



**TUDOMÁNYOS DIÁKKÖRI KONFERENCIA**

BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM

Építészmérnöki Kar

Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék

**Húzószilárdság és lágyuló anyagmodell figyelembevétele a  
teherbírási vonalban**

Készítette: Szilágyi Eszter

Konzulens: Dr. Pluzsik Anikó

Budapest 2020

# Tartalomjegyzék

<b>Jelölések.....</b>	<b>2</b>
<b>Bevezetés .....</b>	<b>3</b>
<b>Problémafelvetés.....</b>	<b>4</b>
<b>Előzmények.....</b>	<b>5</b>
Nyomaték-görbület függvény .....	6
Teherbírási vonal .....	7
<b>Húzószilárdság és húzásra lágyuló anyagmodell.....</b>	<b>8</b>
Nyomaték-görbület függvény .....	9
Teherbírási vonal .....	14
<b>Eredmények összevetése .....</b>	<b>16</b>
Anyagjellemzők változtatásának hatása .....	16
Húzószilárdság .....	16
Lágyulás .....	19
Duktilitás .....	23
<b>Összefoglalás .....</b>	<b>26</b>
<b>Irodalomjegyzék.....</b>	<b>28</b>
<b>Ábrajegyzék.....</b>	<b>28</b>

## Jelölések

$a_1$	a nyomott oldalon az alakváltozásra fellágyuló rész magassága a keresztmetszet feszültségi ábráján
$a_2$	a húzott oldalon az alakváltozásra fellágyuló rész magassága a keresztmetszet feszültségi ábráján, ha az egész keresztmetszet dolgozik
$a_3$	a húzott oldalon az alakváltozásra fellágyuló rész magassága a keresztmetszet feszültségi ábráján, ha a keresztmetszet berepedt
$b_1$	a nyomott oldalon a lineárisan rugalmas rész magassága a keresztmetszet feszültségi ábráján
$b_2$	a húzott oldalon a lineárisan rugalmas rész magassága a keresztmetszet feszültségi ábráján
$c_{ny}$	a nyomott oldalon az alakváltozásra lágyuló ág és a rugalmas ág rugalmassági modulusa közötti arány: $E_{uny}/E_{0ny}$
$c_h$	a húzott oldalon az alakváltozásra lágyuló ág és a rugalmas ág rugalmassági modulusa közötti arány: $E_{uh}/E_{0h}$
$d$	a keresztmetszet szélessége
$h$	a keresztmetszet hossza
$y$	a semleges tengely helye a keresztmetszet feszültségábráján
$r$	berepedt rész magassága a keresztmetszet feszültségi ábráján
$M$	nyomaték
$N$	normálerő
$\kappa$	a keresztmetszet görbülete
$E_{0ny}$	a nyomott oldal rugalmassági modulusa az alakváltozásra fellágyuló anyagmodell lineárisan rugalmas ágánál
$E_{0h}$	a húzott oldal rugalmassági modulusa az alakváltozásra fellágyuló anyagmodell lineárisan rugalmas ágánál
$E_{uny}$	a nyomott oldal rugalmassági modulusa az alakváltozásra fellágyuló anyagmodell fellágyuló ágánál
$E_{uh}$	a húzott oldal rugalmassági modulusa az alakváltozásra fellágyuló anyagmodell fellágyuló ágánál
$\epsilon_{0ny}$	a nyomott oldali maximális nyomófeszültséghez tartozó összenyomódás
$\epsilon_{0h}$	a húzott oldali maximális húzófeszültséghez tartozó megnyúlás
$\epsilon_{uny}$	a nyomott oldali törési összenyomódás
$\epsilon_{uh}$	a húzott oldali határnyúlás
$\epsilon_{1ny}$	alakváltozás a keresztmetszet nyomott oldali szélső szálában
$\epsilon_{1h}$	alakváltozás a keresztmetszet húzott oldali szélső szálában
$\sigma_{0ny}$	nyomott oldali maximális nyomófeszültség
$\sigma_{0h}$	húzott oldali maximális húzófeszültség
$\sigma_{uny}$	törési összenyomódáshoz tartozó nyomófeszültség a nyomott oldalon
$\sigma_{uh}$	határnyúláshoz tartozó húzófeszültség a húzott oldalon
$\sigma_{1ny}$	nyomófeszültség a keresztmetszet nyomott oldali szélső szálában
$\sigma_{1h}$	húzófeszültség a keresztmetszet húzott oldali szélső szálában

## Bevezetés

Ahhoz, hogy az építész tervezők által megálmodott épületek ne csak a papíron maradjanak, a tervezés során – sok egyéb feladat mellett – ki kell választani, hogy milyen anyagok felhasználásával lehet a legtökéletesebben megépíteni a teherhordó és nem teherhordó szerkezeteket.

Az anyagválasztásnál fontos szempont, hogy mely építőanyagok alkalmasak az építészeti szándék megvalósítására. Mely anyag képes elviselni a rá ható terheket? Mennyi anyag felhasználásával teljesíthetőek nemcsak a teherbírási, de a használhatósági követelmények is? Milyen egyéb tulajdonságai vannak az anyagnak, amelyek befolyásolhatják a szerkezet teherbírását vagy élettartamát? Melyik anyag felhasználása a leggazdaságosabb?

Ezeknek a kérdéseknek a megválaszolása nem könnyű, hiszen rendkívül sok építőanyag található a piacon, amelyek tulajdonságai igen eltérőek. A technológiai fejlődés hozadéka, hogy folyamatosan új anyagok jelennek meg, illetve a hagyományos építőanyagok alapanyagait, adalékait, gyártástechnológiáját is folyamatosan módosítják. A gyártók igyekeznek olyan anyagokat létrehozni, amelyek jobb tulajdonságokkal rendelkeznek, mint a hagyományos építőanyagok. Ezenkívül bizonyos különleges szerkezetek is életre hívnak nem szokványos megoldásokat, anyagokat.

Az építőipari gyakorlatban régóta jelen lévő anyagok estében már vannak jól bevált eljárások, amelyekkel biztonsággal képesek vagyunk az egyes szerkezeti elemek méretezésére, ellenőrzésére. Mivel az anyagok viselkedése jól ismert, a kidolgozott szabványok alapján végezhetjük a számításainkat. Az Eurocode szabványsorozat rögzíti a beton, a vasbeton, az acél, a fa, az alumínium és a falazott szerkezetek tervezésére vonatkozó előírásokat. Azonban, új anyagok esetén, vagy ha az anyagi paraméterek módosulnak, a tartószerkezeti számítás során szükség lehet eddig elhanyagolt hatások figyelembevételére.

## Problémafelvetés

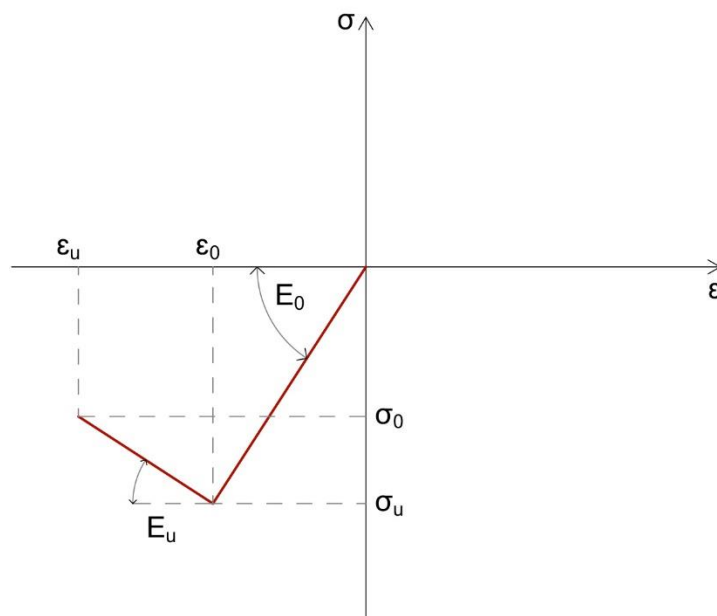
Bár az építőiparban megjelenő új anyagok tulajdonságai ismertek, a szabványban rögzített méretezési eljárások a hagyományos anyagok figyelembevételével lettek kidolgozva. Bizonyos esetekben a fejlesztés olyan tulajdonságokat érint, változtat meg, amelyek hatását a számítási eljárás tartalmazza. Ilyenkor a bevált módszerek továbbra is használhatóak. Lehetséges azonban, hogy a hagyományos méretezési módszerek által használt közelítésekkel számolva az újítás hatása nem érzékelhető. Ha a javuló anyagparaméter nem jelenik meg a számításokban, akkor hatását nem tudjuk a szabványos számításokkal igazolhatóan kiaknázni.

A nyomószilárdságukhoz képest kis húzószilárdsággal rendelkező anyagok esetében a húzószilárdságot hagyományosan elhanyagoljuk. Ezt amiatt tesszük, hogy a számítást leegyszerűsítsük, tudva, hogy ezzel a biztonság javára tévedünk. Bizonyos anyagoknál pl. a beton és vályog esetében az anyag paramétereinek javítására, a húzószilárdság növelésére gyakran szálakat kevernek az anyagba. A szálerősítés a nyomószilárdságra nincs nagy hatással, azonban a húzószilárdság növelése is kedvezően hathat a teherbírásra, amit korábban említett, szabványos számítás alkalmazásával nem tudunk figyelembe venni.

Ezt a problémát vizsgálom a dolgozatomban. A kutatás alapját Orbánné dr. Csicsely Ágnes doktori disszertációja (Orbánné Csicsely 2006: 41–54) adta, amely a vályog elméleti és gyakorlati teherbírásával foglalkozik. A doktori dolgozat a vályog húzószilárdságát elhanyagolja, figyelembe veszi azonban a nyomott oldalon az anyag lágyulását. Ezeket az eredményeket felhasználva, a disszertációban leírt számítási módszert alapul véve kezdtem el a nyomószilárdságukhoz képest kis húzószilárdsággal rendelkező anyagok teherbírásával foglalkozni. Azt vizsgáltam, hogyan változik a nyomaték-görbület összefüggés és a teherbírási vonal, ha figyelembe vesszük a beton, illetve a vályog húzószilárdságát is. A disszertációban használt lágyuló anyagmodellt a húzott oldali számításokban is felhasználtam.

## Előzmények

Orbánné dr. Csicsely Ágnes a doktori disszertációjában a vályog keresztmetszet nyomatók-görbület függvényének, teherbírási vonalának meghatározásával foglalkozik az alakváltozásra fellágyuló anyagmodell figyelembevételével.



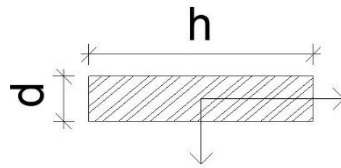
1. ábra:  $\sigma$ - $\epsilon$  diagram húzószilárdság figyelembevétele nélkül  
Orbánné Csicsely (2006: 44)

A számításokban használt paramétereket a következő táblázat tartalmazza. A disszertáció alapján megírt programban az értékek nagyságrendileg a vályog tulajdonságait írják le, azonban nem volt célom az anyag valós jellemzőit alapul venni. A programban ezek az adatok változtathatóak, így lehetőség van a kísérletekkel meghatározott eredményeket az adott feladathoz, anyaghoz beállítani.

Jelölés	Érték	Jelentés
$\epsilon_0$	0,0113	maximális nyomófeszültséghez tartozó összenyomódás
$\epsilon_u$	0,013	törési összenyomódás
$\sigma_0$	3,63 N/mm <sup>2</sup>	maximális nyomófeszültség
$\sigma_u$	4,52 N/mm <sup>2</sup>	törési összenyomódáshoz tartozó nyomófeszültség
$E_0$	400 N/mm <sup>2</sup>	rugalmassági modulus az alakváltozásra fellágyuló anyagmodell lineárisan rugalmas ágánál
$E_u$	521.6 N/mm <sup>2</sup>	rugalmassági modulus az alakváltozásra fellágyuló anyagmodell fellágyuló ágánál
$c$	0,1304	alakváltozásra lágyuló ág és a rugalmas ág rugalmassági modulusa közötti arány: $E_u/E_0$

1. táblázat: Húzószilárdság nélküli számítási paraméterek

A keresztmetszet adatai az alábbi ábrán látható módon értelmezhetők. A  $d$  paraméter a keresztmetszet szélessége,  $h$  pedig a hosszúsága. A számításokban mindenhol  $d=200$  mm és  $h=1000$  mm értékeket használtam, de ezek az adatok is módosíthatóak.



2. ábra: A keresztmetszet adatai

## Nyomaték-görbület függvény

A nyomaték görbület függvény meghatározásához először a lehetséges feszültségábrákat kellett definiálni. Itt két fő esetet lehet megkülönböztetni. Az egyik eset amikor a keresztmetszet húzásra berepedt (1), a másik pedig amikor a teljes keresztmetszet nyomott (2). Ezek tovább bonthatóak a szélső szálban ébredő feszültség értéke alapján:  $\varepsilon_1 \leq \varepsilon_0$  és  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_1 \leq \varepsilon_u$ . A különböző esetekhez rendelt érvényességi határt a szélső szál összenyomódásának értéke és a semleges tengely helye adja.

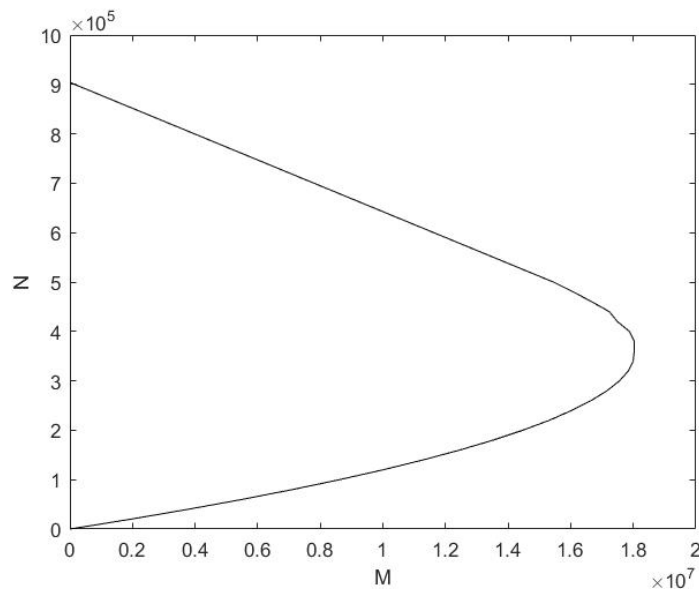
Esetek	1/A	1/B	
Feszültség ábrák			
$\sigma_1$	$0 \leq \sigma_1 \leq \sigma_o$	$\sigma_u \leq \sigma_1 \leq \sigma_o$	
$\bar{y}$	$0 < \bar{y}_{1/A} \leq d$	$\bar{y}_{1/B} \leq d$	
$\varepsilon_1$	$\varepsilon_1 \leq \varepsilon_o$	$\varepsilon_o \leq \varepsilon_1 \leq \varepsilon_u$	
Esetek	2/A	2/B	2/C
Feszültség ábrák			
$\sigma_1$	$0 \leq \sigma_1 \leq \sigma_o$	$\sigma_u \leq \sigma_1 \leq \sigma_o$	$\sigma_u \leq \sigma_1 \leq \sigma_o$
$\bar{y}$	$d \leq \bar{y}_{2/A} \leq \infty$	$d \leq \bar{y}_{2/B} \leq \infty$	$d \leq \bar{y}_{2/C} \leq \infty$
$\varepsilon_1$	$\varepsilon_1 \leq \varepsilon_o$	$\varepsilon_o \leq \varepsilon_1 \leq \varepsilon_u$	$\varepsilon_o \leq \varepsilon_1 \leq \varepsilon_u$

3. ábra: Feszültségábrák húzószilárdság figyelembevétele nélkül  
Orbáné Csicsely (2006: 49)

Ezek alapján az egyes normálerőszintek esetére meghatározható a nyomaték-görbület függvény. A görbe alakja az egyes normálerő szinteknél eltérő lett. Előfordulhat olyan eset is, a maximális nyomaték környezetében, amikor az egyenleteknek két megoldása van, az  $M-\kappa$  görbe hurok alakú.

## **Teherbírési vonal**

A nyomaték-görbület függvény maximuma adja a keresztmetszet teherbírását, ami a normálerővel együtt a teherbírési vonal egy pontja. A disszertáció képletei alapján a Matlab programban megrajzoltam a húzószilárdság nélküli állapot teherbírési vonalát. A kiindulási adatok az 1. táblázatban találhatóak.

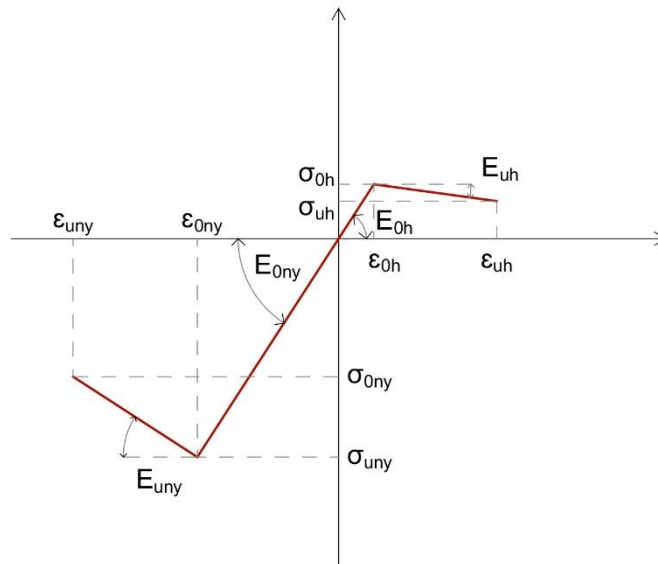


4. ábra: Teherbírési vonal húzószilárdság figyelembevétele nélkül



## Húzószilárdság és húzásra lágyuló anyagmodell

Az előzmények továbbgondolása során először az anyagmodellt kellett kiválasztani. A nyomószilárdságnál már alkalmazott alakváltozásra lágyuló anyagmodellt a húzott oldalon is figyelembe vettem.



5. ábra: Lágyuló anyagmodell  $\sigma$ - $\epsilon$  diagramja a húzószilárdság figyelembevételével

A következő táblázatban összefoglaltam, hogy a módosított számítás során milyen jelöléseket és hozzájuk tartozó értékeket vettem figyelembe.

Jelölés	Érték	Jelentés
$\epsilon_{0ny}$	0,0113	a nyomott oldali maximális nyomófeszültséghez tartozó összenyomódás
$\epsilon_{uny}$	0,013	a nyomott oldal törési összenyomódása
$\sigma_{0ny}$	3,63 N/mm <sup>2</sup>	a nyomott oldali maximális nyomófeszültség
$\sigma_{uny}$	4,52 N/mm <sup>2</sup>	a nyomott oldali törési összenyomódáshoz tartozó nyomófeszültség
$E_{0ny}$	400 N/mm <sup>2</sup>	a nyomott oldali rugalmassági modulus az alakváltozásra fellágyuló anyagmodell lineárisan rugalmas ágánál
$E_{uny}$	521.6 N/mm <sup>2</sup>	a nyomott oldali rugalmassági modulus az alakváltozásra fellágyuló anyagmodell fellágyuló ágánál
$c_{ny}$	0,1304	a nyomott oldalon az alakváltozásra lágyuló ág és a rugalmas ág rugalmassági modulusa közötti arány
$\epsilon_{0h}$	0,0011	a húzott oldali maximális húzófeszültséghez tartozó megnyúlás
$\epsilon_{uh}$	0,0012	a húzott oldali határnyúlás
$\sigma_{0h}$	0,44 N/mm <sup>2</sup>	a húzott oldali maximális húzófeszültség
$\sigma_{uh}$	0,38 N/mm <sup>2</sup>	a húzott oldali határnyúláshoz tartozó húzófeszültség

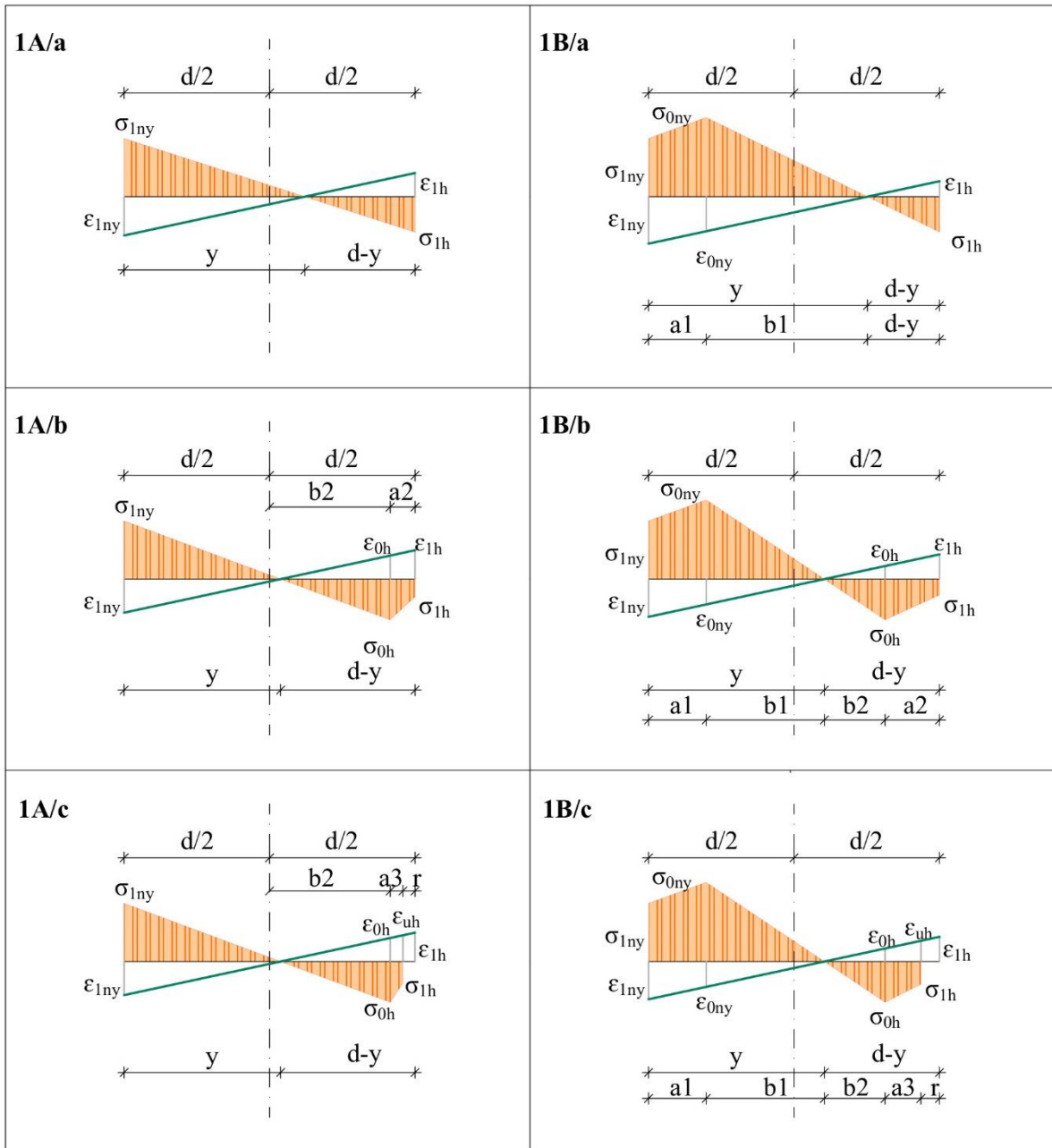
$E_{0h}$	400 N/mm <sup>2</sup>	a húzott oldali rugalmassági modulus az alakváltozásra fellágyuló anyagmodell lineárisan rugalmas ágánál
$E_{uh}$	600 N/mm <sup>2</sup>	a húzott oldali rugalmassági modulus az alakváltozásra fellágyuló anyagmodell fellágyuló ágánál
$c_h$	1,5	a húzott oldalon alakváltozásra lágyuló ág és a rugalmas ág rugalmassági modulusa közötti arány

2. táblázat: A húzószilárdságot figyelembe vevő számítás paraméterei

## Nyomaték-görbület függvény

A nyomaték-görbület függvény meghatározásához először megrajzoltam a keresztmetszet lehetséges feszültségábráit. A 2-es esetek, amikor az egész keresztmetszet nyomott, nem változtak az eredeti, csak nyomószilárdságot figyelembe vevő számításhoz képest. Az 1-es esetek esetében azonban a húzószilárdság elhanyagolásakor használt modell alapján húzásra berepedt rész képes húzószilárdságot is felvenni. Ezen belül is megkülönböztethetünk 3 esetet: az egyik amikor a húzott oldal egésze rugalmas állapotban van (a), a második amikor a húzott oldali feszültségek a lágyuló ághoz tartoznak (b), illetve a harmadik amikor a húzott oldal is berepedt (c).

Ezekből az ábrákból levezethetőek a semleges tengely helyének (y) meghatározásához használt egyenletek. Ebből számítható adott normálerőhöz a húzott ( $N_h$ ) és a nyomott oldalon ( $N_{ny}$ ) működő erő nagysága, ezenkívül a külpontosság, amelyek alapján már meghatározható a keresztmetszeten működő hajítónyomaték értéke. Az esetek feltételeinek meghatározásához az előzményekkel megegyező módon szintén a szélső szálak összenyomódását és a semleges tengely helyét kell figyelembe venni.



6. ábra: Feszültségábrák a húzószilárdság figyelembevételével

### 1A/a eset

érvényességi határ:  $d \geq y$   $0 \leq \epsilon_{1h} \leq \epsilon_{0h}$  és  $0 \leq \epsilon_{1ny} \leq \epsilon_{0ny}$

egyenletek:

$$\sigma_{1ny} = E_{0ny} * y * \kappa$$

$$\sigma_{1h} = E_{0h} * (d - y) * \kappa$$

$$N_{ny} = \sigma_{1ny} * y * h / 2$$

$$N_h = \sigma_{1h} * (d - y) * h / 2$$

$$M_{ny} = \sigma_{1ny} * y * h / 2 * (d / 2 - y / 3)$$

$$M_h = \sigma_{1h} * (d - y) * h / 2 * (d / 2 - (d - y) / 3)$$

$$M = M_{ny} + M_h$$

### 1A/b eset:

érvényességi határ:  $d \geq y$   $\epsilon_{0h} \leq \epsilon_{1h} \leq \epsilon_{uh}$  és  $0 \leq \epsilon_{1ny} \leq \epsilon_{0ny}$

egyenletek:

$$\sigma_{1ny} = E_{0ny} * y * \kappa$$

$$\sigma_{1h} = \sigma_{0h} * (1 + c_h) - E_{0h} * c_h * (d - y) * \kappa$$

$$N_{ny} = \sigma_{1ny} * y * h / 2$$

$$N_h = \sigma_{1h} * a_2 * h + (\sigma_{0h} - \sigma_{1h}) * a_2 * h / 2 + \sigma_{0h} * b_2 * h / 2$$

$$M_{ny} = \sigma_{1ny} * y * h / 2 * (d / 2 - y / 3)$$

$$M_h = \sigma_{1h} * a_2 * h * (d / 2 - a_2 / 2) + (\sigma_{0h} - \sigma_{1h}) * a_2 * h / 2 * (d / 2 - a_2 / 3) + \sigma_{0h} * b_2 * h / 2 * (d / 2 - a_2 - b_2 / 3)$$

$$M = M_{ny} + M_h$$

### 1A/c eset:

érvényességi határ:  $d \geq y$   $\epsilon_{uh} \leq \epsilon_{1h}$  és  $0 \leq \epsilon_{1ny} \leq \epsilon_{0ny}$

egyenletek:

$$\sigma_{1ny} = E_{0ny} * y * \kappa$$

$$\sigma_{1h} = \sigma_{0h} - (\epsilon_{uh} - \epsilon_{0h}) * E_{uh}$$

$$N_{ny} = \sigma_{1ny} * y * h/2$$

$$N_h = \sigma_{1h} * a_3 * h + (\sigma_{0h} - \sigma_{1h}) * a_3 * h/2 + \sigma_{0h} * b_2 * h/2$$

$$M_{ny} = \sigma_{1ny} * y * h/2 * (d/2 - y/3)$$

$$M_h = \sigma_{1h} * a_3 * h * (d/2 - a_3/2 - r) + (\sigma_{0h} - \sigma_{1h}) * a_3 * h/2 * (d/2 - a_3/3 - r) + \sigma_{0h} * b_2 * h/2 * (d/2 - a_3 - b_2/3 - r)$$

$$M = M_{ny} + M_h$$

### 1B/a eset:

érvényességi határ:  $d \geq y$        $0 \leq \epsilon_{1h} \leq \epsilon_{0h}$  és  $\epsilon_{0ny} \leq \epsilon_{1ny} \leq \epsilon_{uny}$

egyenletek:

$$\sigma_{1ny} = \sigma_{0ny} * (1 + c_{ny}) - E_{0ny} * c_{ny} * (d - y) * \kappa$$

$$\sigma_{1h} = E_{0h} * (d - y) * \kappa$$

$$N_{ny} = \sigma_{1ny} * a_1 * h + (\sigma_{0ny} - \sigma_{1ny}) * a_1 * h/2 + \sigma_{0ny} * b_1 * h/2$$

$$N_h = \sigma_{1h} * (d - y) * h/2$$

$$M_{ny} = \sigma_{1ny} * a_1 * h * (d/2 - a_1/2) + (\sigma_{0ny} - \sigma_{1ny}) * a_1 * h/2 * (d/2 - a_1/3) + \sigma_{0ny} * b_1 * h/2 * (d/2 - a_1 - b_1/3)$$

$$M_h = \sigma_{1h} * (d - y) * h/2 * (d/2 - (d - y)/3)$$

$$M = M_{ny} + M_h$$

### 1B/b eset:

érvényességi határ:  $d \geq y$        $\epsilon_{0h} \leq \epsilon_{1h} \leq \epsilon_{uh}$  és  $\epsilon_{0ny} \leq \epsilon_{1ny} \leq \epsilon_{uny}$

egyenletek:

$$\sigma_{1ny} = \sigma_{0ny} * (1 + c_{ny}) - E_{0ny} * c_{ny} * (d - y) * \kappa$$

$$\sigma_{1h} = \sigma_{0h} * (1 + c_h) - E_{0h} * c_h * (d - y) * \kappa$$

$$N_{ny} = \sigma_{1ny} * a_1 * h + (\sigma_{0ny} - \sigma_{1ny}) * a_1 * h/2 + \sigma_{0ny} * b_1 * h/2$$

$$N_h = \sigma_{1h} * a_2 * h + (\sigma_{0h} - \sigma_{1h}) * a_2 * h/2 + \sigma_{0h} * b_2 * h/2$$

$$M_{ny} = \sigma_{1ny} * a_1 * h * (d/2 - a_1/2) + (\sigma_{0ny} - \sigma_{1ny}) * a_1 * h/2 * (d/2 - a_1/3) + \sigma_{0ny} * b_1 * h/2 * (d/2 - a_1 - b_1/3)$$

$$M_h = \sigma_{1h} * a_2 * h * (d/2 - a_2/2) + (\sigma_{0h} - \sigma_{1h}) * a_2 * h/2 * (d/2 - a_2/3) + \sigma_{0h} * b_2 * h/2 * (d/2 - a_2 - b_2/3)$$

$$M=M_{ny}+M_h$$

**1B/c eset:**

érvényességi határ:  $d \geq y$        $\epsilon_{uh} \leq \epsilon_{1h}$  és  $\epsilon_{0ny} \leq \epsilon_{1ny} \leq \epsilon_{uny}$

egyenletek:

$$\sigma_{1ny} = \sigma_{0ny} * (1 + c_{ny}) - E_{0ny} * c_{ny} * (d - y) * \kappa$$

$$\sigma_{1h} = \sigma_{0h} - (\epsilon_{uh} - \epsilon_{0h}) * E_{uh}$$

$$N_{ny} = \sigma_{1ny} * a_1 * h + (\sigma_{0ny} - \sigma_{1ny}) * a_1 * h / 2 + \sigma_{0ny} * b_1 * h / 2$$

$$N_h = \sigma_{1h} * a_3 * h + (\sigma_{0h} - \sigma_{1h}) * a_3 * h / 2 + \sigma_{0h} * b_2 * h / 2$$

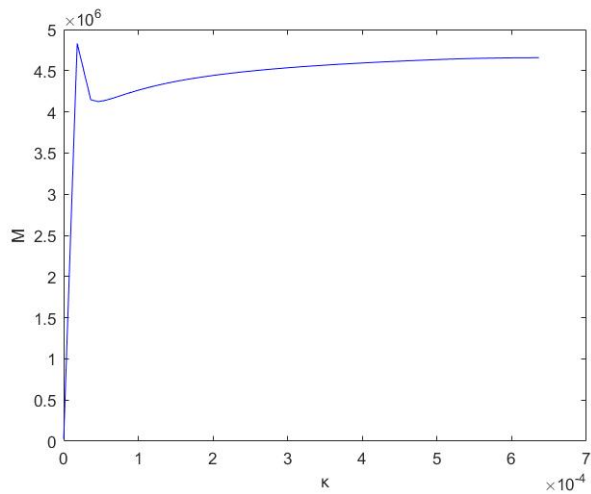
$$M_{ny} = \sigma_{1ny} * a_1 * h * (d / 2 - a_1 / 2) + (\sigma_{0ny} - \sigma_{1ny}) * a_1 * h / 2 * (d / 2 - a_1 / 3) + \sigma_{0ny} * b_1 * h / 2 * (d / 2 - a_1 - b_1 / 3)$$

$$M_h = \sigma_{1h} * a_3 * h * (d / 2 - a_3 / 2 - r) + (\sigma_{0h} - \sigma_{1h}) * a_3 * h / 2 * (d / 2 - a_3 / 3 - r) + \sigma_{0h} * b_2 * h / 2 * (d / 2 - a_3 - b_2 / 3 - r)$$

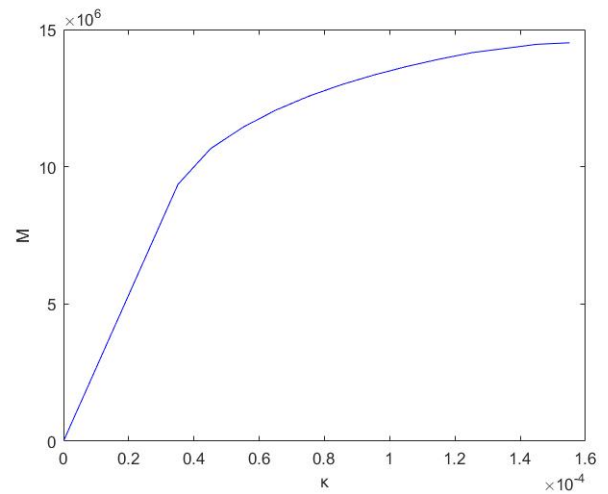
$$M=M_{ny}+M_h$$

A képletek alapján megrajzolt nyomaték-görbület függvények alakja a normálerő nagyságától függően eltérő lett. A 7–10-es ábrákon különböző normálerőkhöz tartozó jellegzetes nyomaték-görbület függvényeket ábrázoltam. A számításhoz használt anyagparaméterek a 2. táblázatban találhatóak.

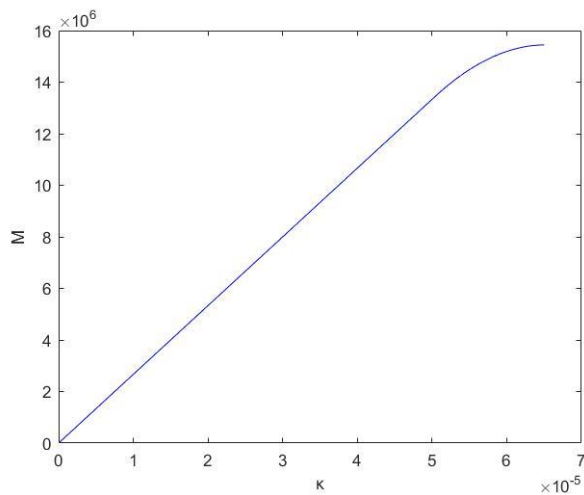
Az látható a 7-es ábrán, hogy kis normálerő esetén a húzásra berepedés pillanatában lesz a nyomaték-görbület függvény értéke maximális (1A/a). Az anyagjellemzők változtatásával előállhat olyan eset is, hogy húzásra bereped a keresztmetszet, a nyomaték értéke visszaesik, de azután újra növekedésnek indul és meghaladja a húzási repedéshez tartozó értéket, tehát a maximum nem a berepedéshez tartozik. Az anyagjellemzők változásának a hatását a következő fejezetben vizsgálom. A normálerő növekedésekor az M-K görbe monotonná válik (8. ábra). Ilyenkor a keresztmetszet csak nagyobb görbület esetén reped be húzásra. A maximum érték az 1B/c feszültségábrához tartozik. Még nagyobb normálerő esetén a keresztmetszet egésze nyomott (2A és 2B esetek). Itt a feszültségábrák megegyeznek a húzószilárdságot figyelmen kívül hagyó számítás ábráival. (lásd 3. ábra). Ezeknél az eseteknél a görbe monoton nő (9. ábra), de tovább növelve a normálerőt a görbének eső ága is lesz (10. ábra).



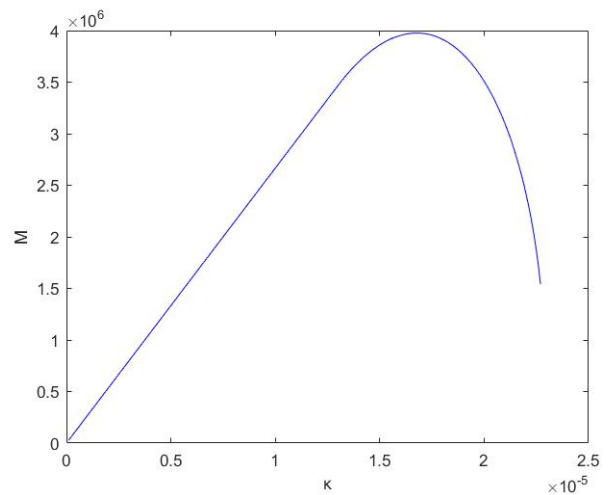
7. ábra:  $M$ - $K$  függvény  $N=50000$  N esetén



8. ábra:  $M$ - $K$  függvény  $N=200000$  N esetén



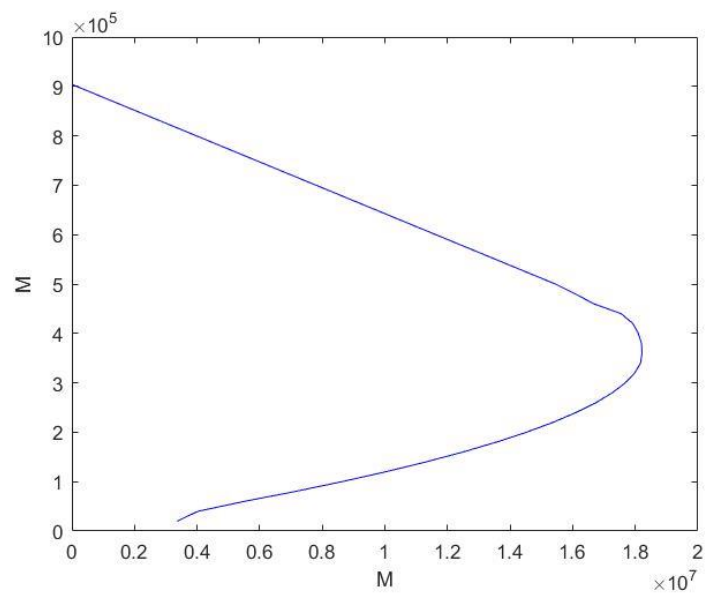
9. ábra:  $M$ - $K$  függvény  $N=500000$  N esetén



10. ábra:  $M$ - $K$  függvény  $N=800000$  N esetén

## Teherbírési vonal

A teherbírési vonal meghatározása a következőképpen történt: Adott nagyságú normálerőhöz a 2. táblázat adatait felhasználva meghatároztam a nyomaték-görbület függvényt az előző fejezetben ismertetett módon. Ennek a függvénynek a maximuma jelenti azt a nyomatékot, amely a normálerővel egy pontot ad az  $M$ - $N$  görbén. A leírt folyamatot sokszor megismételve kaptam meg a teherbírési vonalat. Minél kisebb a különbség az egymás után következő normálerők között, annál több pontból áll a teherbírési vonal, ezáltal egyre pontosabb lesz. A normálerő értéke 0 és a központos nyomáshoz tartozó ellenállásérték ( $N_{rd}$ ) között változik.



11. ábra: Teherbírési vonal húzószilárdság figyelembevételével a 2. táblázat adataival számolva

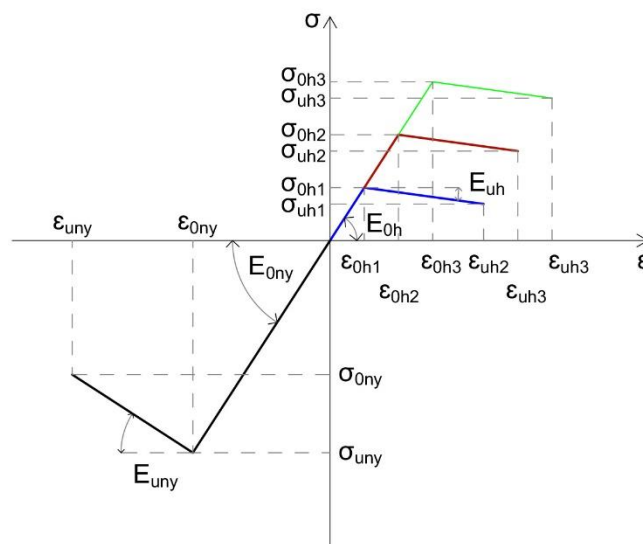


## Eredmények összevetése

### Az anyagjellemzők változtatásának hatása

Az előző két fejezetben a húzószilárdság figyelembevételével számítottam a nyomaték-görbület összefüggést és a teherbírási vonalat. A pontosítás jelentősége azonban akkor válik láthatóvá, ha a kapott eredményeket összehasonlítjuk a húzószilárdságot figyelmen kívül hagyó számítás eredményeivel. A húzószilárdság figyelembevételének hatását a húzott oldali anyagparaméterek változtatásával vizsgáltam. Megnéztem, hogy hogyan változnak az eredmények a húzószilárdság növekedésével, illetve van-e jelentősége a lágyulási, vagy a duktilitási paraméterek változtatásának.

### Húzószilárdság növekedésének hatása

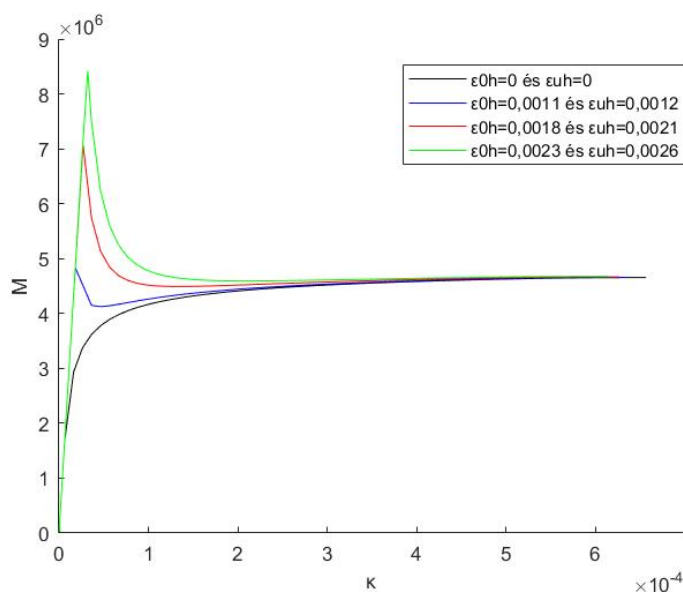


12. ábra:  $\sigma$ - $\varepsilon$  diagram változó húzószilárdság esetén

A 12-es ábrán láthatóak a vizsgált anyagmodellek. A húzószilárdság növekedését két húzott oldali paraméter  $\varepsilon_{0h}$  és  $\varepsilon_{uh}$  növelésével értem el, a többi paramétert változatlanul hagytam.

Jelölés	Érték	Ezek alapján a szilárdsági értékek
$\varepsilon_{0h1}$	0,0011	$\sigma_{0h1}=0,44 \text{ N/mm}^2$ és $\sigma_{uh1}=0,38 \text{ N/mm}^2$
$\varepsilon_{uh1}$	0,0012	
$\varepsilon_{0h2}$	0,018	$\sigma_{0h2}=0,72 \text{ N/mm}^2$ és $\sigma_{uh2}=0,54 \text{ N/mm}^2$
$\varepsilon_{uh2}$	0,021	
$\varepsilon_{0h3}$	0,023	$\sigma_{0h3}=0,92 \text{ N/mm}^2$ és $\sigma_{uh3}=0,74 \text{ N/mm}^2$
$\varepsilon_{uh3}$	0,026	

3. táblázat: Húzószilárdság növelése során használt paraméterértékek



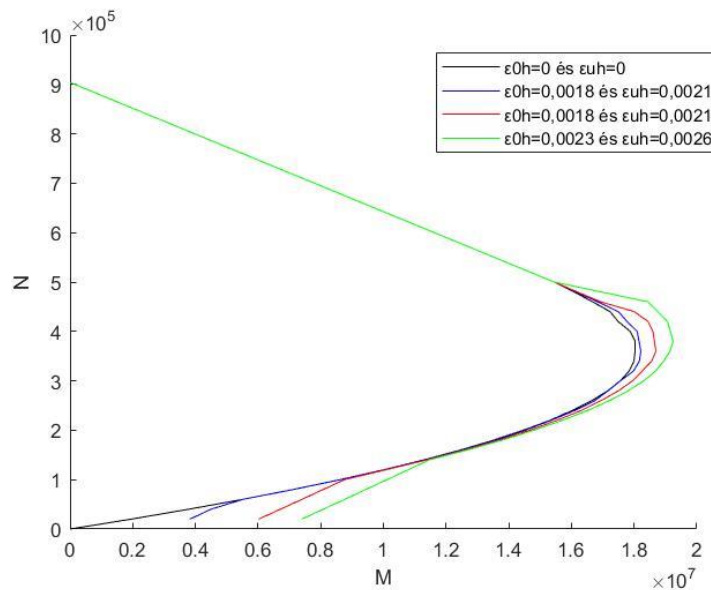
13. ábra:  $M$ - $\kappa$  függvény különböző nagyságú húzószilárdság esetén

A 13-as számú ábrán látható  $M$ - $\kappa$  görbék azonos nyomott oldali paraméterekkel, azonos húzott oldali lágyulással számolva, különböző nagyságú húzószilárdságot figyelembevéve, azonos normálerő estén különböző értékeket vesznek fel.

Kezdetben nincs különbség az eltérő húzószilárdságú keresztmetszetek között. Ennek oka, hogy a keresztmetszet egésze nyomott (2-es számú esetek). Itt nincs szerepe a húzószilárdságnak. Ezután megfigyelhető, hogy az eltérő húzószilárdság miatt eltérő nagyságú maximális nyomatékot tud elviselni a keresztmetszet. Ilyenkor a keresztmetszet a korábban alkalmazott modellel szemben nem reped be, hanem képes a húzófeszültségek felvételére. Az 1A/a esetben a feszültségek a húzott oldali lineárisan rugalmas szakaszhoz tartoznak, az 1A/b esetben pedig már az alakváltozásra fellágyuló ághoz. A maximum nyomaték elérése után azonban a húzott oldalon is eléri maximális feszültséget a szélső szál, ezért nagyobb terhelés esetén itt is megjelennek a repedések. (1A/c eset). Látható, hogy a húzószilárdság növekedésével a görbe maximuma egyre biztosabban az első húzási repedés megjelenéséhez köthető. A nyomott oldal eddig lineárisan rugalmasan viselkedik. További terhelés hatására a nyomott oldalon is az alakváltozásra fellágyuló ágra kerülünk (1B/c eset).

Ha a normálerő nő a nyomatéki maximum nem a berepedéskor lép fel, hanem a nyomott oldali fellágyuló ághoz tartozó feszültségek esetén (1B/c). Ez látható volt korábban a 9-es ábrán.

Megfigyelhető, hogy a húzószilárdság figyelembevételével kis görbület esetén jelentősen nagyobb nyomaték elviselésére alkalmas a keresztmetszet. Ez amiatt lehetséges, hogy a húzott oldalon is fellépő feszültségeket a pontosabb számítás során figyelembe tudjuk venni. A görbületet tovább növelve azonban ez csökkenni kezd, majd a függvény a húzószilárdság nélküli modell görbéjéhez simul. Ez azt jelenti, hogy nagy görbület esetén nincs jelentős hatása, kis görbület esetén viszont látható a különbség a húzószilárdságot elhanyagoló és a húzószilárdságot figyelembe vevő számítások között.

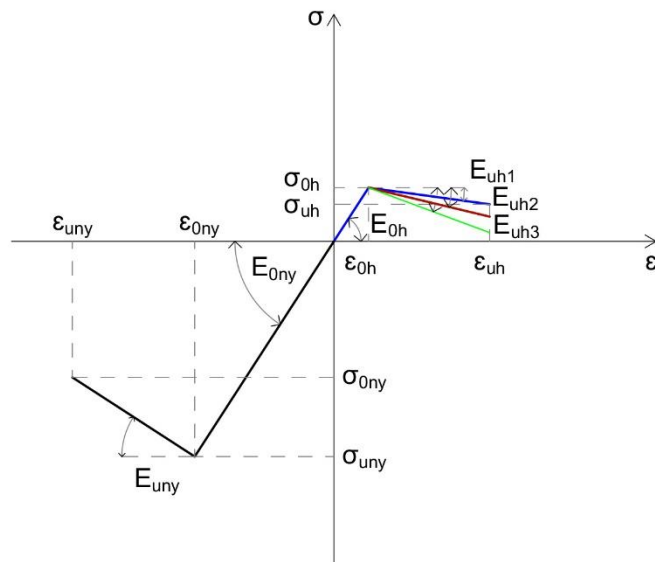


14. ábra: Teherbírási vonal különböző nagyságú húzószilárdság esetén

A 14-es számú ábrán a teherbírási vonalban a pontosítás hatása főleg két helyen érvényesül. Egyrészt a húzószilárdság figyelembevétele miatt számolhatunk azzal, hogy a keresztmetszet  $N=0$  esetén is képes nyomatékot elviselni, illetve viszonylag kis normálerőszint esetén is nagyobb teherbírást vehetünk figyelembe. Másrészt a maximális nyomaték környezetében van még hatása a pontosabb számításnak. A köztük lévő szakaszon az  $1B/c$  eset adja az  $M-K$  görbe maximumát, ami közel van a húzószilárdság nélküli eset maximumához, ezért nincs jelentős különbség a teherbírási vonalak között. Az ezután következő szakaszon az összes görbe egybeesik. Ennek oka, hogy itt a keresztmetszet egésze nyomott, így mindenhol a 2-es esetek adják az  $M-K$  függvény maximumát.

## Lágyulás

Az alkalmazott alakváltozásra lágyuló anyagmodell egyik fontos jellemzője a lágyulás mértéke. A következőkben különböző  $E_{uh}$  értékekkel számolva vizsgáltam meg, hogy ez a paraméter hogyan és mennyire befolyásolja a nyomaték- görbület függvényt és a teherbírási vonalat.

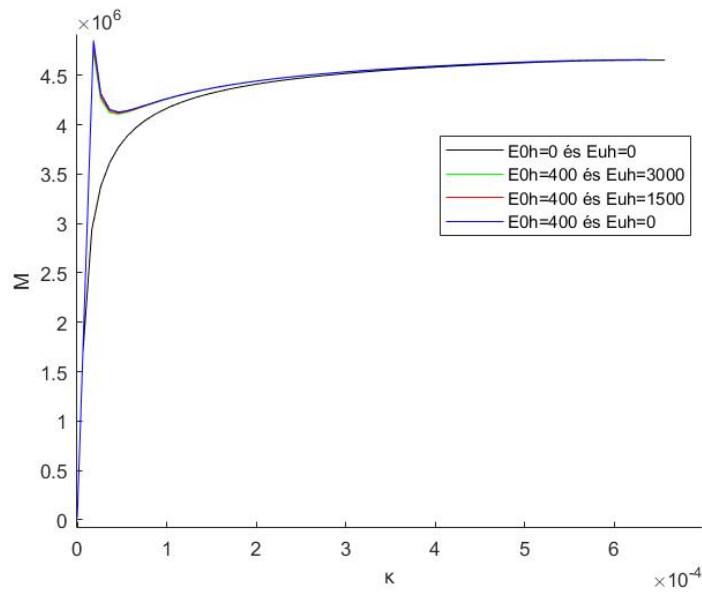


15. ábra:  $\sigma$ -  $\epsilon$  diagram változó húzott oldali lágyulás esetén

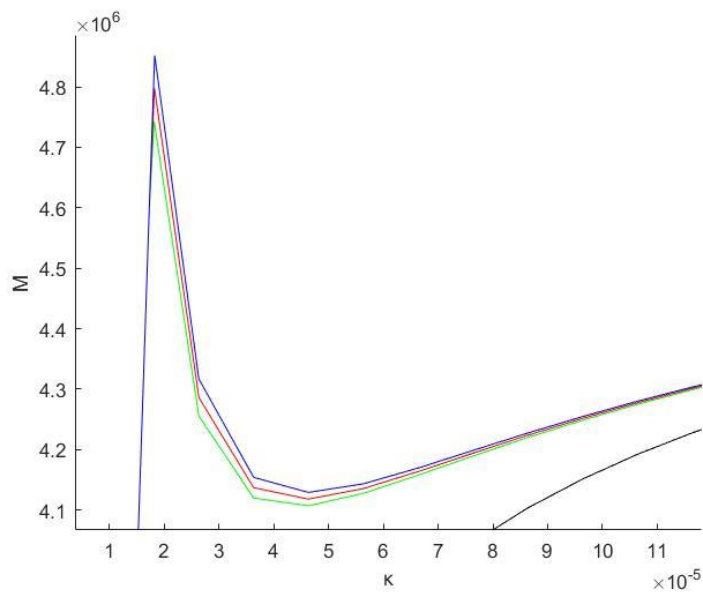
A 15-ös ábrán látható különböző anyagmodellek esetében csak  $E_{uh}$  értékét változtattam meg, a többi érték minden esetben változatlan maradt.

Jelölés	Érték
$E_{uh1}$	0 N/mm <sup>2</sup>
$E_{uh2}$	1500 N/mm <sup>2</sup>
$E_{uh3}$	3000 N/mm <sup>2</sup>

4. táblázat A lágyulás változtatásához használt paraméterek



16. ábra:  $M$ - $K$  függvény  $N=50000$  estén különböző húzott oldali lágyulás esetén

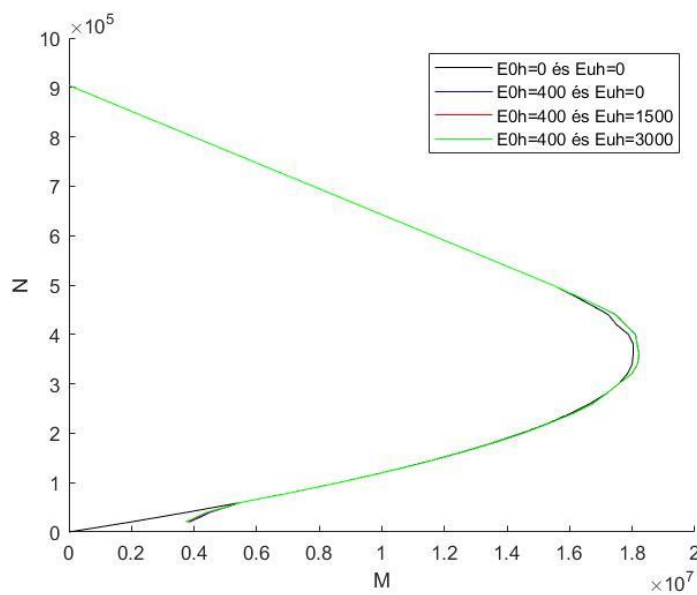


17. ábra:  $M$ - $K$  függvény  $N=50000$  estén különböző húzott oldali lágyulás esetén részlet

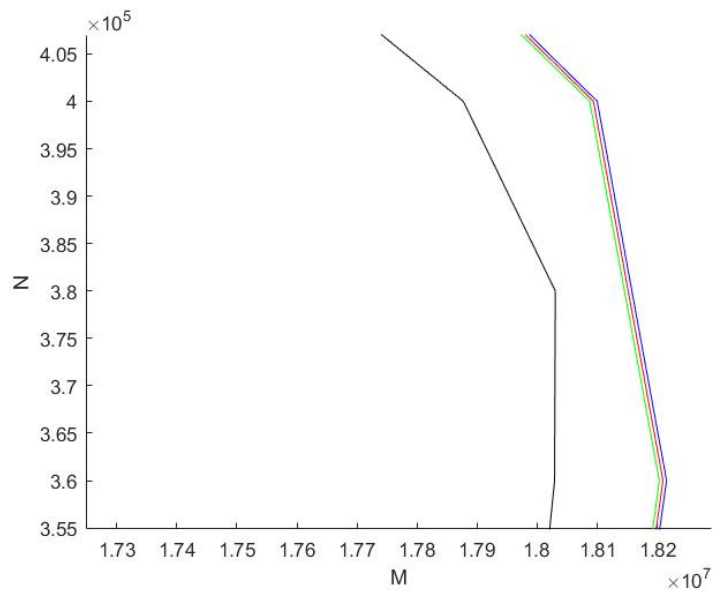
A 16-os ábrán látható három eltérő lágyulású keresztmetszet nyomaték-görbület függvénye. Az látszik a görbéken, hogy ameddig a keresztmetszet egésze nyomott, nincs eltérés. Miután a keresztmetszet egy része húzott lesz, de még a lineáris szakaszán vagyunk a  $\sigma$ - $\varepsilon$  diagramnak (1A/a), addig szintén nincs eltérés, hiszen ennek a szakasznak a paraméterei azonosak. Miután azonban a lágyuló ágra kerülünk (1A/b), a nagyobb lágyulás hatására kisebb nyomatékot képes elviselni a keresztmetszet, hiszen azonos  $\varepsilon_{uh}$  érték és nagyobb  $E_{uh}$  kisebb törőfeszültséget

eredményez a húzott oldalon. Emiatt hamarabb véget ér az a szakasz, ahol már a lágyuló ág hatása érvényesül, de a keresztmetszet még nem repedt be ( $1A/b$ ). A berepedés után növekvő görbület hatására csökken az elviselhető nyomaték nagysága.

A 18-as ábrán a nyomaték-görbület függvények alapján megrajzolt teherbírasi vonalat ábrázoltam. Látható, hogy a lágyulás növekedésével csökken a keresztmetszet a teherbírása. Ennek mértéke azonban kevésbé jelentős, mint a húzószilárdság növekedésével elért változás. Azonban ez nagymértékben függ attól, hogy mekkora a húzószilárdság. Jelentős húzószilárdság esetén a lágyulás elhanyagolása veszélyes lehet, mert a biztonság kárára történne. Ebben a dolgozatban nem térek ki arra, hogy ezt a valós anyagi viselkedést pontosabban leíró anyagmodellt ténylegesen hol (milyen anyagoknál, milyen igénybevétel kombinációknál) kell figyelembe venni. Ennek meghatározása a jelenlegi kutatásom továbbfejlesztését igényli.



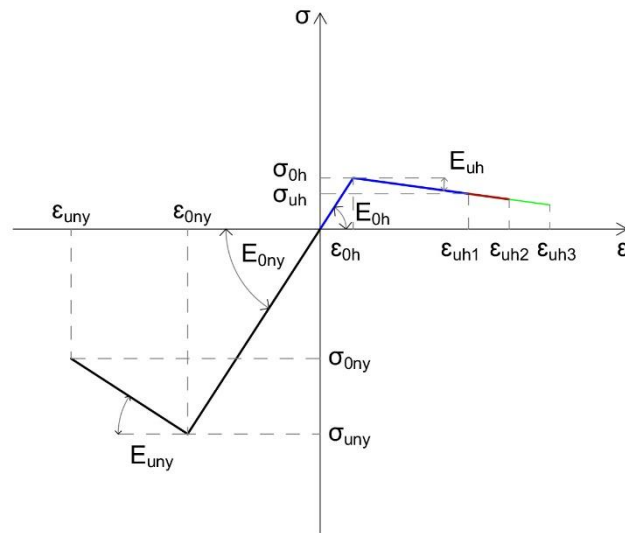
18. ábra: Teherbírasi vonal különböző nagyságú lágyulás esetén



19. ábra: Teherbírási vonal különböző nagyságú lágyulás esetén részlet

## Duktilitás

A következő paraméter a duktilitás, amelynek változtatása hatással lehet a teherbírásra. A programban ezt  $\epsilon_{uh}$  változtatásával vizsgáltam meg. A duktilitás növekedését okozhatja például az anyagba kevert szálak jobb tapadása.



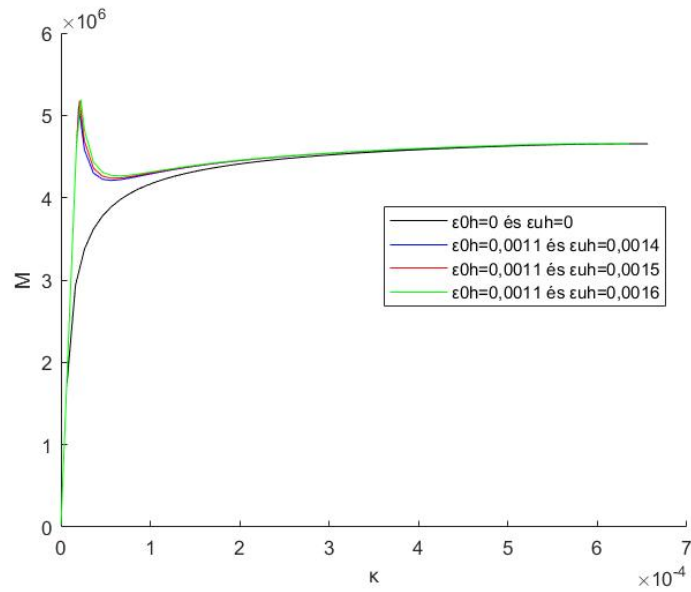
20. ábra  $\sigma$ - $\epsilon$  diagram változó húzott duktilitás esetén

A 20-as ábrán látható anyagmodelleket használtam a számítás során. A módosított paramétereket táblázatos formában adom meg.

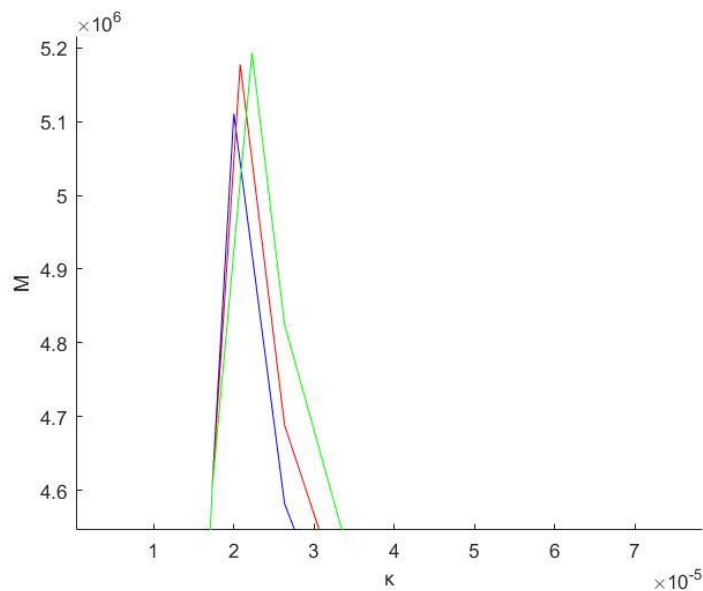
Jelölés	Érték
$\epsilon_{uh1}$	0,0014
$\epsilon_{uh2}$	0,0015
$\epsilon_{uh2}$	0,0016

5. táblázat: A duktilitás változtatásához használt paraméterek





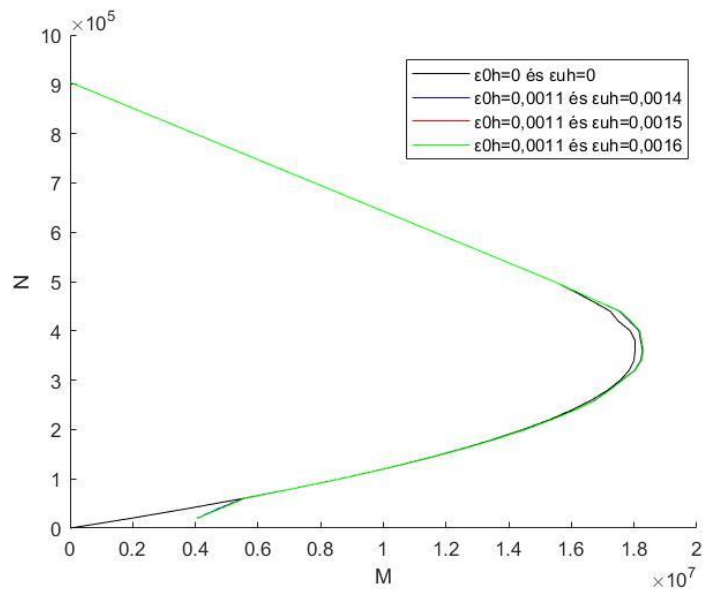
21. ábra:  $M$ - $K$  függvény  $N=50000$  estén különböző húzott oldali duktilitás esetén



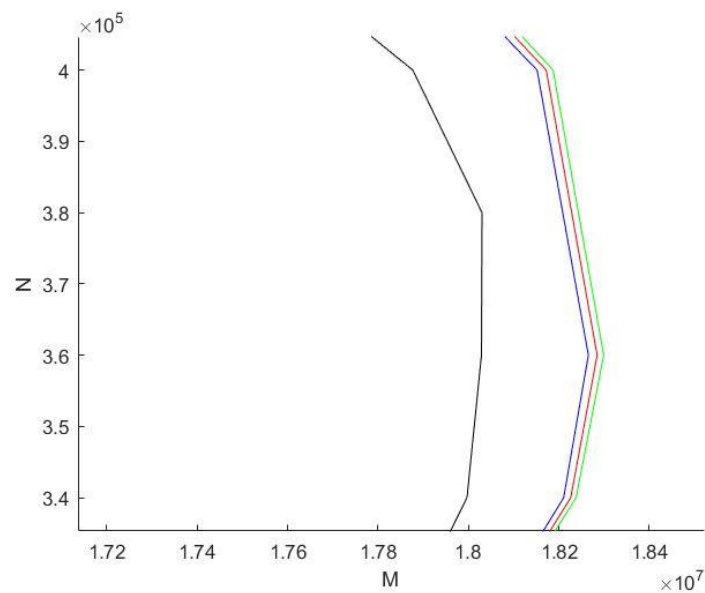
22. ábra:  $M$ - $K$  függvény  $N=50000$  estén különböző húzott oldali duktilitás esetén részlet

A nyomaték-görbület függvény hasonlóan viselkedik, mint a korábban bemutatott esetekben. Az eltérő duktilitású keresztmetszetek azonos nyomatékot képesek elviselni ameddig csak nyomás lép fel a keresztmetszeten (2-es esetek), illetve a húzott oldali lineáris szakasz végéig (1A/a eset). Ezután azonban különböző görbületeknél éri el az  $M$ - $K$  görbe a maximumot, melynek értéke is eltérő, így a görbék a 22-es ábrán látható módon eltolódnak egymáshoz képest.

A teherbírési vonalban látható, hogy a nagyobb duktilitás képes megnövelni a keresztmetszet teherbírását. A duktilitás növelésnek a hatása a lágyuláshoz hasonlóan szintén elsősorban a húzószilárdság nagyságától függ.



23. ábra: Teherbírési vonal különböző nagyságú duktilitás esetén



24. ábra: Teherbírési vonal különböző nagyságú duktilitás esetén részlet

## Összefoglalás

A dolgozatban a nyomószilárdságukhoz képest kis húzószilárdsággal rendelkező anyagok teherbírásával foglalkoztam. Dr. Csicsely Ágnes doktori disszertációja alapján módosítottam a számításokhoz használt képleteket úgy, hogy a húzószilárdságot is figyelembe vettem. A módosított képletek segítségével Matlab programot írtam, amely adott normálerőhöz megrajzolja a külpontosan nyomott keresztmetszet M-K görbáját. A teherbírasi vonalat a különböző normálerő értékek és a hozzájuk tartozó nyomatéki maximum értékek adják.

A kutatásom eredményeinek segítségével a külpontosan nyomott beton és vályog elemek pontosabban méretezhetőek, a húzószilárdság figyelembevételével nagyobb teherbírást vehetünk figyelembe. Ez a hatás nem minden esetben jelentős, nagy normálerő esetén a keresztmetszet nagy része (vagy egésze) nyomott, a húzószilárdságnak nincs jelentős szerepe a teherviselésben. Főként két helyen van számottevő hatása a pontosításnak: kis normálerő esetén, illetve a maximális nyomaték környezetében (lásd 14. ábra).

A maximális húzószilárdság mellett azonban az anyagmodellben más paraméterek is befolyásolhatják a teherbírást és az M-N görbét. A valós anyagi viselkedést nem mindig írja le kellő pontossággal egy lineáris anyagmodell. Dolgozatomban bilineáris anyagi viselkedést feltételeztem. Eszerint a maximális húzószilárdság elérése után a rugalmassági modulus megváltozik, az anyag lágyulni kezd, míg el nem éri a határnyúlás értékét (lásd 5. ábra).

A kutatás során megvizsgáltam az anyagi paraméterek változtatásának a teherbírasi vonalra gyakorolt hatását. Elsőként a húzószilárdság értékét vizsgáltam, és kerestem, hogy adott szilárdságnövekmény mekkora teherbírás növekedést okoz, illetve milyen igénybevétel kombinációk esetén lehet szükség a nyomott oldal mellett a húzási ellenállás figyelembevételére is.

Ezután a lágyulási paramétert változtattam. Minél nagyobb a lágyulás, annál kedvezőtlenebbül hat a teherbírásra. A lágyulás elhanyagolásából származó hiba mértéke a maximális húzószilárdság nagyságától függ. Minél nagyobb az anyag húzószilárdsága a nyomószilárdságához képest, annál fontosabb a tényleges viselkedés pontos figyelembevétele. A húzószilárdság figyelembevétele, de a lágyulás elhanyagolása a biztonság kárára történő közelítés. Ezen dolgozat eredményeinek továbbfejlesztéseként valós anyagi paraméterek esetén meg lehet vizsgálni, hogy mikor kell ezzel a pontosabb anyagi viselkedést leíró anyagmodellel számolni.

A dolgozatban megvizsgáltam azt is, hogy milyen hatással van a duktilitás a teherbírásra. Az eredmények azt mutatják, hogy a duktilitás növekedésével nő a teherbírás is. Azonban a hatás mértéke a lágyuláshoz hasonlóan a húzószilárdság nagyságrendjétől függ. A duktilitás változtatásának a hatása, a húzószilárdság változásához hasonlóan főként csak a teherbírási vonal két helyén (kis normálerő, nyomatéki maximum környezete) érvényesül. Ezenkívül a különböző  $\epsilon_{uh}$  értékek esetén csak kismértékű változás tapasztalható.

A dolgozat megírásával a cél az anyagmodell pontosításából származó teherbírásnövekmény meghatározása volt. A dolgozat ábráin az eltérő anyagi paraméterek teherbírási vonalra gyakorolt hatása, a kialakuló tendenciák jól megfigyelhetők.

## Irodalomjegyzék

Orbánné Csicsely, Ágnes. 2006. *Vályogfalak kísérleti és elméleti teherbírásvizsgálata*.

Doktori disszertáció, 41-54. oldal

## Ábrajegyzék

### Ábrák

1. ábra: $\sigma$ - $\epsilon$ diagram húzószilárdság figyelembevétele nélkül Orbánné Csicsely (2006: 44) .....	5
2. ábra: A keresztmetszet adatai .....	6
3. ábra: Feszültségábrák húzószilárdság figyelembevétele nélkül Orbánné Csicsely (2006: 49) .....	6
4. ábra: Teherbírési vonal húzószilárdság figyelembevétele nélkül .....	7
5. ábra: Lágyló anyagmodell $\sigma$ - $\epsilon$ diagramja a húzószilárdság figyelembevételével .....	8
6. ábra: Feszültségábrák a húzószilárdság figyelembevételével .....	10
7. ábra: M- $\kappa$ függvény N=50000 esetén .....	14
8. ábra: M- $\kappa$ függvény N=200000 esetén .....	14
9. ábra: M- $\kappa$ függvény N=500000 esetén .....	14
10. ábra: M- $\kappa$ függvény N=800000 esetén .....	14
11. ábra: Teherbírési vonal a húzószilárdság figyelembevételével a 2. táblázat adataival számolva.....	15
12. ábra: $\sigma$ - $\epsilon$ diagram változó húzószilárdság esetén .....	16
13. ábra: M- $\kappa$ függvény különböző nagyságú húzószilárdság esetén .....	17
14. ábra: Teherbírési vonal különböző nagyságú húzószilárdság esetén .....	18
15. ábra: $\sigma$ - $\epsilon$ diagram változó húzott oldali lágylás esetén .....	19
16. ábra: M- $\kappa$ függvény N=50000 estén különböző húzott oldali lágylás esetén.....	20
17. ábra: M- $\kappa$ függvény N=50000 estén különböző húzott oldali lágylás esetén részlet .....	20
18. ábra: Teherbírési vonal különböző nagyságú lágylás esetén .....	21
19. ábra: Teherbírési vonal különböző nagyságú lágylás esetén részlet .....	22
20. ábra: $\sigma$ - $\epsilon$ diagram változó húzott duktilitás esetén .....	23
21. ábra: M- $\kappa$ függvény N=50000 estén különböző húzott oldali duktilitás esetén .....	24
22. ábra: M- $\kappa$ függvény N=50000 estén különböző húzott oldali duktilitás esetén részlet.....	24
23. ábra: Teherbírési vonal különböző nagyságú duktilitás esetén .....	25
24. ábra: Teherbírési vonal különböző nagyságú duktilitás esetén részlet .....	25

### Táblázatok

1. táblázat: Húzószilárdság nélküli számítási paraméterek .....	5
2. táblázat: A húzószilárdságot figyelembe vevő számítás paraméterei .....	8
3. táblázat: Húzószilárdság növelése során használt paraméterértékek .....	16
4. táblázat: A lágylás változtatásához használt paraméterek.....	19
5. táblázat: A duktilitás változtatásához használt paraméterek .....	23