



Épületmerítő rendszerek modellezése és statisztikai elvű stabilitásvizsgálata

BME Építészmérnöki Kar, Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék

2017. TDK konferencia

Szerzők: Tábi Dávid, Tóbiás Dániel Alex

Konzulens: dr. Vető Dániel

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés, alapfogalmak, problémafelvetés.....	3
1.1. Bevezetés.....	3
1.2. Alapfogalmak.....	4
1.3. Problémafelvetés	6
2. Épületek merevítőrendszerének stabilitásvizsgálata	7
2.1. A helyettesítő tartó	7
2.2. Koncentrált tetőteherrel terhelt épület stabilitásvizsgálata	10
2.3. Födémeként egyenletesen megoszló teherrel terhelt épület stabilitásvizsgálata	13
3. Alkalmazott feltételezések, közelítések	15
4. Program leírása	16
4.1. Program feladata.....	16
4.2. Adatok generálása	17
4.3. Számítások.....	19
4.4. Megjelenítés	20
5. Eredmények	22
6. Összefoglalás, további lehetőségek	27
7. Hivatkozások.....	27
8. Függelék.....	29
8.1. Merevítőmag csavarási merevségei	29
8.2. Programrészlet.....	30

1. Bevezetés, alapfogalmak, problémafelvetés

1.1. Bevezetés

A dolgozat épületek merevítőrendszerének stabilitását vizsgálja egy újfajta, kvantitatív megközelítésen alapuló eljárás alkalmazásával, illetve annak statisztikai elvű kiértékelésével. A tavalyi dolgozatban [3] kizárólag alaprajzilag egyenes, nem elágazó falakból álló, kétszeresen szimmetrikus merevítőrendszerek stabilitásvizsgálatát végeztük egy egyszerű algoritmus felhasználásával, melynek alapját Kollár Lajos 1977-ben publikált levezetése képezte [1]. Ezzel azonban a gyakorlatban előforduló esetek jelentős részét nem tudtuk vizsgálni. Általános esetben ugyanis a merevítőrendszert alkotó falak elágazhatnak, vagy akár zárt alakzatot (ún. *magot*) is képezhetnek, illetve maga a merevítőrendszer sem feltétlenül rendelkezik szimmetriával. Ilyenkor az épület merevítőrendszerét reprezentáló ún. *helyettesítő tartó* térbeli elcsavarodást szenved: a két tehetetlenségi síkban kihajlik, miközben a függőleges tengely körül el is csavarodik (míg kétszeres szimmetria esetén az egyes stabilitásvesztési módok egymástól függetlenül is kialakulhatnak) [2,4].

A tavalyi dolgozatban vizsgált (négy különálló falból összeállított, kétszeresen szimmetrikus) merevítőfal-elrendezések a valóságban lehetséges eseteknek egy igen speciális változatához tartoznak. A merevítőrendszer merevségi középpontja, illetve az épület geometriai középpontja ekkor egybeesik. Az általános esettől eltérően így az egyes stabilitásvesztési módok (síkbeli kihajlás, tiszta elcsavarodó kihajlás) egyenletei egymástól függetlenek, amelynek következtében vagy valamelyik tehetetlenségi síkbeli (az épület alaprajzával párhuzamos tengelyek menti) kihajlás, vagy pedig a függőleges tengely körüli tiszta elcsavarodó kihajlás jön létre. Az egyes irányokhoz tartozó kritikus erők értékei a vizsgált elrendezések esetében azonosak, így a vizsgálat lényegében a két különböző tönkremeneteli mód (síkbeli kihajlás, tiszta elcsavarodó kihajlás) összehasonlítására korlátozódott. Ilyen kialakítású kétszeresen szimmetrikus merevítőrendszerek azonban a valóságban igen ritkán fordulnak elő. Általános esetben az egyes tönkremeneteli módok kombinálódnak, ráadásul az egyes síkokhoz tartozó kihajlások kritikus erői sem feltétlenül azonosak, így a vizsgálat a meglévő épületállomány meglehetősen kis hányadát fedte le, a mérnöki gyakorlatban csak rendkívül speciális esetekben volt alkalmazható. Előnye azonban, hogy a kétszeres szimmetriából adódóan a probléma könnyen algoritmizálható volt, az egyes tönkremeneteli módok szemléletesen elkülönültek egymástól. Általános elrendezések vizsgálata azonban lényegesen összetettebb probléma, amely szemléletében is másfajta megközelítést igényel.

Az előző évi modellnél komplexebb, kvantitatív eljárás megalkotását tűztük ki célul, amely által lehetőség nyílik az egyes merevítőrendszerek statisztikai elvű stabilitásvizsgálatára, általános elrendezések figyelembevételével. A cél olyan program létrehozása, amely alkalmas – bizonyos, előre meghatározott korlátozó feltételek mellett – tetszőleges mennyiségű és tulajdonságú merevítőrendszer generálására, majd ezek stabilitásvizsgálatára. E vizsgálat eredményeként az adott elrendezés esetén stabilitási tönkremenetelt okozó szintszámok állnak elő. A sok-sok különböző merevítőrendszer-kialakítás esetén kapott szintszámokat vizsgálva megállapíthatjuk, hogy a merevítőrendszer mely tulajdonságai hogyan befolyásolják a szerkezet stabilitási viselkedését (azaz a szintszámot hogyan módosítják), ezáltal a szerkezettervezés során általánosan alkalmazható megállapításokat tehetünk. Továbbá a program a statisztikai elvű kiértékelésen túlmenően akár egy konkrét épület – részletes tervezést megelőző – előtervezési fázisában is segítséget nyújthat.

1.2. Alapfogalmak

Az épületek merevítőrendszerének feladata a vízszintes terhek továbbítása a teherhordó talajra, illetve a függőleges terhekkal szembeni (globális) stabilitás biztosítása. A merevítőrendszereket általában függőleges (oszlopok/pillérek, keretek, merevítőfalak, illetve merevítő magok) és vízszintes szerkezeti elemek (födémek) alkotják.

Széles körben alkalmaznak merevítőfalakat, mivel erőjátékuk egyszerű, de rúdszerkezetként való modellezésük során gyakran elhanyagolják az esetenként igen jelentős nyírási alakváltozások hatását. Saját síkjukban igen hatékonyak (hajlítómerevségük EI_y , ahol y a fal síkjára merőleges tengely), síkjukra merőlegesen azonban nem rendelkeznek számottevő merevséggel ($EI_x \gg EI_y \approx 0$, ahol x a fal síkjába eső tengelyt jelöli). Külön kategóriát képeznek a nyílással áttört falszerkezetek, melyek viselkedése a keretekhez áll közelebb. A keretek viselkedése hajlítási és nyírási alakváltozásoknak köszönhetően meglehetősen bonyolult, így méretezésük is komplexebb számításokat igényel. Hatékonyságuk jelentősen növelhető keresztmerevítés beépítésével, helyigényéből adódóan azonban ez funkcionális problémákat vet fel. Egy épületben bizonyos szintszám elérése után a függőleges közlekedés biztosítására és különböző gépészeti vezetékek elhelyezésére külön, erre a célra kialakított, jellemzően vasbeton anyagú *magok* betervezése jellemző, melyek hajlítási merevségükön túl jelentős csavarási merevséggel rendelkeznek. A függőleges merevítőelemeket általában tárcsamerev kialakítású födémek kapcsolják össze. A merevítőrendszer erőjátéka a közreműködő (rendszerint) nagy számú szerkezeti elem, a közöttük létrejövő kölcsönhatások és a térbeli viselkedés miatt általában igen bonyolult.

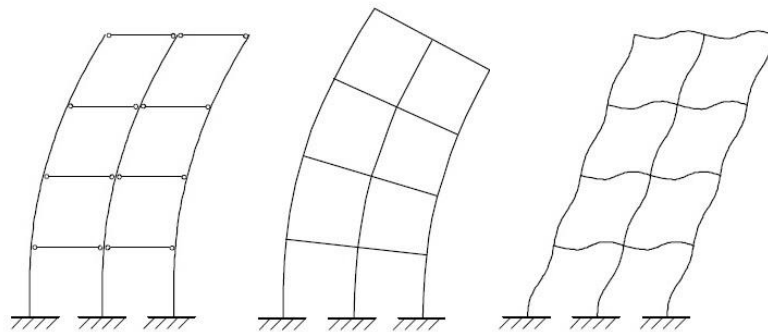
A merevítőrendszer stabilitásvizsgálata során azt kell kimutatni, hogy a függőleges teherrel (jellemzően önsúlyból és hasznos teherből adódó) terhelt épület stabil marad, vagyis nem szenved olyan maradandó

alakváltozásokat, amelyből szilárdsági tönkremenetel adódhat [4]. Ezen túlmenően azonban a merevítőrendszer stabilitási állapota következményekkel jár a többi függőleges teherviselő elemre is, azokra, amelyek nem részei a merevítőrendszernek (pl. az épület pillérei). Ha a merevítőrendszer megfelelő biztonsággal rendelkezik a stabilitás szempontjából, akkor a többi – a merevítőrendszer által megtámasztott – függőleges szerkezeti elem a „merevített” kategóriába tartozik. Az épület globális stabilitásvizsgálata során jellemzően kétféle tönkremeneteli módot különböztetünk meg: *síkbeli kihajlást*, illetve (tisztá) *elcsavarodó kihajlást*. Előbbi az xz és yz síkokban következhet be, ahol x és y az épület alaprajzához igazított tengelypár, míg a „ z ” a függőleges tengelyt jelöli.

Utóbbi a függőleges (z) tengely körüli elcsavarodást jelenti.

A későbbiekben látni fogjuk, hogy síkbeli kihajlás csak egyes speciális esetekben következik be, az épület jellemzően mindkét tehetetlenségi síkban kihajlik, miközben a függőleges tengely körül is elcsavarodik, ez a *térbeli elcsavarodó kihajlás* jelensége.

A különböző stabilitásvesztési módokhoz tartozó, az épület merevítőrendszerének egészére vagy egy részére (akár egy, az épület teljes magasságában végigmenő függőleges merevítőelemre) jellemző alakok az épület merevítőrendszerének kialakításától függően különbözőek lehetnek. Alapvetően háromféle alakváltozást különböztetünk meg: *lokális hajlítási alakváltozást*, *globális hajlítási alakváltozást*, illetve *nyírási alakváltozást* (ahogyan az 1. ábrán [4] látható a fent említett sorrendben).



1. ábra. Lokális hajlítási, globális hajlítási, nyírási alakváltozás

A teljes magasságra kiterjedő lokális hajlítási alakváltozás során az épület úgy működik, mintha csak az oszlopai állnának ellen a külső tehernek, a gerendák szerepe csupán arra korlátozódik, hogy csuklós végű rúdként együttdolgozzák a pilléreket. Globális hajlítási alakváltozás során az épület úgy viselkedik, mintha az oszlopok egy képzeletbeli tömör rúd hosszanti szálai volnának, amelyek az alakváltozás során összenyomódást, illetve megnyúlást szenvednek. A nyírási alakváltozás abból a tényből adódik, hogy az oszlopok és gerendák a csomópontok körül meggörbülnek. Ahogy már említettük, a fenti alakok az épület merevítőrendszerének egészére vagy egy részére is jellemzőek lehetnek.

1.3. Problémafelvetés

Épületek merevítőrendszerének stabilitásvizsgálata – ahogy azt a későbbiek során látni fogjuk – meglehetősen komplex számításokat igényel, kézi eljárással bonyolult (és időigényes) követni a merevítőrendszer térbeli viselkedését. A mérnöki gyakorlatban széles körben alkalmazott ún. *végeselemes* szoftverek segítségével egy adott elrendezés esetén relatíve gyorsan elvégezhető a stabilitásvizsgálat (általánosságban jó közelítéssel), egy-egy eset vizsgálatával azonban nem tehetünk a szerkezettervezés során általánosan alkalmazható megállapításokat. Amennyiben arra a kérdésre szeretnénk választ találni, hogy általánosságban az épületek esetében mekkora szintszám okoz stabilitásvesztési tönkremenetelt, vagy melyek azok a tulajdonságai a merevítőrendszereknek, amelyek döntő befolyással vannak a szerkezet stabilitására, másféle megközelítést kell alkalmaznunk. A probléma elsősorban abban rejlik, hogy az egyes épületeket meglehetősen sok paraméterrel lehet csak jellemezni, a teljesség igénye nélkül: alapterület, szintszám, merevítőelemek száma, mérete és elhelyezkedése, alkalmazott anyagok merevségi tulajdonságai. Másfelől azok a kimeneti paraméterek, melyeket keresünk, gyakran a számítások során – ahogy a későbbi fejezetek során látni fogjuk – már a bemeneti értékek között is megjelennek (*jellemzően* a szintszám), melyet az alábbi összefüggéssel fogalmazhatunk meg:

$$f(b_1, b_2, \dots, b_n, k) \rightarrow k$$

, ahol b_1, b_2, \dots, b_n az egyes bemeneti paraméterek, k pedig a keresett érték. Abban az esetben tehát, ha az f függvény szélsőértékét keressük (mekkora az a *legkisebb* szintszám, amely már a szerkezet stabilitásvesztését okozza?), a matematikában már jól ismert *iterációhoz* folyamodunk. Kézi – vagy akár *végeselemes* – számítás esetében is már egyetlen elrendezés vizsgálata során is időigényes lenne a tönkremenetelhez tartozó szintszám meghatározása („próbálgatással”, k értékének folyamatos változtatásával), így célszerű létrehozni egy olyan algoritmust, amely a programozásban már jól ismert *ciklus* felhasználásával alkalmas elvégezni a szükséges számításokat. Az algoritmus tehát alkalmas egy *adott* (megfelelő bemeneti paraméterekkel leírható) épület merevítőrendszerének stabilitásvizsgálatára, és keresett k értékének meghatározására (adott elrendezés mellett mekkora szintszám okoz tönkremenetelt?), ahhoz azonban, hogy a merevítőrendszerek egy tágabb csoportját vizsgálhassuk, szükség van egy adathalmazra, amely az egyes elrendezések bemeneti paramétereit foglalja magában. A program tehát alkalmas tetszőleges (ésszerű határokon belüli) kiterjedésű adathalmaz kiértékelésére, itt azonban felmerül a kérdés, hogy a kapott eredményeket hogyan lehet egymással összefüggésbe hozni, értelmezni (hogyan lehet összehasonlítani két, merőben eltérő merevítőrendszer adatait?). Szükség van tehát olyan jellemző értékekre, melyek a leginkább leírják egy épület merevségi

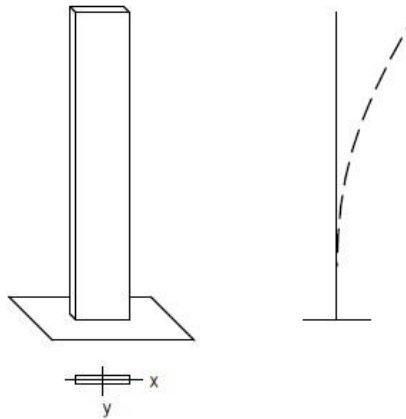
tulajdonságait, és amelyek függvényében átfogó képet kaphatunk épületek stabilitásvesztési tönkremeneteléről (ahogy arról a későbbi fejezetek során szó lesz).

Célunk tehát több száz/ezer/tízezer (bizonyos korlátozó feltételek mellett) véletlenszerűen sorsolt (generált) merevítőrendszer vizsgálata, amely alapján az elérhető maximális szintszámot befolyásoló merevítőrendszer jellemzőkre tehetünk megállapításokat, és átfogó képet kaphatunk a szerkezetek stabilitási viselkedéséről.

2. Épületek merevítőrendszerének stabilitásvizsgálata

2.1. A helyettesítő tartó

Ahogy arról már a korábbi fejezetben már szó esett, a (merevítő)falakat alul befogott rúdszerkezetként modellezzük, melyek hajlítási alakváltozást végző konzolként működnek (2. ábra).



2. ábra. Merevítőfal, hajlítási alakváltozás

A merevítőrendszerek globális vizsgálata viszonylag egyszerűen végrehajtható, ha a merevítőelemait (falakat) képzeletben egyetlen *helyettesítő tartó*vá (konzollá) toljuk össze úgy, hogy a helyettesítő tartó mechanikai viselkedés szempontjából egyenértékű legyen az eredeti merevítőrendszerrel [4]. Ilyen értelemben a merevítőelemek egy fiktív, függőleges tengelyű rúd keresztmetszetének részeit alkotják. A helyettesítő tartó két meghatározó tulajdonságával jellemezhető: *merevségével* és *helyével*. Stabilitásvizsgálat során a merevítőrendszer térbeli viselkedését tanulmányozzuk, amely meglehetősen komplex: a külső terhek hatására az épület kétirányú eltolódásokat és elcsavarodást is végezhet. A térbeli viselkedés során fontos szerepet játszik az ún. *nyírasközéppont* (v. csavarási/merevségi középpont), amely az a pont (rendszerint, de nem feltétlenül az épület kontúrján belül), amelyen áthaladó vízszintes erő hatására az épület földemei eltolódnak, de nem csavarodnak el (a rúdszerkezetek elméletében a keresztmetszetek nyírasközéppontja ezzel analóg módon viselkedik). Amennyiben azt szeretnénk, hogy a helyettesítő tartó egyenértékű legyen a merevítőrendszerrel, akkor a helyettesítő tartónak a

merevítőrendszer nyírasközéppontjában kell lennie. A nyírasközéppont koordinátáit a merevségek súlypontjaként határozzuk meg, célszerűen egy olyan x - y koordinátarendszerben, amelynek koordinátatengelyei az épületet közrefogják. A centrifugális tehetetlenségi nyomatékokat (v. *deviációs nyomatékokat*) is figyelembe véve a nyírasközéppont koordinátáit az

$$\bar{x}_0 = \frac{I_{xy}(\sum_1^n I_{y,i}\bar{y}_i - \sum_1^n I_{xy,i}\bar{x}_i) - I_y(\sum_1^n I_{xy,i}\bar{y}_i - \sum_1^n I_{x,i}\bar{x}_i)}{I_x I_y - I_{xy}^2}$$

$$\bar{y}_0 = \frac{I_x(\sum_1^n I_{y,i}\bar{y}_i - \sum_1^n I_{xy,i}\bar{x}_i) - I_{xy}(\sum_1^n I_{xy,i}\bar{y}_i - \sum_1^n I_{x,i}\bar{x}_i)}{I_x I_y - I_{xy}^2}$$

összefüggések adják, ahol $I_{x,i}$, $I_{y,i}$ és $I_{xy,i}$ az i -edik merevítőelem tehetetlenségi nyomatékai az elemek saját súlyponti tengelyeire és I_x , I_y és I_{xy} a tehetetlenségi nyomatékok összegei, azaz:

$$I_x = \sum_1^n I_{x,i}, \quad I_y = \sum_1^n I_{y,i}, \quad I_{xy} = \sum_1^n I_{xy,i}$$

ahol n a merevítőelemek száma. A fenti képletben \bar{x}_i és \bar{y}_i az egyes merevítőelemek saját nyírasközéppontjára vonatkozik. Amennyiben az egyes merevítőelemek nem rendelkeznek centrifugális tehetetlenségi nyomatékkal, úgy a fenti képletek az alábbi összefüggésekre egyszerűsödnek:

$$\bar{x}_0 = \frac{\sum_1^n I_{x,i}\bar{x}_i}{I_x}, \quad \bar{y}_0 = \frac{\sum_1^n I_{y,i}\bar{y}_i}{I_y}$$

(A nyírasközéppont koordinátáinak ismeretében az eredeti x - y koordinátarendszert áthelyezhetjük a merevségi középpontba, így a későbbiekben az \bar{x} és \bar{y} segédtengelyekre már nem lesz szükség.) A helyettesítő tartó merevségei azonosak kell hogy legyenek a merevítőrendszer merevségeivel, melyeket két csoportban, a hajlítási és a csavarási merevségek csoportjában vizsgálunk. A födémek a saját síkjukban nagy merevségük révén a merevítőrendszer elemeit együttdolgoztatják, így a helyettesítő tartó EI_x , EI_y és EI_{xy} hajlítási merevségeit úgy kapjuk, hogy a merevítőelemek saját hajlítási merevségeit egyszerűen összegezzük:

$$EI_x = E \sum_1^n I_{x,i}, \quad EI_y = E \sum_1^n I_{y,i}, \quad EI_{xy} = E \sum_1^n I_{xy,i}$$

ahol E a rugalmassági modulus. A csavarási merevségek esetében jellemzően kétféle típust különböztetünk meg: tiszta (Saint-Venant-féle) GJ csavarási, illetve EI_ω öblösödési merevséget, melyeket azonban eltérő módon kell kezelni. A födémek nagy síkbeli merevségük nyomán az egyes merevítőelemeket összekötik (akárcsak a hajlítási merevségek esetében), így a helyettesítő tartó tiszta

csavarási merevségét az egyes merevítőelemek GJ merevségeinek egyszerű összegzésével kapjuk meg, így

$$GJ = G \sum_1^n J_i$$

, ahol J_i az i -edik merevítőelem tiszta csavarási tehetetlenségi nyomatéka, és G az ún. nyírási rugalmassági tényező, melyet az alábbi összefüggés alapján határozhatunk meg:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

, ahol E a rugalmassági modulus, ν pedig a *Poisson-féle* tényező, melynek értéke anyagminőségtől függően jellemzően 0,2..0,3. Zárt szelvények tiszta csavarási tehetetlenségi nyomatéka jelentős értékű lehet (mint a korábban említett függőleges közlekedés, illetve gépészeti vezetékek elhelyezésére kialakított, jellemzően vasbeton anyagú *magok* esetében), melyet az ún. *Bredt-féle* képlet alapján számíthatunk:

$$J = \frac{4A_0^2}{\sum_1^m \frac{h_i}{v_i}}$$

, ahol h_i és v_i a szelvényt alkotó falszakaszok hossza és vastagsága, m a falszakaszok száma és A_0 a falak tengelyei által közbezárt terület. Nyitott szelvények tiszta csavarási tehetetlenségi nyomatéka a zárt szelvényekéhez képest lényegesen kisebb, értéke a

$$J = \frac{1}{3} \sum_1^m h_i v_i^3$$

összefüggés alapján határozható meg, ahol az egyes jelölések a *Bredt-féle* képlettel analógok. Az épület öblösödési csavarási merevsége két forrásból származik. Az egyes elemek öblösödési csavarási merevségét – ha van – egyszerűen össze kell adni, mint az előző esetekben. Ezen kívül azonban a födécek nagy síkbeli merevségük folytán az elcsavarodás során oly módon is együttdolgoztatják az egyes elemeket, hogy azokat hajlítási alakváltozásra kényszerítik. Az ily módon kialakuló hajlítási csavarási ellenállás az elemek saját hajlítási merevségével (egyenesen) és a csavarási középponttól mért távolságával (négyzetesen) arányos. Ez a „járulékos tag” épületek esetében általában igen fontos szerepet játszik, mert nagyságrend(ek)kel nagyobb lehet mint az elemek saját öblösödési merevségeinek összege [4]. A helyettesítő tartó öblösödési csavarási merevsége így:

$$EI_{\omega} = E \sum_1^n (I_{\omega,i} + I_{x,i}x_i^2 + I_{y,i}y_i^2 - 2I_{xy,i}x_iy_i)$$

, ahol $I_{\omega,i}$ az i -edik elem saját öblösödési tehetetlenségi nyomatéka, x_i , illetve y_i pedig az i -edik elem saját nyírasközéppontjának távolsága a merevítőrendszer O nyírasközéppontjától. Az épület merevítőrendszerének nyírasközéppontjának meghatározása során már korábban volt szó a centrifugális tehetetlenségi nyomatékról (I_{xy}), amelynek zérus ($\sum_1^n I_{xy,i} = 0$) értéke esetén a helyettesítő tartó tehetetlenségi főtengelyei, és az épület oldalaival párhuzamos x és y tengelyek egymással párhuzamosak. Abban az esetben azonban, ha $I_{xy} = \sum_1^n I_{xy,i} \neq 0$, tehát a helyettesítő tartó rendelkezik centrifugális tehetetlenségi nyomatékkal, a tehetetlenségi főtengelyek

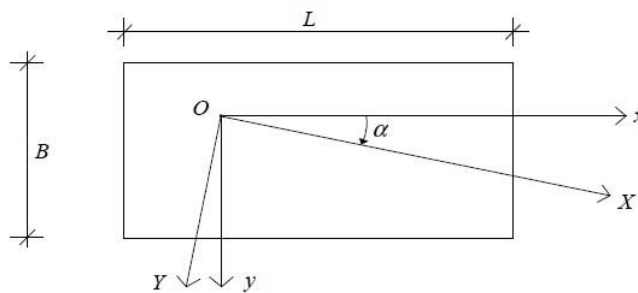
$$\alpha = \frac{1}{2} \arctan \frac{2I_{xy}}{I_y - I_x}$$

szöveget zárnak be az épület oldalaival. Ekkor az

$$I_X = I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha$$

$$I_Y = I_x \sin^2 \alpha + I_y \cos^2 \alpha + I_{xy} \sin 2\alpha$$

összefüggések adják a főtehetetlenségi nyomatékokat, ahol X és Y a főtengelyeket jelölik (3. ábra [4]).



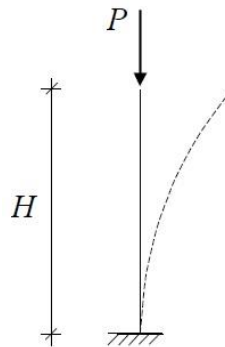
3. ábra. Az X és Y tehetetlenségi főtengelyek

2.2. Koncentrált tetőteherrel terhelt épület stabilitásvizsgálata

A helyettesítő tartó pontos helyének és merevségének ismeretében már elvégezhető a stabilitásvizsgálat, a merevítőrendszer térbeli viselkedésének elemzése során feltételezzük, hogy a teher függőleges. Az N_{kr} (kritikus teher) az a teher, amelynél az épület elveszti stabilitását. A térbeli viselkedés jellemzően attól függ, hogy a külső terhek eredője és a nyírasközéppont hogyan helyezkedik el egymáshoz viszonyítva, ez alapján három alapvető esetet különböztetünk meg:

- A. *Kétszeres szimmetria:* a függőleges terhek eredője egybeesik a merevítőrendszer nyírasközéppontjával
- B. *Egyszeres szimmetria:* a függőleges terhek eredője az egyik tehetetlenségi főtengelyre esik
- C. *Általános eset:* a függőleges terhek eredője egyik tehetetlenségi főtengelyre sem esik

Első lépésben tekintsük a fent koncentrált erővel terhelt (4. ábra [4]) konzoltartó esetét, amely gyakorlati szempontból ugyan kevésbé jelentős, a jelenséget leíró összefüggések levezetése azonban elengedhetetlenül fontos a (valós épületekkel analóg) magasság mentén megoszló teherrel terhelt konzoltartó esetének megértéséhez.



4. ábra. Koncentrált tetőteherrel terhelt konzol

Vezessük be az alábbi három ún. *kritikus alapterhet*, melyek függvényében az egyes tönkremeneteli módokhoz tartozó kritikus erők kifejezhetőek [4]:

$$F_x = \frac{\pi^2 EI_y}{4H^2}$$

$$F_y = \frac{\pi^2 EI_x}{4H^2}$$

$$F_\varphi = \frac{1}{i_p^2} \left(\frac{\pi^2 EI_\omega}{4H^2} + GJ \right)$$

- A. *Kétszeres szimmetria:* ebben az esetben jellemzően három dolog történhet:
 - i) A merevítőrendszer kihajlik az xz síkban (ezt az esetet $N_{kr,x}$ jellemzi)
 - ii) A merevítőrendszer kihajlik az yz síkban (ezt az esetet $N_{kr,y}$ jellemzi)
 - iii) Tiszta elcsavarodó kihajlás jön létre z tengely körül (ezt az esetet $N_{kr,\varphi}$ jellemzi), ahol

$$N_{kr,x} = F_x = \frac{\pi^2 EI_y}{4H^2}$$

$$N_{kr,y} = F_y = \frac{\pi^2 EI_x}{4H^2}$$

$$N_{kr,\varphi} = F_\varphi = \frac{1}{i_p^2} \left(\frac{\pi^2 EI_\omega}{4H^2} + GJ \right)$$

A három jelenség egymástól elkülönített módon, „tisztán” jöhet létre, és közülük az következik be, amelyikhez a legkisebb kritikus erő tartozik, vagyis felírható az alábbi összefüggés:

$$N_{kr} = \min(N_{kr,x}; N_{kr,y}; N_{kr,\varphi})$$

B. Egyszeres szimmetria: ebben az esetben két dolog történhet:

- i) A merevítőrendszer kihajlik az xz síkban (ezt az esetet $N_{kr,x}$ jellemzi)
- ii) A merevítőrendszer kihajlik az yz síkban ($N_{kr,y}$), de ez a kihajlás kombinálódik a z tengely körüli tiszta elcsavarodó kihajlással ($N_{kr,\varphi}$). Ezt az esetet az $N_{kr,y\varphi}$ jellemzi. Itt

$$N_{kr,x} = F_x = \frac{\pi^2 EI_y}{4H^2}$$

$N_{kr,y\varphi}$ pedig az alábbi másodfokú egyenlet kisebbik gyöke:

$$F^2 + b_1 F + b_0 = 0$$

, ahol

$$b_1 = \frac{F_y + F_\varphi}{1 - \tau_x^2}; \quad b_0 = \frac{F_y F_\varphi}{1 - \tau_x^2}; \quad \tau_x = \frac{x_c}{i_p}$$

A két jelenség közül az következik be, amelyikhez a legkisebb kritikus erő tartozik, vagyis felírható az alábbi összefüggés:

$$N_{kr} = \min(N_{kr,x}; N_{kr,y\varphi})$$

C. Általános eset: az előző esetektől eltérően ekkor három dolog történik egyszerre:

- i) A merevítőrendszer kihajlik az xz síkban ($N_{kr,x}$)
- ii) A merevítőrendszer kihajlik az yz síkban ($N_{kr,y}$)
- iii) Tiszta elcsavarodó kihajlás jön létre z tengely körül ($N_{kr,\varphi}$), ahol

$$N_{kr,x} = F_x = \frac{\pi^2 EI_y}{4H^2}$$

$$N_{kr,y} = F_y = \frac{\pi^2 EI_x}{4H^2}$$

$$N_{kr,\varphi} = F_\varphi = \frac{1}{i_p^2} \left(\frac{\pi^2 EI_\omega}{4H^2} + GJ \right)$$

Ez a jelenség a (térbeli) elcsavarodó kihajlás, amelyet olyan kritikus erő jellemez, amely mindhárom „alap” kritikus erőnél ($N_{kr,x}$, $N_{kr,y}$, $N_{kr,\varphi}$) kisebb, vagyis [4]:

$$N_{kr} < N_{kr,x}, N_{kr,y}, N_{kr,\varphi}$$

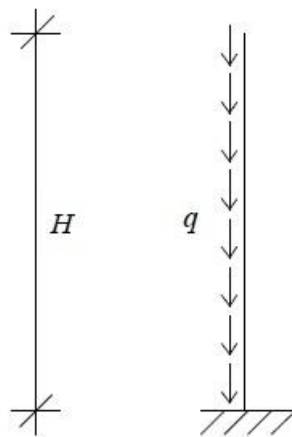
, ahol az egyes stabilitásvesztési módokhoz tartozó kritikus erők kombinálódnak. A kombinálódást az ún. *Föppl-Papkovics* tétellel vehetjük figyelembe, amelynek értelmében az épület kritikus terhe (N_{kr}) az $N_{kr,x}$, $N_{kr,y}$ és $N_{kr,\varphi}$ kritikus alapterhek ismeretében az alábbi összefüggés alapján:

$$\frac{1}{N_{kr}} \leq \frac{1}{N_{kr,x}} + \frac{1}{N_{kr,y}} + \frac{1}{N_{kr,\varphi}}$$

(*Megjegyzés:* a tétel előnye, hogy igen egyszerűen alkalmazható, hátránya viszont, hogy gyakran nagyon „óvatos”, és a biztonság javára ugyan, de nagy eltéréssel adja meg a kritikus teher értékét. A pontosabb számítás bonyolultsága miatt alkalmazására ebben a dolgozatban nem kerül sor.)

2.3. Födémeként egyenletesen megoszló teherrel terhelt épület stabilitásvizsgálata

Az előző fejezet során azzal a feltételezéssel éltünk, hogy az épületet kizárólag koncentrált tetőteher terheli, így kvázi az épület merevítőrendszerét helyettesítő konzolt (tartót) tetőpontján terheljük. Egyszintes épületek esetében a feltételezés közel helytálló, többszintes épületek esetében azonban sokkal pontosabb az a feltételezés, hogy a helyettesítő konzol terhe az egyes födémeken megoszló teherként jelentkezik, szintenként koncentrált erő (5. ábra [4]) formájában. Ezt a terhet a függőleges mentén „elkenjük”, így a teher a konzol teljes hosszán egyenletesen megoszlóvá válik (*megj.:* a teher függőleges mentén történő elkenésével bizonyos mértékig a biztonság kárára tévedünk, ez a tévedés azonban annál kisebb, minél nagyobb a szintszám, merevítőrendszerek stabilitásvizsgálatára pedig jellemzően magasházak esetében kerül sor, így a számítás relatíve pontosnak tekinthető).



5. ábra. Megoszló teherrel terhelt konzol

Annak ellenére, hogy teher jellege (koncentrált tetőponti, vagy megoszló (szintenként koncentrált)) eltérő, a stabilitásvesztés szempontjából nem jelent minőségi különbséget, általános esetet feltételezve a stabilitásvizsgálatot az előző fejezetben ismertetett eljárással analóg módon végezzük:

- A) Előállítjuk az alapesetek kritikus terheit ($N_{kr,x}$, $N_{kr,y}$, $N_{kr,\varphi}$), majd
- B) Figyelembe vesszük a kombinálódást (Föppl-Papkovics tétel)

Síkbeli kihajlás esetén a kritikus alapterheket az előző fejezetben alkalmazott összefüggésekből származtatjuk:

$$N_{kr,x} = \frac{7,837r_s EI_y}{H^2}$$

$$N_{kr,y} = \frac{7,837r_s EI_x}{H^2}$$

A fenti képletben elhelyeztük az r_s redukciós tényezőt, ami annak a közelítésnek a hatását fejezi ki, hogy a valójában födémszinteken jelentkező koncentrált erőkből álló terhelést a tartó magassága mentén elkenjük [4]. Az r_s redukciós tényező értéke kettőnél több szintes épületek esetében:

$$r_s = \frac{n}{n + 1,588}$$

, ahol n a szintek száma. [Érdeemes megjegyezni, hogy a tavalyi dolgozat során az r_s redukciós tényezőt – Zalkától eltérően - elemi szilárdságtani ismereteinkből adódóan az eltolási merevségek alapján definiáltuk, értékét az

$$r_s = \frac{n}{n + \frac{5}{3}}$$

összefüggés alapján határoztuk meg. Ha egy (egész épület magassága mentén végigfutó) merevítőfal merevségét $k = r_s \frac{8EI}{H^3}$ értékkel vesszük számításba, a képet $n=1$ (egyszintes épület) esetén visszadja a tetőpontján terhelt konzol eltolási merevségét ($k = \frac{3EI}{H^3}$), $n \rightarrow \infty$ esetén pedig előáll a magassága mentén megoszló teherrel terhelt konzol eltolási merevsége ($k = \frac{8EI}{H^3}$). A kétféleképpen definiált r_s tényező közötti eltérés – a különböző megközelítések ellenére – számszakilag igen csekély. Fontos megjegyezni, hogy az alkalmazott összefüggés kizárólag különálló merevítőfalakból álló merevítőrendszerek esetében alkalmazható, a jelen dolgozatban vizsgált összetettebb elemek (merevítőmag) esetében azonban nem, így a későbbiek során Zalka képletét [4] használjuk.]

Tiszta elcsavarodó kihajláshoz tartozó kritikus alapterher meghatározása már lényegesen bonyolultabb, így a differenciálegyenletek levezetésének mellőzésével az alábbi eljárást alkalmazzuk: első lépésben

feltételezzük, hogy a helyettesítő tartó kizárólag EI_ω öblösödési csavarási merevséggel rendelkezik, felírjuk a hozzá tartozó kritikus terhet ($N_{kr,1}$), majd pedig feltételezzük, hogy kizárólag GJ tiszta csavarási merevsége van, és az ehhez tartozó kritikus erő ($N_{kr,2}$) felírását követően a *Southwell*-tétel alkalmazásával összegezzük az egyes rész-merevségekhez tartozó kritikus terheket. Ekkor:

$$N_{kr,1} = \frac{7,837r_s EI_\omega}{i_p^2 H^2}$$

$$N_{kr,2} = \frac{GJ}{i_p^2}$$

A két rész-merevséghez tartozó kritikus terhek *Southwell*-féle összegzésével megkapjuk a tiszta elcsavaródó kihajláshoz tartozó kritikus teher közelítő értékét [4]:

$$N_{kr,\varphi} = N_{kr,1} + N_{kr,2} = \frac{1}{i_p^2} \left(\frac{7,837r_s EI_\omega}{H^2} + GJ \right)$$

Ezt követően a kritikus alapterhek ismeretében már elvégezhető a *Föppl-Papkovics*-féle összegzés (*megj.*: a képlet hibahatára 0 és 67 százalék között mozog, a tévedés azonban szigorúan csak a biztonság javára történhet). A fenti összefüggések alapján az alábbi (a koncentrált tetőteherrel terhelt esethez nagyon hasonló) következtetések vonhatók le: az épületek kritikus terhe jellemzően két dologtól függ,

- i) az $N_{kr,x}$, $N_{kr,y}$, $N_{kr,\varphi}$ kritikus terhek értékétől, illetve
- ii) ezen terhek kombinálódásától.

Érdemes megjegyezni, hogy a kombinálódás hatása (veszélye) annál nagyobb, minél nagyobb a nyírasközéppont és a geometriai középpont t távolsága. Optimális esetnek az tekinthető, ha az egyes alap kritikus terhek lehetőleg közel azonos nagyságúak, illetve az előbb definiált t távolság értéke zérushoz közeli, vagyis az alábbi két feltétel egyidejűleg teljesül:

$$N_{kr,x} \approx N_{kr,y} \approx N_{kr,\varphi}$$

$$t \approx 0$$

3. Alkalmazott feltételezések, közelítések

A dolgozatban bemutatott vizsgálatok során arra törekedtünk, hogy olyan feltételrendszert szabjunk, amelynek eredményeképpen a számítások egyszerűbbé válnak, ugyanakkor az eredmények felhasználhatók az épületek egy – nem túlzottan lehatárolt – csoportjának közelítő vizsgálatához. A következő fejezetekben az alábbi feltételezésekkel élünk:

- i) A merevítőrendszer elemei homogén és izotróp anyagúak, lineárisan rugalmasan viselkednek és kis alakváltozásokat végeznek.
- ii) A merevítőrendszer elemei (merevítőfalak, magok) az alaptestbe befogottak.
- iii) A merevítőelemek alaprajzi elrendezése minden szinten azonos.
- iv) Az épületek földemei saját síkjukban merev tárcsát alkotnak, síkjukra merőlegesen azonban hajlékonyak (azaz a függőleges terheket továbbítják, de a csatlakozó szerkezetek alakváltozásait hajlítómerevségükkel nem gátolják).
- v) A merevítőrendszer csak lokális hajlítási alakváltozást végez (1. ábra, 1.2. fejezet!).

Globális hajlítási alakváltozással azért nem foglalkozunk, mivel a pilléreket (illetve falakat) összenyomhatatlannak feltételezzük, a nyírásával pedig egyrészt azért, mert a földemeket a síkjukra merőlegesen hajlékonynak tekintjük, így nem szolgálnak részleges „befogásként” a merevítőrendszer számára, másrészt pedig azért, mert a merevítőrendszer arányai olyanok, hogy a nyírási alakváltozás nem jelentős. Érdeemes megjegyezni, hogy minél magasabb (nagyobb szintszámú) épületet vizsgálunk, annál kisebb hibát eredményez a nyírási alakváltozások elhanyagolása (a merevítőfal magassága annál nagyobb lesz az alaprajzi méretekhez képest).

4. Program leírása

4.1. Program feladata

A program alkalmas merevítőfalak adatait tárolni objektum-orientált módszerekkel, illetve azok síkbeli elrendezését elvégezni (összemetszések nélkül) egy kijelölt tartományon belül. Feladata az így kapott elrendezés stabilitásvizsgálata, melynek kimeneti paramétere az a szintszám, amely tönkremenetelhez (stabilitásvesztéshez) vezet. Megvalósítható benne tetszőleges számú elrendezés tárolása, illetve az azokból képzett adathalmaz kiértékelése. Képes kirajzolni egy tetszőlegesen kiválasztott generált elrendezést kétdimenziós koordináta-rendszerben, vagy az elrendezésekből képzett, három jellemzővel leírt térbeli pontok halmazát (egy háromdimenziós koordináta-rendszerben). A program tehát három fő részből áll:

- i) Adatok generálása
- ii) Számítások
- iii) Megjelenítés

A következő alfejezetekben ezen részfeladatok pontos leírására kerül sor.

4.2. Adatok generálása

Tekintve, hogy a program olyan jellegű, hogy abban az egyes adatokat csoportosítva szükséges kezelni, ezért az objektum-orientált programozási rendszert választottuk. Ez azt jelenti, hogy az egyes merevítőfalak adatai (hossz, középpont, inercia, stb.) egyetlen objektum jellemzői. Ilyen rendszerben az adatok kezelése, az adathalmaz rendezése és bejárása is sokkal egyszerűbb és átláthatóbb. Alapvetően egyetlen objektumtípust hoztunk létre, mely a merevítőfalak jellemzőit veszi fel értéként, továbbá létrehoztunk *globális* (az egész programra kiterjedő) változókat az épület befoglaló hasábjára. Épület jellemzői:

Alapterület: Ezt az értéket 900 m^2 -ben állapítottuk meg, amely a természetes bevilágíthatóságot, illetve a dilatációk maximális távolságát tekintve leírja a merevítés szempontjából megvalósítható legnagyobb egységet. Az épületek alapterülete tehát konstans, az oldalak aránya azonban eltérő lehet, ahogy a következő pontban látni fogjuk.

Oldalhossz: Az egyik oldalhossz egész értékű *random* (véletlenszerű) változó, amely 15 és 30 méter közötti értéket vehet fel, a másik oldalhossz pedig az alapterületből következik (a lehetséges legnagyobb arány így 1:4, ezáltal elkerülhetjük az aránytalanul keskeny elrendezéseket).

Merevítőfalak száma: Véletlenszerű egész érték 4 és 8 között (darabszám).

Szinszám: 3 méter konstans.

Állandók: A vasbeton rugalmassági modulusa (E) 30 kN/mm^2 (Gpa).

Teher: 20 kN/m^2 konstans (önsúly + hasznos teher, biztonsági tényezővel szorozva).

Merevítőfal adatai:

Vastagság: 15 cm egységesen.

Középpont: X és Y pozitív koordináták, a koordinátatengelyeket az épület sarokpontjához illesztve.

Magasság: Az épület szintmagasságával megegyező (közelítésként).

Hosszúság: 3 m..oldalhossz fele (maximum).

Inerciák: X és Y inerciák (a gyengébbik irányban az értéke közelítésként 0).

Írány: 0, vagy 1 egész érték attól függően, hogy helyzetét tekintve az x, vagy y tengellyel párhuzamos.

A merevítőfal-elrendezés generálása során az első elem szerepe kiemelt, ekkor ugyanis két lehetőség van: egyik esetben egyenes falat, a másikban pedig merevítőmagot sorsol ki (azonos valószínűséggel). Az első elem (fal, vagy mag) elhelyezését követően egy véletlenszerű értéktől függően 4..8 db merevítőfal

kerül elhelyezésre. A merevítőmag definiálásához a merevítőfal osztályt (objektumot) használjuk (négy merevítőfalból állítjuk össze), azonban a későbbi számítások során ezt egy szerkezetként tekintjük (tekintve, hogy a merevítőmag önmagában is rendelkezik GJ tiszta csavarási merevséggel). A merevítőmagot négy különálló fal tengelyeinek összemetsződésével képezzük. (Ekkor a sarokpontoknál olyan metszések jönnek létre, amelyek mindkét fal részét képezik, azonban ha belegondolunk ennek a hibának a kezelése a biztonság kárára történő közelítést eredményezne, ráadásul programozás-technikailag is bonyolultabbá válna!)

A merevítőmag oldalaránya (az épület kontúrjához hasonlóan) nem feltétlenül négyzetes, az alábbi közelítéssel élünk: minimális hosszúság 4 m, maximális az oldalhossz harmada. Az első elem (merevítőfal, vagy mag) generálását követően a program addig hoz létre újabb merevítőfalakat, amíg el nem éri a kisorsolt merevítőfal számot (4..8). A fal elhelyezésének tartománya az épület kontúrján belül kell hogy megtörténjen. A középpontok lehetséges helye a fal hosszának felétől az oldalhossz feléig történhet a fal irányától függően. A másik irányban a teljes oldalhossz a rendelkezésre áll. A program egyik legnagyobb nehézségét az adta, hogy olyan módon történjen a falak kiosztása, hogy azok ne metszék egymást. Az összemetsződés-vizsgálat egy függvény segítségével történik, amely tartományvizsgálatot végez minden addig elhelyezett falon, hogy az aktuálisan létrehozandó elem benne van-e azok tartományaiban (metszik-e egymást). A legkedvezőbb esetet feltételezve (tehát hogy bármely újonnan elhelyezett fal egyik korábbi fallal sem metsződik) is a falak darabszámának faktoriális mennyiségű vizsgálatra van szükség.

Amennyiben metsződik, a fal adatait (hosszúság, inerciák, stb.) megtartva a középpontot addig tolja el, amíg az aktuálisan elmetezett fallal nem érintkezik. Innen indul egy újabb vizsgálat (ciklus), amely ismételten vizsgálja a metszéseket (erre azért van szükség, mert amikor egy új helyre helyezi át a falat, akkor lehetséges, hogy a már korábbi megvizsgált előző falak egyikét ismételten elmetsette. A vizsgálatok számát tehát előre nem lehet megbecsülni, hiszen nem lehet tudni, hogy az áthelyezések során hány alkalommal metsz át korábban elhelyezett falakat. A dolgozatban kizárólag merevítőmagokkal és különálló merevítőfalakkal foglalkoztunk, összeérő (metsződő falakat) azonban lehetett volna egy szerkezetként (keresztmetszetként) kezelni, vegyük észre azonban, hogy az összemetsződés-vizsgálatra ebben az esetben is szükség lett volna annak érdekében, hogy megállapítsuk, különálló vagy kapcsolt merevítőfalakról van-e szó (utóbbi ugyanis jelentős öblösödési merevséggel rendelkezhet). Azokban az esetekben, amikor a falak „élük”, vagy „csúcsuk” mentén érintkeztek, ugyancsak különálló, egymástól független elemeknek tekintettük őket (azzal az esettel analóg módon, mintha a csatlakozás mentén „elvágtuk” volna őket egymástól). Az egy merevítőrendszerhez tartozó merevítőfalak (illetve mag) halmazát egyetlen merevítőfallá redukáltuk, a helyettesítő tartóval analóg módon. Ilyen módon

egyszerűbb az adatkezelés, és átláthatóbb a program (*megjegyzés*: a mag merevségeit továbbra is külön változóban kezeljük!). Az adatok generálását C++ programkódban írtuk.

4.3. Számítások

A számítások során a korábbi fejezetekben ismertetett képleteket és összefüggéseket [4] alkalmaztuk. Az alapvető különbséget azonban az jelenti, hogy a számítások során az egyszeres, illetve kétszeres szimmetria lehetőségét egyik elrendezés esetében sem vettük figyelembe, kizárólag általános eseteket feltételeztünk, különben minden egyes merevítőrendszerrel különálló vizsgálatra lenne szükség annak érdekében, hogy megállapítsuk, rendelkezik-e szimmetriával. A program kezelhetősége érdekében ezt a vizsgálatot nem végeztük el, tekintve, hogy a véletlenszerű elrendezésben meglehetősen kicsi a szimmetria valószínűsége.

Egy rövid példán keresztül szemléltetve: amennyiben csupán két azonos hosszúságú és irányú fal szimmetriáját vizsgáljuk, és feltételezzük, hogy a középpont x és y koordinátája kizárólag egész értéket vehet fel egy 30x30 méteres tartományon belül, a szimmetria valószínűsége alig több mint egy ezrelék. A valóságban azonban ennél nagyságrendekkel nagyobb a valószínűsége, hiszen a tervezési gyakorlat törekszik a szimmetrikus alaprajzi kialakításra. Ahogyan arról már a bevezető fejezetben szó esett, a tönkremenetelhez tartozó legkisebb szintszám meghatározásához iterációt alkalmazunk. A számítási folyamat (*while* ciklus) leállási feltétele

$$P_{Ed} \geq P_{kr}$$

, visszatérési értéke pedig a tönkremenetelhez tartozó legkisebb szintszám. Ezáltal meghatároztuk az összes merevítőfal-elrendezéshez tartozó szintszámot, ahhoz azonban, hogy az eredményt megjelenítsük, olyan változókra van szükségünk, amelyek a leginkább jellemzik az adott elrendezés geometriai és merevségi tulajdonságait. Az egyik kézenfekvő érték a korábban már definiált (2.3. fejezet) t változó, mely a merevítőrendszer nyírási középpontjának és az épület geometriai középpontjának a távolsága (*megjegyzés*: ahogyan arról már korábban szó esett, optimálisnak tekinthető, ha értéke zérushoz közeli). A másik tényező definiálása azonban már nem ilyen egyszerű. A merevítőrendszer merevségi tulajdonságának jellemzésére vezessük be a j (azaz jósági) tényezőt, melynek értékét az alábbi képlettel definiáljuk:

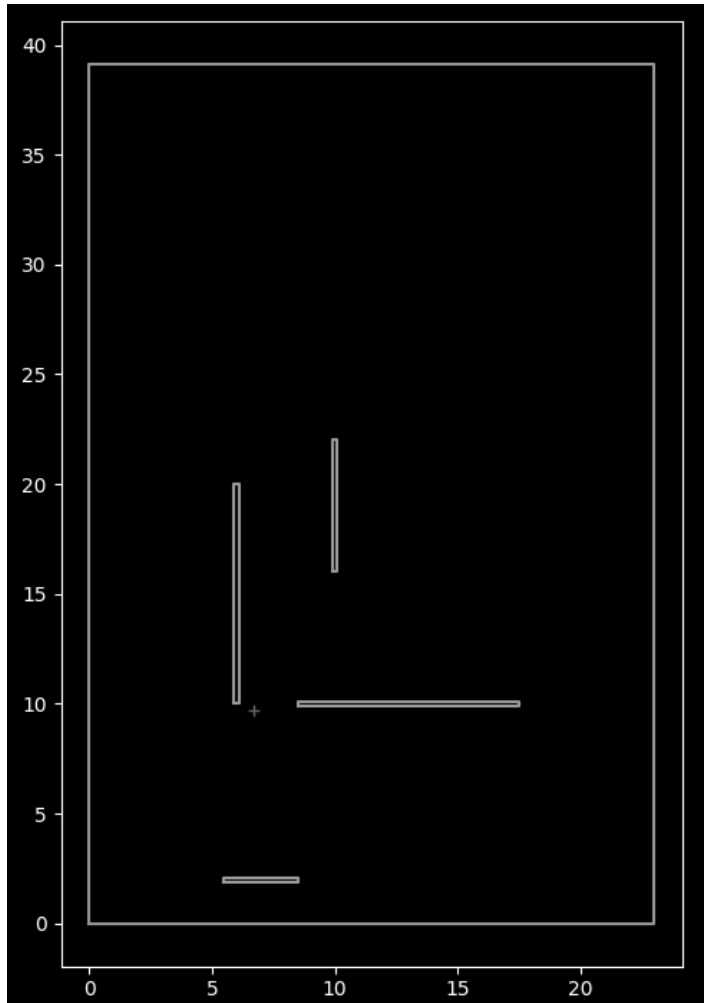
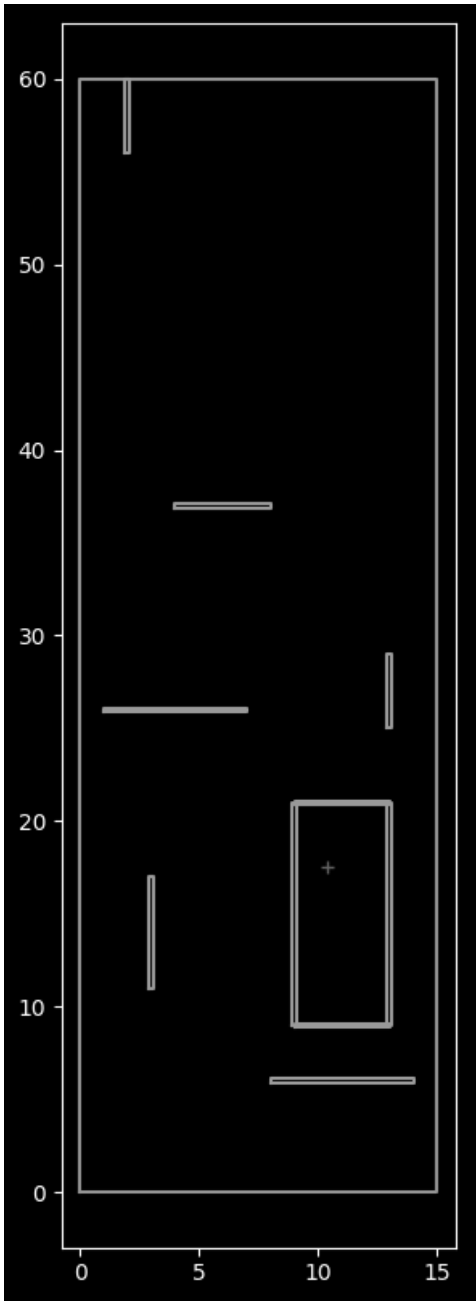
$$j = \sum_{i=1}^n l_i^3 k^2$$

, ahol n a merevítőfalak száma, l a fal hossza, k pedig a nyírásközépponttól mért távolsága (erőkar). A merevség a falak hosszának harmadik, illetve az erőkar második hatványával arányos. A számított adatokat *txt* fájlba exportáljuk, hogy más programok számára is hozzáférhetővé váljanak.

4.4. Megjelenítés

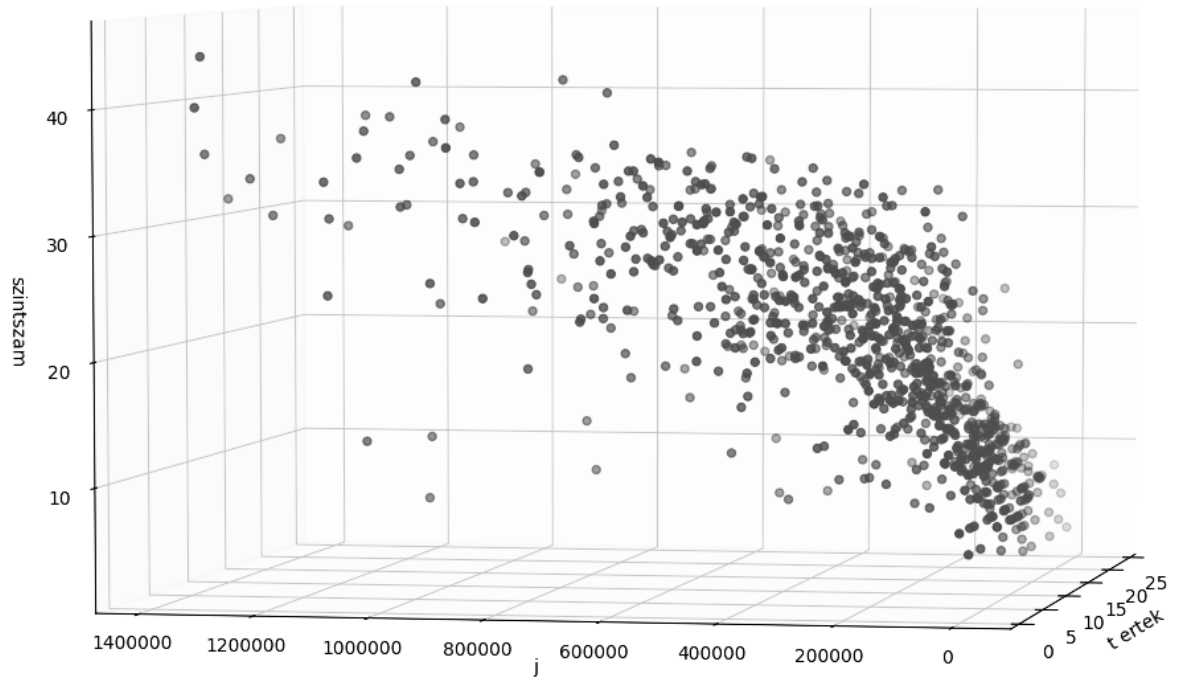
A létrehozott *txt* kiterjesztésű fájlt beolvassuk a megjelenítéshez írt programba. Kétfajta megjelenítést különböztetünk meg: az egyik egy konkrét alaprajzi elrendezés, a másik az összefüggő adathalmaz megjelenítésére alkalmas. Az alaprajzi elrendezéshez az adatokat beolvassuk soronként a *txt* fájlból, azokat egy objektumban tároljuk, majd kirajzoljuk egy tömbbejáró ciklus segítségével. Ily módon kirajzolódik az alaprajz kontúrja, a merevítőfalak (és mag), valamint a nyírási középpont. Ez a fajta megjelenítés az adatgeneráló algoritmus ellenőrzése során is segítségül szolgált vizuális visszacsatolás gyanánt. Az adathalmaz megjelenítéséhez tehát 3 adat szükséges, ebből egy minden esetben a tönkrementelhez tartozó legkisebb szintszám. A másik kettő a korábban bevezetett j (jósági) tényező, illetve t érték. Vegyük észre, hogy utóbbi tényező esetében a merevítőrendszer annál jobb, minél kisebb ez az érték, a jósági tényező pedig (ahogyan azt a neve mutatja) minél nagyobb.

A 6. ábrán két lehetséges merevítőfal-elrendezést láthatunk, amelyet a program generált, a megjelenítés kétdimenziós diagramon történik, a belső kontúr az épület határvonalát, a külső pedig a számegyenes osztását jelöli. Láthatjuk tehát, hogy az elrendezések esetében mind az épület oldalainak aránya, mind pedig a merevítőrendszer jellege (magos, vagy anélküli) eltérő lehet, a kisorsolt adatoknak megfelelően. A megjelenítéshez *Python* programkódot írtunk.

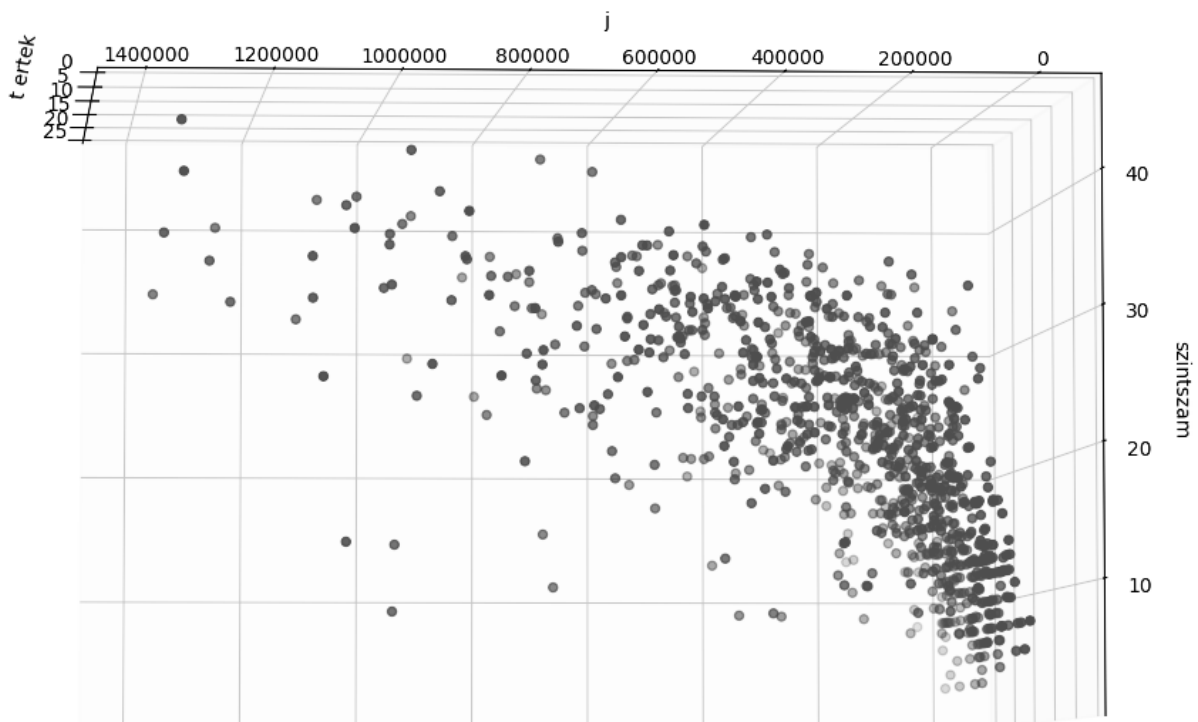


6. ábra. Két lehetséges elrendezés merevítőmaggal, illetve anélkül

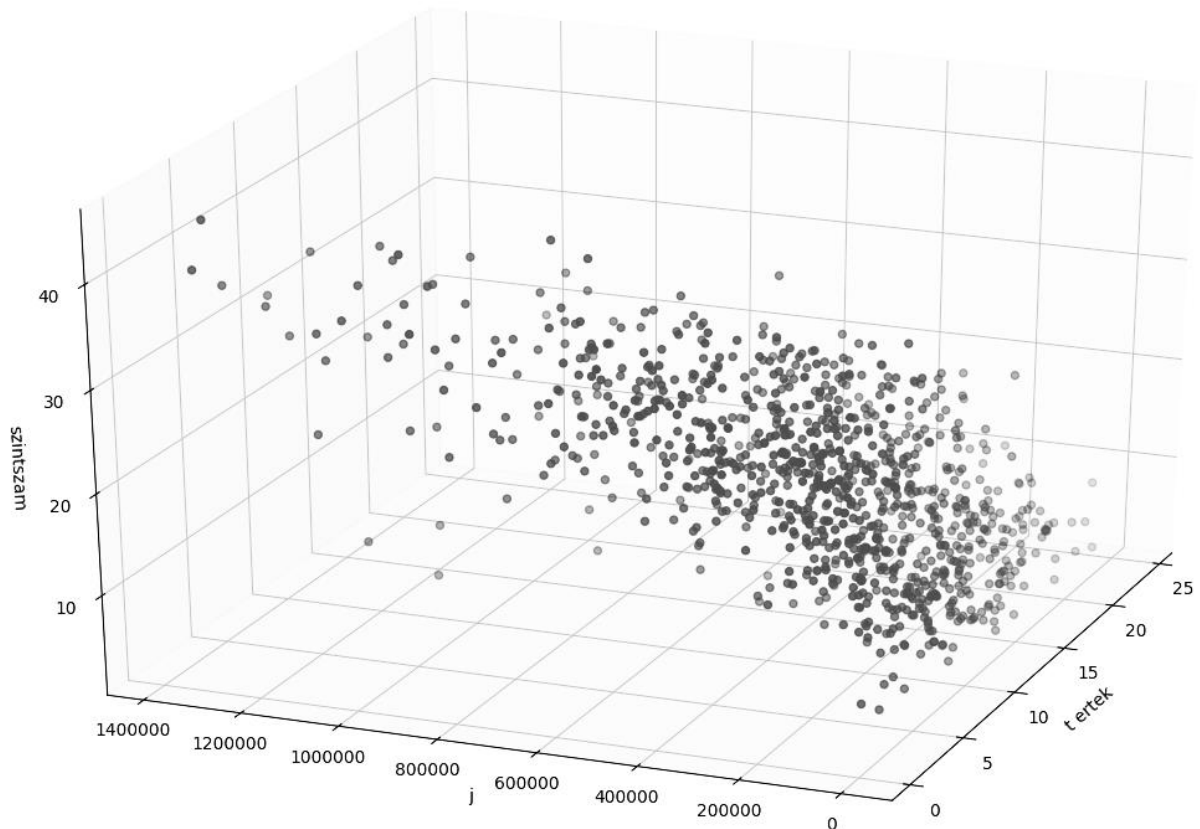
5. Eredmények



7. ábra.

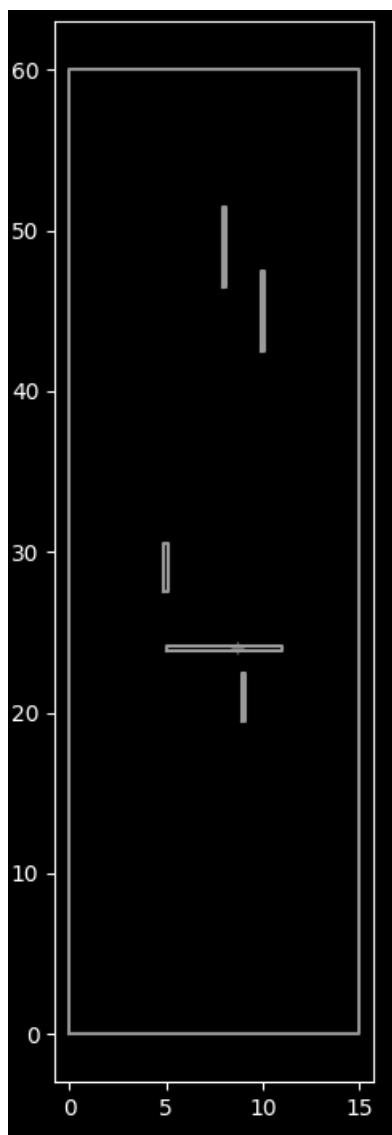


8. ábra.



9. ábra.

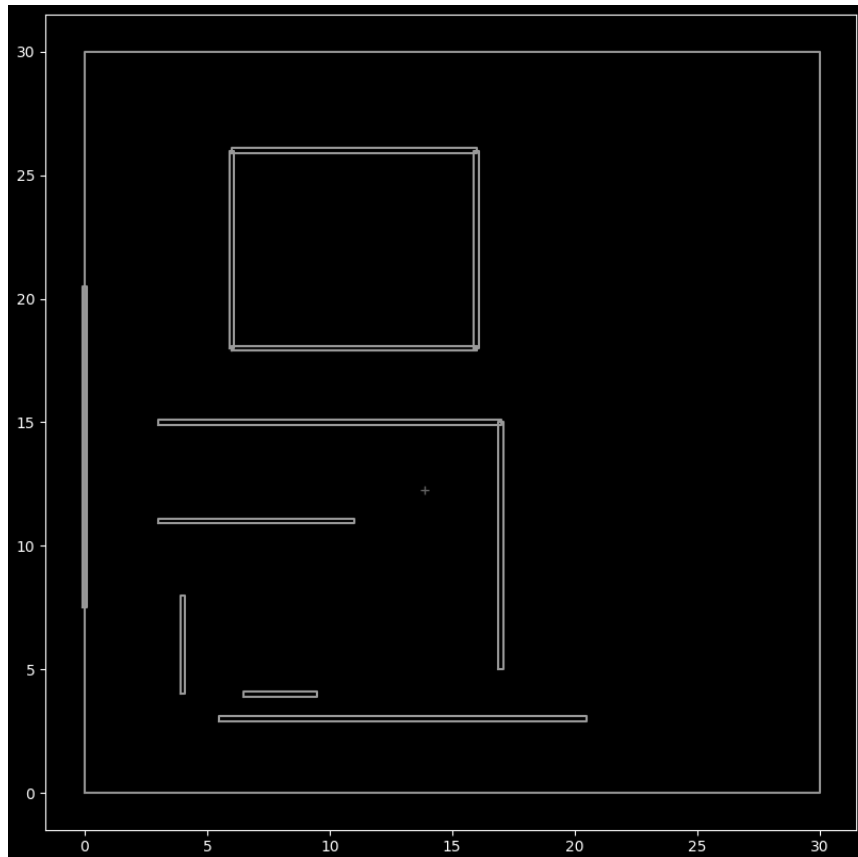
A 7-8-9. ábrák ugyanazt a háromdimenziós diagramot ábrázolják, különböző nézetekben. Az eredmény a várakozásoknak megfelelő, hiszen láthatjuk, a legmagasabb szintszámok azoknál az elrendezéseknél jelentkeztek, amelyek kis t értékkel, ugyanakkor magas j (jósági) paraméterekkel jellemezhetőek. A kedvezőtlenebb elrendezések esetében már 5 szint is tönkremenetelhez vezetett, ugyanakkor látható, hogy kedvező merevségi és geometriai paraméterekkel leírható merevítőrendszerek csupán 40 szint felett szenvedtek stabilitásvesztést. Utóbbi azonban rendkívül kiugró paraméter, hiszen tízezer elrendezésből alig 4-5 esetében jelentkezett, a legsűrűbb eloszlás 10 és 25 szint között volt tapasztalható (amely ilyen típusú merevítőrendszereknél a valóságnak megfelelő). Vizsgáljuk meg a legalacsonyabb, illetve a legmagasabb szintszámhoz tartozó merevítőrendszer-elrendezéseket!



10. ábra. 5 szint

A fenti (10. ábra) a közel legalacsonyabb (5) tönkrementeli szintszámú épület merevítőrendszerét ábrázolja, amely mintapéldául szolgálhat egy rosszul merevített szerkezethez. Az épület oldalhosszainak aránya a program által generálható legkeskenyebb elrendezés arányainak feleltethető meg (érdekes, hogy *valóban* megtalálta ezt az arányt), a merevítőrendszer nyírási középpontja pedig pont az egyik merevítőfalra esik (ezáltal a legnagyobb hosszúságú fal nem vesz részt a merevítőrendszer csavarási ellenállásában, *kizárólag* eltolási merevséggel rendelkezik). A többi merevítőfal helyzete is kitüntetett: az épület „gyengébbik” oldala mentén *kizárólag* az előbb említett merevítőfal merevít, az összes többi erre merőlegesen helyezkedik el. Szemmel láthatóan a nyírási középponttól való távolságuk is elenyésző, így eltolási merevségeiken túl gyakorlatilag alig növelik a merevítőrendszer csavarással szembeni ellenállását (öblösödési merevségét). Merevítőmagot nem tartalmaz, így a tiszta *GJ* csavarási merevsége gyakorlatilag zérus. Annak ellenére, hogy arányaiban megfelelő számú és hosszúságú merevítőfal került

kisorsolásra, az elrendezésük annyira szélsőséges, hogy alig néhány szint is tönkremenetelt okoz. Következő mintapéldaként tekintünk az adathalmaz ellenpólusát, azaz a legnagyobb szintszámhoz (45) tartozó elrendezést (11. ábra)!

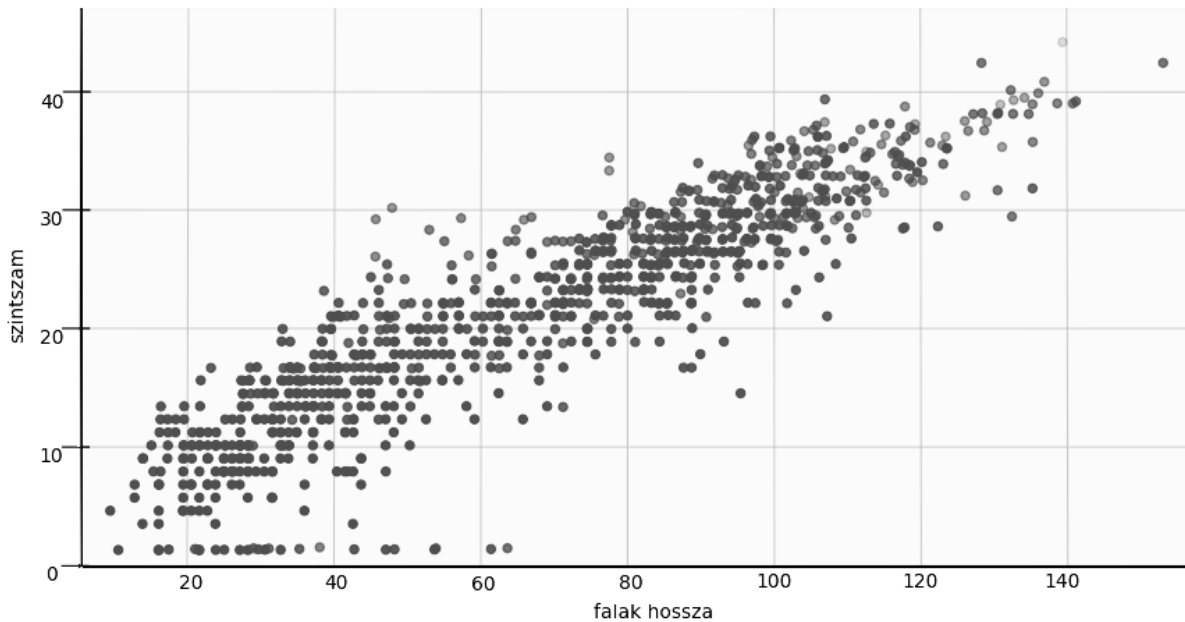


11. ábra. 45 szint

A kisorsolt elrendezés arányait tekintve négyzetes, a merevítőfalak számában is jelentős eltérés mutatkozik az előző esethez viszonyítva. A merevítőmag arányaiban nagy (tiszta) csavarási merevséggel ruházta fel a merevítőrendszert, a hosszan elnyúló merevítőfalak pedig ugyancsak hozzájárulnak a csavarással szembeni nagy ellenálláshoz (nagy erőkarjaik révén). Szembetűnő azonban az a tény, miszerint azonos mennyiségű és hosszúságú merevítőfalat sokkal nagyobb hatékonysággal is el lehetett volna helyezni ebben a kialakításban (amennyiben távolabb helyezük őket a nyírési középponttól), a tízezer vizsgált elrendezés közül azonban ez bizonyult a legstabilabbnak (*megjegyzés*: a program többszöri lefuttatása ellenére sem sikerült elérni az 50 szintet). Érdekes azonban megemlíteni, hogy az ábrán vázolt elrendezés valós épület esetében nem fordulhat elő, hiszen a merevítőfalak ilyen jellegű szétosztása nem tesz lehetővé épkezláb alaprajzi elrendezést, azonban tanulságokkal szolgálhat a merevítőrendszerek stabilitásvizsgálata során. Annak ellenére azonban, hogy egyes elrendezések valószerűtlenek, hogy előforduljanak a tervezési gyakorlatban, léteznek olyan (alaprajzilag is illeszkedő)

kialakítások, amelyek ugyanazokkal a t , illetve j paraméterekkel jellemezhetőek, és amelyek esetében azonos szintszám okoz stabilitásvesztési tönkremenetelt.

Vizsgáljuk meg az eredményeket egy másfajta megközelítésben, amelyhez segítséget az alábbi diagram (12. ábra) nyújt!



12. ábra.

A vízszintes tengely a merevítőrendszerbe beépített merevítőfalak (illetve *mag*) összesített hosszúságát, míg a függőleges tengely az adott falhosszhoz tartozó legkisebb tönkremeneteli szintszámot jeleníti meg. Ahogyan arról már a korábbi (4.2.) fejezetben is szó esett, az egyes merevítőrendszerek esetében beépített anyagmennyiség nagyon eltérő lehet, a sorsolt változók függvényében 5..12 értékek között mozog az elhelyezett merevítőfalak száma (amennyiben a merevítőmagot négy falként vesszük figyelembe), így nem meglepő tehát, hogy a magas szintszámokhoz rendelhető falhosszok is magasabb értékeket vesznek fel (a diagramon egy lineáris tendencia figyelhető meg). Érzékelhető azonban, hogy az összesített falhosszúság önmagában nem eredményez magas szintszámot is (ahogyan az várható is volt), kiváló példaként szolgál erre az alsó, vízszintes sáv, ahol 60 méternél is nagyobb összhosszúságú elrendezések is gyakorlatilag merevítetlenek tekinthetőek (ugyanilyen paraméterrel leírható, azonban kedvezőbb geometriai elrendezésű merevítőrendszerek akár 30 szintig nem szenvednek stabilitási tönkremenetelt). A tervezési gyakorlatban ezért kerülnek az ilyen anyagpazarló, geometriailag kedvezőtlen merevítőfal-elrendezéseket, a programmal ellentétben tudatos döntések alapján határozzák meg a falak (vagy egyéb merevítőelemek) helyzetét.

6. Összefoglalás, további lehetőségek

Az általunk létrehozott program tehát alkalmas akár több tízezer különböző geometriai és merevségi tulajdonságokkal jellemezhető merevítőrendszer generálására, és ezzel egyidejű stabilitásvizsgálatára, amely által átfogó képet kaphatunk azokról a jellemző értékekről, amelyek döntően befolyásolják egy merevítőrendszer stabilitással szembeni ellenállását. Az eredmények akár közelítést adhatnak egy konkrét épület – előtervezési fázisában – annak stabilitási tulajdonságaira, amennyiben leolvassuk, hogy hasonló paraméterekkel jellemezhető elrendezések esetében mekkora szintszám okozott tönkremenetelt.

A program fejlesztése során elsősorban arra törekedtünk, hogy a lehető legkevesebb számítással minél többféle elrendezést generáljunk, ennek érdekében kizárólag különálló merevítőfalakkal, illetve merevítőmagokkal dolgoztunk. A mérnöki gyakorlatban azonban gyakran találkozhatunk elágazó falakból álló merevítőelemekkel (C , I , vagy akár S alakzat), melyek merevségeinek kézi számítása hosszadalmas, egy program számára azonban rendkívül gyors lehet.

A merevítőfalak elhelyezésénél azok pozícióját random (véletlenszerű) érték alapján határoztuk meg, ami részben ellentmondásban áll a tervezői gyakorlattal, ahol törekszünk ezeket a falakat az épület geometriai középpontjától minél távolabb helyezni annak érdekében, hogy nagyobb erőkarral dolgozhassanak. A program számára ezért meg lehet határozni egy olyan valószínűségi görbét, amelynek függvényében az egyes falakat a szélső mezőkben nagyobb valószínűséggel helyezi el.

Ugyancsak vizsgálhatóak lennének téglalaptól eltérő alaprajzi kialakítású épületek, illetve ferde helyzetű merevítőfalak, utóbbiak azonban a valóságban igen ritkán fordulnak elő.

Az adathalmaz feldolgozásával és elemzésével olyan program (*neurális háló*) hozható létre, mely mintázatok alapján képes „tanulni”, így képes lehet adott esetben egy konkrét merevítési feladat megoldására (legkevesebb anyag felhasználása, merevség hatékony növelése egy adott elrendezés esetében, adott tönkremeneteli szintszámhoz tartozó elrendezések generálása, stb.).

7. Hivatkozások

[1] Kollár L.: *Épületek merevítése elcsavarodó kihajlás ellen*, Magyar Építőipar, 1977, pp. 150-154.

[2] Petersen, Ch.: *Statik und Stabilität der Baukonstruktionen*. Vieweg, Braunschweig, 1982

[3] Tábi D.: *Épületek merevítőrendszerének stabilitásvizsgálata az elcsavarodási tönkremenetel lehetőségének figyelembevételével* (TDK-dolgozat), 2016

[4] Zalka K.: *Épületek komplex statikai vizsgálata*. e-kiadás, 2015

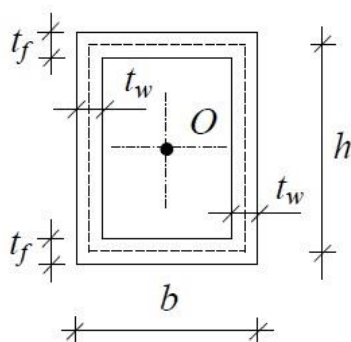
Köszönetnyilvánítás

*Köszönettel tartozunk konzulensünknek, dr. Vető Dánielnek (Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék),
akinek útmutatása nélkül ez a dolgozat nem születhetett volna meg.*

8. Függelék

8.1. Merevítőmag csavarási merevségei

A programban felhasznált merevítőmagok kizárólag szimmetrikusak, illetve téglalap keresztmetszetűek (13. ábra [4]), melynek csavarási jellemzőit az alábbi összefüggések foglalják össze:



13. ábra. Merevítőmag keresztmetszeti adatai

$$I_{\omega} \approx 0$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

$$J = \frac{2b^2h^2t_f t_w}{ht_f + bt_w}$$

A programban alkalmazott merevítőmagok esetében

$$t_f = t_w = t$$

feltétel teljesül, amelynek következtében az alábbiképpen módosul az összefüggés:

$$J = \frac{2b^2h^2t_f t_w}{ht_f + bt_w} = \frac{2b^2h^2t^2}{t(h + b)} = \frac{2b^2h^2t}{h + b}$$

8.2. Programrészlet

Az alábbi programrészlet a *heather* fájlt, illetve az adatgenerálásért felelős fő programot foglalja magában, előbbi tartalmazza a függvények deklarációit, illetve az osztály (*class*) definícióját. A függvény definíciók programrészletet nem tüntetjük fel külön, így az összemetsződés-vizsgálat csak deklarálva szerepel.

```
#pragma once
#include "stdafx.h"
#include <random>
#include <iostream>
#include <vector>
#include <cmath>
class Merevitofal {

private:

    double Vastagsag = 0.15;
    int kozeponti_koordinata_x, kozeponti_koordinata_y;
    double Magassag;
    int Hosszusag;
    double Inercia_X, Inercia_Y, I_Omega, GJ;
    int Irany; //ha 0 akkor vízszintes, ha 1 akkor függőleges

public:

    void set_kozeponti_koordinata_x(int a);
    void set_kozeponti_koordinata_y(int a);
    void set_Hosszusag(int a);
```

```

void set_Irany(int a);

// kiszámítható értékek beállítása

void Inercia_szamitas(double a);
double Inercia_X_szamitas(double a);
double Inercia_Y_szamitas(double a);
// ide kell megírni a kiszámítási módokat

double get_kozepponti_koordinata_x();
double get_kozepponti_koordinata_y();

double get_Inercia_X();
double get_Inercia_Y();
double get_I_omega();
int get_Irany();
int get_Hosszusag();
double get_GJ();
void Merevitofal::set_I_omega(double a);
void Merevitofal::set_GJ(double a);
void Merevitofal::set_Ix(double a);
void Merevitofal::set_Iy(double a);
};

class Vizsgalati_adat {

private:
    double x_ertek;
    double y_ertek;
    double z_ertek;

```

```

public:
    void set_x_erteke(double x);
    void set_y_erteke(double y);
    void set_z_erteke(double z);

    double get_x_erteke();
    double get_y_erteke();
    double get_z_erteke();
};

int random_number(int a, int b);

bool tartomanyon_belul(Merevitofal tartomannyal_rendelkezo_merevitofal,
Merevitofal ertekkel_rendelkezo_merevitofal);

bool osszemetszodes_vizsgalat(Merevitofal vizsgalt, Merevitofal uj);

void uj_helyre_rendezes(Merevitofal &uj, int X_oldalhossz, int Y_oldalhossz);

void uj_helyre_rendezes_proba_y_iranyba(Merevitofal &uj, int X_oldalhossz, int
Y_oldalhossz);

void merevitofal_elhelyezese(Merevitofal &a, int X_iranyu_oldalhossz_m, int
Y_iranyu_oldalhossz_m);

double ket_pont_tavolsaga(double elso_x, double elso_y, double masodik_x, double
masodik_y);

double fal_es_kozepont_tavolsaga(Merevitofal a, double kozepont_x, double
kozepont_y);

```



```

double I_omega(Merevitofal M, double NY_x, double NY_y);

int szintszám (Merevitofal HAZ, double B, double L, int teher, double t);

#include "stdafx.h"
#include "Merevitofalak_elhelyezese.h"
#include <random>
#include <vector>
#include <fstream>
#include <iomanip>
#include <cmath>

using namespace std;

int random_number_itt(int a, int b) {
    random_device rd;    // only used once to initialise (seed) engine
    mt19937 rng(rd());   // random-number engine used (Mersenne-Twister in this
                        // case)
    uniform_int_distribution<int> uni(a, b); // guaranteed unbiased // -tól -ig
    generálja a számokat
    auto random_integer = uni(rng);
    return random_integer;
}

void uj_helyre_rendezes_proba_y_iranyba_itt(Merevitofal &uj, int X_oldalhossz, int
Y_oldalhossz) {

    int tol = uj.get_Hosszusag() / 2;
    int ig = Y_oldalhossz - uj.get_Hosszusag() / 2;
    int uj_hely_y = random_number_itt(tol, ig);
    uj.set_kozeponti_koordinata_y(uj_hely_y);
}

```

```
}
```

```
int main(){  
    vector<Vizsgalati_adat>Pontfelho;  
  
    for (int i = 0; i <= 100000; i++) {  
        Vizsgalati_adat Pont;  
        int Szintszám = random_number(1, 15);  
        double Egy_szint_magassaga_m = 3, E = 30;  
        double Merevitofalak_magassaga_m = Szintszám * Egy_szint_magassaga_m;  
        int terület = 900;  
        int teher = 20;  
        double X_oldalhossz = random_number(15, 30), Y_oldalhossz = terület /  
        X_oldalhossz;  
        int falak_szama;  
  
        // Gj merevseghez  
        double b = 0, h = 0;  
  
        Merevitofal Epulet;  
  
        vector<Merevitofal> Merevitofalak;  
  
        // merevitofal elrendezés generalasa  
  
        int merevitofalak_szama = random_number(4, 8);  
        for (int i = 1; i <= merevitofalak_szama; ++i) {  
            if (i == 1) {
```

```

int merevitomag_tipusvalaszto;

merevitomag_tipusvalaszto = random_number(1, 2);

switch (merevitomag_tipusvalaszto) {

case 1: {
    Merevitofal a, b;

    merevitofal_elhelyezese(a, X_oldalhossz,
    Y_oldalhossz);

    a.Inercia_szamitas(a.get_Hosszusag());

    Merevitofalak.push_back(a);

    break;
}

case 2: {
    double kozepont_x, kozepont_y;

    int szelesseg = 0, hosszusag = 0;

    szelesseg = random_number(4, X_oldalhossz / 3);
    hosszusag = random_number(4, Y_oldalhossz / 3);

    kozepont_x = random_number(szelesseg,
    X_oldalhossz - szelesseg);

    kozepont_y = random_number(hosszusag,
    Y_oldalhossz - hosszusag);

    b = szelesseg;

    h = hosszusag;

    Merevitofal a2;

    a2.set_Irany(0);
}
}

```

```
a2.set_Hosszusag(szelesseg);  
a2.set_kozeponti_koordinata_x(kozepont_x);  
a2.set_kozeponti_koordinata_y(kozepont_y -  
hosszusag / 2);  
a2.Inercia_szamitas(a2.get_Hosszusag());  
Merevitofalak.push_back(a2);
```

```
Merevitofal b2;  
b2.set_Irany(1);  
b2.set_Hosszusag(hosszusag);  
b2.set_kozeponti_koordinata_x(kozepont_x +  
szelesseg / 2);  
b2.set_kozeponti_koordinata_y(kozepont_y);  
b2.Inercia_szamitas(b2.get_Hosszusag());  
Merevitofalak.push_back(b2);
```

```
Merevitofal c2;  
c2.set_Irany(0);  
c2.set_Hosszusag(szelesseg);  
c2.set_kozeponti_koordinata_x(kozepont_x);  
c2.set_kozeponti_koordinata_y(kozepont_y +  
hosszusag / 2);  
c2.Inercia_szamitas(c2.get_Hosszusag());  
Merevitofalak.push_back(c2);
```

```
Merevitofal d2;  
d2.set_Irany(1);  
d2.set_Hosszusag(hosszusag);  
d2.set_kozeponti_koordinata_x(kozepont_x -  
szelesseg / 2);  
d2.set_kozeponti_koordinata_y(kozepont_y);
```

```

        d2.Inercia_szamitas(d2.get_Hosszusag());
        Merevitofalak.push_back(d2);

        merevitofalak_szama = merevitofalak_szama + 4;

        break;
    }

}

}
else {
    Merevitofal uj;
    merevitofal_elhelyezese(uj, X_oldalhossz, Y_oldalhossz);
    bool problema_az_elrendezesnel = 1;

    while (problema_az_elrendezesnel == 1) {

        for each (Merevitofal vizsgalt in Merevitofalak) {

            problema_az_elrendezesnel = 0;
            int metszes = 0;
            metszes =
            osszemetszodes_vizsgalat(vizsgalt, uj);

            while (metszes == 1) {

                problema_az_elrendezesnel = 1;
                uj_helyre_rendezes(uj, X_oldalhossz,
                Y_oldalhossz);
            }
        }
    }
}

```

```

        metszes =
        osszemetszodes_vizsgalat(vizsgalt,
        uj);

    }

}

uj.Inercia_szamitas(uj.get_Hosszusag()); // összes
inercia kiszámolva, beállítva

Merevitofalak.push_back(uj);

}

}

//falak össz hossza
double ossz_hossz = 0;
for each (Merevitofal a in Merevitofalak) {
    ossz_hossz += a.get_Hosszusag();
}

Epulet.set_Hosszusag(ossz_hossz);

// nyirasi kozepont szamitas

double Nyirasi_kozeppont_x = 1, Nyirasi_kozeppont_y = 1;

double Inerciak_x_Tavolsagok_osszege = 0;
double Inerciak_osszege = 0;

```

```

for each (Merevitofal a in Merevitofalak) {
    Inerciak_x_Tavolsagok_osszege = Inerciak_x_Tavolsagok_osszege +
    a.get_Inercia_X()*a.get_kozepponti_koordinata_x();
    Inerciak_osszege = Inerciak_osszege + a.get_Inercia_X();
}
Nyrasi_kozeppont_x = Inerciak_x_Tavolsagok_osszege /
Inerciak_osszege;

Epulet.set_Ix(Inerciak_osszege*E);

double Inerciak_y_Tavolsagok_osszege = 0;
Inerciak_osszege = 0;
for each (Merevitofal a in Merevitofalak) {
    Inerciak_y_Tavolsagok_osszege = Inerciak_y_Tavolsagok_osszege +
    a.get_Inercia_Y()*a.get_kozepponti_koordinata_y();
    Inerciak_osszege = Inerciak_osszege + a.get_Inercia_Y();
}
Nyrasi_kozeppont_y = Inerciak_y_Tavolsagok_osszege /
Inerciak_osszege;

Epulet.set_Iy(Inerciak_osszege*E);

// t ertek szamitas

double t_ertek = ket_pont_tavolsaga(X_oldalhossz / 2, Y_oldalhossz /
2, Nyrasi_kozeppont_x, Nyrasi_kozeppont_y);

// negyzetosszeg szamitas

double negyzetosszeg = 0;

```

```

for each (Merevitofal a in Merevitofalak) {
    double tavolsag;

    tavolsag = fal_es_kozepont_tavolsaga(a, Nyirasi_kozepont_x,
    Nyirasi_kozepont_y);

    negyzetosszeg = negyzetosszeg +
    tavolsag*tavolsag*a.get_Hosszusag()*a.get_Hosszusag()*a.get_Hos
    szusag());
}

// szintszám számítása
double I_p = 0;
for each (Merevitofal a in Merevitofalak) {
    I_p += I_omega(a, Nyirasi_kozepont_x, Nyirasi_kozepont_y);
}
Epulet.set_I_omega(I_p*E);

if (b == 0) {
    Epulet.set_GJ(0);
}
else {
    double J = (2 * b*b*h*h*0.15) / (h + b);
    double G = 1 / 2.6;
    double q = G*J*E;
    Epulet.set_GJ(q);
}

//////////
//////////
int szintszám = 1;

```



```

int szintmagassag = 3;

int j; /*ciklusszamlalok*/

double pkr = 0; /* kritikus ero*/

double rs = 0; /* szintzam tenyezo*/

double nkrx = 0, nkry = 0, nkrfi = 0; /* kritikus alapterhek*/

double ip = 0; /*tehetetlensegi sugar*/

int alapterulet = 900;

j = 1;

double sumteher = 0;

do{

    j++;

    double H = j*szintmagassag;

    rs = j / (j + 1.588);

    nkrx = (7.837*rs*Epulet.get_Inercia_Y()) / (H*H);

    nkry = (7.837*rs*Epulet.get_Inercia_X()) / (H*H);

    ip = sqrt(t_ertek*t_ertek + (X_oldalhossz*X_oldalhossz +
    Y_oldalhossz*Y_oldalhossz) / 12);

    nkrfi = ((7.837*rs*Epulet.get_I_omega()) / (H*H) +
    Epulet.get_GJ()) / (ip*ip);

    double nkrx_rec = 1 / nkrx;

    double nkry_rec = 1 / nkry;

    double nkrfi_rec = 1 / nkrfi;

    double nsum = nkrx_rec + nkry_rec + nkrfi_rec;

    pkr = 1000000 / nsum;

    sumteher = j * 20 * 900;

```

```

    } while (pkr > sumteher);

    szintszám = j;

    ////////////

    ////////////

    Szintszám = szintszám;

    // Pont elhelyezése a felhőben

    Pont.set_x_erteke(t_erteke);
    Pont.set_y_erteke(negyzetosszeg);
    Pont.set_z_erteke(Szintszám);

    Pontfelho.push_back(Pont);

}

ofstream pontfelho("pontfelho.txt");
pontfelho << "1000" << endl;
for each (Vizsgalati_adat Pont in Pontfelho)
{
    pontfelho << Pont.get_x_erteke() << endl;
    pontfelho << Pont.get_y_erteke() << endl;
    pontfelho << Pont.get_z_erteke() << endl;

}

pontfelho.close();

ofstream rajz("rajzhoz.txt");

```

```

rajz << X_oldalhossz << endl;
rajz << Y_oldalhossz << endl;
rajz << Nyirasi_kozepont_x << endl;
rajz << Nyirasi_kozepont_y << endl;
rajz << merevitofalak_szama << endl;
for each (Merevitofal a in Merevitofalak){

    double irany = a.get_Irany();
    double hosszusag = a.get_Hosszusag();
    int x = a.get_kozeponti_koordinata_x();
    int y = a.get_kozeponti_koordinata_y();

    rajz << irany << endl;
    rajz << hosszusag << endl;
    rajz << x << endl;
    rajz << y << endl;
}
rajz.close();

return 0;
}

```