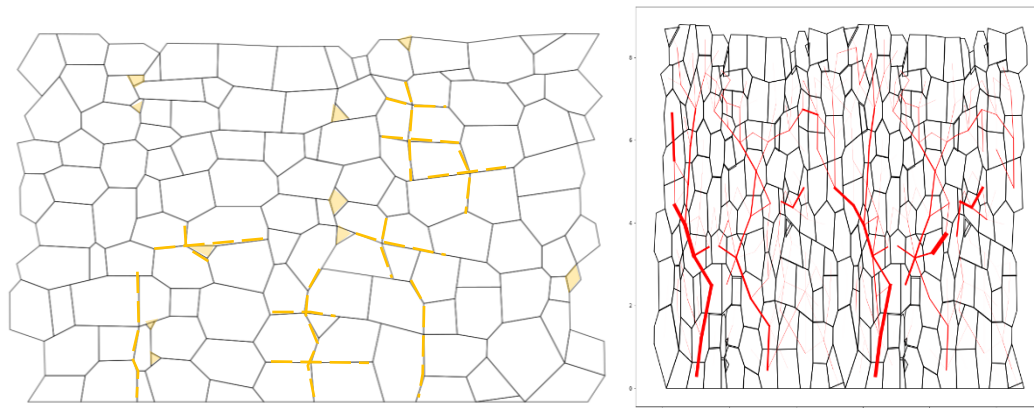
21. ábra: Hadrianus fala és a stabilitást befolyásoló kritikus pontok (bal).  
A falban ébredő (függőleges) erőrendszer 100%-os kitöltés mellett (jobb).

Hasonlóan a téglafalhoz itt is a függőleges erők dominálnak: a falban megdöntés után is jellemzően az alsó és nem az oldalsó szomszédjainak adják át a terheket az elemek. A történeti falazatokban jellemzően a falat alkotó elemek mérete nagyban eltér. Vannak elemek, amelyek így „kiesnek” a falból és egy bizonyos szög felett nem vesznek részt az erőjátékban. Emiatt és a függőleges fugák miatt azt várjuk, hogy a globális szórás ez esetben nagyobb lesz, mint a feles eltolású téglafalnak; ez teljesül is (20. ábra).

### Machu Picchu

A Machu Picchuban található általam vizsgált fal 1450 körül épült [11]. A perui példa a hatszögfallal mutat rokonságot. Jellemzően öt- és hatszögű elemekből áll. Azonban a mintának vannak olyan részei, amely viselkedését tekintve sokkal jobban hasonlít a hálós téglafalhoz: közel vízszintes felületek, melyen csak reguláris csomópontok találhatóak, végigmenő függőleges fugák, melyek mentén széteshet a fal. Itt is igen eltérő méretű elemekből épült a fal, csakúgy, mint a másik történeti példa esetén. Valamint ebben a falban is a függőleges és nem az oldalirányú erők dominálnak.

Azt várjuk, hogy a hatszögfallal hasonlóan fog változni a szórás: teljes kitöltés mellett csökken, kisebb kitöltésnél pedig kissé nő. Ezt nagyrészt igazolják a szimulációk. Azonban kisebb kitöltésnél jóval nagyobb eltéréseket tapasztalunk.



22. ábra: A machu picchui fal és a stabilitást befolyásoló kritikus pontok (bal). A fal ébredő (175°-os) (szimulációban torzult) erőrendszere 100%-os kitöltés mellett (jobb).

Erre több magyarázat is lehetséges: a hálós téglafalhoz közelítő részek (állófugák, végigmenő felületeken reguláris csomópontok) csökkentik a stabilitást; valamint itt is megfigyelhető az átboltozódás jelensége, ami szintén növeli a szórás. A Hadrianus falánál említett „kieső” kis elemek és ezeknek az erőrendszerben játszott szerepe szintén befolyásolja a szórás: egy bizonyos elfordítás felett nem közvetítenek kontakterőt a korábban rá ható nagyon kis erő eltűnik, és így csökken a korábbi okok miatt megnőtt szórás (20. ábra).

#### *Eredmények összefoglalása*

Ezen dolgozatban felhasználtam két korábbi TDK dolgozatom eredményét és kiterjesztettem a kötés fogalmát általános geometriára. Figyelembe vettem a falakban ébredő erőrendszer szórását (globálisan és kontaktusonként), mely számszerűsíthető mértéke és definíciója a kötés erősségének.

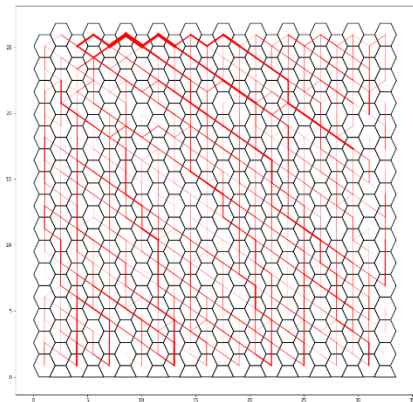
Periodikus mintájú, véletlenszerű és történeti falakban található eddig nem pontosan definiált kötés erőssége vált egymással összehasonlíthatóvá. Kialakított eszköztáram segítségével leírtam a – ciklopfalaknál tapasztalati úton – ismert átboltozódás jelenségét és ennek hatását a kötés erősségére. Megmutattam, hogy magas cellasűrűségű falak stabilitása hogyan változik, ha azokat síkjukban megdöntjük. Megmutattam, hogy a feles eltolású téglafal a legstabilabb a vizsgált minták közül.

## Irodalomjegyzék

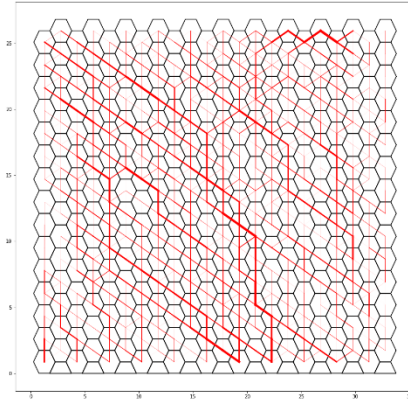
- [1] Marcus Vitruvius Pollio: 10 könyv az építészetéről (De Architectura), ford.: Gulyás Dénes, Hajnóczy Gábor előszavával, Képzőművészeti Kiadó V. Budapest, 1988 ISBN 963-336-159-1
- [2] Nagy Klaudia: Falak geometriája (TDK dolgozat, konzulens: Domokos Gábor)  
<http://tdk.bme.hu/EPK/TGeom/Falak-geometriaaja>
- [3] Ran Barkai & Roy Liran (2008) Midsummer Sunset at Neolithic Jericho, Time and Mind, 1:3, 273-283, DOI: [10.2752/175169708X329345](https://doi.org/10.2752/175169708X329345)
- [4] Nagy Klaudia: Falak stabilitásának vizsgálata az erők határozatlansága alapján (TDK dolgozat, konzulens: Dr. Domokos Gábor, Dr. Lévy Sára, Dr. Török János)  
<http://tdk.bme.hu/EPK/SzilGeom/Falak-stabilitasanak-vizgalata-az-erok>
- [5] Gábor László. (1970) Épületszerkezettan 1. Tankönyvkiadó, Budapest ISBN 9789631918694
- [6] J. J. Moreau, M. Jean, Numerical treatment of contact and friction: the contact dynamics method, Engineering Systems Design and Analysis Conference, Vol. 4, pp. 201-208, 1996.
- [7] L. Brendel, T. Unger, D. E. Wolf, Contact dynamics for beginners, The Physics of Granular Media, pp- 325-343, 2004.
- [8] T. Pöschel, T. Schwager, Computational granular dynamics: models and algorithms. Springer Science & Business Media, 2005.
- [9] Franz Aurenhammer, Rolf Klein, Der-Tsai Lee: Voronoi Diagrams and Delaunay Triangulation. World Scientific, pp. 7-11, 2013.
- [10] [https://web.archive.org/web/20150623141833/http://whc.unesco.org/pg.cfm?cid=31&id\\_site=430](https://web.archive.org/web/20150623141833/http://whc.unesco.org/pg.cfm?cid=31&id_site=430)
- [11] [https://www.machupicchu.org/how\\_old\\_is\\_machu\\_picchu.htm](https://www.machupicchu.org/how_old_is_machu_picchu.htm)



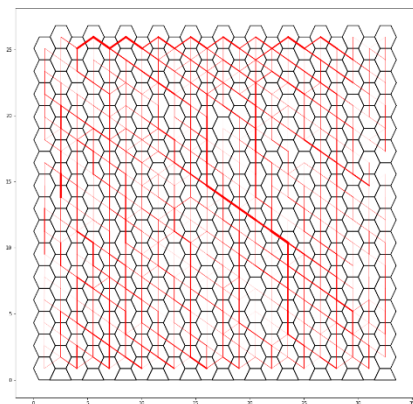
# 1. Függelék: A vizsgált falakban ébredő erőrendszerek



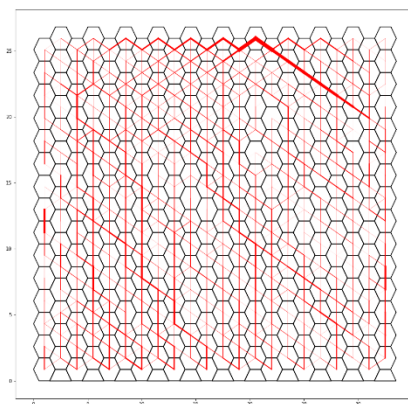
hatszög, 100%, 150°



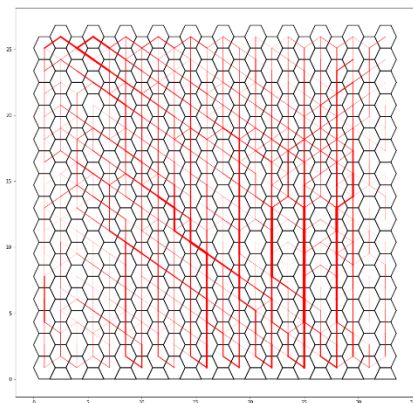
hatszög, 100%, 155°



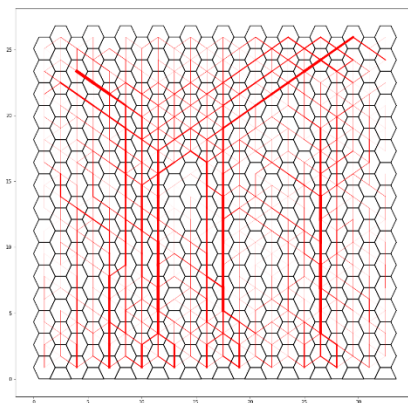
hatszög, 100%, 160°



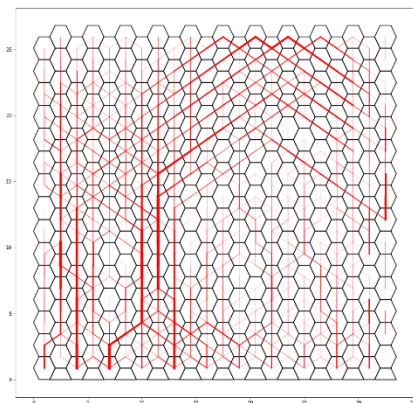
hatszög, 100%, 165°



hatszög, 100%, 170°

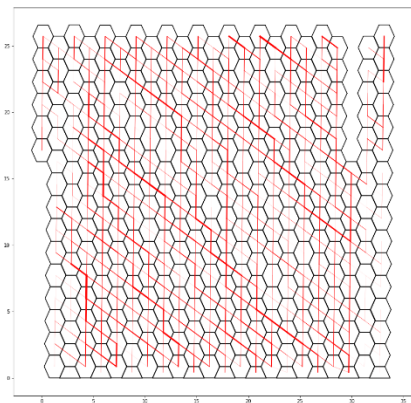


hatszög, 100%, 175°

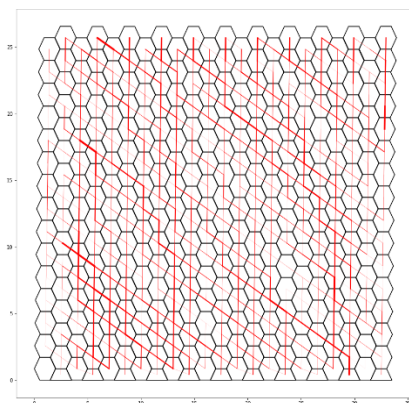


hatszög, 100%, 180°

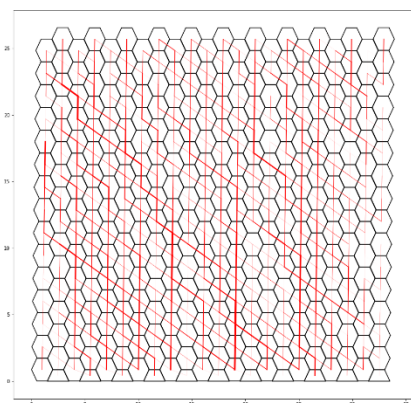




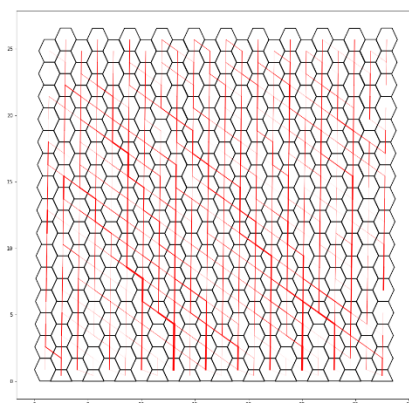
hatszög, 99%, 150°



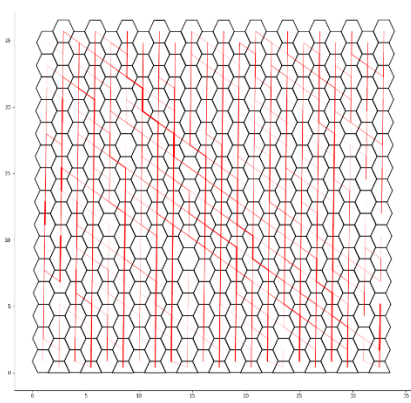
hatszög, 99%, 155°



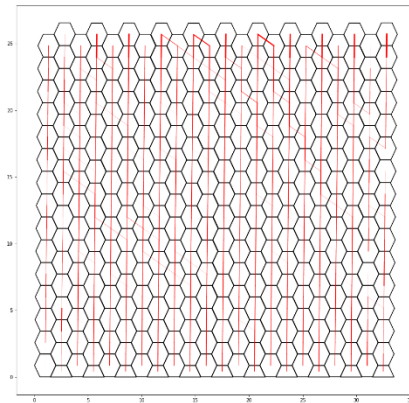
hatszög, 99%, 160°



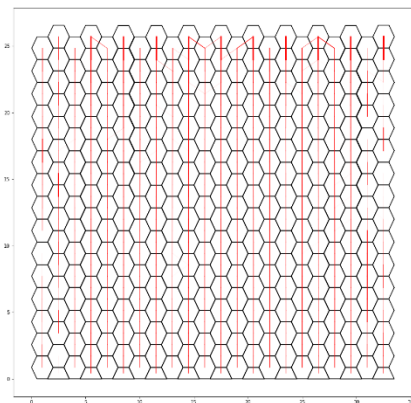
hatszög, 99%, 165°



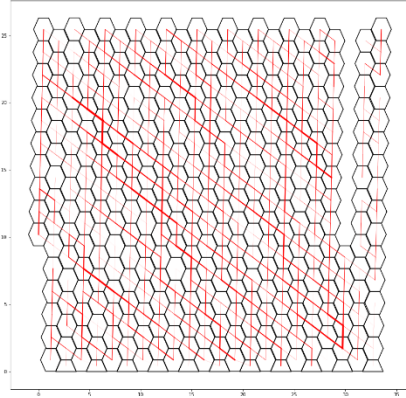
hatszög, 99%, 170°



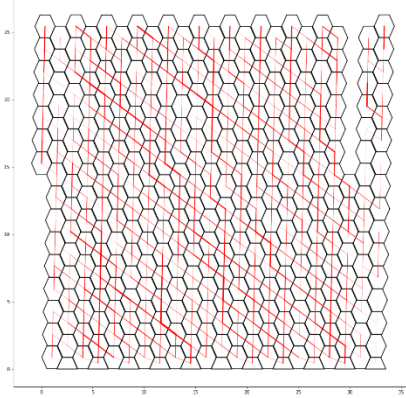
hatszög, 99%, 175°



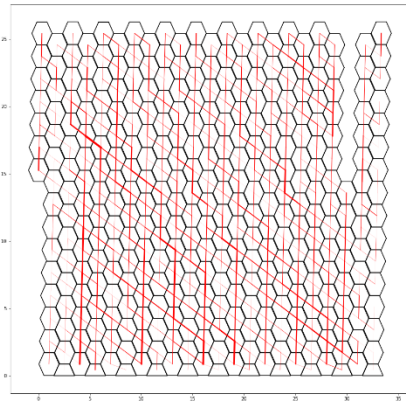
hatszög, 99%, 180°



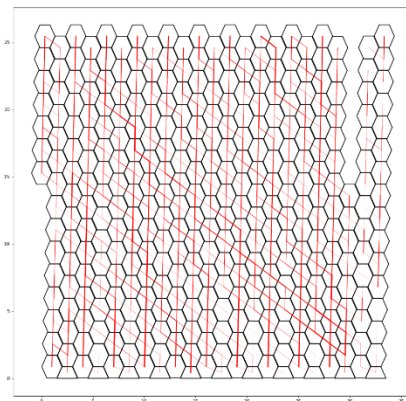
hatszög, 98%, 150°



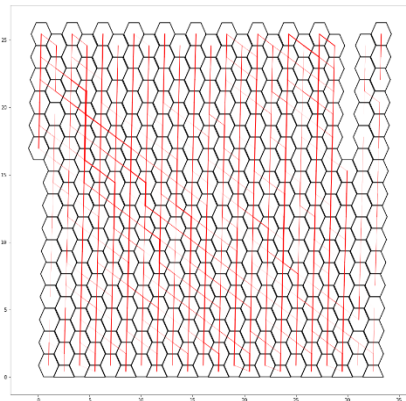
hatszög, 98%, 155°



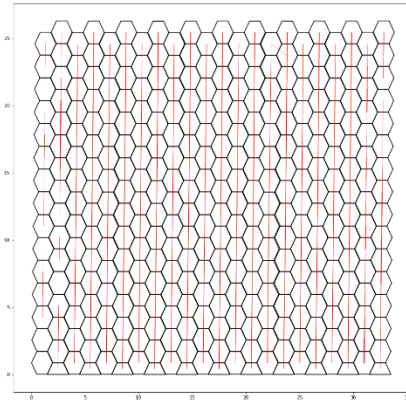
hatszög, 98%, 160°



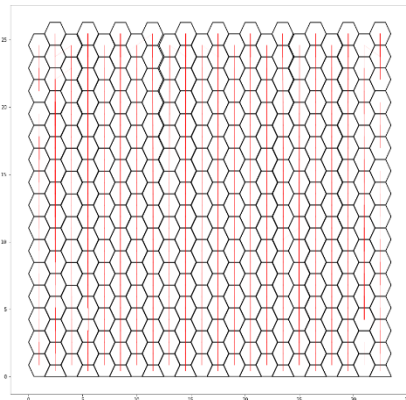
hatszög, 98%, 165°



hatszög, 98%, 170°

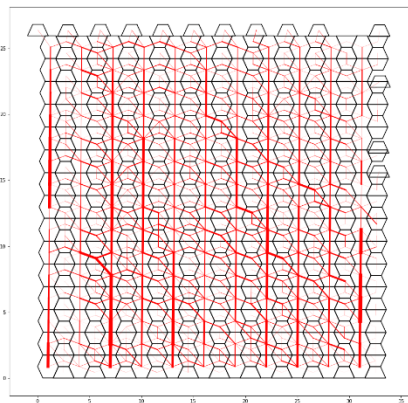


hatszög, 98%, 175°

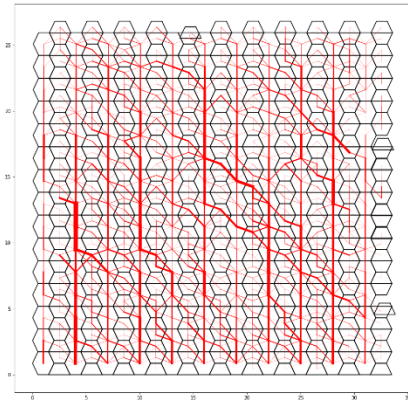


hatszög, 98%, 180°

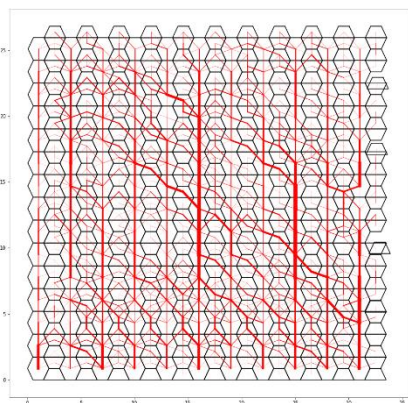




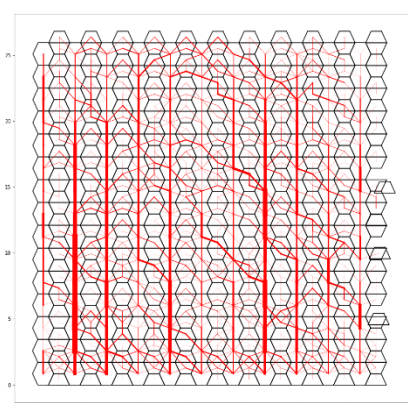
fél hatszög, 100%, 150°



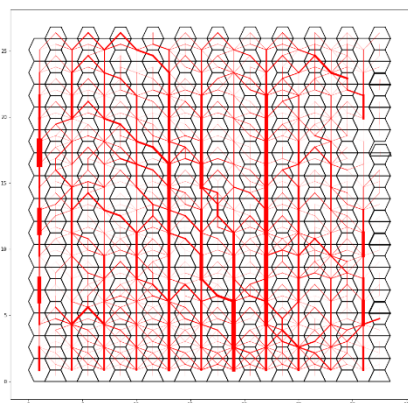
fél hatszög, 100%, 155°



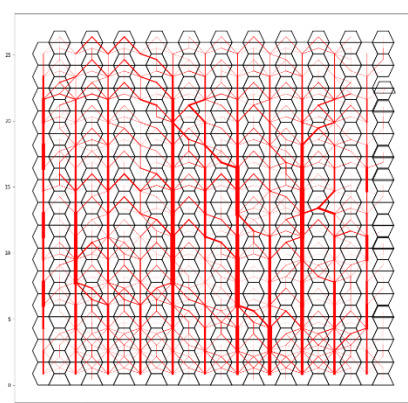
fél hatszög, 100%, 160°



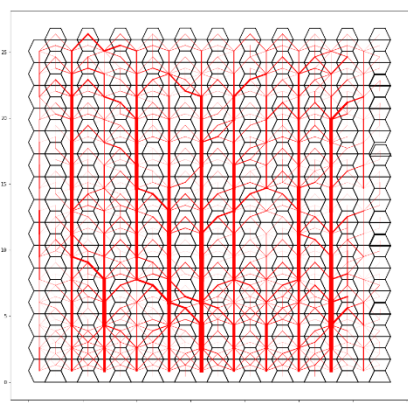
fél hatszög, 100%, 165°



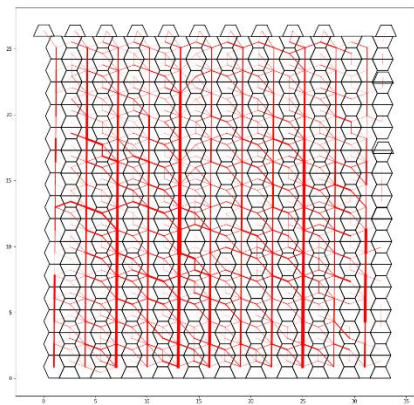
fél hatszög, 100%, 170°



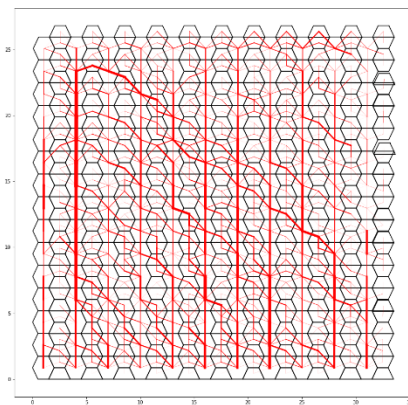
fél hatszög, 100%, 175°



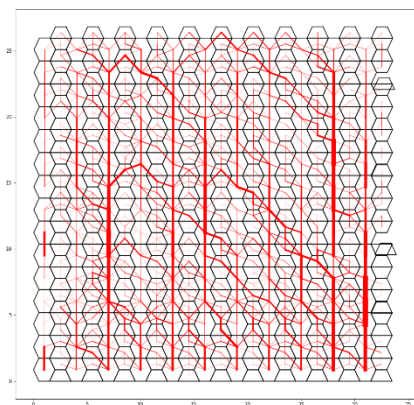
fél hatszög, 100%, 180°



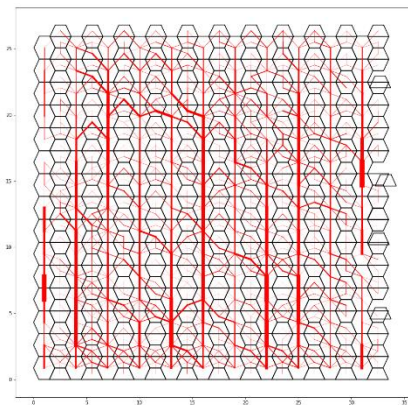
fél hatszög, 99%, 150°



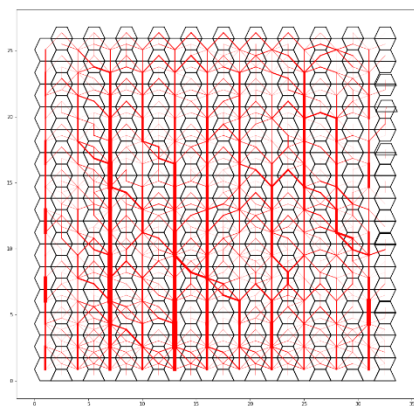
fél hatszög, 99%, 155°



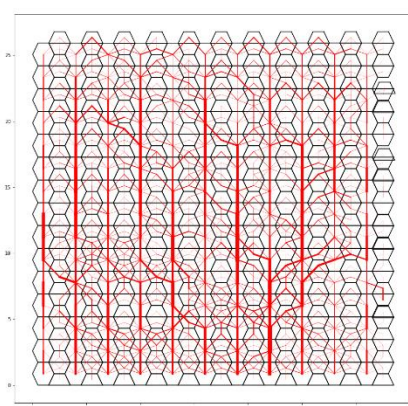
fél hatszög, 99%, 160°



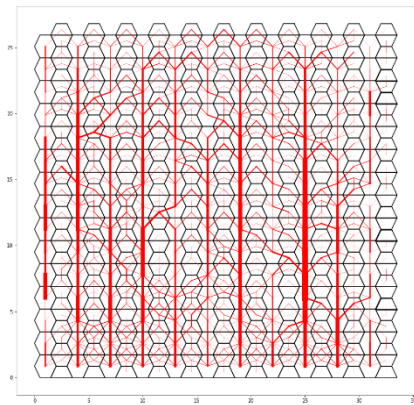
fél hatszög, 99%, 165°



fél hatszög, 99%, 170°

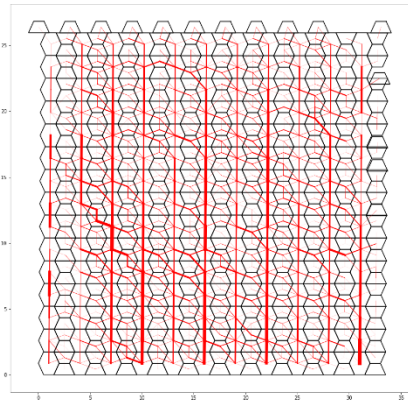


fél hatszög, 99%, 175°

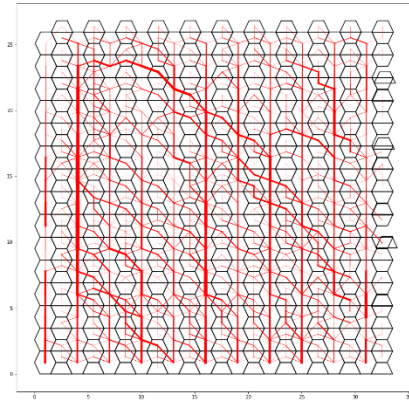


fél hatszög, 99%, 180°

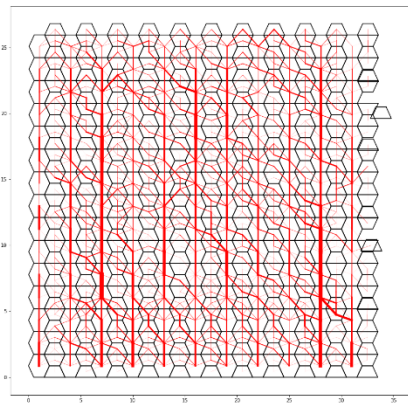




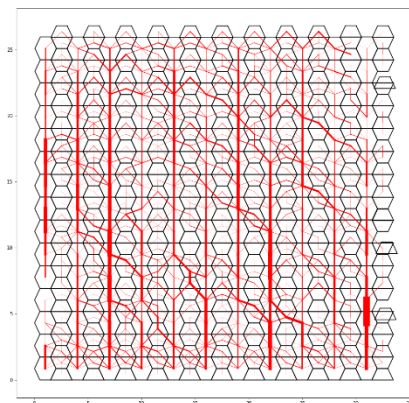
fél hatszög, 98%, 150°



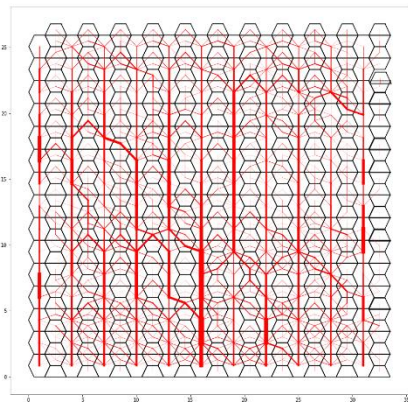
fél hatszög, 98%, 155°



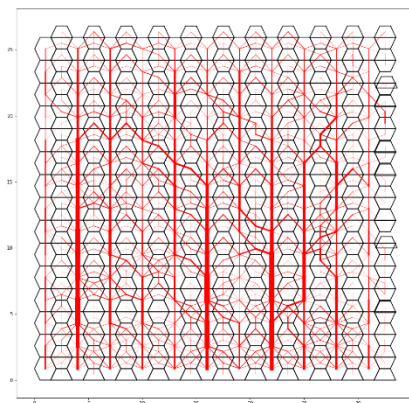
fél hatszög, 98%, 160°



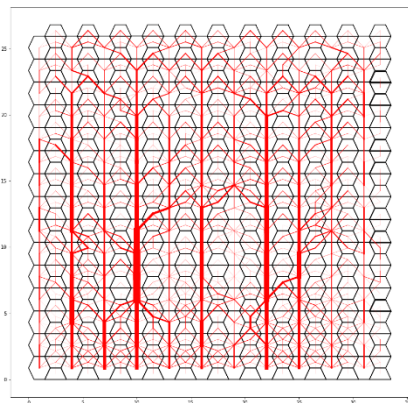
fél hatszög, 98%, 165°



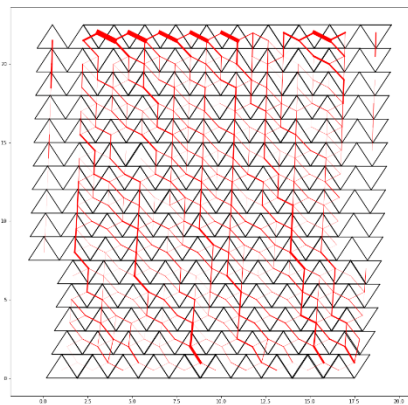
fél hatszög, 98%, 170°



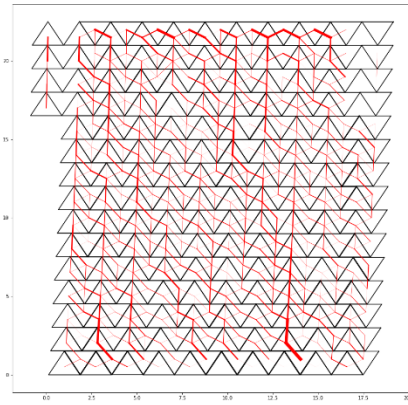
fél hatszög, 98%, 175°



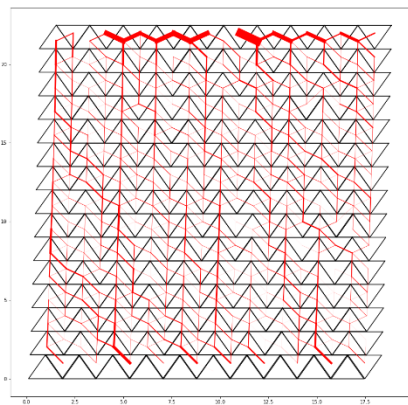
fél hatszög, 98%, 180°



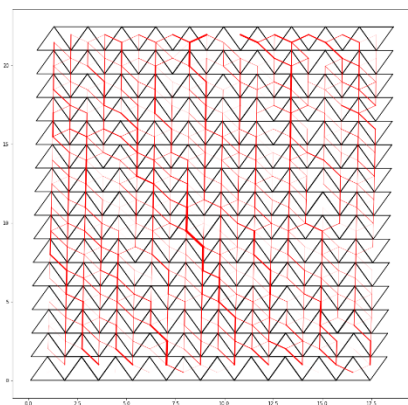
háromszög, 100%, 150°



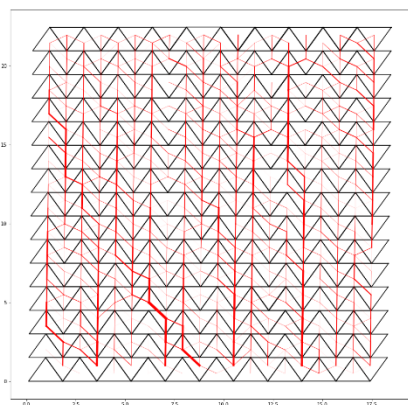
háromszög, 100%, 155°



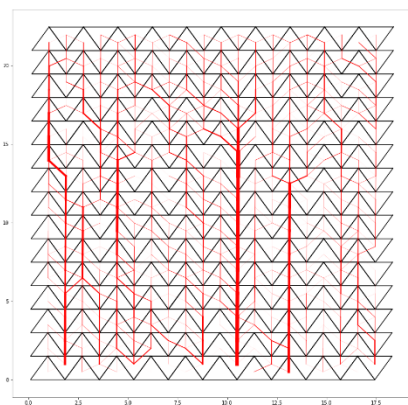
háromszög, 100%, 160°



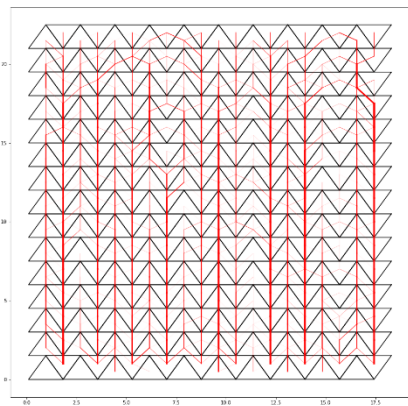
háromszög, 100%, 165°



háromszög, 100%, 170°

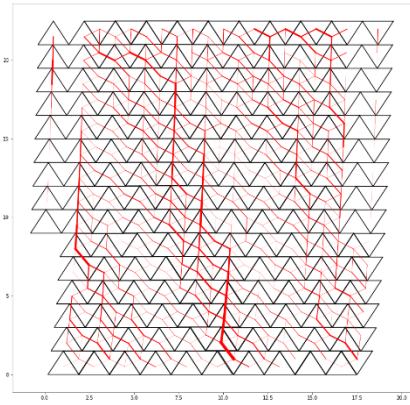


háromszög, 100%, 175°

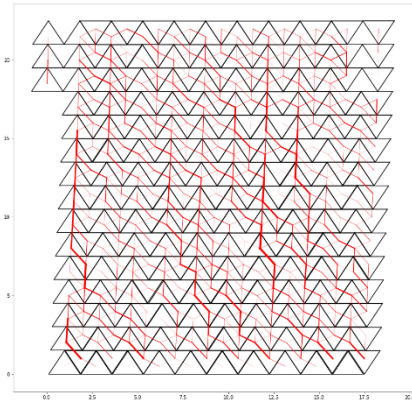


háromszög, 100%, 180°

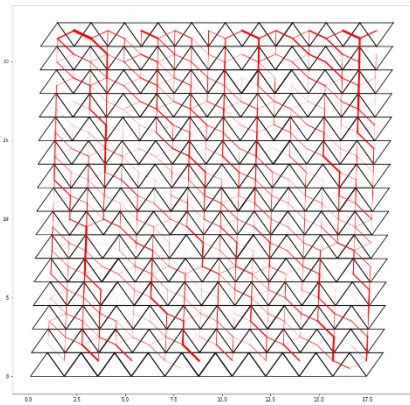




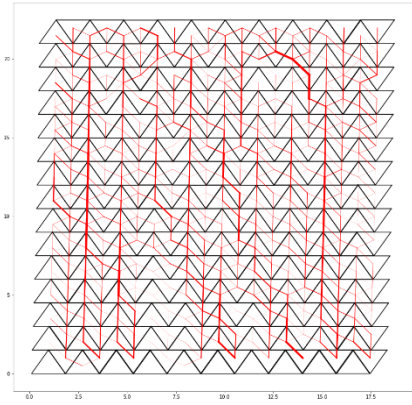
háromszög, 99%, 150°



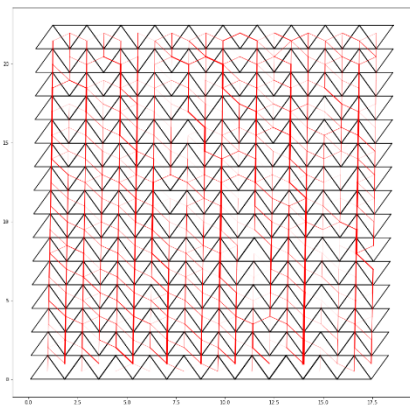
háromszög, 99%, 155°



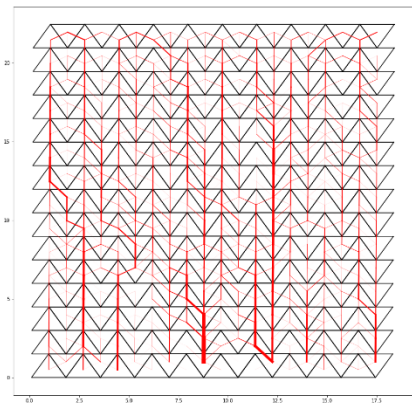
háromszög, 99%, 160°



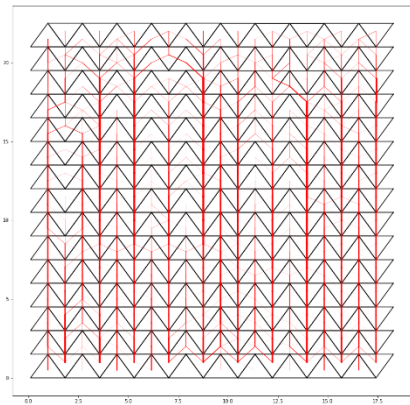
háromszög, 99%, 165°



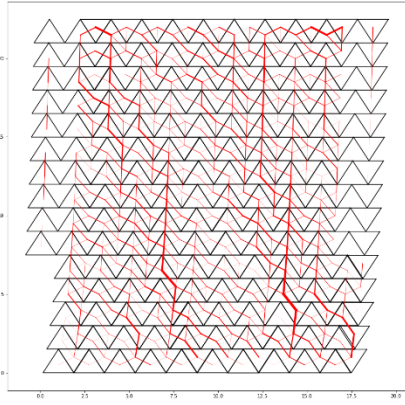
háromszög, 99%, 170°



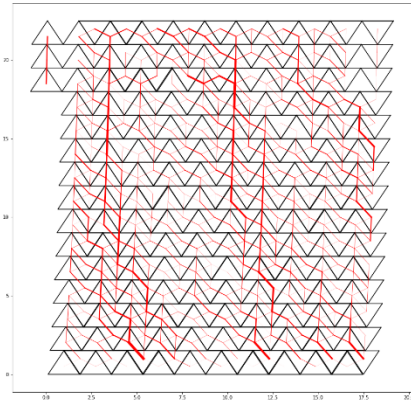
háromszög, 99%, 175°



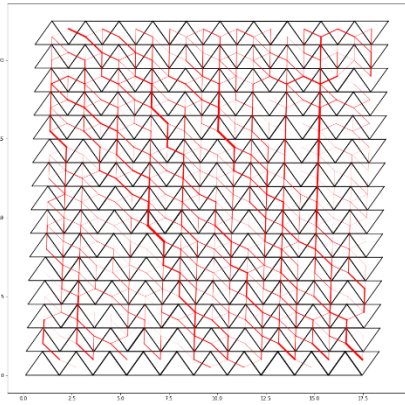
háromszög, 99%, 180°



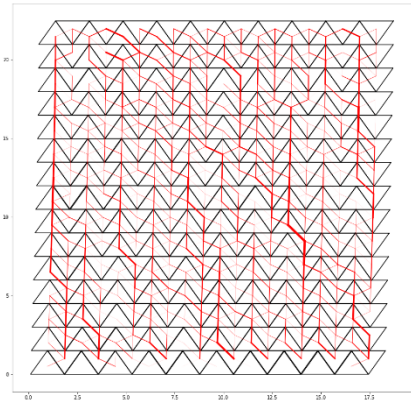
háromszög, 98%, 150°



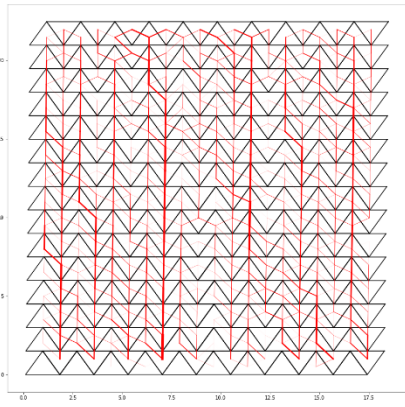
háromszög, 98%, 155°



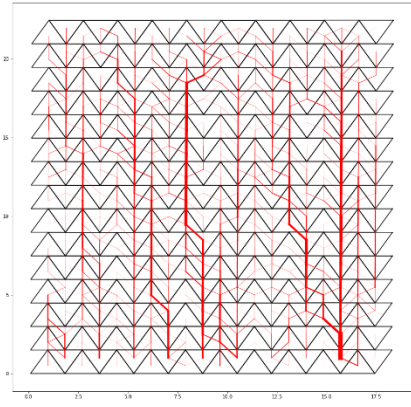
háromszög, 98%, 160°



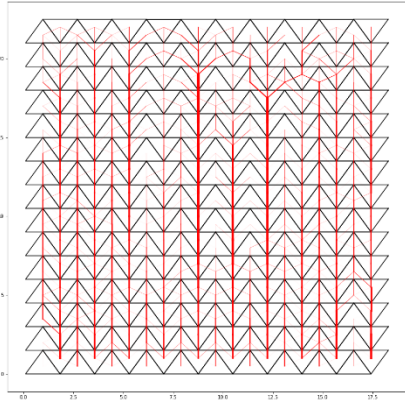
háromszög, 98%, 165°



háromszög, 98%, 170°

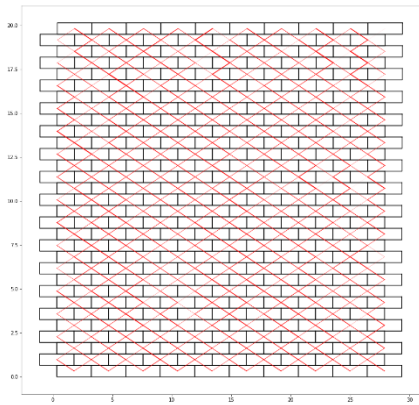


háromszög, 98%, 175°

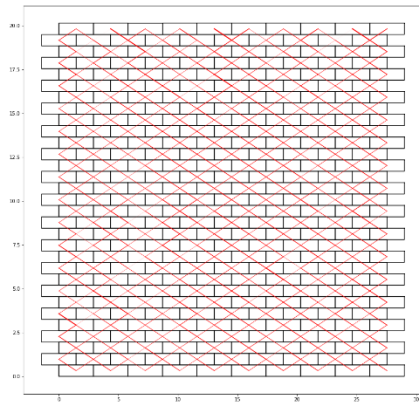


háromszög, 98%, 180°

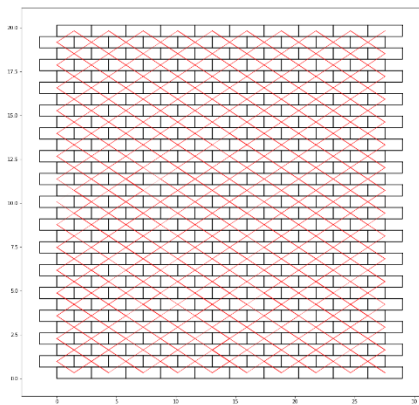




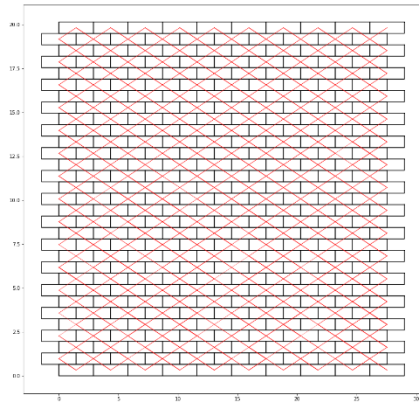
téglafal, feles eltolás, 100%, 150°



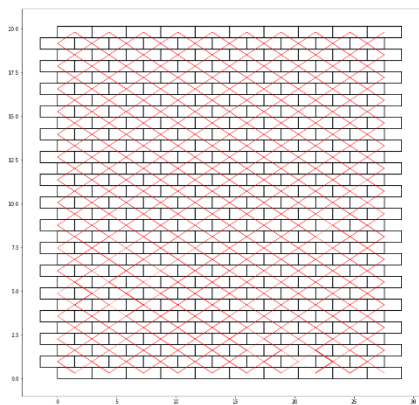
téglafal, feles eltolás, 100%, 155°



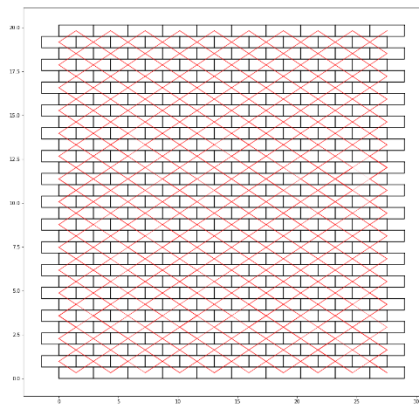
téglafal, feles eltolás, 100%, 160°



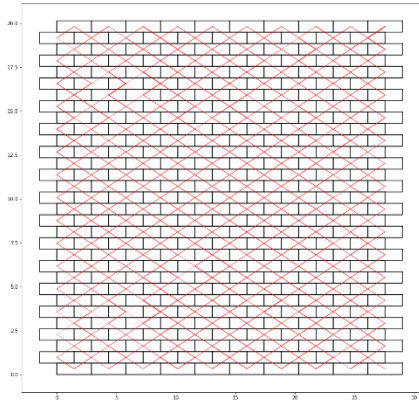
téglafal, feles eltolás, 100%, 165°



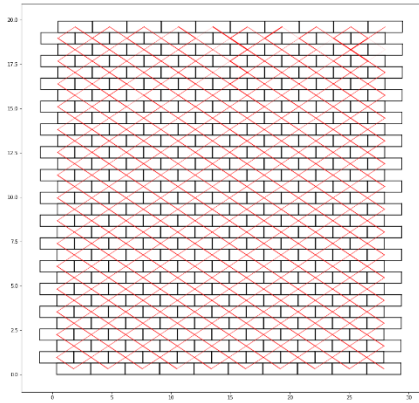
téglafal, feles eltolás, 100%, 170°



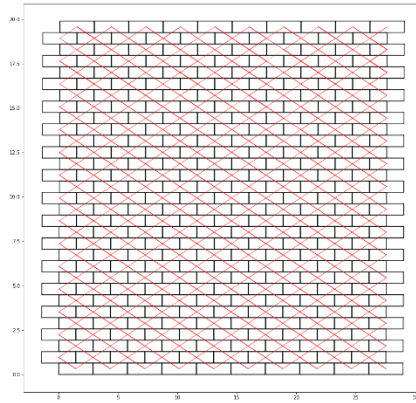
téglafal, feles eltolás, 100%, 175°



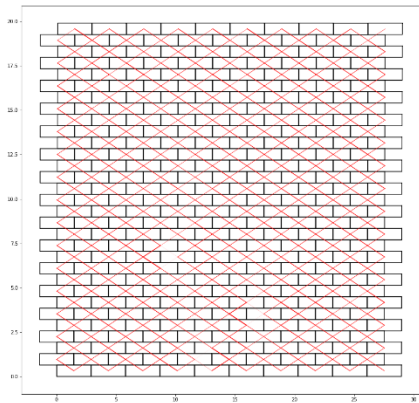
téglafal, feles eltolás, 100%, 180°



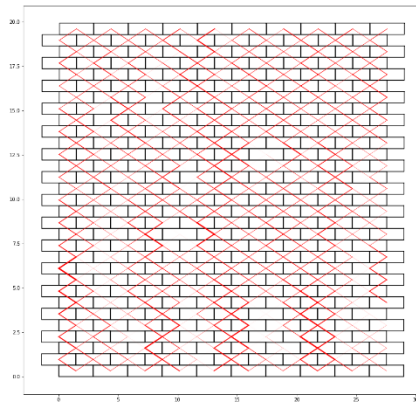
téglafal, feles eltolás, 99%, 150°



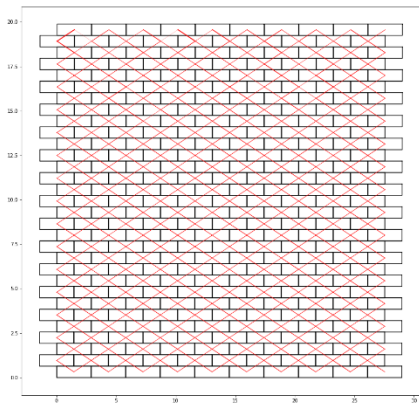
téglafal, feles eltolás, 99%, 155°



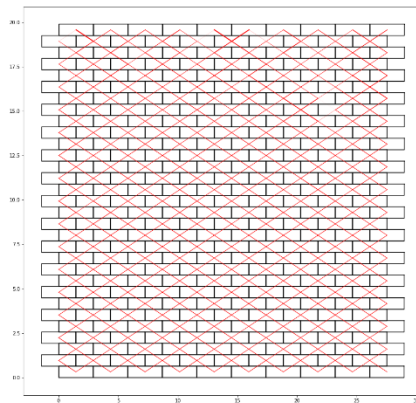
téglafal, feles eltolás, 99%, 160°



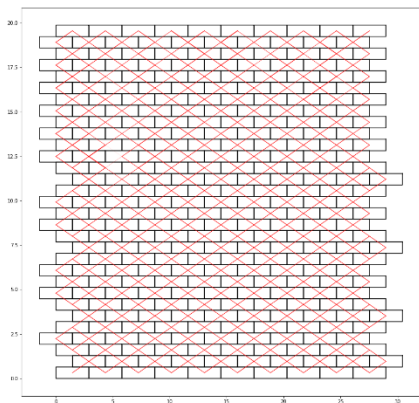
téglafal, feles eltolás, 99%, 165°



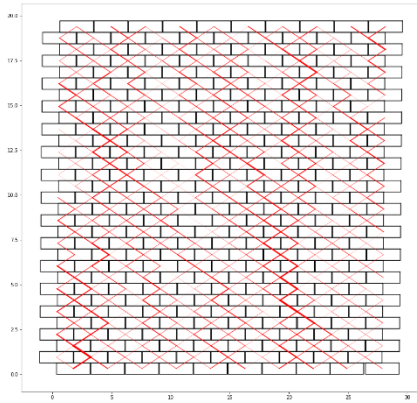
téglafal, feles eltolás, 99%, 170°



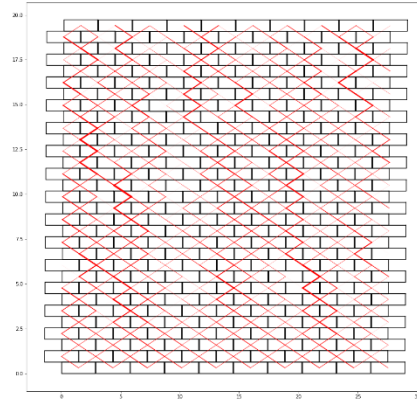
téglafal, feles eltolás, 99%, 175°



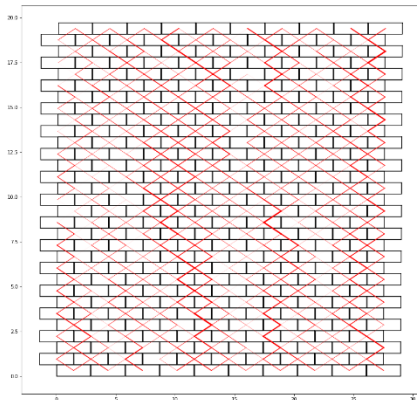
téglafal, feles eltolás, 99%, 180°



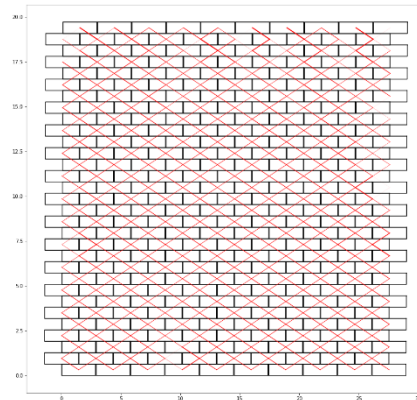
téglafal, feles eltolás, 98%, 150°



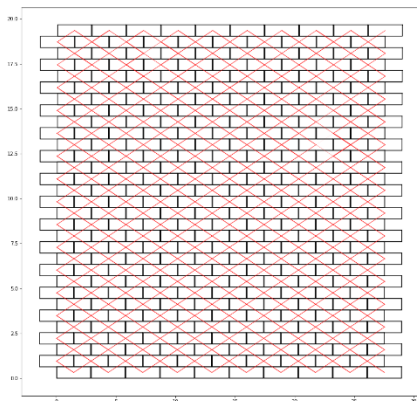
téglafal, feles eltolás, 98%, 155°



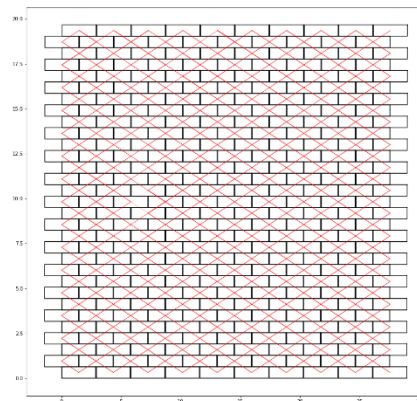
téglafal, feles eltolás, 98%, 160°



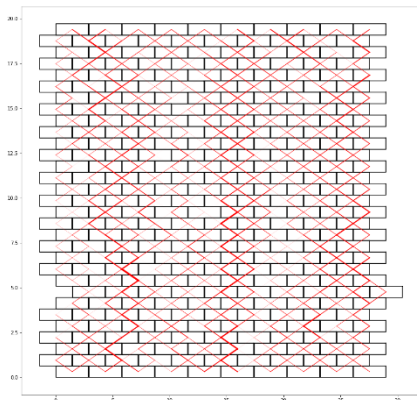
téglafal, feles eltolás, 98%, 165°



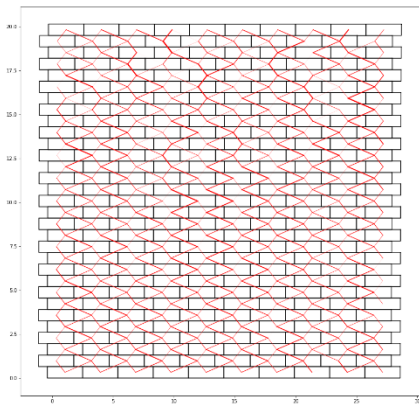
téglafal, feles eltolás, 98%, 170°



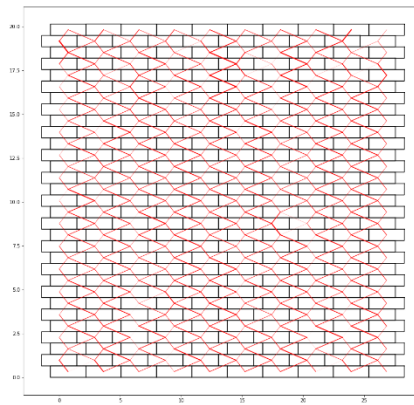
téglafal, feles eltolás, 98%, 175°



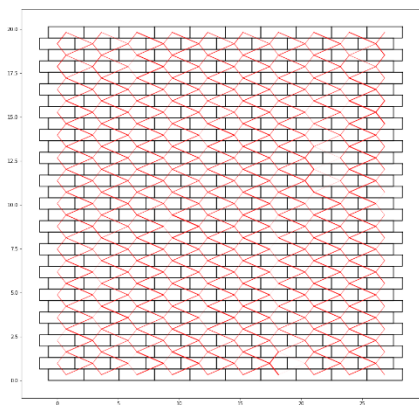
téglafal, feles eltolás, 98%, 180°



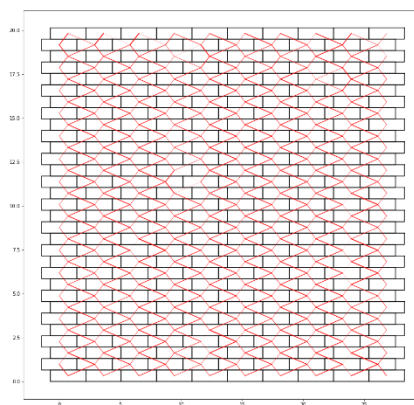
téglafal, negyed eltolás, 100%, 150°



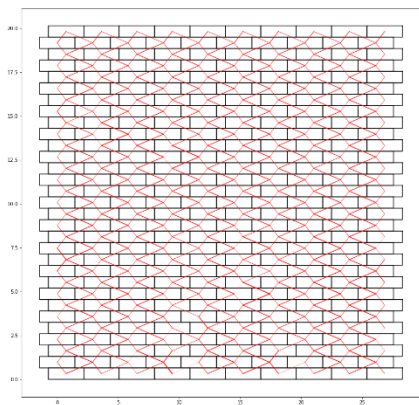
téglafal, negyed eltolás, 100%, 155°



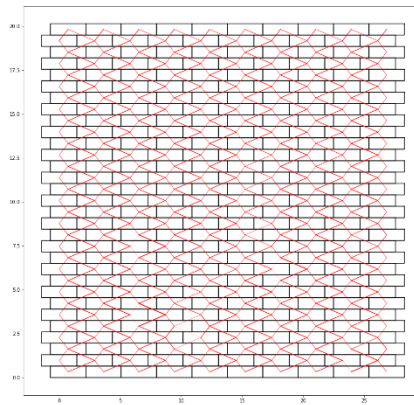
téglafal, negyed eltolás, 100%, 160°



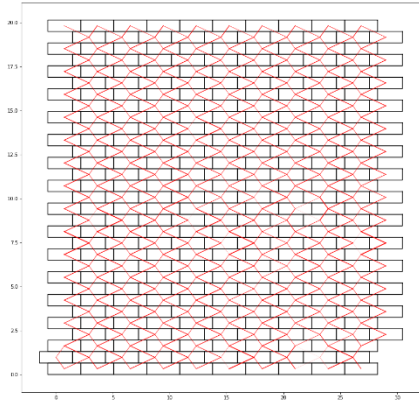
téglafal, negyed eltolás, 100%, 165°



téglafal, negyed eltolás, 100%, 170°

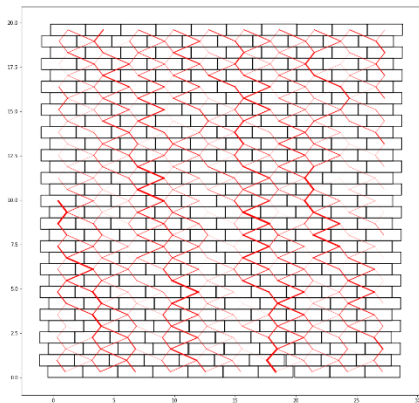


téglafal, negyed eltolás, 100%, 175°

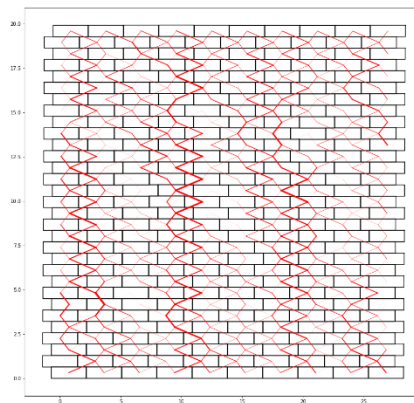


téglafal, negyed eltolás, 100%, 180°

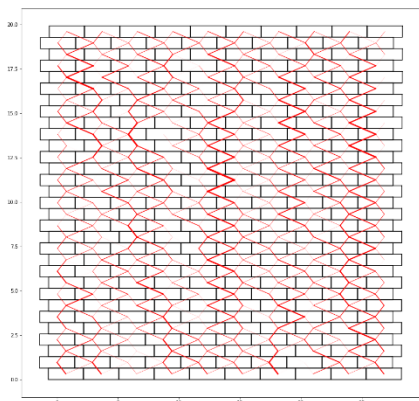




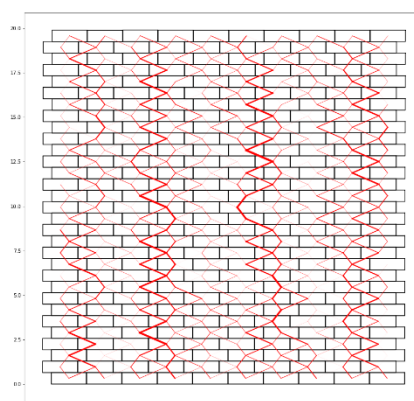
téglafal, negyed eltolás, 99%, 150°



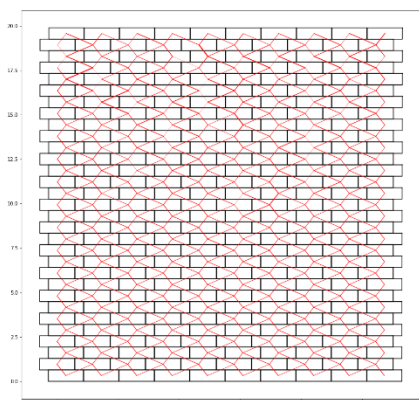
téglafal, negyed eltolás, 99%, 155°



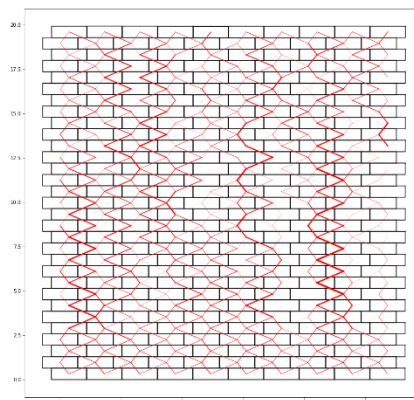
téglafal, negyed eltolás, 99%, 160°



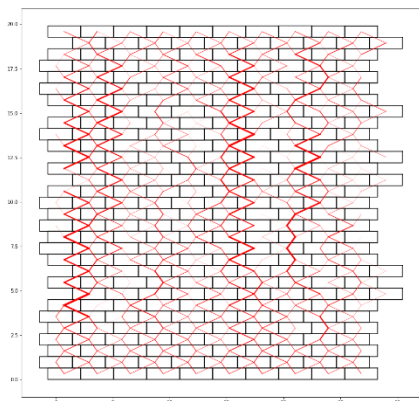
téglafal, negyed eltolás, 99%, 165°



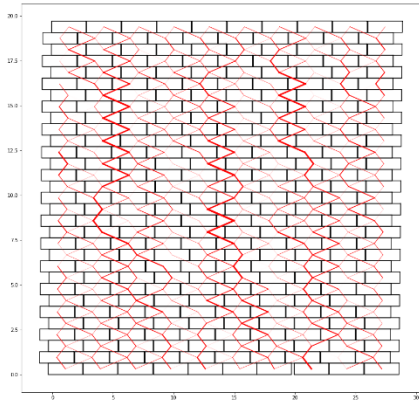
téglafal, negyed eltolás, 99%, 170°



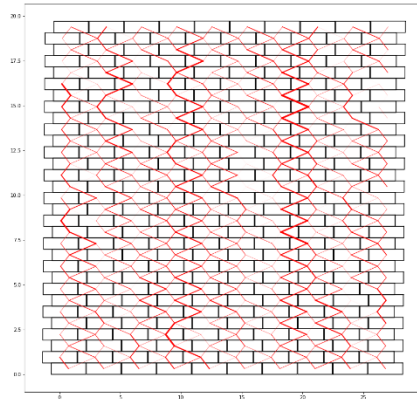
téglafal, negyed eltolás, 99%, 175°



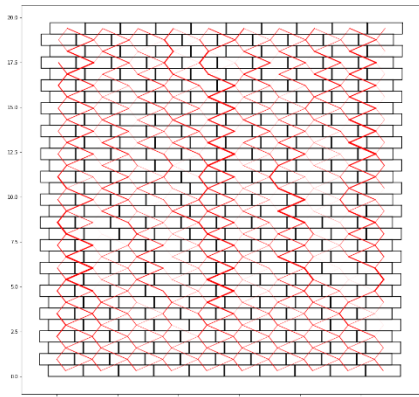
téglafal, negyed eltolás, 99%, 180°



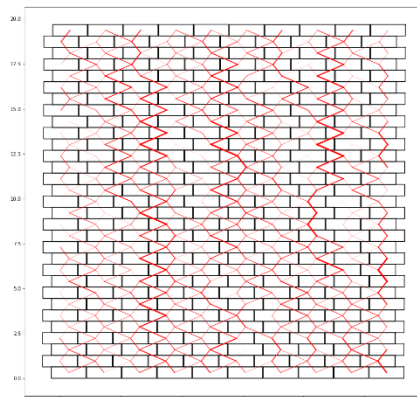
téglafal, negyed eltolás, 98%, 150°



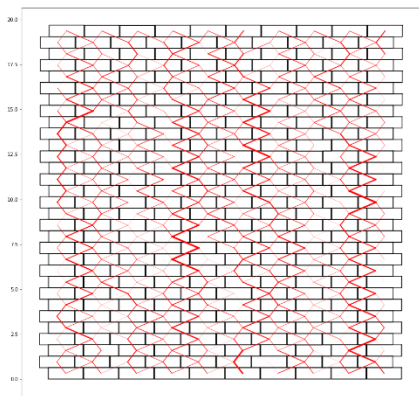
téglafal, negyed eltolás, 98%, 155°



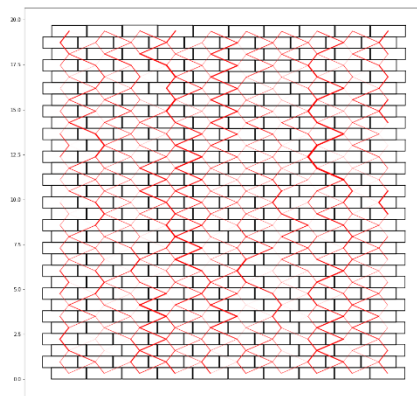
téglafal, negyed eltolás, 98%, 160°



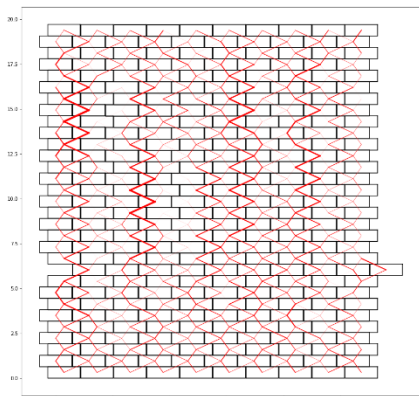
téglafal, negyed eltolás, 98%, 165°



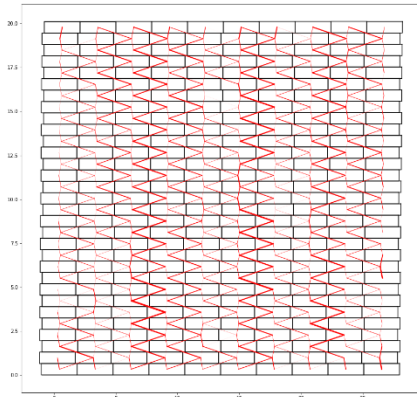
téglafal, negyed eltolás, 98%, 170°



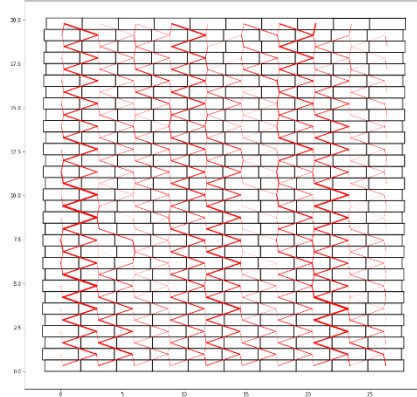
téglafal, negyed eltolás, 98%, 175°



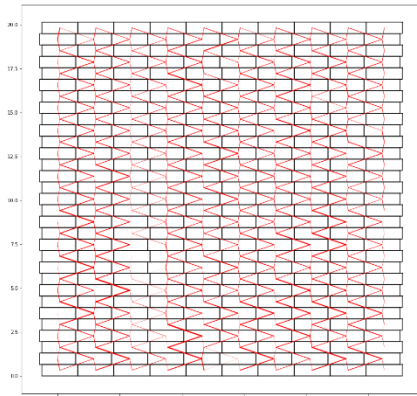
téglafal, negyed eltolás, 98%, 180°



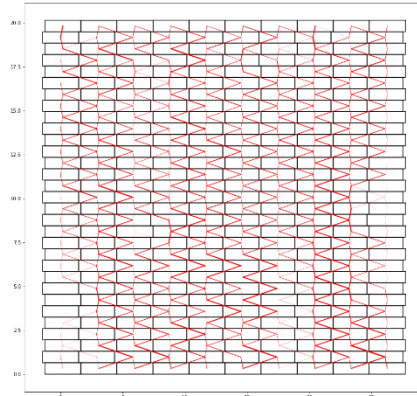
téglafal, nyolcad eltolás, 100%, 150°



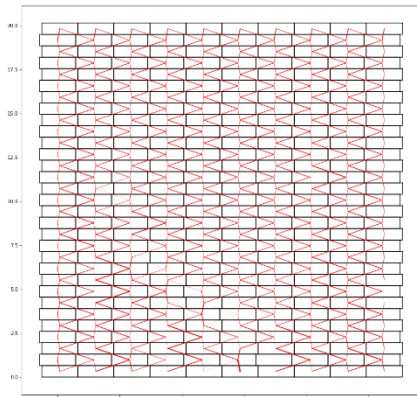
téglafal, nyolcad eltolás, 100%, 155°



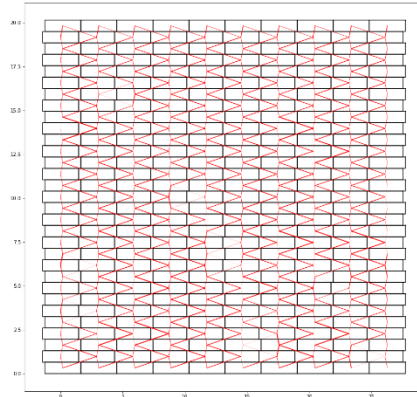
téglafal, nyolcad eltolás, 100%, 160°



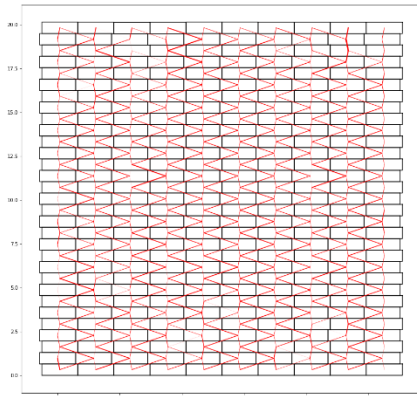
téglafal, nyolcad eltolás, 100%, 165°



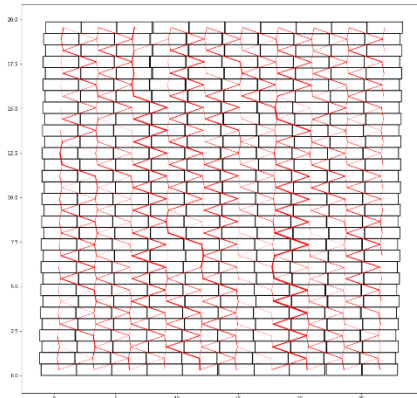
téglafal, nyolcad eltolás, 100%, 170°



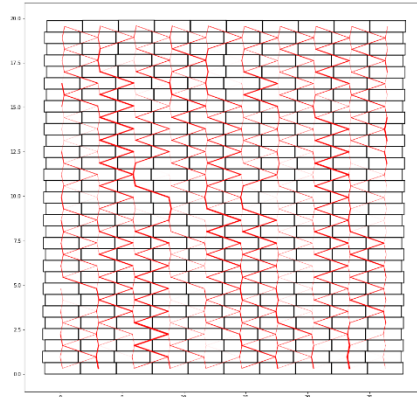
téglafal, nyolcad eltolás, 100%, 175°



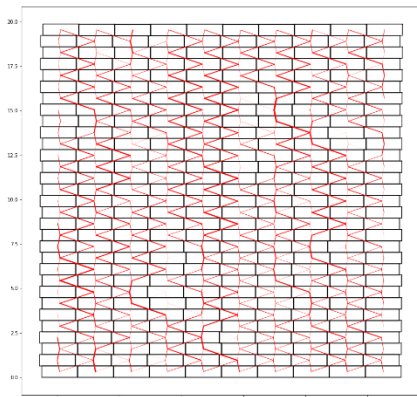
téglafal, nyolcad eltolás, 100%, 180°



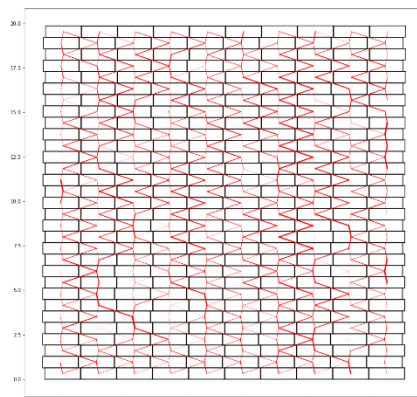
téglafal, nyolcad eltolás, 99%, 150°



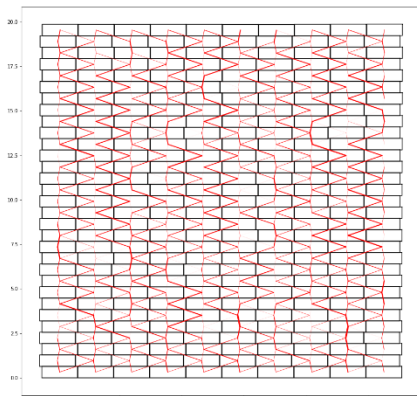
téglafal, nyolcad eltolás, 99%, 155°



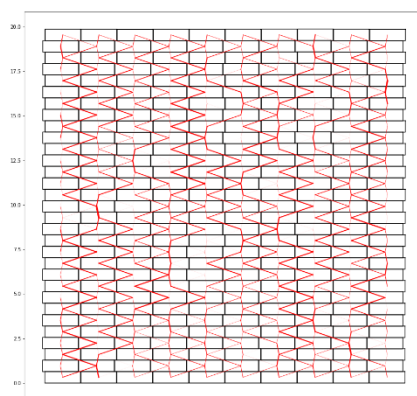
téglafal, nyolcad eltolás, 99%, 160°



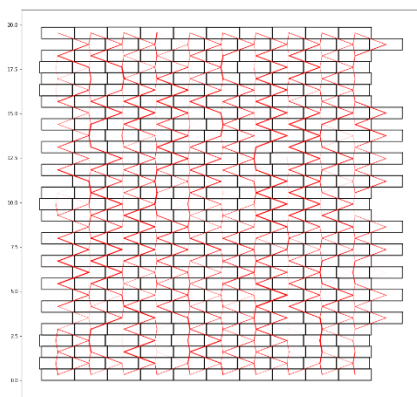
téglafal, nyolcad eltolás, 99%, 165°



téglafal, nyolcad eltolás, 99%, 170°

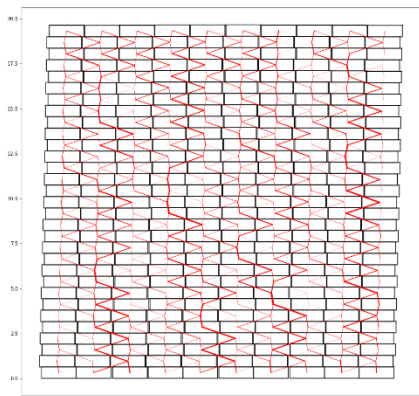


téglafal, nyolcad eltolás, 99%, 175°

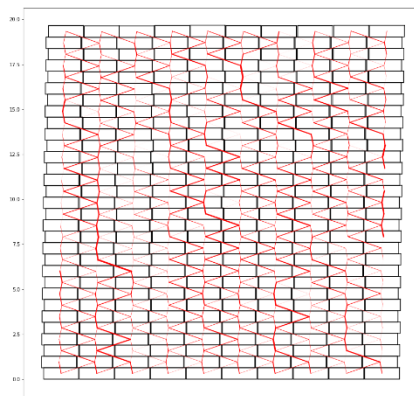


téglafal, nyolcad eltolás, 99%, 180°

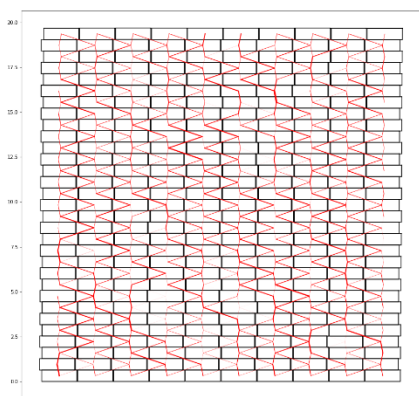




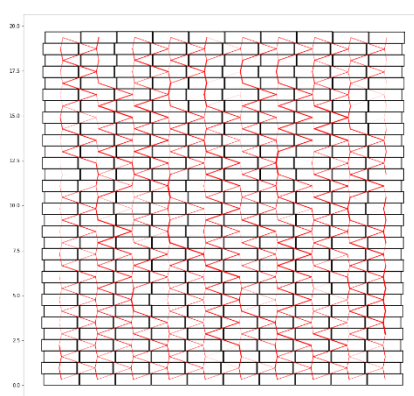
téglafal, nyolcad eltolás, 98%, 150°



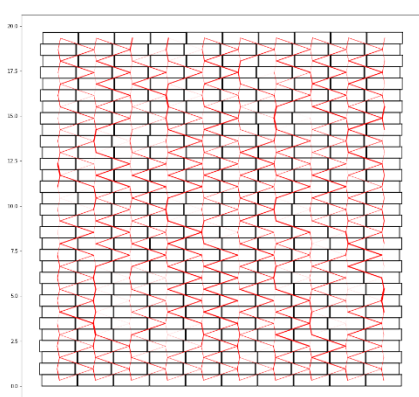
téglafal, nyolcad eltolás, 98%, 155°



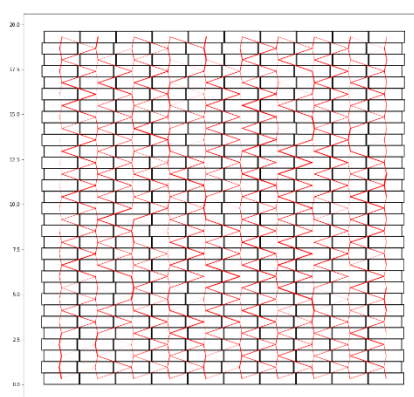
téglafal, nyolcad eltolás, 98%, 160°



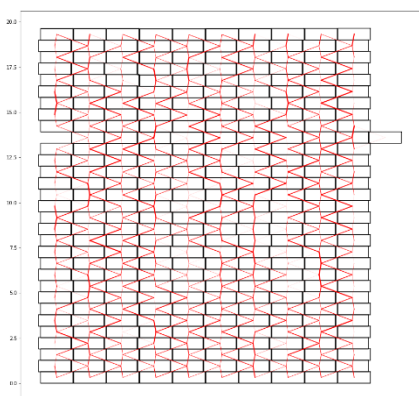
téglafal, nyolcad eltolás, 98%, 165°



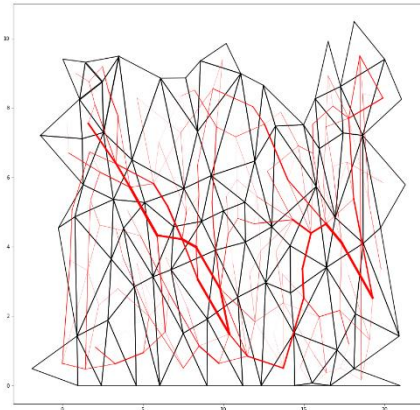
téglafal, nyolcad eltolás, 98%, 170°



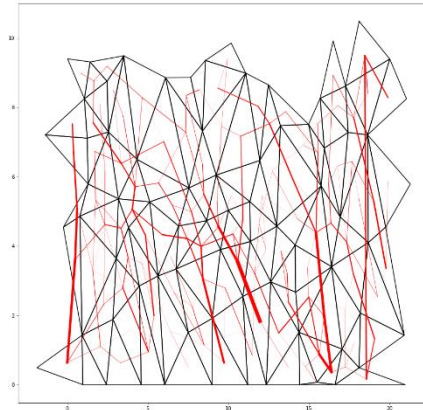
téglafal, nyolcad eltolás, 98%, 175°



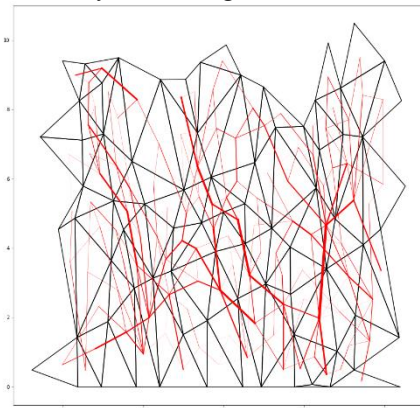
téglafal, nyolcad eltolás, 98%, 180°



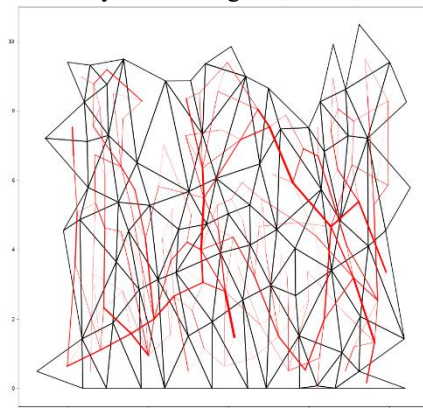
Delaunay-háromszögelés, 100%, 150°



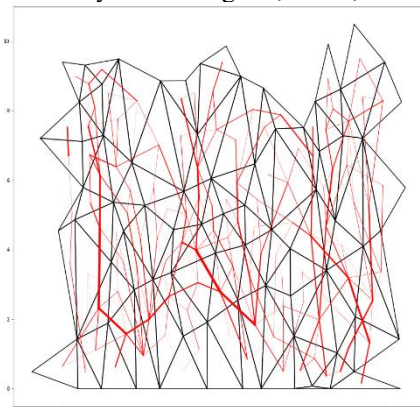
Delaunay-háromszögelés, 100%, 155°



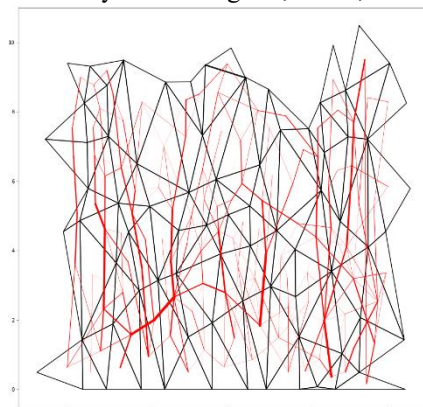
Delaunay-háromszögelés, 100%, 160°



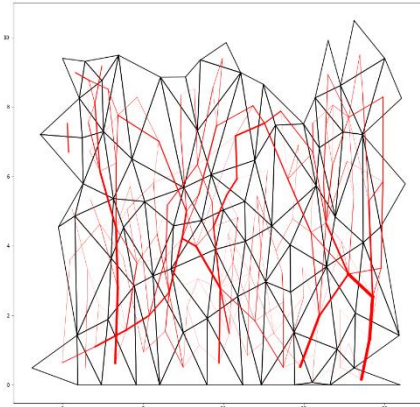
Delaunay-háromszögelés, 100%, 165°



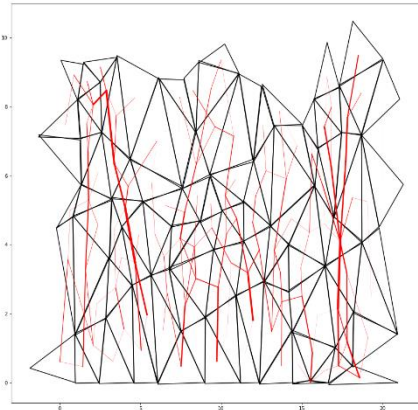
Delaunay-háromszögelés, 100%, 170°



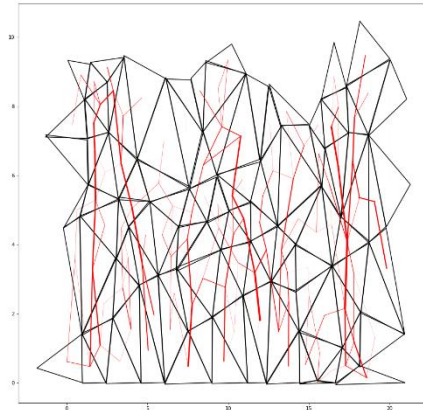
Delaunay-háromszögelés, 100%, 175°



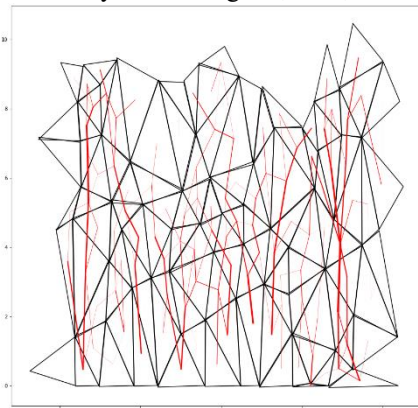
Delaunay-háromszögelés, 100%, 180°



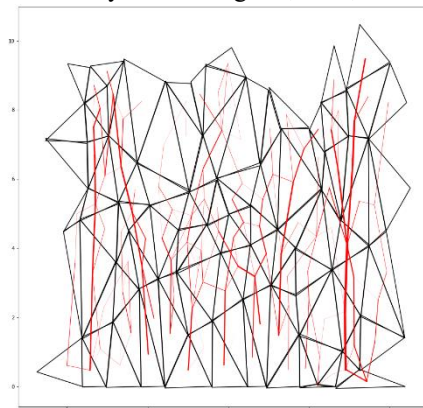
**Delaunay-háromszögelés, 99%, 150°**



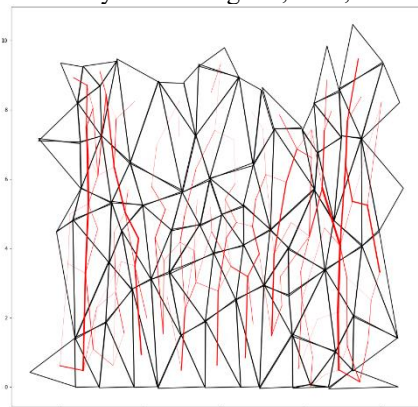
**Delaunay-háromszögelés, 99%, 155°**



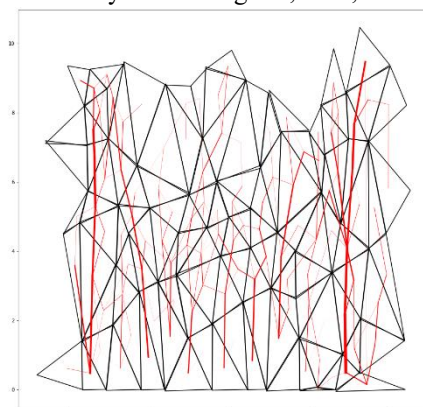
**Delaunay-háromszögelés, 99%, 160°**



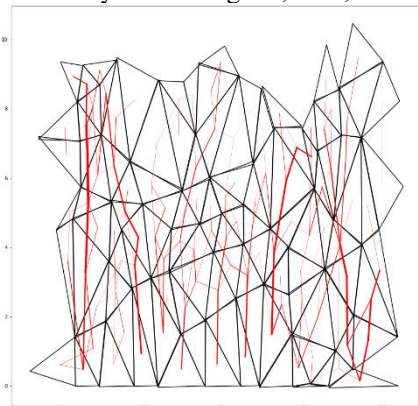
**Delaunay-háromszögelés, 99%, 165°**



**Delaunay-háromszögelés, 99%, 170°**

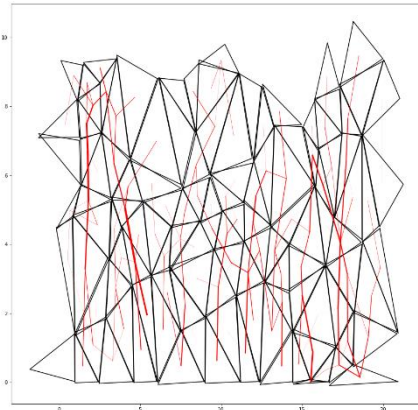


**Delaunay-háromszögelés, 99%, 175°**

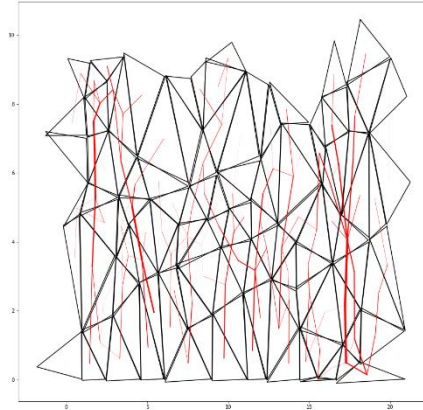


**Delaunay-háromszögelés, 99%, 180°**

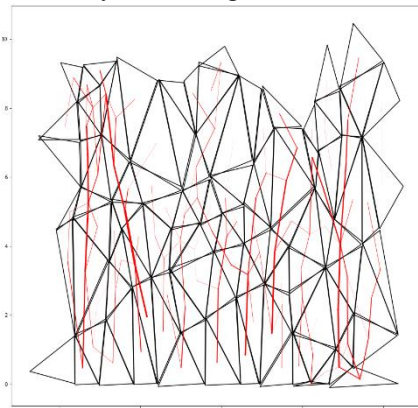




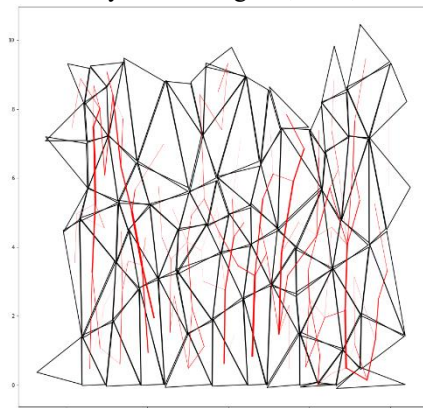
Delaunay-háromszögelés, 98%, 150°



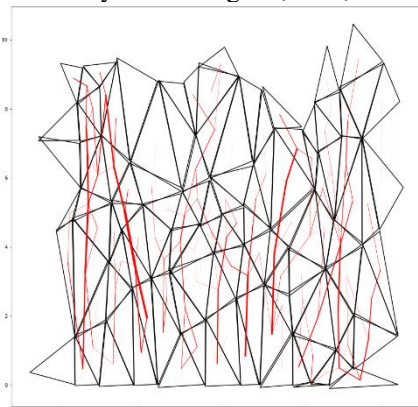
Delaunay-háromszögelés, 98%, 155°



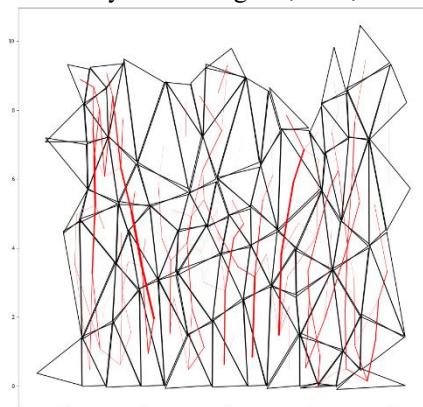
Delaunay-háromszögelés, 98%, 160°



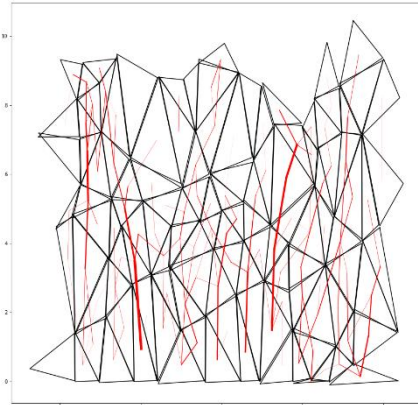
Delaunay-háromszögelés, 98%, 165°



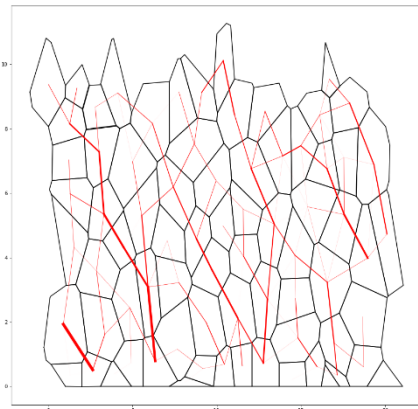
Delaunay-háromszögelés, 98%, 170°



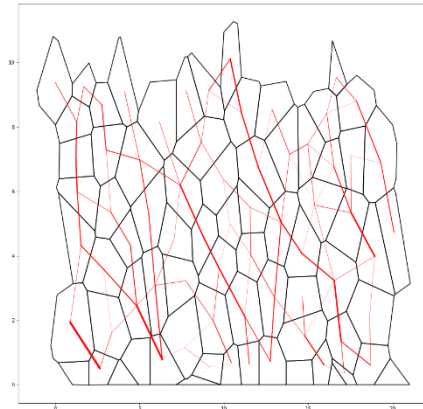
Delaunay-háromszögelés, 98%, 175°



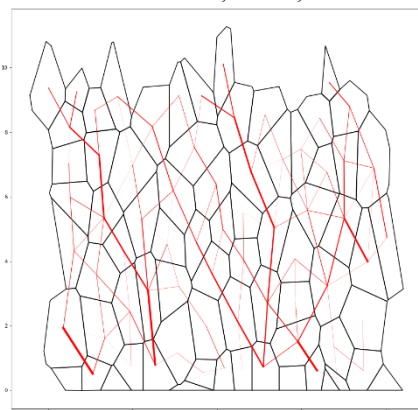
Delaunay-háromszögelés, 98%, 180°



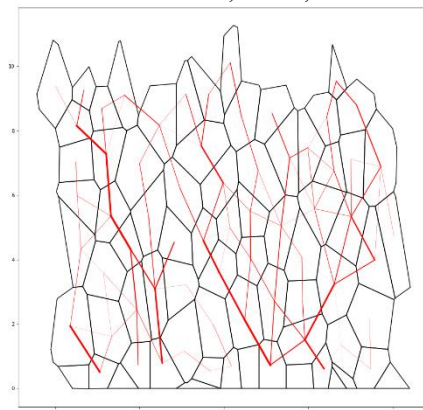
Voronoi-cellák, 100%, 150°



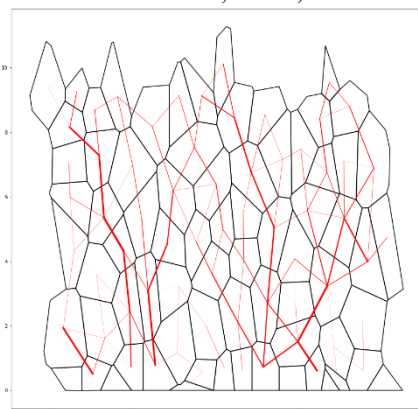
Voronoi-cellák, 100%, 155°



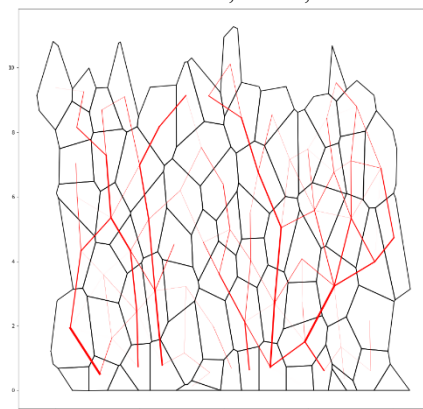
Voronoi-cellák, 100%, 160°



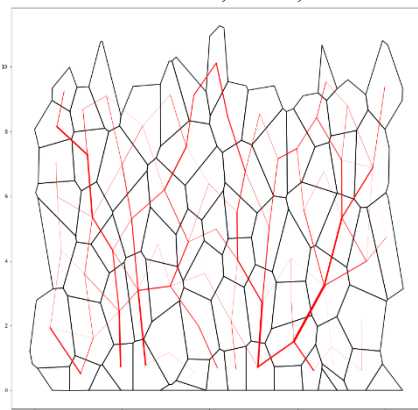
Voronoi-cellák, 100%, 165°



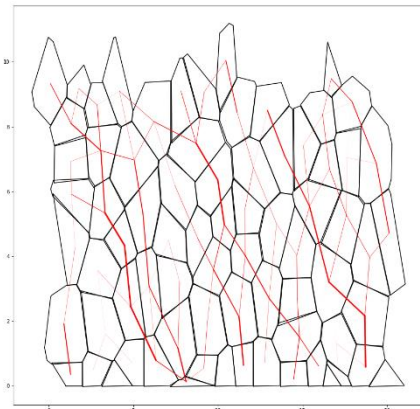
Voronoi-cellák, 100%, 170°



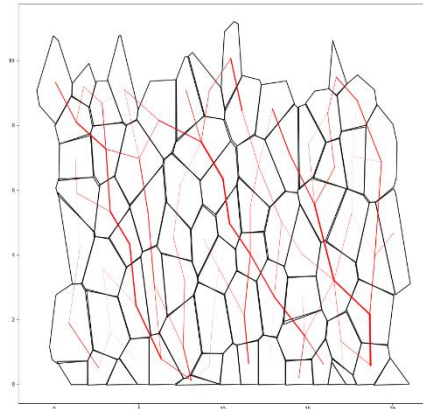
Voronoi-cellák, 100%, 175°



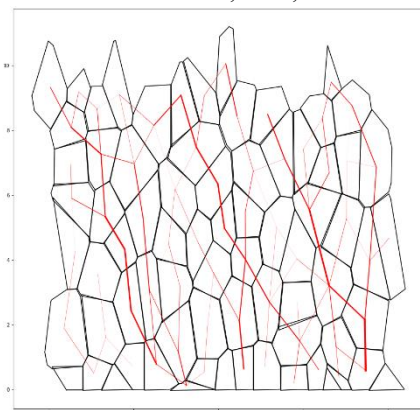
Voronoi-cellák, 100%, 180°



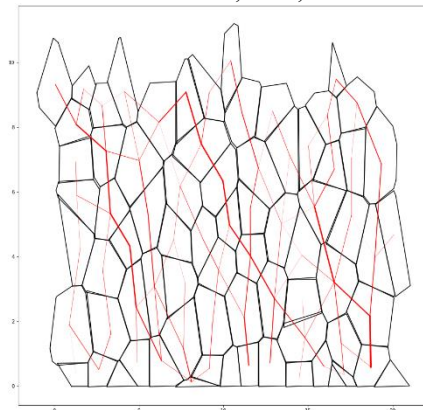
Voronoi-cellák, 99%, 150°



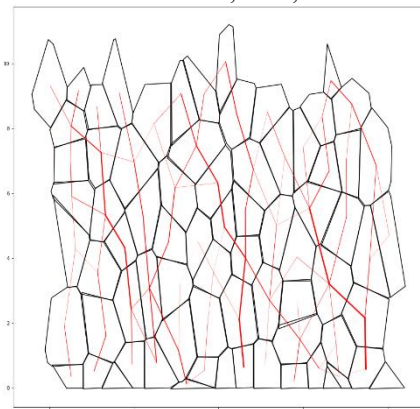
Voronoi-cellák, 99%, 155°



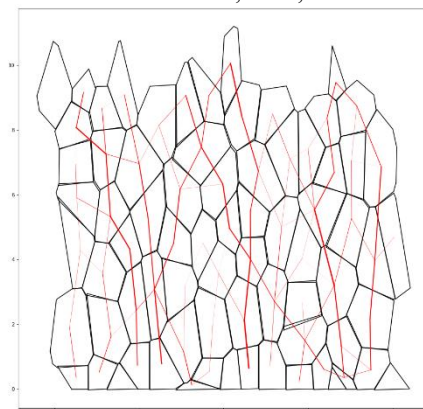
Voronoi-cellák, 99%, 160°



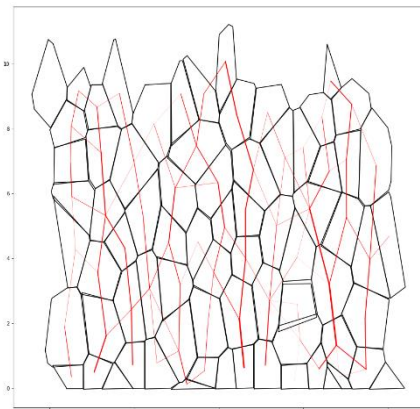
Voronoi-cellák, 99%, 165°



Voronoi-cellák, 99%, 170°

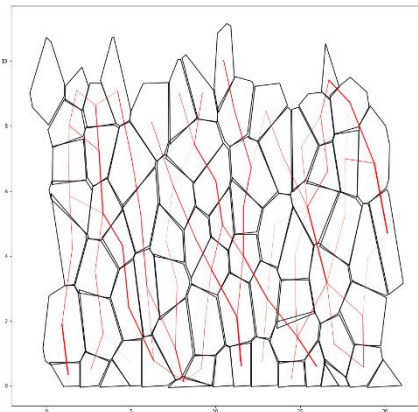


Voronoi-cellák, 99%, 175°

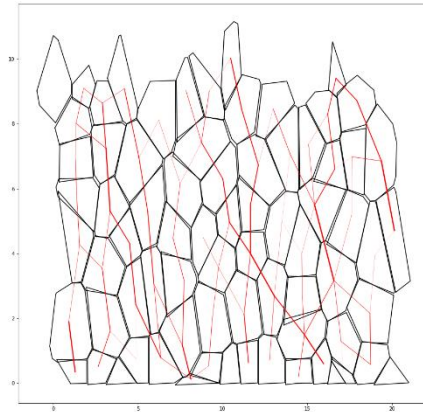


Voronoi-cellák, 99%, 180°

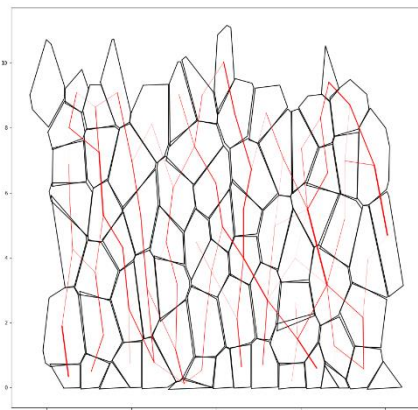




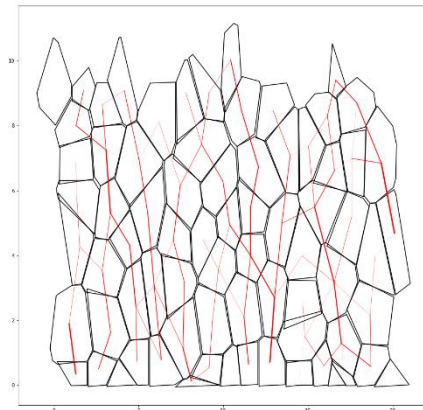
Voronoi-cellák, 98%, 150°



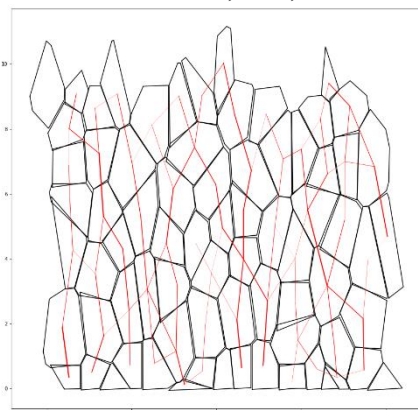
Voronoi-cellák, 98%, 155°



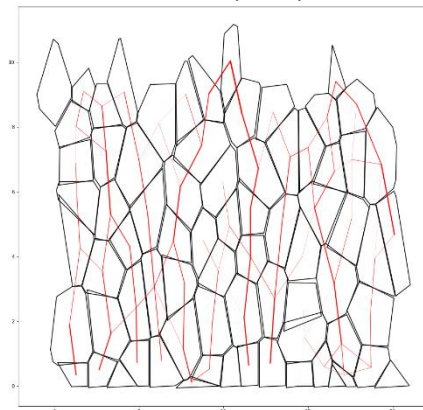
Voronoi-cellák, 98%, 160°



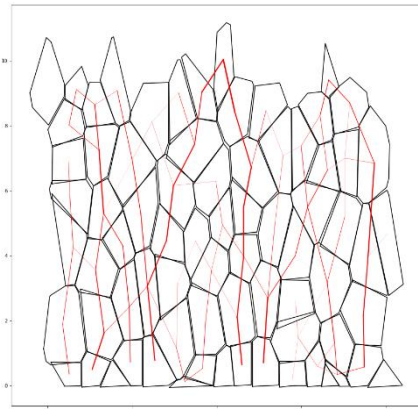
Voronoi-cellák, 98%, 165°



Voronoi-cellák, 98%, 170°

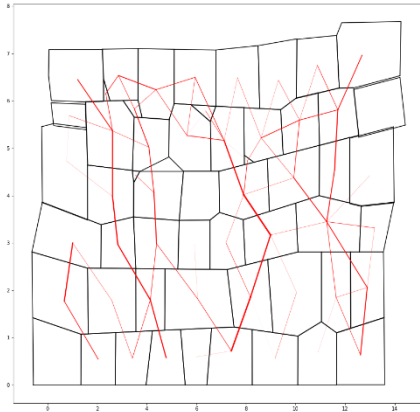


Voronoi-cellák, 98%, 175°

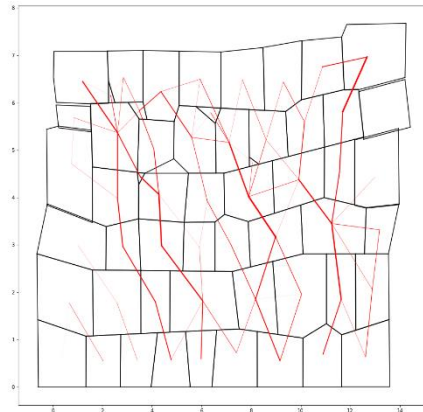


Voronoi-cellák, 98%, 180°

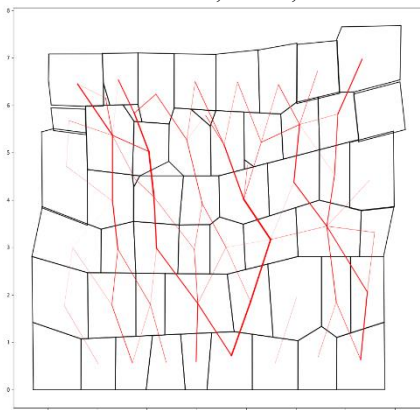




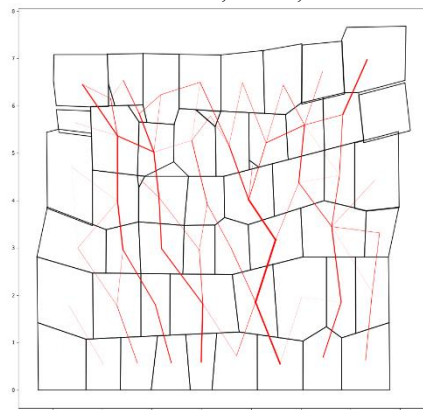
Hadrianus-fal, 100%, 150°



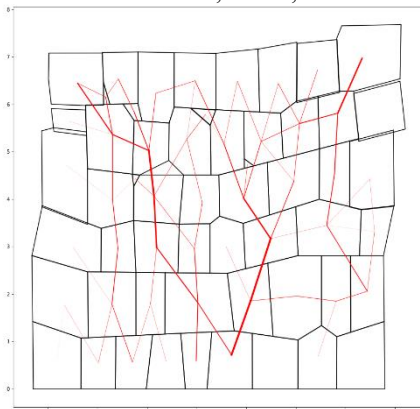
Hadrianus-fal, 100%, 155°



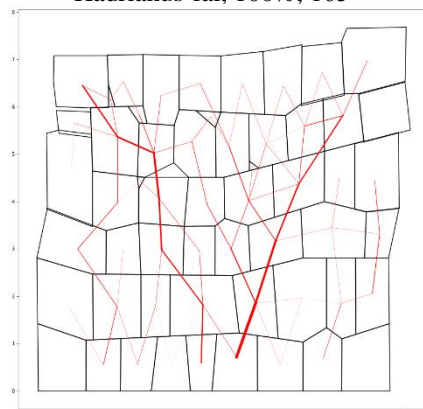
Hadrianus-fal, 100%, 160°



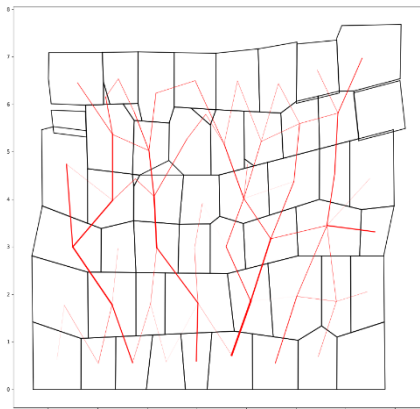
Hadrianus-fal, 100%, 165°



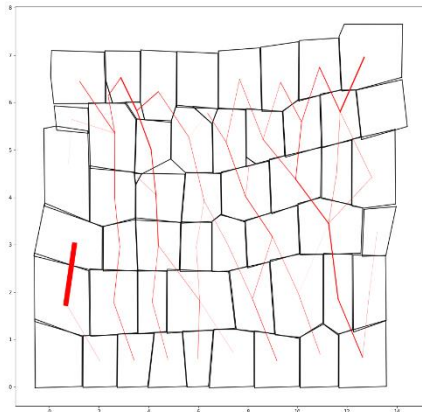
Hadrianus-fal, 100%, 170°



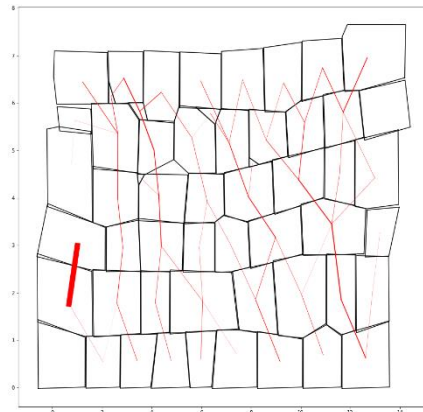
Hadrianus-fal, 100%, 175°



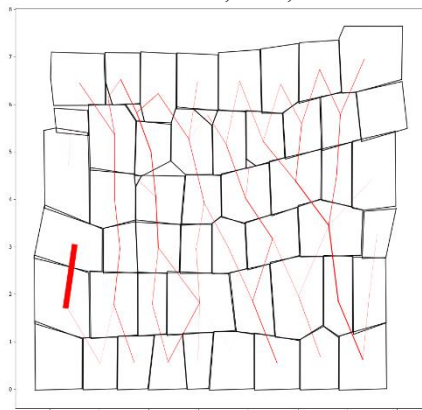
Hadrianus-fal, 100%, 180°



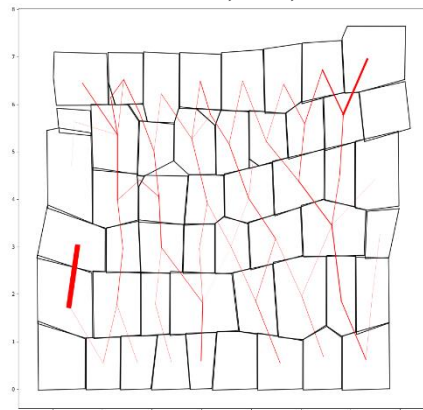
Hadrianus-fal, 99%, 150°



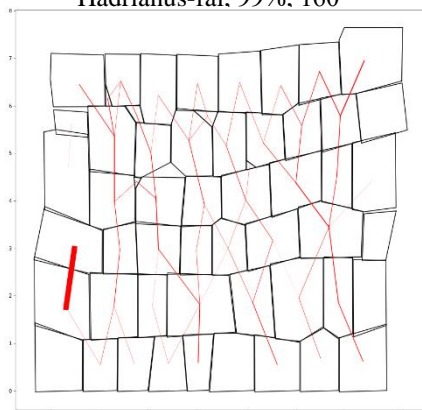
Hadrianus-fal, 99%, 155°



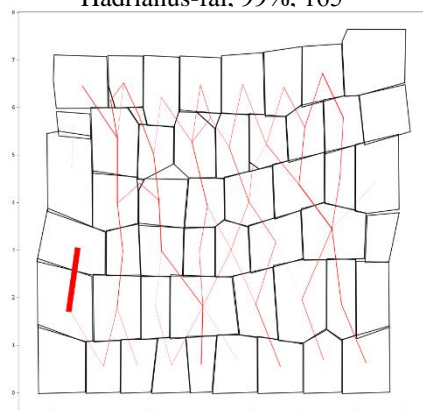
Hadrianus-fal, 99%, 160°



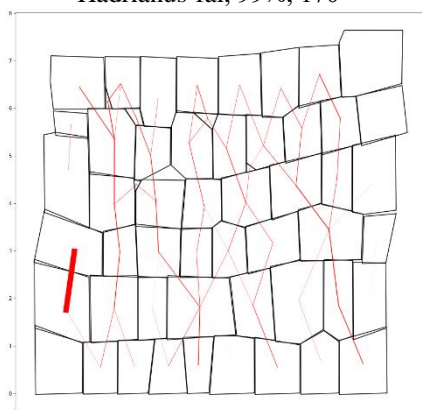
Hadrianus-fal, 99%, 165°



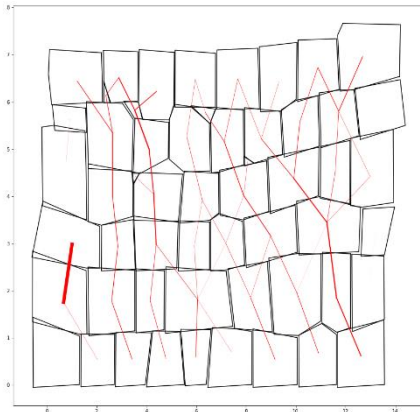
Hadrianus-fal, 99%, 170°



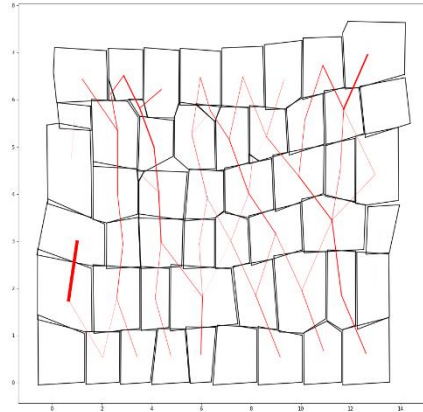
Hadrianus-fal, 99%, 175°



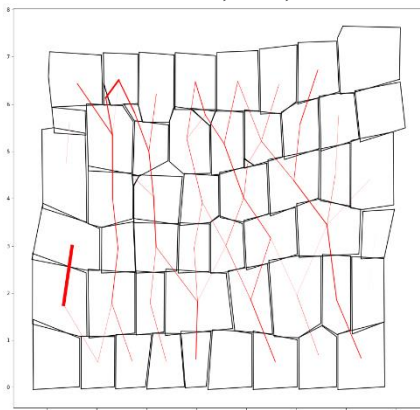
Hadrianus-fal, 99%, 180°



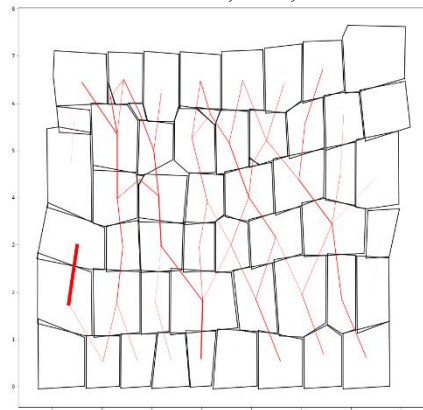
Hadrianus-fal, 98%, 150°



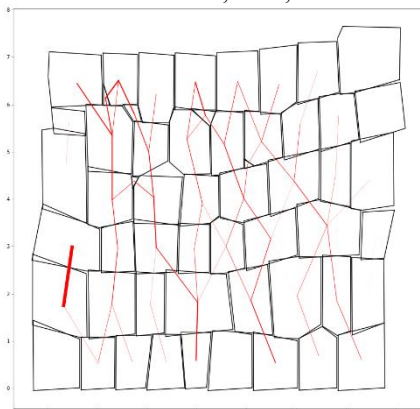
Hadrianus-fal, 98%, 155°



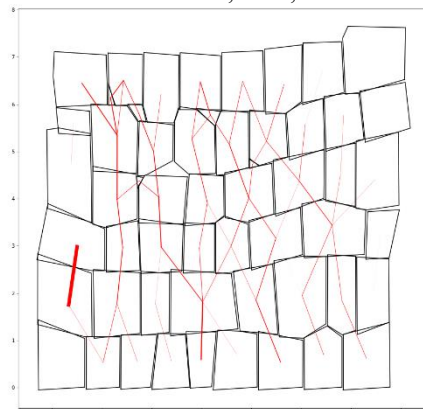
Hadrianus-fal, 98%, 160°



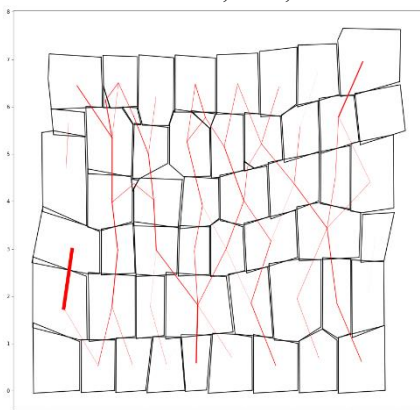
Hadrianus-fal, 98%, 165°



Hadrianus-fal, 98%, 170°

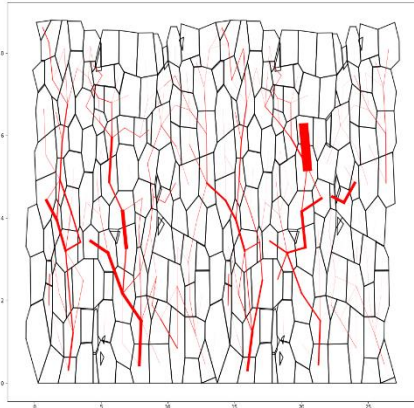


Hadrianus-fal, 98%, 175°

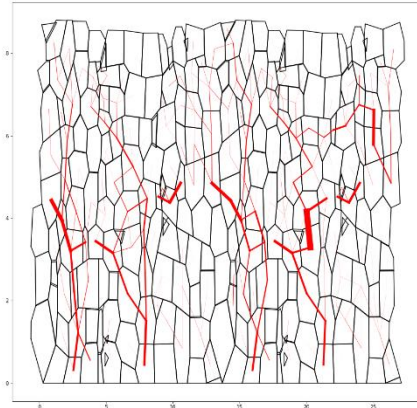


Hadrianus-fal, 98%, 180°

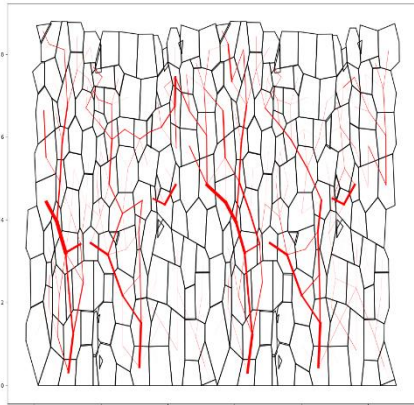




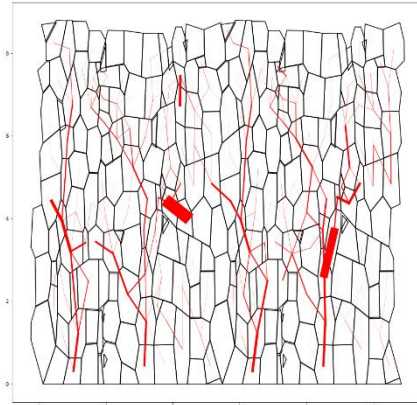
**Machu Picchu, 100%, 150°**



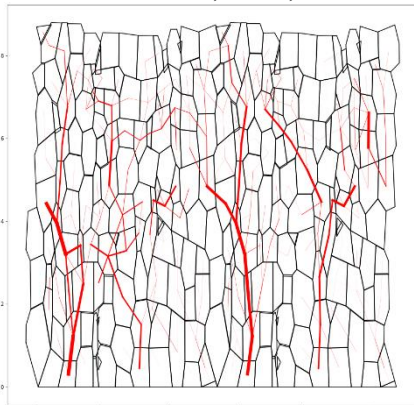
**Machu Picchu, 100%, 155°**



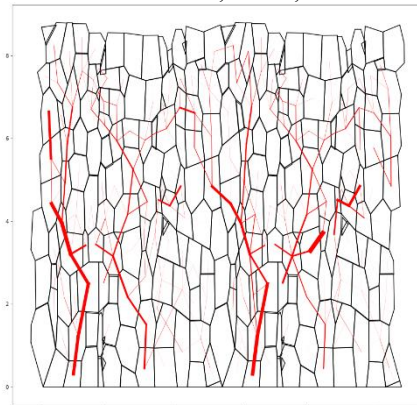
**Machu Picchu, 100%, 160°**



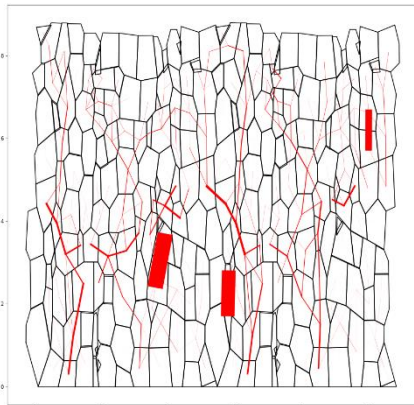
**Machu Picchu, 100%, 165°**



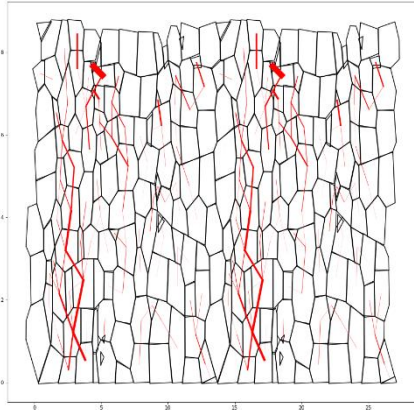
**Machu Picchu, 100%, 170°**



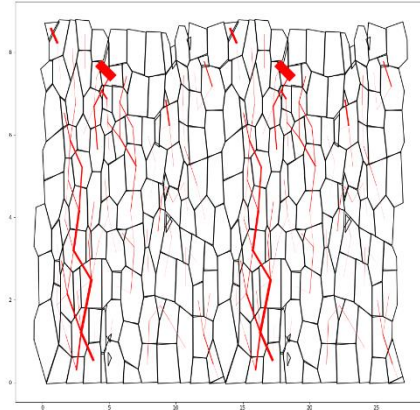
**Machu Picchu, 100%, 175°**



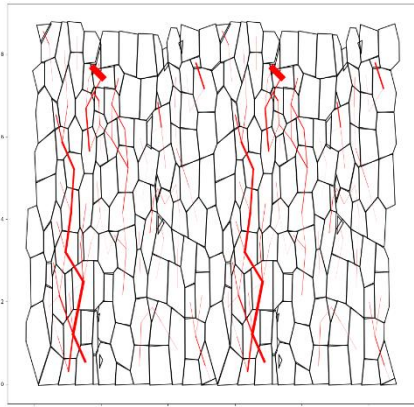
**Machu Picchu, 100%, 180°**



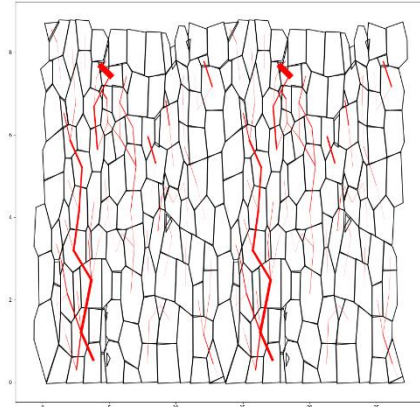
Machu Picchu, 99%, 150°



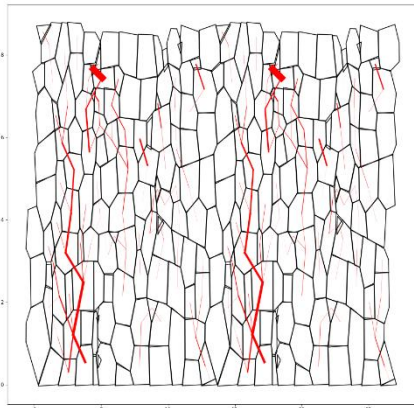
Machu Picchu, 99%, 155°



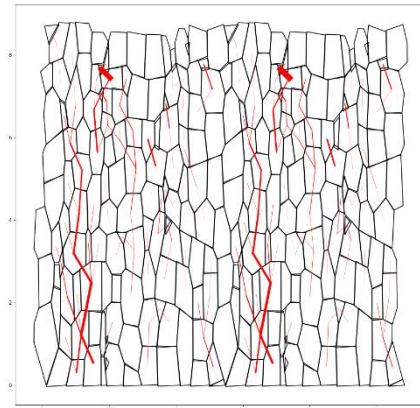
Machu Picchu, 99%, 160°



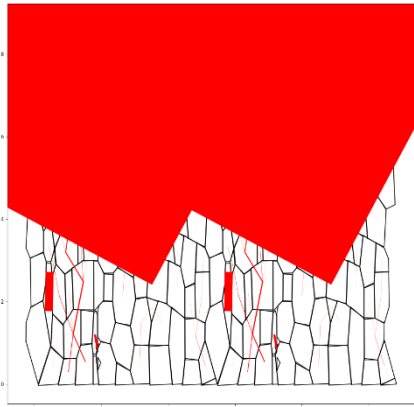
Machu Picchu, 99%, 165°



Machu Picchu, 99%, 170°

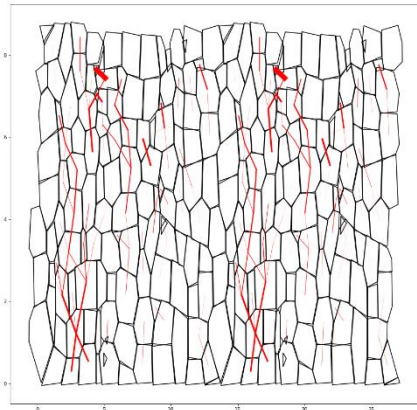


Machu Picchu, 99%, 175°

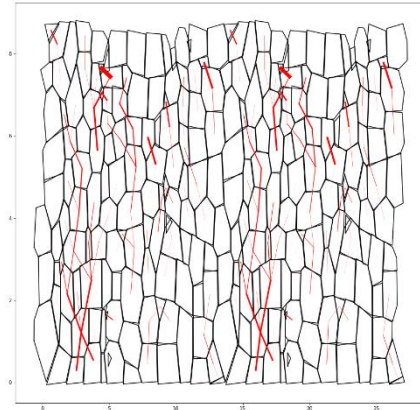


Machu Picchu, 99%, 180°

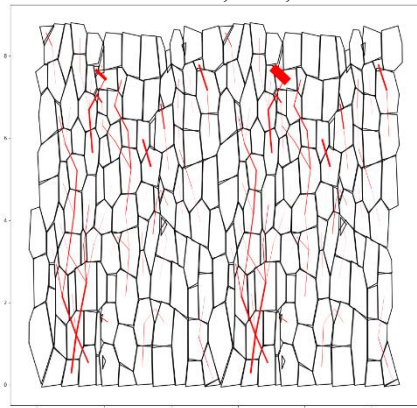




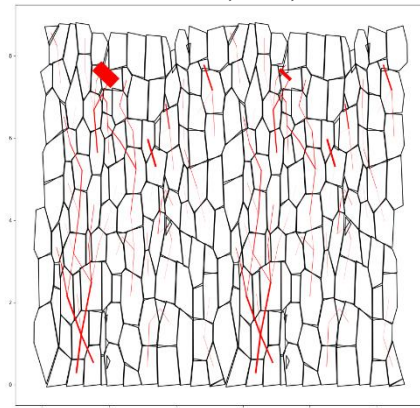
Machu Picchu, 98%, 150°



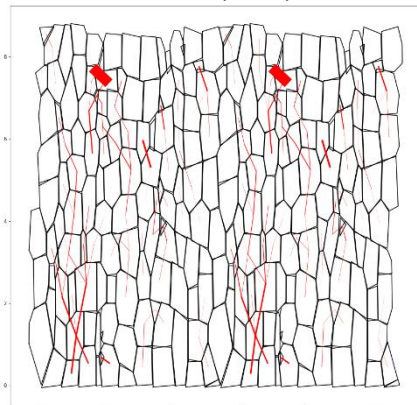
Machu Picchu, 98%, 155°



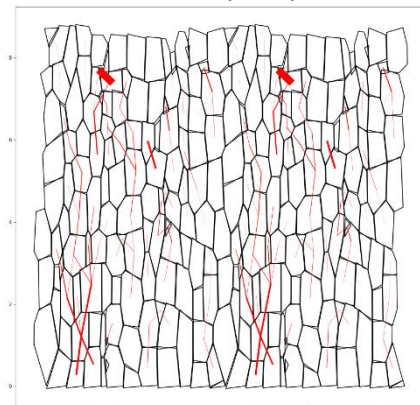
Machu Picchu, 98%, 160°



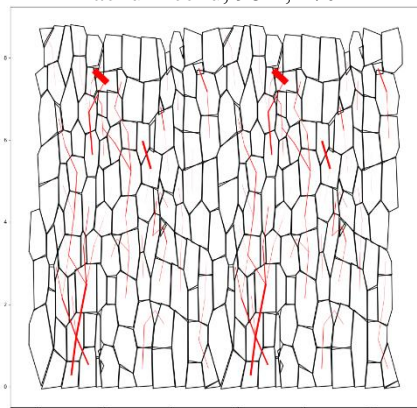
Machu Picchu, 98%, 165°



Machu Picchu, 98%, 170°



Machu Picchu, 98%, 175°



Machu Picchu, 98%, 180°

## 2. Függelék: A szimulációk eredményeit tartalmazó táblázat

Az összes szimulációból származó erőrendszer szórását az alábbi táblázat tartalmazza.

[nagy\\_klaudia\\_tdk\\_2022\\_melleklet\\_szoras\\_eredmenyek.xls](#)

### Ábrajegyzék

Vizsgált falazatok (4. ábra):

1. számú fal: Gábor László Épületszerkezettan 1; 29. oldal, 1.15. ábra, h) alábra
2. számú fal: Gábor László Épületszerkezettan 1; 29. oldal, 1.15. ábra, d) alábra
3. számú fal: Gábor László Épületszerkezettan 1; 29. oldal, 1.15. ábra, c) alábra
4. számú fal: Gábor László Épületszerkezettan 1; 29. oldal, 1.15. ábra, e) alábra
5. számú fal: <https://flic.kr/p/auuAC2>
6. számú fal: <https://flic.kr/p/6xeVSc>
7. számú fal: [https://lawrencerodrigues.com/ancient-civilizations/mycenaegreece\\_mycenaecyclopean\\_wall/](https://lawrencerodrigues.com/ancient-civilizations/mycenaegreece_mycenaecyclopean_wall/)
8. számú fal: <https://flic.kr/p/nsihqk>
9. számú fal:  
[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/en/8/8c/Mycenaewalls\\_w\\_of\\_lion\\_gate.JPG?1603321881428](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/en/8/8c/Mycenaewalls_w_of_lion_gate.JPG?1603321881428)
10. számú fal: <http://greatdiscoveries.leadr.msu.edu/mycenaewp-content/uploads/sites/35/2015/04/cy.jpg>
11. számú fal: <https://www.greeka.com/seedo/photos/788/mycenaecyclopeanwalls-top-1-2560.webp>
12. számú fal: <https://flic.kr/p/53VX5g>
13. számú fal: <https://flic.kr/p/3drBs5>
14. számú fal: <https://flic.kr/p/7x6jTY>
15. számú fal: <https://flic.kr/p/bN4e7R>
16. számú fal: <https://flic.kr/p/coiXWW>
17. számú fal: <https://flic.kr/p/8jv2kx>