



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Hidak és Szerkezetek Tanszék

TDK dolgozat

Trapézlemez gerincű, hibrid híd
dinamikai vizsgálata

Török Viktória LVOZZ0

Konzulens: Dr. Kövesdi Balázs Géza

Tartalomjegyzék

Tartalomjegyzék	2
I. Tanulmány	3
1. Bevezetés	4
2. A trapézlemez gerincű tartók szerkezeti kialakítása, fejlődéstörténete.....	4
2.1. A szerkezet megjelenése	4
2.2. Előnyök	7
2.3. Jellemző kialakítási módok	7
2.4. Megépült példák	13
3. Dinamikai jellemzők	20
3.1. Szerkezeten mozgó jármű dinamikai hatása	20
3.2. Mozgó tömeg vizsgálata hajlított tartón.....	22
3.3. Hidak rezgésvizsgálata.....	23
3.4. A dinamikus többlettényező meghatározása	26
II. Modellépítés.....	28
1. A vizsgálati stratégia és a modellépítés menete	28
2. A vizsgált próbatestek bemutatása.....	28
3. Végeselemes modell felépítése	32
3.1. Geometria	32
3.2. Terhek	34
3.3. Elemek.....	34
3.4. Hálógenerálás	35
3.5. A modellezés korlátai.....	35
3.6. Analízis.....	36
Konklúzió	54
Irodalomjegyzék	55

I. Tanulmány

1. Bevezetés

Jelen TDK dolgozat keretében egy trapézlemez gerincű hibrid híd dinamikai vizsgálatát végzem el ANSYS végelemes program segítségével.

Feladatom a híd dinamikus tényezőjének a meghatározása különböző járműparaméterek és hídsajátfrekvenciák mellett, majd összefüggések keresése a híd és a jármű sajátfrekvenciáinak az egymáshoz való viszonyából és a jármű sebességének a változtatásából adódó maximális eltérések között.

A korábbi vizsgálatok során már egyetlen hibrid gerenda esetén a dinamikus tényező értéke meghatározásra került, melyet én most szélesebb körben, a különböző járműsebességek és a frekvenciák függvényében vizsgállok meg.

Ehhez először egy tanulmányban ismertetem a hibrid hidak kialakulásának fejlődéstörténetét, szerkezeti sajátosságait, alkalmazási előnyeit, illetve már megépült példákat is bemutatok. A fejlődéstörténeti részben a sűrűbordás hibrid hídgerendák időbeli alakulására, fejlődésére és az alkalmazott geometriák bemutatására külön kitérek. A tanulmány második felében ismertetem a szerkezeten mozgó járművek dinamikai hatását, a hidak rezgésdinamikáját és a dinamikus tényező meghatározásának lehetséges módjait.

Ezt követően bemutatásra kerül a vizsgált gerenda geometriai kialakítása, anyagi tulajdonságai, az alkalmazott kapcsolati elem típusa, fontosabb jellemzői, mely gerendákat a BME Hidak és Szerkezetek Tanszéke fogja tesztelni a félév során a BridgeBeam projekt keretében.

A dolgozat keretében a vizsgált próbatest szerkezeti elem szintű numerikus modelljét dolgozom ki a dinamikai viselkedés elemzése céljából. A szakirodalmi áttekintés és a numerikus modell eredményei alapján a vizsgált hibrid hídgerenda esetén a dinamikus tényező sebességfüggésének és a híd-jármű sajátfrekvenciájának összefüggésétől való függésének a meghatározása a feladatom. A kutatásom szervesen kapcsolódik a BME Hidak és Szerkezetek Tanszéken futó hídgerenda fejlesztésekhez.

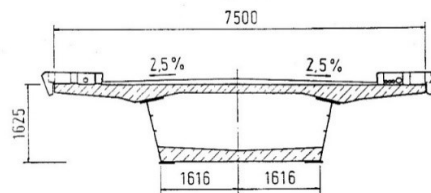
2. A trapézlemez gerincű tartók szerkezeti kialakítása, fejlődéstörténete

2.1 A szerkezet megjelenése [1,2]

A hibrid gerendahidak a vasbeton gerendahidakból három jelentősebb fejlődési lépcsőn keresztül alakultak ki.

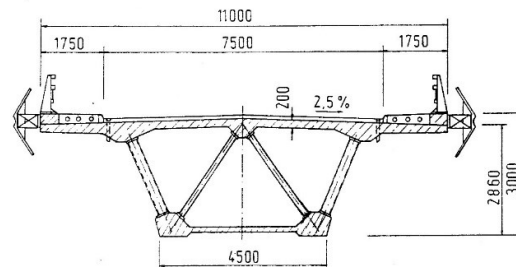
A vasbeton hidépítés elterjedését **elsőként** a külsőkábeles feszítés technikai fejlődése tette lehetővé. Ennek a feszítési módszernek az előnyei közé tartozik, hogy a feszítőkábelek vonalvezetése egyszerűsödött, a feszítési feszültségveszteségek csökkentek, a pászmák cserélhetővé, a feszültségek pedig folyamatosan ellenőrizhetővé váltak, illetve az újra feszítés lehetősége is megjelent.

Második lépésként a feszített vasbeton hidak szekrény keresztmetszeteinek vastag vasbeton gerinceit karcús sík, merevített acéllemezekkel váltották fel. Erre példa a PS8 számú A71-es autópálya feletti híd Franciaországban, melyet az *1. ábra* mutat be.



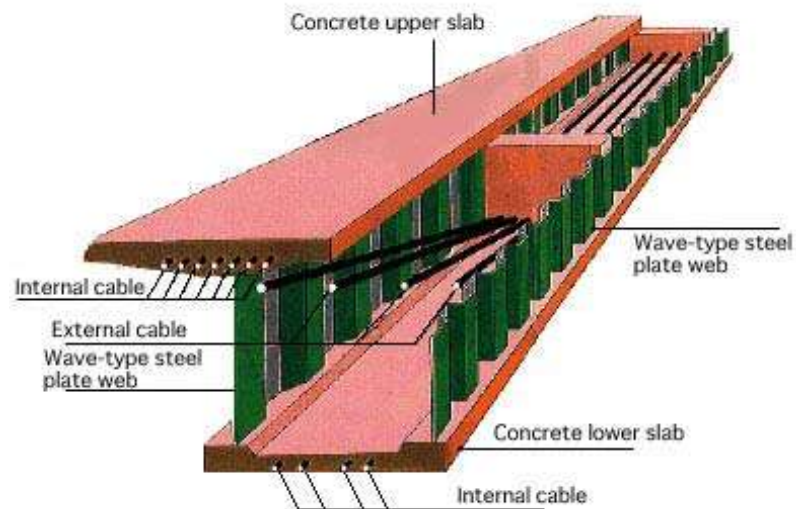
1. ábra: A71-es autópálya híd PS8

A vasbeton gerincet acél rácsos szerkezettel is lehet helyettesíteni, erre példa a Cruisance-híd, melyet a 2. ábra mutat be.



2. ábra: Cruisance-híd

A **harmadik** fejlődési szakaszt pedig a trapézlemez gerincű szerkezetek megjelenése jelenti (3. ábra).

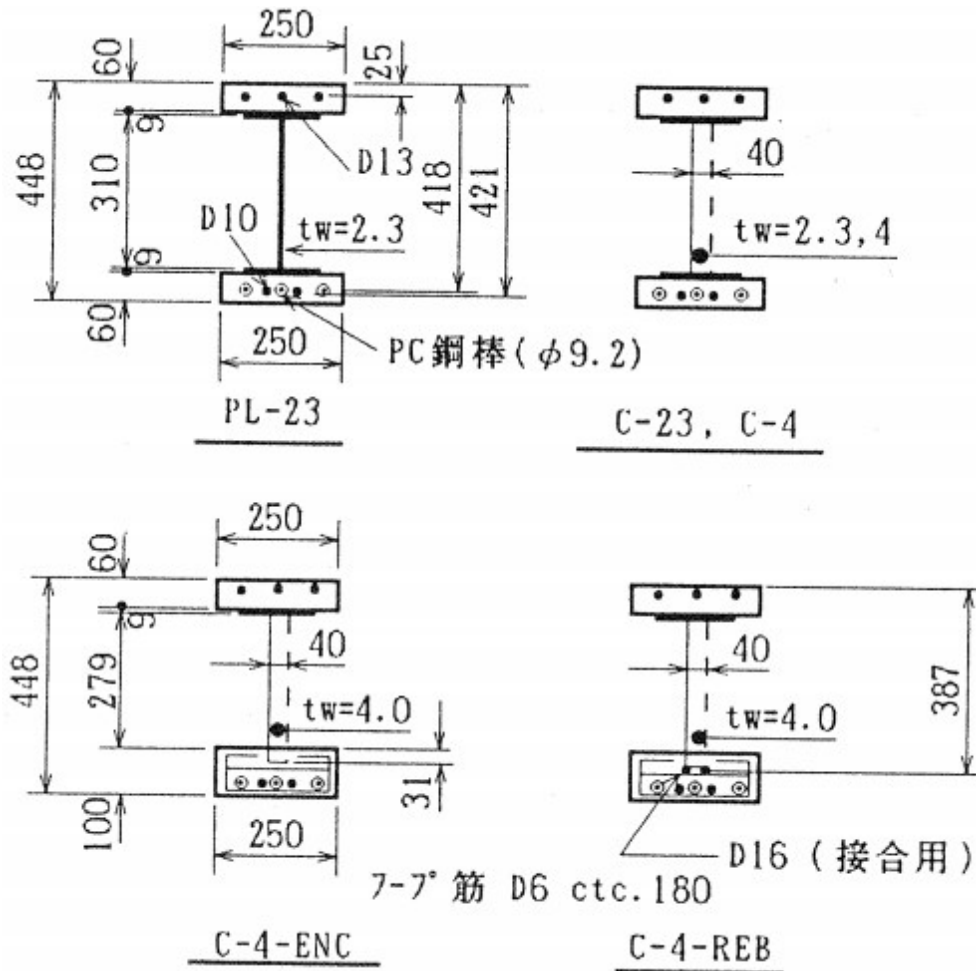


3. ábra: Trapézlemez gerincű híd

Az első ilyen ösvér és hibrid szerkezetű hidak Franciaországban épültek (Pont de Cognac és a Viaduc de Maupre). Ez a híd típus a kedvező tulajdonságai miatt nagyon gyorsan elterjedt. Főként Japánban találunk ilyen hibrid hidakat, ahol már kb. 180 ilyen készült már el.

Később Japánban felvetődött az az ötlet, hogy a trapézlemez gerincű ösvér hidakhoz hasonlóan a sűrűbordás gerendatartóknál az általában vastag beton gerincet acél sík- vagy

trapézlemez gerincre lehetne cserélni, így nagymértékben, akár 50%-kal lehetne csökkenteni a szerkezet önsúlyát és a feszítést is hatékonyabbá lehetne tenni. Ilyen kialakításokra mutat példát a 4. ábra.



4. ábra: Prototípus gerendák

Mint ahogy a fenti ábrákon is látható, a trapézlemez gerinc alkalmazásával a legtöbb esetben nagyobb méretű vasbeton gerinc teljes egészében kiváltható. Az alsó és a felső vasbeton övekkel való együttműködést a betonba való beágyazással, vagy pedig együttműködő nyírt kapcsolattal lehet biztosítani.

Erőtani szempontból az acél trapézlemez gerincű kialakítás hasonlóan működik, mint a kettős vasbeton övű öszvértartók. A hosszirányú teherviselésben az acél trapézlemez gerinc nem vesz részt a gerinc úgynevezett „harmónika hatásának” köszönhetően. Ez a feszítés szempontjából előnyös, hiszen a feszítési erő jelentős részét nem viszi el a vasbeton gerinc, hanem az övekben marad, így a feszítés lényegesen hatékonyabbá válik. Ugyanakkor az acél trapézlemez gerinc nyírási ellenállása igen kedvező, így az alkalmazott profilokkal és gerincvastagságokkal a nyíróerő teljes egészét fel tudja venni.

2.1. Előnyök [1]

A trapézlemez gerincű változat előnyei a merevített síklemez gerincű megoldással szemben:

- a gerinclemez vastagsága csökkenthető, ezáltal csökken az önsúly, gazdaságosabb lesz a szerkezet
- az önsúlycsökkenés eredményeként a fesztávolság növelhető
- karcsúbb szerkezetek építhetők
- a merevítőbordák száma csökkenthető
- a diafragmák száma csökkenthető
- betolósos technológiával is hatékonyan építhetők
- a keskeny vasbeton gerincek betonozási nehézsége megszűnik
- olcsóbb, gyorsabb építés
- kedvezőbb fáradási viselkedés
- a feszítőerő csak kis mértékben vesz el a gerincben, így hatékonyabbá téve a feszítést

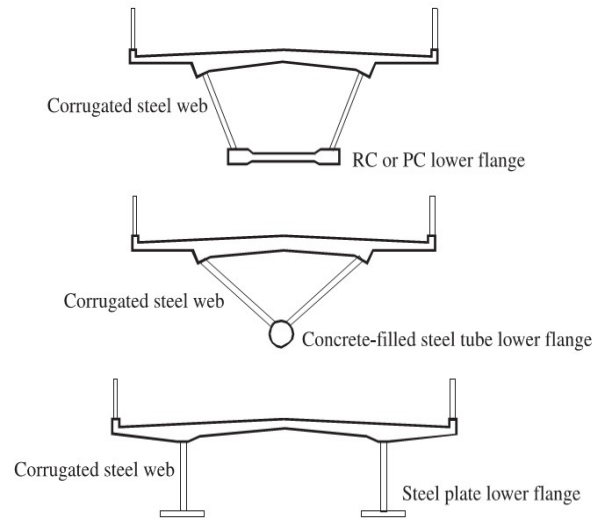
A hibrid kialakítás előnyei a szakértői jelentésben [1] végzett kutatások alapján:

- szerkezeti magasság jelentősen csökkenthető (3-6 m-ről 2,5-5 m-re)
- azonos szerkezeti magasság mellett a feszítőkábel mennyisége csökkenthető
- kevesebb építési idő a kevesebb vasszerelés és betonozási munkák miatt
- kisebb zsaluzókocsi alkalmazható az építési fázisban
- nagyobb nyírási ellenállás és csavarási merevség
- kisebb alaptestek szükségesek
- karcsúbb, esztétikusabb megjelenés

2.2. Jellemző kialakítási módok

2.2.1. Hagyományos öszvér hidak [1]

Szakirodalmi adatok alapján az öszvér kialakítású trapézlemez gerincű hidak keresztmetszeti kialakítására alapvetően három tipikus változat található, melyeket a 5. ábra mutat be. Ezek közül kettő a zárt (szekrény vagy háromszög kialakítás), egy pedig a nyitott keresztmetszeti csoportba tartozik.

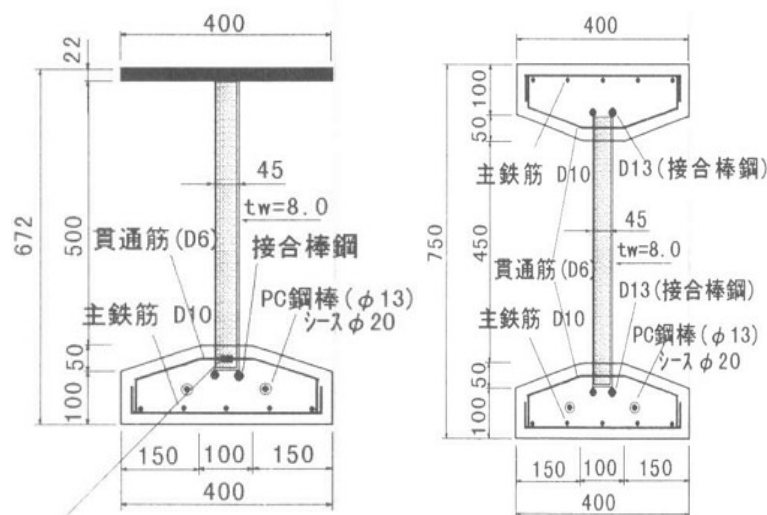


5. ábra: Tipikus keresztmetszeti kialakítások

2.2.2. Feszített, sűrűbordás hidak [2]

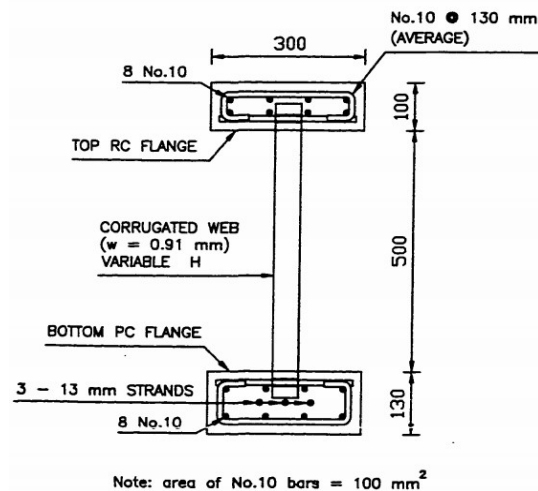
Az első feszített, sűrűbordás hídtypust a 2.1. alfejezetben bemutatott kettős vasbeton övű variáns jelentette, ahol a gerinc és öv együttlőgözását beágyazott kapcsolattal vagy az acél övre szerelt nyíró kapcsolatokkal oldották meg.

A következő változat 1997-ben jelent meg, ahol az övlemezeket már oldalirányú lejtéssel alakították ki. Ezeknél a gerendáknál már csak beágyazott kapcsolatot alkalmaztak, valamint hosszirányú betonacélokat is elhelyeztek. A kutatások során két gerendát teszteltek, melyek keresztmetszeti rajzát a 6. ábra mutatja be. A két gerenda közti különbség a felső övek kialakításában van. Az egyik gerendában a felső övet acéllemezből, a másikban pedig vasbetonból készítették.



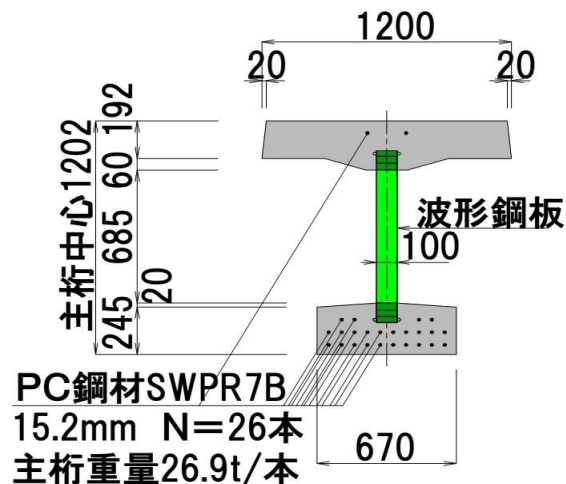
6. ábra: Prototípus gerendák 1997-ben

1998-ban El Metwally I-keresztmetszetű kettős vasbeton övű, acél trapézlemez gerincű gerendákat vizsgált (Calgary, Kanada), melyeket a 7. ábra szemléltet.



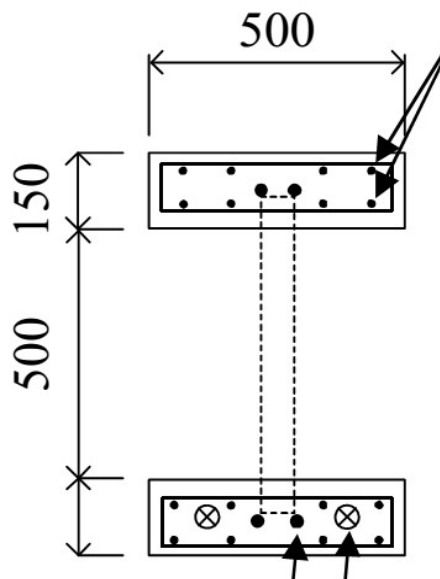
7. ábra: El Metwally prototípus gerendáinak keresztmetszete

2004-ben Fujioka és Kakuta egy teljes koncepciót dolgozott ki trapézlemez gerincű sűrűbordás gerendatartók kialakítására, melyet később alkalmaztak is a Japánban. A keresztmetszet kialakítását a 8. ábra mutatja be. A tervezők igen robusztus öveket alkalmaztak, melyekbe összesen 26 db feszítőpásmát helyeztek el (24-t az alsó övben és 2-t a felső övben). Az együttműködés biztosítása végett az egymás mellett elhelyezett tartókat a felső övüknél fogva keresztirányban összefeszítették. Ezáltal nem volt szükség pályalemezre, ami csökkenti a helyszíni szerkezeti beton alkalmazását, így felgyorsítja és gazdaságosabbá teszi a helyszíni építést. A szerkezetet 25 méteres nyílás áthidalására tervezték.



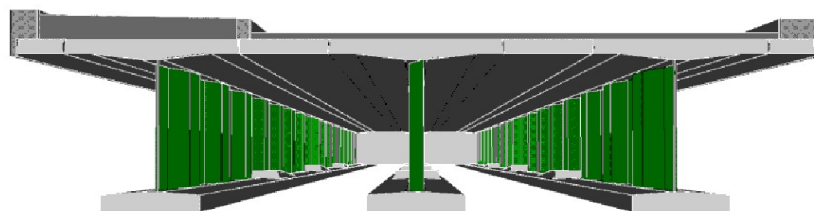
8. ábra: Fujioka és Kakuta prototípus gerendája

2008-ban a Kyotoi Egyetemen is végeztek kísérleti vizsgálatokat trapézlemez gerincű hibrid tartókon. A vizsgált gerendák keresztmetszeti kialakítását a 9. ábra mutatja be. Látható, hogy az együttdolgoztató nyírt kapcsolatot az acél trapézlemez beton övekbe való beágyazásával oldották meg. A beágyazásnál masszív hosszirányú acélbetéteket is helyeztek el. A prototípus gerendák alsó öveibe két-két feszítőkábelt helyeztek el.



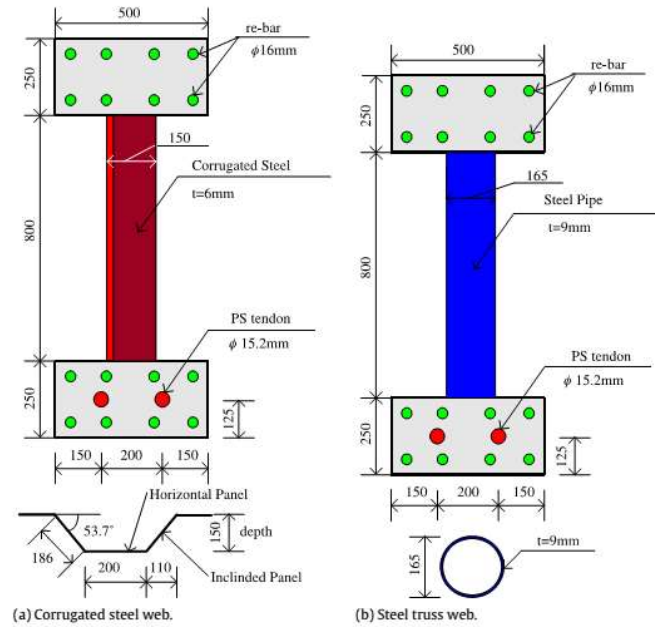
9. ábra: A prototípus gerenda

Fujioka és Kakuta-hoz hasonlóan a P.S. Mitsubishi Japán cég kifejlesztett egy utófeszített, sűrűbordás gerendahíd rendszert (10. ábra). Az utófeszítéshez burkolócsöveket helyeztek el az alsó övlemezben, illetve esetleges külső kábeles feszítésre is alkalmassá tették a rendszert. A rendszer előnye, hogy az egyes gerendákat kisebb szegmensek formájában lehet a helyszínre szállítani, ami kifejezetten előnyös lehet sűrűn lakott, zsúfolt területeken, ahol nagy emelődaruk alkalmazására nincs lehetőség. A rendszer építése során teljes aláállványozásra van szükség, melyre az egyes szegmenseket ráhelyezik, hosszirányban összefeszítik, majd a felső övek közti sávokat kibetonozzák, vagyis a pályalemezt létrehozzák. Ezt követően pedig az így kialakított pályalemez keresztirányú megfeszítésére kerül sor.

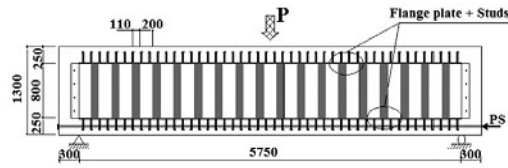


10. ábra: Sűrűbordás gerendahíd kialakítása

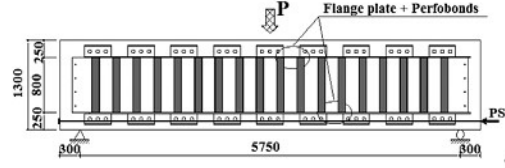
2010-ben Jung és társai új típusú hibrid rendszereket vizsgáltak. A kísérletek során nem csak acél trapézlemez gerincű kialakításokat vizsgáltak, hanem acél rácsrudakkal összekötött hibrid szerkezeti megoldást is. A keresztmetszeti és hosszszelvényi rajzokat a 11/a és 11/b ábrák szemléltetik. A kísérleti programjukban két acél trapézlemez gerincű változatot vizsgáltak különböző együttdolgoztató nyírt kapcsolattal és három acél CHS szelvényű rácsrudakkal kialakított hibrid tartót szintén különböző együttdolgoztató kapcsolatokkal a rácsrúd bekötéseknél.



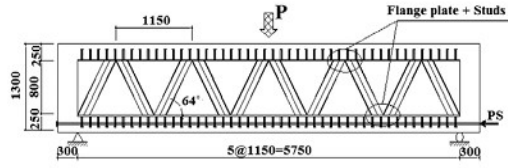
11/a. ábra: A prototípus gerendák keresztmetszete



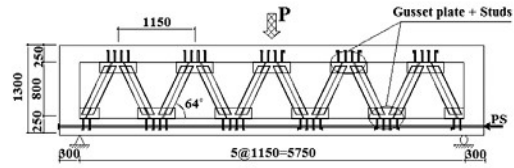
(a) Flange plate type hybrid girder with corrugated steel web (FHC).



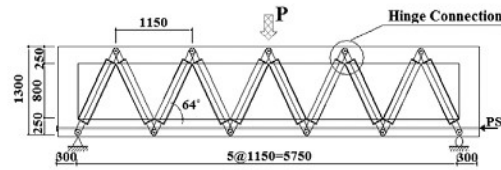
(b) Flange plate and perfbond type hybrid girder with corrugated steel web (PHC).



(c) Flange plate type hybrid girder with truss web members (FHT).



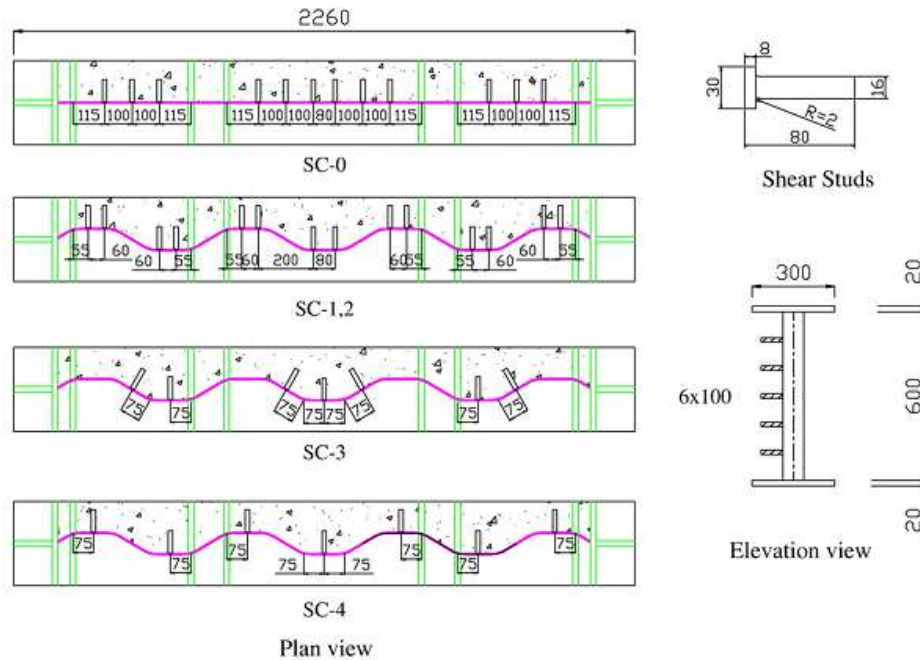
(d) Gusset type hybrid girder with truss web members (GHT).



(e) Embedded type hybrid girder with truss web members (EHT).

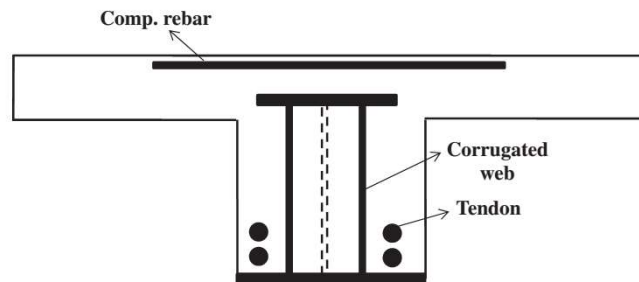
11/b. ábra: A prototípus gerendák hosszmetsete

2012-ben He és társai arra végeztek kísérleteket, hogy a trapézlemez nyírási ellenállását miként lehet növelni. Azt vizsgálták, hogy milyen hatása van a trapézlemez gerinc részleges betonba való beágyazásának. Ehhez az acél trapézlemez gerinc egyik oldalán acél fejescsapokat helyeztek el, melyet végül kibetonoztak. Az így megnövelt keresztmetszet nyírási ellenállását vizsgálták. A vizsgálataik során négy különböző fejcsap kiosztású változatot néztek meg, melyeket a 12. ábra mutat be.



12. ábra: He és társai prototípus gerendája

2011-ben Kim és társai egy új típusú kialakítást (13. ábra) dolgoztak ki acél trapézlemez gerinc kis fesztávú gerendahidakba való alkalmazására. Ennek lényege, hogy az acéltartót teljes egészében bebetonozták és megfeszítették, így a gerenda tűzzel szembeni ellenállása nagymértékben növekedett.

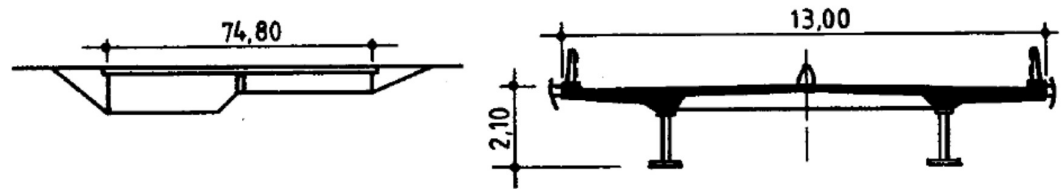


13. ábra: Kim és társainak a prototípus gerendája

2.3. Megépült példák

2.3.1. Nyitott keresztmetszetű öszvér hidak [1]

Az első öszvér szerkezetű trapézlemez gerincű híd az Asterix-híd, melynek fesztávolsága 37,4 méteres, így a kisebb hidak közé tartozik. A kétnyílású szerkezet tisztán öszvér kialakítású, nyitott keresztmetszetű, két főtartós felszerkezetből áll. A főtartó magassága 2,1 méter (14. ábra).

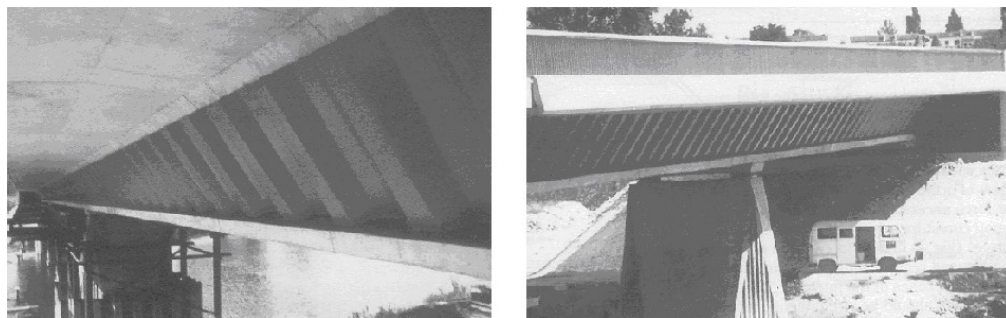


14. ábra: Asterix-híd

Az alsó öv acél, a felső pedig vasbetonból készült, amely egyben a pályaszerkezetet is adja. A híd érdekessége, hogy az egyik támasz előtt teljes egészében összeépítették, majd egyben tolták be a helyére, valamint a helyszíni hegesztés lehetőségének hiányában az egész acél szerkezetet előre legyártották és úgy szállították a helyszínre.

2.3.2. Zárt keresztmetszetű öszvér hidak [1]

Az trapézlemez gerincű hidak közül az Alain Spielmann által tervezett franciaországi Charante-híd (Pont de Cognac, (15. ábra) volt az első, melyet 1986-ban adtak át a forgalomnak. A híd folytonatlagos négytámaszú hídszerkezetként épült, legnagyobb támaszköze 43 méter. A szerkezeti magassága a támasznál és a mezőben is egyaránt 2,285 méter. Az alkalmazott trapézprofilú acéllemezek vastagsága 8 mm a tartó teljes hossza mentén, a profil hajlásszöge pedig 35 fok.



15. ábra: Charante-híd

Egy második francia hibrid gerendahíd, az 1987-ben átadott Maupre Viadukt (Viaduc de Maupré). Ez egy háromszög keresztmetszetű szekrénytartó, melynek szerkezeti magassága a hossz tengelye mentén konstans 3,1 méter, az alkalmazott acél trapézlemez gerincek vastagsága 8 mm, a híd pedig mind hossz, mind keresztirányban meg van feszítve.



16. ábra: Viaduct de Maupre alulról [3]



17. ábra: Viaduct de Maupre oldalról [3]

A kezdeti francia példákat követve a Japánok is átvették a hibrid szerkezetű hidak építésének technológiáját. Az első japán híd az 1993-ban épült Shinkai-híd, Niigata tartományban. A második a Matsunoki-híd (Ginzan-Miyuki híd), mely 1996-ban készült el. Ez egy öt nyílású folytatólagos szerkezet, melynek teljes hossza 210 méter, a támaszközök pedig 27,4 és 45,5 méter között változnak. A felszerkezete szekrénytartó trapézlemez gerinccel, és vasbeton övekkel, ami egy tipikus hibrid megoldás (18. ábra).



18. ábra: Matsunoki-híd

A harmadikként átadott japán hibrid felszerkezetű acél trapézlemez gerincű gerendahíd az 1998-ban átadott Motoya híd (*19. ábra*) volt. Legnagyobb támaszköze 97,2 méter, a felszerkezet szerkezeti magassága pedig a mezőben 2,5 méter magas, mely a támasznál 6,4 méter magasra növekszik. A híd érdekessége, hogy szabadbetonozással építették.



19. ábra: Motoya híd

A Motoya-hídhöz nagyon hasonló szerkezeti kialakítású a Pont de la Corniche híd, amely a Doubs folyót íveli át. Teljes hossza 496 méter, amivel ez a leghosszabb trapézlemez gerincű hibrid híd Franciaországban. A hídnál alkalmazott trapézlemez vastagsága 8-12 mm között változik. A támaszok felett 12mm, a feszítőkábelek iránytörésénél 10mm, a nyílásközépnél pedig 8mm. A hullámmagasság 230mm.



20. ábra: Pont de la Corniche [5]

A hibrid rendszerű gerendahidak esetében alkalmazott legnagyobb támaszköz 115 méter, melyet a 2001-ben átadott német Altwipfergrund híd (21. ábra) demonstrál. A híd folytonatos négytámaszú gerenda. Jellemzősége, hogy az acél trapézlemez gerincek egészen a vasbeton fenékmező alsó síkjáig lemennek, így a gerincen elhelyezett csapok segítségével dolgozik együtt gerinc a vasbeton fenékmezővel.



21. ábra: Altwipfergrund híd [6]

A nagyobb támaszköz tartományában eddig 180 méterig épültek extradosed hidak és 235 méteres támaszközzel egy ferdekábeles híd. Feszített-függesztett rendszerű hidakból három létezik, két japán (Himi Yume híd, Ritto híd) és egy magyar példa (Móra Ferenc híd). Ferdekábeles hídként pedig egy hibrid felszerkezetű híd épült, a japán Yahagi-gawa híd. Ezeket a hidakat a 22-25. ábrák mutatják be.



22. ábra: Himi Yume híd [7]



23. ábra: Ritto híd [8]



24. ábra: Móra Ferenc híd [9]

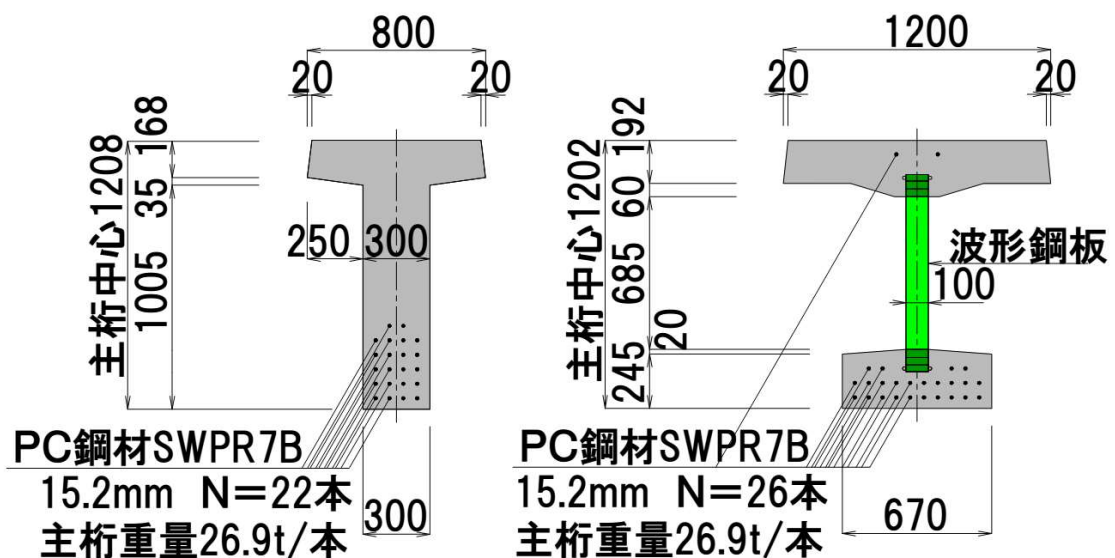


25. ábra: Yahagi-gawa híd [10]

2.3.3. Feszített, sűrűbordás hidak [2]

Kis fesztávolságok áthidalására alkalmas sűrűbordás acél trapézlemez gerincű hibrid hidat az eddigi tudások szerint csak Japánban alkalmaztak.

2004-ben Fujioka és Kakuta kifejlesztettek egy acél trapézlemez gerincű előfeszített hibrid gerendacsaládot sűrűbordás gerendahíd rendszerhez, melynek a „Corrugated Steel Web PCT” nevet adták. Ez a technológia egy új típusú sűrűgerendás hídrendszer, melynek gerendái úgynevezett T-alakú gerendák („T-shape girder”) (26. ábra). Japánban ezt a kialakítást röviden Corru-T-nek nevezik és az akkoriban közkedvelten alkalmazott T-keresztmetszetű vasbeton sűrűbordás hidakat váltották fel vele. A fejlesztést követően sor került az első hibrid gerendás sűrűbordás híd építésére is, melyet egy Kaga nevű város mellett építettek meg és a Sou-folyó híd nevet kapta (japánul: Sougawa-híd).



26. ábra: Japán gerendák

A Sou-folyó hidat alkotó gerendákat (27. ábra) üzemi körülmények között gyártották le, majd úgy szállították a helyszínre. A képen látható, hogy a felső öv oldalirányban ki van tüskézve, melynek az a szerepe, hogy a helyszíni betonozással kialakított pályalemezszakasszal való együttműködést biztosítsa.



27. ábra: Japán hidgerenda

A Sou-folyó híd (28. ábra) esetében a hibrid gerendák hossza 23.9 méter, a támaszköze 23,1 méter, ami kis fesztávolságnak számít. A trapézlemez gerincnek köszönhetően az önsúly jelentősen csökkent, így a szállítási és mozgatási költségek is. A hidat 2005 januárjában adták át a forgalomnak.



28. ábra: Sou-folyó hidja

Az előfeszített rendszerű sűrűbordás hidak esetében zsúfolt, szűk területeken problémát jelenthet az előregyártott gerendák szállítása. Ennek kiküszöbölésére Japánban kifejlesztettek egy új típusú sűrűbordás gerendahíd rendszert, melynél előfeszítés helyett helyszíni utófeszítést alkalmaznak. Ezzel az eljárással a 20 méter vagy akár annál nagyobb gerendák helyett előregyártott gerendaszegmenseket szállítanak a helyszínre melyben lágyvasalás és burkolócsövek vannak elhelyezve. A burkolócsövekbe a szegmensek helyszíni illesztése után elhelyezik a feszítőpásmákat.

Az első ilyen utófeszített rendszerű sűrűbordás hibrid gerendahíd az Ayase-folyó feletti Mito híd (japánul: Ayasegawa Mito híd) (29. ábra). A hidat 2010 novemberében adták át Tokióban.



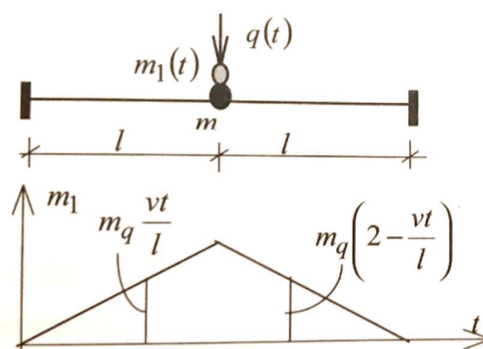
29. ábra: Az Ayase-folyó feletti Mito híd

3. Dinamikai jellemzők

3.1. Szerkezeten mozgó jármű dinamikai hatása [11]

3.1.1. Mozgó tömeg hatása

Ha a vizsgálatok során a szerkezeten mozgó testnek a mechanikai hatását nem csak a testre ható erővel akarjuk kifejezni, hanem a szerkezetből és a testből álló teljes dinamikai rendszert vizsgáljuk, tekintettel kell lennünk a mozgó test tömegére is. Most egy gerendán, mint kontinuumon mozgó tömegpont hatását vizsgáljuk. A 30. ábrán a tartó mentén mozgó test tömege m_q , a középső csomóponton pedig a redukálás eredményeképpen megjelenő kiegészítő tömeg az $m_1(t)$. Az ábrán ugyanakkor a kiegészítő tömeg időbeni változását is láthatjuk.



30. ábra: Mozgó tömeg hatása

Ezek után az egyszabadságfokú rezgés rezgésegyenlete felírható:

$$(m + m_1(t))\ddot{x}(t) + kx(t) = q(t)$$

Ennél a feladatnál a tömeg az idő függvénye. A tömegnek megfelelő $q(t)$ súlyerő, a tömegpont helyzetének időbeni változása miatt ugyancsak időfüggő lesz. Ha a homogén egyenletet vizsgáljuk, ebben az esetben csak időtől függő frekvenciát kaphatunk. Így nem beszélhetünk harmonikus rezgésről, a rendszernek nincs sajátkörfrekvenciája. Ugyanakkor a tömegpont kitér az egyensúlyi helyzetéből, majd egy maximális kitérés után ellenkező irányban mozog, vagyis rezeg. Ha a mozgó tömeg nem túl nagy, akkor a rezgési folyamat hasonlít egy harmonikus rezgéshez. Ez az oka annak, hogy az ilyen rezgéseket kvázi-harmonikus rezgésnek nevezzük.

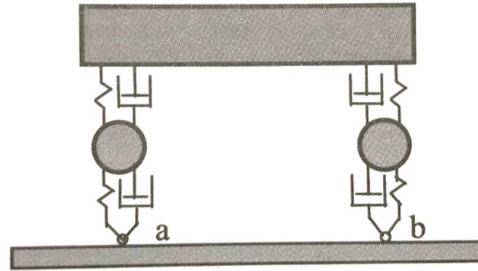
Ha a szerkezetet több elemre osztjuk, akkor többszabadságfokú rendszer vizsgálata lesz a feladatunk. Ekkor a szerkezet dinamikai egyenlete, ha külső csillapítás is van:

$$(M + M_1(t))\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = r_y(t)$$

Minden geometriai elrendezéshez tartozik egy kritikus sebesség, mely esetén a rezgésamplitúdók jelentősen növekednek.

3.1.2. Mozgó jármű hatása

A 31. ábrán egy közúti jármű egyszerű, de a szerkezet vizsgálata szempontjából megfelelő modellt láthatunk.



31. ábra: A közúti jármű modellje

A jármű a szerkezetre az „a” és „b” pontokon támaszkodik, ezen pontok függőleges elmozdulása megegyezik a szerkezet adott pontjának függőleges elmozdulásával. Mivel a vizsgálatok során a gerjesztő hatások függőlegesek lesznek, így a jármű modellnek az a sajátossága, hogy vízszintes erők felvételére nem alkalmas.

Először azt feltételezzük, hogy a jármű „a” és „b” pontjai nem mozdulnak el. Így a jármű dinamikai egyenlete:

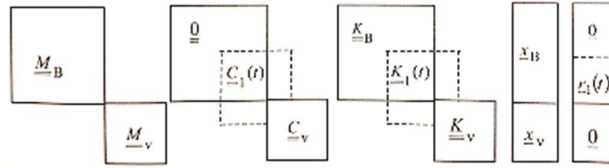
$$M_v \ddot{x}_v + C_v \dot{x}_v + K_v x_v = 0$$

Itt az M_v a jármű tömegmátrixa, C_v a hidraulikus csillapítóknak megfelelő csillapítási mátrix, K_v a jármű merevségi mátrixa. Ebben az esetben az x_v elmozdulás-vektorban csak a tömegpontok függőleges elmozdulás-komponensei szerepelnek. Ennek megfelelően állítjuk elő a jármű egyenletrendszerét is. A megtámasztásnak megfelelő sorokat, oszlopokat a mátrixból töröljük. Az egyenletben továbbá nem szerepel a tehervektorban a jármű önsúlya, hiszen az egyensúlyi helyzet körüli rezgéseket vizsgáljuk.

A szerkezet dinamikai egyenlete:

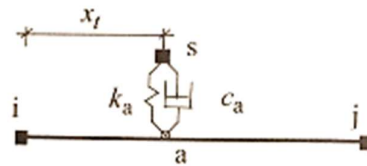
$$M_B \ddot{x}_B + K_v x_B = r_1(t)$$

Az $r(t)$ vektor a jármű súlyából és az „a” és „b” pontokon átadódó erőket tartalmazza. A teljes dinamikai rendszer összeállításánál az elmozdulásvektorban az első blokkba helyezzük a szerkezet elmozdulásait, a második blokkba pedig a jármű elmozdulásvektora kerül. Ha a teljes rendszert vizsgáljuk, akkor a jármű modelljében lévő „a” és „b” pont el fog mozdulni és ez az elmozdulás megegyezik a jármű helyzetének megfelelő végeelem adott pontjának elmozdulásával. Ennek megfelelően az egymás mellé helyezett két mátrix-differenciálegyenlet összekapcsolódik és a mátrixok, valamint vektorok az alábbi felépítésűek lesznek:



32. ábra: Mátrixok, vektorok felépítése

Az „a” és „b” pont helye a jármű mozgásának megfelelően egy végelemen belül is változik az időben, valamint a jármű mozgása során a végelem modell más-más elemén lesznek az érintkezési pontok. Ennek következtében a $C_{,1}(t)$ és $K_{,1}(t)$ kontakt mátrixoknak más-más blokkjai fognak zérustól különbözni, másrészt a mátrixok elemei időfüggőek lesznek. Ezen mátrixok az egyes érintkezési pontokhoz tartozó – a 33-as ábrán látható - végelemek C_a^{et} , C_b^{et} ill. K_a^{et} , K_b^{et} elemi mátrixaiból kompilálással kaphatók:



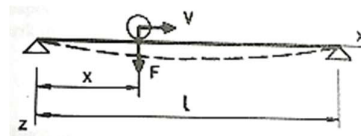
33. ábra

3.2. Mozgó tömeg vizsgálata hajlított tartón [12]

Itt két szélsőséges esetet mutatok be, először azt az esetet, amikor a mozgó teher tömege nagyságrendileg nagyobb a tartó tömegénél, utána pedig azt, amikor a mozgó teher tömege lényegesen kisebb, mint a tartóé.

Első esetben a tartó tömege elhanyagolható, és ekkor a tartó lehajlása a teher bizonyos helyzeténél az „F” saját tömegű teher által előidézett „R” erő hatására:

$$z = \frac{Rx^2(1-x)^2}{3lEI}$$



34. ábra: Mozgó tömeg tartón

Az „R” erőt úgy nyerjük, hogy a mozgó teher „F” súlyerejéhez hozzáadjuk a mozgása közben keletkező tehetetlenségi erőt, melynek nagysága:

$$\frac{F}{g} * \frac{d^2z}{dt^2}$$

Feltételezve, hogy a teher állandó „v” sebességgel mozog, így

$$\frac{dz}{dt} = \frac{dz}{dx} \frac{dx}{dt} = v \frac{dz}{dx}, \quad \frac{dz^2}{dt^2} = v^2 \frac{dz^2}{dx^2}$$

és a tartóra ható erő nagysága:

$$R = F \left(1 - \frac{v^2}{g} dz^2 dx^2 \right)$$

Ezt behelyettesítve a kiindulási egyenletbe:

$$z = F \left(1 - \frac{v^2}{g} dz^2 dx^2 \right) x^2 \frac{(1-x)^2}{3EI}$$

Ez az egyenlet meghatározza a teher érintkezési pontjában az eltolódást a tartón való áthaladás közben. Az egyenlet egy közelítő megoldása abból a feltételezésből nyerhető, hogy az érintkezési pontok eltolódását összekötő görbe hasonló, mint amelyet $v=0$ sebességgel kapnánk.

Belátható, hogy „z” akkor lesz maximális, amikor a teher a támasz közepén van, és akkor a maximális erő:

$$R_{max} = F \left(1 + \frac{v^2}{g} \frac{Fl}{3EI} \right)$$

A támaszközép lehajlása az erő növekedésével egyenes arányban nő, tehát

$$e = e_s \left(1 + \frac{v^2}{g} \frac{Fl}{3EI} \right)$$

Második esetben, amikor a teher tömege a híd tömegéhez viszonyítva kicsi, akkor ott a többlethatás nem haladja meg a 10 %-ot.

3.3. Hidak rezgésvizsgálata [12]

A dinamikus gerjesztésből származó igénybevételeket általában úgy számítjuk, hogy egy ismert dinamikus tényező értékével felszorozzuk a statikus terheket a tartón, ami ugyan azt az igénybevételt idézi elő a tartón, mint amely a rezgés hatására a valóságban keletkezik. A szabályzatok többféle teherre megadják ezeket a dinamikus tényezőket, de ezekkel csak ritkán kaphatóak a valósághoz hű eredmények.

Éppen ezért van igen fontos szerepe annak, hogy a dinamikai vizsgálatokat elvégezzük.

Ha a mérésből ismerjük a rezgés gyorsulását, akkor ebből az egy adatból ki tudjuk számítani a dinamikus többlet-igénybevételt abban az esetben, ha a rendszer szabadrezgést végez. Ekkor ugyanis a rendszer egyes pontjainak mozgását a harmonikus rezgőmozgás egyenletével lehet jellemezni:

$$x = A \sin(\omega_0 t)$$

A rezgés sebessége:

$$v = A_0 \omega_0 \cos(\omega_0 t)$$

gyorsulása:

$$a = -A_0 \omega_0^2 \sin(\omega_0 t)$$

A rezgő szerkezet rugóállandóját k -val jelölve, a maximális erő, amely az alátámasztó szerkezetre működik:

$$F_{max} = kx_{max} = kA_0$$

Mivel $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$, ezért $kA_0 = A_0 m \omega_0^2$. Tehát a dinamikus hatásból keletkező többletterhelés:

$$F_{din} = m a_{max} = \frac{G}{g} a_{max}$$

Így a tartóra ható teljes teher: $F = F_{stat} + F_{din}$

Függőleges erőknél:

$$F = G + \frac{G}{g} a_{vert} = \mu G$$

ahol „ g ” a nehézségi gyorsulás; „ μ ” pedig a dinamikus tényező értéke:

$$\mu = 1 + \frac{a_{vert}}{g}$$

Gerjesztett rezgések esetén – eltekintve a rezonanciaállapottól – a gerjesztett rezgés frekvenciája nem egyezik meg a rendszer önrezgésszámával, tehát

$$\omega_{ger} \neq \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Ebben az esetben a dinamikus hatás számításához elvileg már nem elegendő csupán a gyorsulásismerete. Ekkor ugyanis:

$$\omega_{ger} = \alpha \omega_0 = \alpha \sqrt{\frac{k}{m}}$$

ahol „ α ” értéke nem lehet egyenlő egyel, és a maximális gyorsulás:

$$a_{max} = \alpha \frac{kA_0}{m}$$

a dinamikus hatásból keletkező igénybevétel pedig:

$$F_{din} = kA_0 = \frac{a_{max} m}{\alpha}$$

Ez azt jelenti, hogy ha a gerjesztés frekvenciája kisebb, mint a rendszer önrezgésszáma, akkor az „ α ” értéke nagyobb lesz egynél, ha pedig nagyobb annál, akkor az „ α ” kisebb lesz egynél. Tehát a rezgés gyorsulásából kiszámított és a tényleges igénybevétel közötti hiba akkor lesz a legkisebb, amikor az „ α ” értéke egy körüli, ami a rezonanciaállapot közelében van. A rezgés általában a rezonanciaállapot közelében veszélyes a tartóra, így éppen ekkor válik fontossá a pontos számítás. Mindezek figyelembevételével az a teher, amely a dinamikus hatást képviseli, a következőképpen számítható:

$$F = \mu F_{stat}$$

ahol

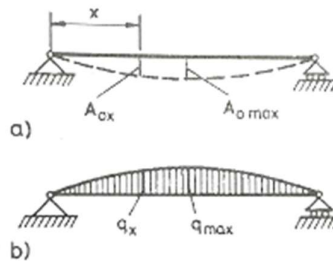
$$\mu = 1 + \frac{a_{max}}{g\alpha}$$

a maximális gyorsulás:

$$a_{max} = A_0 \omega^2, \alpha = \frac{\omega_{ger}}{\omega_0}, \alpha_{max} = 1$$

Nem szabad figyelmen kívül hagyni azt sem, hogy hajlított tartón a regésamplitúdók a tartó hossza mentén változnak, így változik az egyes keresztmetszetek gyorsulása is. Mivel a dinamikus teher a gyorsulással arányos, arányos a tartónak a rezgés hatására deformálódott alakjával is.

A 35-ös ábrán egy kéttámaszú tartó rezgés hatására deformált alakját, valamint a deformált alak alapján felvett terhet ábrázolom.



35. ábra: Tartó-teherábra és deformált alak

3.4. A dinamikus többlettényező meghatározása

A dinamikus többlettényező az a szorzószám, amellyel a statikus terheléseket felszorozva megkapjuk a dinamikus terheléseknek az értékét. Ennek a meghatározása a gyakorlatban igen lényeges, hiszen a szerkezetek vizsgálata során általában nem végeznek külön dinamikai analízist, hanem a statikus terheket felszorozzák ezekkel a többlettényezőkkal és az így kapott megnövelt teherértékekkel számolnak.

3.4.1. EUROCODE 1991-2: 2003 [13,14]

Az EUROCODE a közúti hidakra vonatkozó szabványában a dinamikus hatásokat nem veszi figyelembe külön dinamikus tényezővel, hanem a terheket már úgy határozza meg, hogy azok tartalmazzák a dinamikus hatásokat. Ez alól a fásztó hatások kivételt képeznek. Azért nincs egy egységes dinamikus tényező bevezetve, mert az értéke számos paramétertől függ, mint például az útpálya felületének a minősége, vagy a járművek felfüggesztésének a kialakítása.

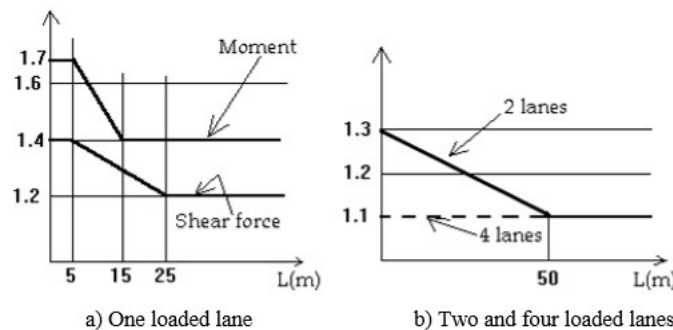
A fásztó terhelések esetére definiált dinamikus többlettényező értéke:

$$\Delta\varphi_{fat} = 1.30 \left(1 - \frac{D}{26}\right), \text{ és } \Delta\varphi_{fat} \geq 1$$

ahol a „D” a keresztmetszet dilatációtól való távolsága méterben kifejezve.

Ha a $D > 6m$, akkor $\Delta\varphi_{fat} = 1$.

Szakirodalmi adatok alapján [14] az EUROCODE járműterhei közül a több forgalmi sáv forgalmát leíró LM1 jelű járműteher modellje $\mu=1,14$ értékű dinamikus hatást tartalmaz, míg az LM2 jelű, jellemzően egy forgalmi sávra kidolgozott, de nagyobb koncentrált jármű terhelésű tehermodellje (400 kN) $\mu=1,7$ értékű dinamikus hatást tartalmaz.



36. ábra: Dinamikus hatások a különböző járműterhekben [14]

3.4.2. Útügyi műszaki előírás: ÚT 2-3.401 [15]

Az előírás javaslata a dinamikus tényező számítására:

$$\mu = 1.05 + \frac{5}{L + 5}$$

ahol „L” a tartó fesztávolsága. A többlettényező maximális értéke 1,4.

3.4.3. Mérési eredmények, numerikus vizsgálatok eredményei alapján

A többlettényező értékének a meghatározásához először a dinamikus vizsgálat során kapott eredményeknek megfelelően fel kell rajzolnunk a feszültségeknek a hatásábráját.

Ezen hatásábrákon nagyobb sebességek esetén megjelennek a mozgó jármű által gerjesztett, többnyire a híd sajátrezgésével megegyező frekvenciájú többlet-igénybevételek. Ezek után a dinamikus tényező meghatározásához a statikus hatásábrára rakódó többlet-igénybevételekből keletkező feszültséglengések/alakváltozáskülönbségek nagyságát határozzuk meg. Az így kapott értékek fél amplitúdóját hozzáadjuk a járművek áthaladása során mért feszültség-hatásábrák maximum, vagy minimum feszültségi/alakváltozási értékéhez. Az így kapott szélsőértékek, valamint az eredeti szélsőértékek a hányadosát tekintjük a szerkezeti részleten mért dinamikus tényezőnek.

II. Modellépítés

1. A vizsgálati stratégia és a modellépítés menete

A TDK dolgozatom keretén belül három különböző gerenda viselkedését vizsgáltam meg.

Először egy tisztán vasbeton I keresztmetszetű gerendát modelleztem. Kezdetben csak magát a gerendát, majd később a hozzá csatlakozó dilatációt, rávezető útszakaszt és a járművet is. Az így elkészült gerendamodellel lefuttattam egy statikus vizsgálatot, melyből a tartó statikus lehajlását tudtam megállapítani (u_{max}), valamint ezt felhasználva a közelítő képlet segítségével a gerenda közelítő sajátfrekvenciáját ($f_{r_{stat}} = 2\sqrt{u_{max}}$). Ezt követően modálanalízist hajtottam végre, melyből a gerenda valós sajátfrekvenciáját kaptam meg eredményül. A két frekvencia összehasonlításából (melyek közötti eltérés 6% alatti volt) a modell helyességét tudtam igazolni és így a dinamikai vizsgálatokra áttérni. A jármű elindítását követően kapott eredményeken ellenőriztem, hogy amíg a jármű a híd előtti szakaszon halad, addig a lehajlások a statikus lehajlás körül pulzálnak-e, valamint hogy a híd rezgésének a frekvenciája megegyezik-e a modálanalízis során kapott értékekkel. Ezeknél mind pár százalékos eltéréseket tapasztaltam, validáltam a felépített modellt, és elkezdtem a részletes vizsgálatokat. Négy különböző sajátfrekvenciájú járművet 11 különböző sebességgel futtattam végig a hídon, valamint a híd sűrűségének a változtatásával három különböző sajátfrekvenciájú hídon állandó járműparaméterekkel jellemezhető jármű áthaladása során vizsgáltam a sebességek és a híd-jármű sajátfrekvenciájának hatását a dinamikus tényezőre.

Második lépésben a dolgozat fő részét képező trapézlemez gerincű hibrid hídgerendát modelleztem be és végeztem rajta dinamikai vizsgálatokat. Itt a kiválasztott, állandó járműparaméterekkel jellemezhető jármű áthaladását vizsgáltam és vettem össze a vasbeton gerendánál kapott eredményekkel.

Végül, a harmadik fázisban a vizsgált trapézlemez gerincű tartó gerincének a magasságát megváltoztatom olyan mértékben, hogy a híd sajátfrekvenciája éppen a vasbeton gerenda sajátfrekvenciájával egyezzen meg. Ezek után végrehajtottam a dinamikai vizsgálatokat. Itt ugyanazt a járművet alkalmaztam, mint amit a második hibrid hídgerenda esetében.

2. A vizsgált próbatetek bemutatása

Az **elsőként** alkalmazott vasbeton I-gerenda 35 cm széles és 10 cm vastagságú övekkel, és egy 40 cm magas 2 cm széles gerinccel rendelkezik. Teljes magassága 60 cm. 800 cm-es elméleti támaszköz áthidalására alkalmas 10-10 cm feltámaszkodással, így teljes hossza 820 cm. A beton anyagminősége C40/50.

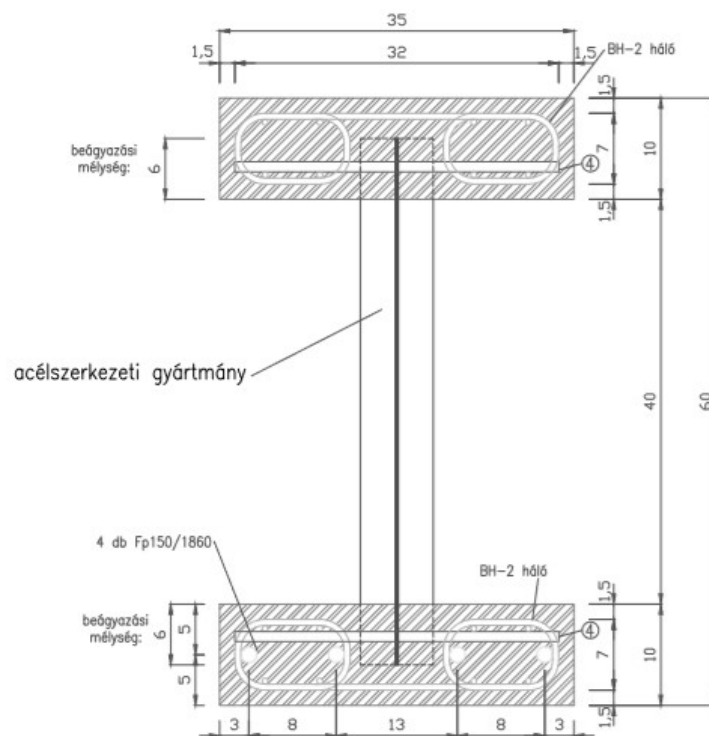
A **második**ként vizsgált próbatest a trapézlemez gerincű hibrid hídgerenda, amely szintén egy 800 cm-es elméleti támaszköz áthidalására alkalmas. A feltámaszkodása mindkét oldalon 10-10 cm, így a teljes hossza ennek is 820 cm. A tartó magassága 60 cm, melyből az alsó és a felső öv egyaránt 10-10 cm vastagságú. A gerenda szélessége 35 cm. A trapézlemez gerinc beágyazása a vasbeton övekbe 6 cm.

A beton anyagminősége C40/50, a betonacéloké B500B, valamint hegesztett háló is készül. A feszítőelemek – melyekből az alsó övben négy darab található – 12,9 mm névleges átmérőjű 7 eres pászmák. A betonfedés mértéke 1,5 cm. A trapézlemezek jelölése: TP98-45-520, hajlítási sugara $R=18$ mm, vastagsága 3mm.

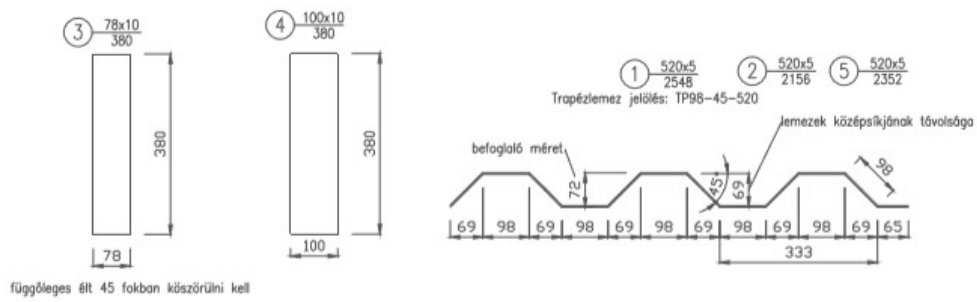
A trapézlemez gerinc és a vasbeton övek együtt dolgozását 10mm átmérőjű acélbetétek biztosítják, melyek elhelyezéséhez a trapézlemez felső és alsó részein megfelelő furatok kerültek kialakításra.

A hídgerenda feltámaszkodásainál, illetve a középső zónájában két adott helyen függőleges merevítőborda található, melyek $78\text{mm} \times 10\text{mm} \times 380\text{mm}$ méretűek.

A gerenda keresztmetszeti ábráját, valamint a trapézlemez gerinc kialakítását, méreteit a 37a és a 37b ábrák mutatják.



37a. ábra: A vizsgált gerenda keresztmetszete



37b. ábra: A trapézlemez geometriája

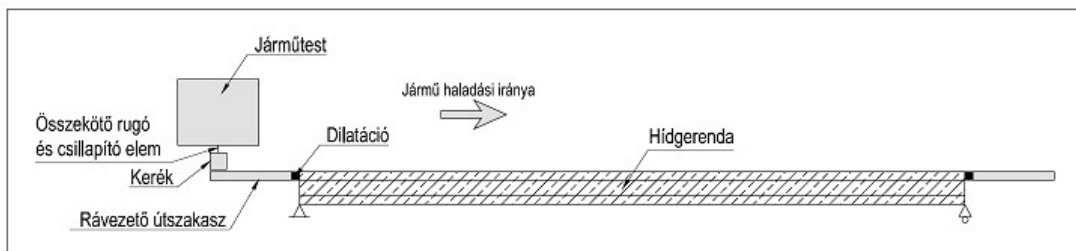
A **harmadik** próbatest jellemzői és leírása megegyezik a másodikéval, csak itt a trapézlemez gerinc vasbeton övek közötti magassága 58 cm.

3. Végeelemes modell felépítése I.

A végeelemes modellt az ANSYS Mechanical APDL 14.5 verziójának segítségével készítettem el, használva az LS-DYNA dinamikus modult.

3.1. Geometria

Az általam felépített modell egy hidgerendából, az előtte és utána álló 1m-es útszakaszból, dilatációból és a mozgó jármű terhelését modellező terhelő elemből áll.



38. ábra: A modell vázlata

3.1.1. A mozgó jármű terhelésének modellezése

A szerkezetre az LM2-es járműterhet működtettem az EUROCODE előírásának megfelelően, mely esetén a tengelyterhelés értéke 400 kN. Mivel a vizsgált hidgerenda szélessége 35 cm, így csak az egyik tengely hatását tudtam modellezni. Éppen ezért a járműteher modellje egy kerékből és felette lévő testelemből áll, melyeket egy rugó és egy csillapító elem kapcsol össze. A kerék modellje egy $20 \times 20 \times 20$ cm nagyságú kocka, a testelemé pedig egy $100 \times 80 \times 50$ cm nagyságú testelem, amely a jármű tömegét és testét hivatott modellezni. Mivel egy tengelynek a terhelése a gerendákon lévő betonréteg teherelosztó képességének köszönhetően két szomszédos gerenda között oszlik meg, így a vizsgált bordán 100 kN erőt modelleztem. Ebből 10 kN (1 tonna) terhelést a kerék, 90 kN-t (9 tonna) pedig a jármű tömege által működtettem a szerkezetre. A geometriai méretek, valamint az átadott terhelések ismeretében meghatároztam a modellelemek sűrűségét:

$$\rho = \frac{\text{tömeg}}{\text{térfogat}} \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$$

Ezen részleteket azért modelleztem így egyszerűbben, hogy a felépített modellem ne legyen túl bonyolult, így a futási idő minél rövidebb legyen. Jelen feladat keretében a tehermodellnek az igen részletes bemutatására nincs szükség, elegendő ez a közelítő modellezés.

A kerék, illetve a járműtest rugalmassági modulusát nagyra választottam meg, mivel azokat egy alaktartó elemként kívántam modellezni.

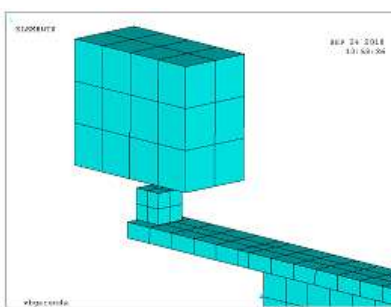
A kereket és a járműtestet összekapcsoló rugó, valamint csillapító elem jellemzőit irodalmi adatok alapján vettem fel.

A felvett anyagjellemzőket az alábbi táblázat mutatja:

Rugalmassági modulus	járműtest	15 Gpa
	kerék	15 Gpa
Poisson tényező	járműtest	0.3
	kerék	0.3
Sűrűség	járműtest	22,5 t/m ³
	kerék	125,0 t/m ³
Rugóállandó	1000 kN/m (változó paraméter)	
Csillapítás	10 kNs/m	

39. ábra: Anyagjellemzők táblázata

A felépített járműmodell:



40. ábra: A járműteher modellje

3.2.2. A hídhoz csatlakozó út és a dilatáció bemutatása

A hídhoz vezető utat testelemekkel modelleztem és minden irányban mereven megtámasztottam. Az út hosszát 1 m hosszúságúra választottam meg, melynek az az oka, hogy amíg ezen az 1 m hosszú szakaszon végighalad a jármű addig a híd sajátrezgése egy nagy csillapítás mellett megy végbe. Így mikor a jármű eléri a hidat, akkor már tisztán a jármű dinamikus hatását tudjuk vizsgálni a gerendán.

A dilatációt szintén testelemekkel modelleztem, melynek az „x” irányú elmozdulását szabaddá tettem. Ebben az irányban a rugalmassági modulus értékét 1 Pa-ra vettem fel, amely érték közel nulla és nincs hatása a hídra a vizsgált „x” irányban. A másik két irányban („y” és „z”) a rugalmassági modulus értékét a híd rugalmassági modulusának századrésztára vettem fel, hiszen ezekben az irányokban a jármű áthaladása miatt kell, hogy legyen valamilyen merevsége a dilatációnak. A Poisson-tényező értékét 0,49-re vettem fel, ami a gumi Poisson-tényezőjéhez közel eső érték.

Az alkalmazott anyagjellemzőket a következő táblázat mutatja be.

Rugalmassági modulus	x	1 Pa
	y	$E_{y.híd}/100$
	z	$E_{z.híd}/100$
Poisson-tényező	x, y, z	0,49

3.2. Terhek

A szerkezet önsúlyterhét úgy modelleztem, hogy a magára a hídra működtettem a gravitációs terhet, vagyis a $9,81 \text{ m/s}^2$ nagyságú, „z” irányú, vagyis függőleges gravitációs gyorsulást. A jármű mozgásának a modellezésére egy vízszintes sebességet definiáltam, melynek értékét 5-100 m/s között változtattam, ami azonos a 18-360 km/h sebességekkel.

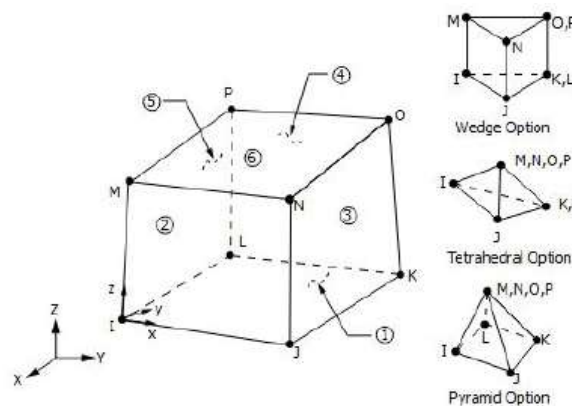
3.3. Elemek

3.3.1. A szerkezet modellje

A vasbeton és az acél elemek statikus modellezésére mindenhol háromdimenziós testelemeket alkalmaztam (SOLID185). Ezek az elemek nyolc pont, vagyis „node” által vannak definiálva, melyeknek mindegyikének három szabadságfoka van: „x” „y” és „z” irányú eltolódási szabadságfok.

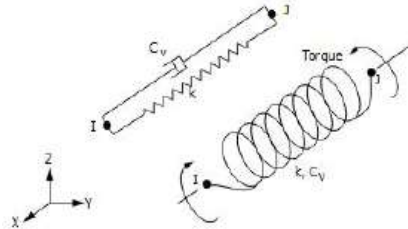
3.3.2. A dinamikai modell felépítése

A dinamikai modell a hídon kívül a rávezető útból, a dilatációból, valamint a járműből épül fel. A rávezető út, a dilatáció és a jármű modellje ugyanazzal a háromdimenziós testelemmel került modellezésre (SOLID164). Ez az elem szintén 8 „node”-dal van definiálva, melyeknek a következő szabadságfokai vannak: eltolódási, sebességbeli és gyorsulási szabadságfokok „x” „y” és „z” irányokban.



41. ábra: A SOLID164 és a SOLID185 elemek geometriája

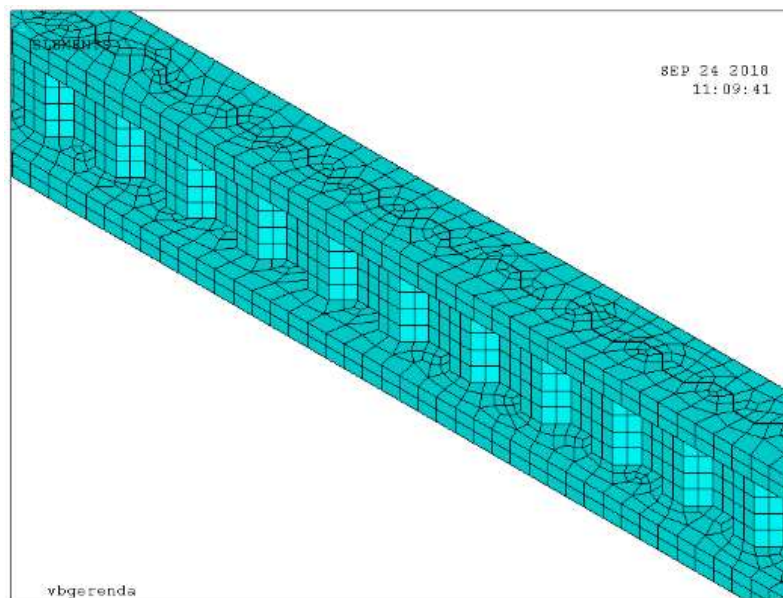
A jármű modellezéséhez a rugót és a csillapító szerkezeteket COMBI165 jelű elemmel modelleztem. Ez egy két szabadságfokú, egydimenziós elem. A rugót és a csillapító elemet külön, de azonos pontban definiáltam. A rugóállandó értéke a vizsgálat elején egy változó paraméter volt, de a későbbiek állandó $k = 1000 \text{ kN/m}$ nagyságúra vettem fel, ami az irodalmi értéknek megfelelő. A csillapítás értéke $c = 10 \text{ kNs/m}$ volt minden esetben.



42. ábra: A COMBI165 jelű elem geometriája

3.4. Hálógenerálás

A kis geometriai méretek miatt a híd teljes hosszán $0,05 \text{ m}$ nagyságú háló alkalmazására volt szükség. A többi szerkezeti elem esetében (dilatáció, rávezető út, jármű) elegendő volt a nagyobb, $0,2 \text{ m}$ nagyságú háló használata, amely a futtatáshoz szükséges idő csökkentésében játszott szerepet.



43. ábra: A gerenda hálókialakítása

3.5. A modellezés korlátai

A modell kialakítása során a számítógép kapacitása és a modellek összetettsége jelentette a nehézséget. A kis hálóméretek és a hosszabb átfutási idő alkalmazása miatt a futási idő $0,5\text{-}3,5$ óra közé esett.

3.6. Analízis

Az általam vizsgált szerkezeteken különböző sebességgel és járműparaméterekkel jellemezhető járművek áthaladását vizsgáltam, különböző sajátfrekvenciájú, kialakítású hidak esetén. Ezekhez különböző időtartamokon keresztül, dinamikus terhelést alkalmaztam.

3.6.1. A vizsgálat menete

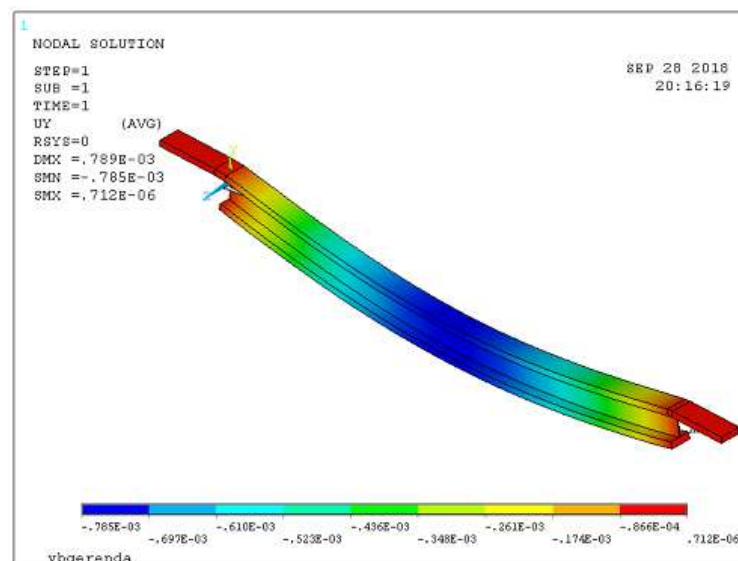
A elvégzendő vizsgálatokat a vizsgálatok típusa, az alkalmazott paraméterek és a modellezett gerendák alapján egy táblázatban összesítettem.

Tartókialakítás		Vasbeton híderenda	Hibrid híderenda	
Tartómagasság [cm]		60	60	78
Statikus vizsgálat		önsúlyra, járművel	önsúlyra, járművel	önsúlyra, járművel
Modálanalízis		önsúlyra, járművel	önsúlyra, járművel	önsúlyra, járművel
Dinamikus vizsgálat	Sebesség [m/s]	5-100	5-100	5-100
	Rugóállandó [kN/m]	1000,4500,9000,14000	1000	1000
	Sűrűség [kg/m ³]	1250,2500,3750	2500	2500

3.6.2. A vasbeton gerenda statikus vizsgálata

A vasbeton gerenda statikus vizsgálatához felépítettem a szerkezet modelljét a hozzá csatlakozó dilatációval és rávezető úttal együtt. A híd egyik végét csuklósan, a másikat pedig mereven támasztottam meg, a dilatációt és a rávezető utat pedig minden irányban mereven. Ezt követően a függőleges irányú gravitációs gyorsulást működtettem a szerkezeten és a modellt lefuttatva a gerenda középső pontjának lehajlását detektáltam, valamint a próbatest lehajlási alakjának a megfelelőségét is vizsgáltam.

A kapott függőleges irányú elmozdulást az alábbi ábra mutatja:



44. ábra: A vasbeton gerenda lehajlási ábrája

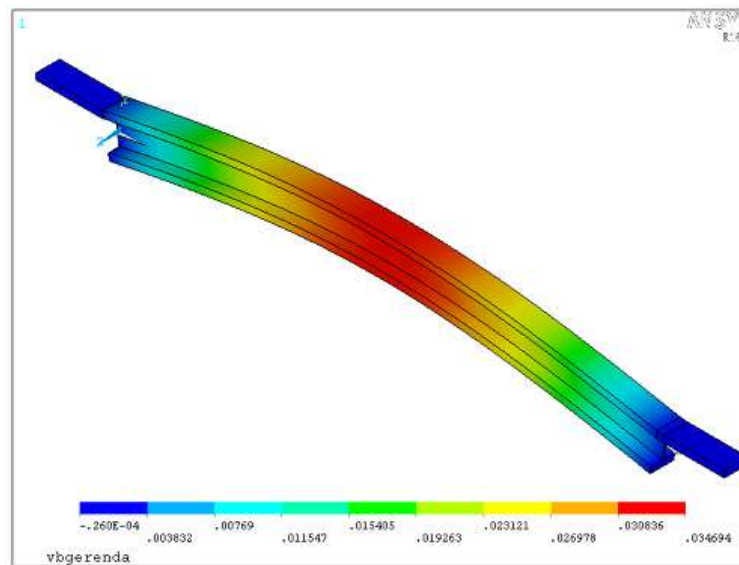
A kapott lehajlási ábrából a vártaknak megfelelően leolvasható, hogy a maximális kitérés a tartó középső pontjánál lesz, értéke pedig $e_{stat_max} = 0,789 \text{ mm}$.

Ebből a maximális statikus elmozdulásból közelítő képletet alkalmazva meghatározható a hídgerenda hozzávetőleges periódusideje, illetve sajátfrekvenciája:

$$T_{vbgerenda_közeli\ddot{o}} = 2\sqrt{e_{stat_max}} = 0,0562 \text{ s}$$
$$f_{vbgerenda_közeli\ddot{o}} = \frac{1}{T_{vbgerenda_közeli\ddot{o}}} = 17,8005 \text{ Hz}$$

3.6.3. A vasbeton gerenda modálanalízise, a modell validálása

A modálanalízishez az előzőekben felépített modellt használtam, csak most egy modálanalízist futtattam rajta. A kapott függőleges lehajlási ábra értelemszerűen megegyezett a statikus futtatás eredményeképpen kapottal, a híd első függőleges hajlító rezgésalakját pedig a 45-ös ábra szemlélteti.



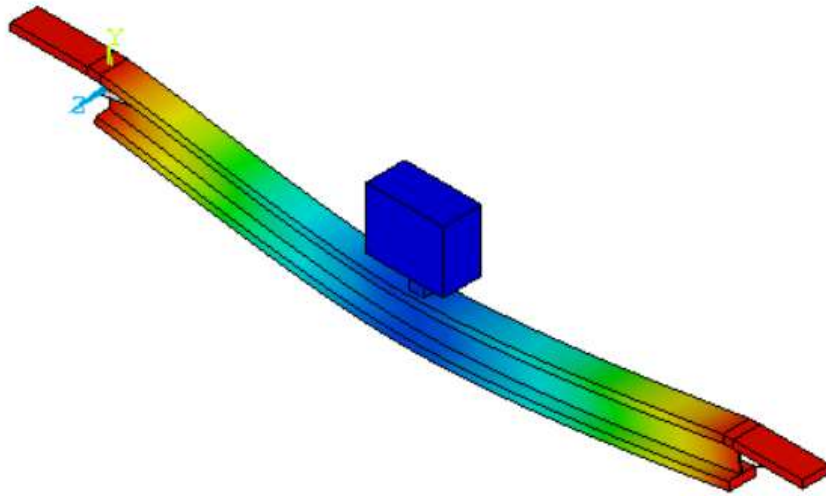
45. ábra: A vasbeton gerenda első hajlító rezgésalakja

Ehhez a rezgésalakhoz tartozó sajátfrekvencia értéke: $f_{modálanalízis} = 19,719 \text{ Hz}$

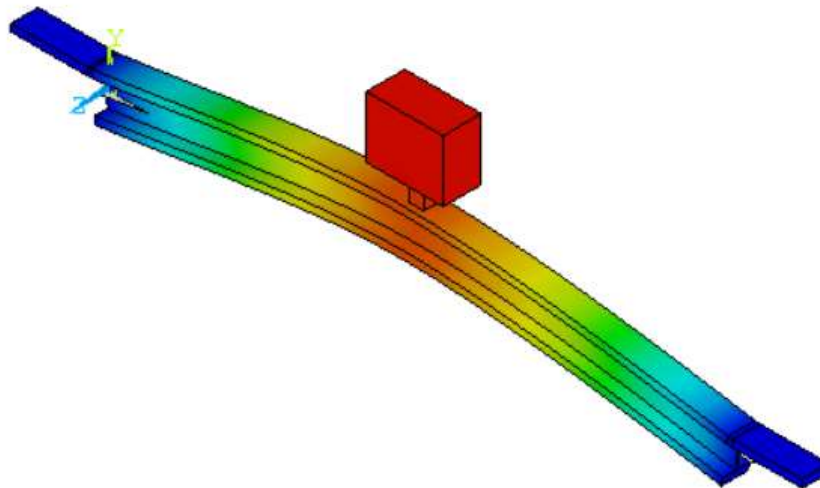
A statikus futtatás során kapott közelítő sajátfrekvencia értékével összehasonlítva az eltérés mértéke kb. 10 %-os. A közelítő képlet pontatlanságának tudatában ez az eltérés nem tekinthető jelentősnek és a felépített modell így validálható.

3.6.4. A vasbeton gerenda dinamikai vizsgálatának előkészítése, statikus vizsgálat, modálanalízis járművel

A tényleges dinamikai vizsgálat elkezdése előtt elhelyeztem a jármű modelljét a híd középpontjában és futtattam egy statikus vizsgálatot és egy modálanalízist önsúlyra. Ezzel azt vizsgáltam, hogy mekkora a híd középpontjának függőleges irányú maximális eltolódása, illetve a sajátfrekvenciája az első függőleges hajlító rezgésalakban. A vizsgálat eredményeit a 46-47-es ábrák mutatják:



46. ábra: A vasbeton gerenda lehajlási ábrája járművel



47. ábra: A vasbeton gerenda hajlító rezgésalakja járművel

A tartó középső pontjának maximális függőleges kitérése:

$$e_{vb_járomvel_max} = 8,35 \text{ mm}$$

A függőleges hajlító rezgésalakhoz tartozó hídsajátfrekvencia:

$$f_{modálanalízis_járomvel} = 0,94013 \text{ Hz}$$

3.6.5. A vasbeton gerenda dinamikai vizsgálata

A dinamikai vizsgálathoz a járművet a híd egyik oldalán, annak szélétől 1 m-es távolságban a rávezető úton helyeztem el. A modell egészére adott önsúlyteher mellett most a járműnek adtam egy vízszintes irányú sebességet is, mellyel a teljes gerendán végighaladt a futtatás során.

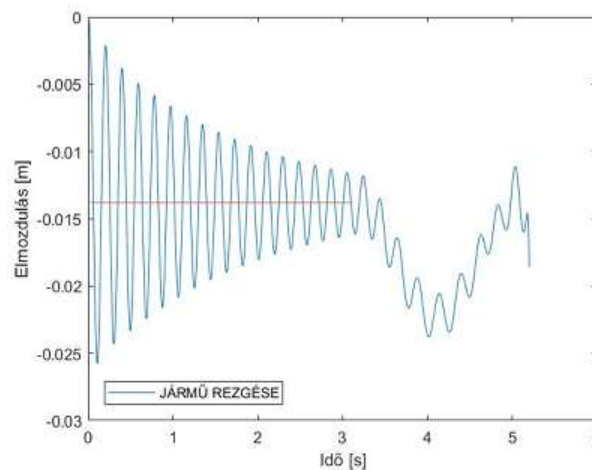
Az eredmények kiértékeléséhez két fontosabb eredményt dokumentáltam. Az egyik a gerenda alsó középső pontjának, a másik pedig a járműtest felső középső pontjának a függőleges irányú elmozdulása a jármű hídon való áthaladása során. A hídgerenda elmozdulásának időbeni alakulására a dinamikus tényező és a jármű sajátfrekvenciájának a meghatározásához, a jármű elmozdulására pedig a jármű sajátfrekvenciájának a megállapításához volt szükség.

A vizsgálatok megkezdésekor több paraméter változtatásának a hatását is vizsgáltam 5-100 m/s sebességgel áthaladó járművek esetén.

Először a jármű sajátfrekvenciáját hangoltam el a rugóállandó értékének a változtatásával. Az alkalmazott rugóállandókat, a hozzájuk tartozó járműfrekvenciákat és a hídsajátfrekvencia értékét az alábbi táblázat tartalmazza:

Rugóállandó [kN/m]	Járműsajátfrekvencia [Hz]	Hídsajátfrekvencia [Hz]
1000	5,26	19,72
4500	10,45	19,72
9000	15,8	19,72
14000	16	19,72

A különböző paraméterekkel jellemezhető járművek sajátfrekvenciájának a meghatározásához a már említett vizsgálati pont időbeli elmozdulásának ismeretére volt szükségem. A futtatás során kapott idő- függőleges elmozdulási ábra segítségével egy adott időintervallum és az arra eső teljes szinuszhullámok számának a megszámlálásával a periódusidő, azt felhasználva pedig a sajátfrekvencia értéke leolvasható, megadható.



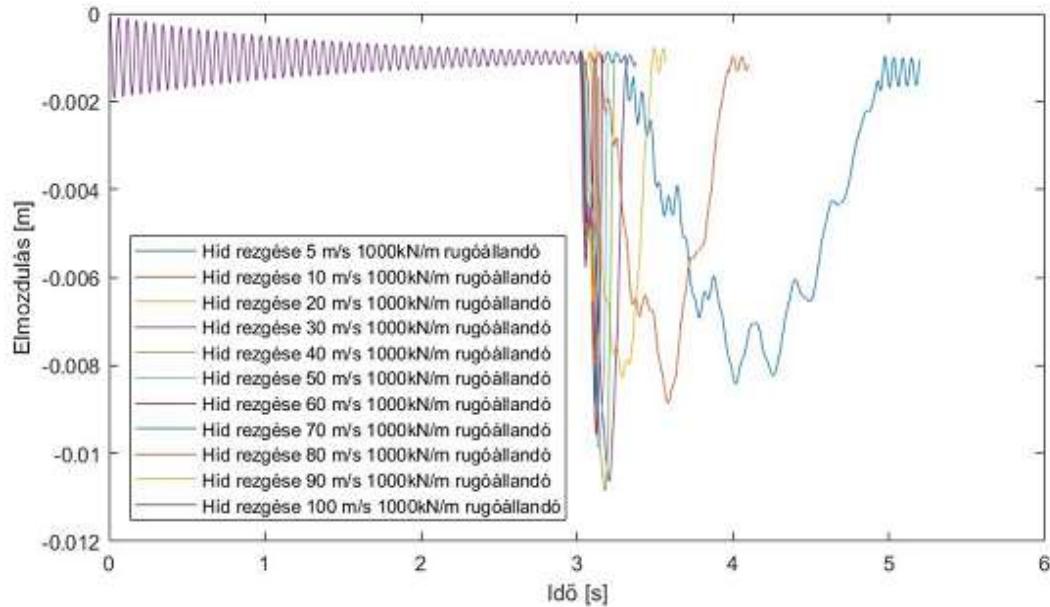
48. ábra: A jármű felső középső pontjának a függőleges eltolódási ábrája

A fenti ábrán például az első tíz darab szinuszhullámhoz tartozó idő:

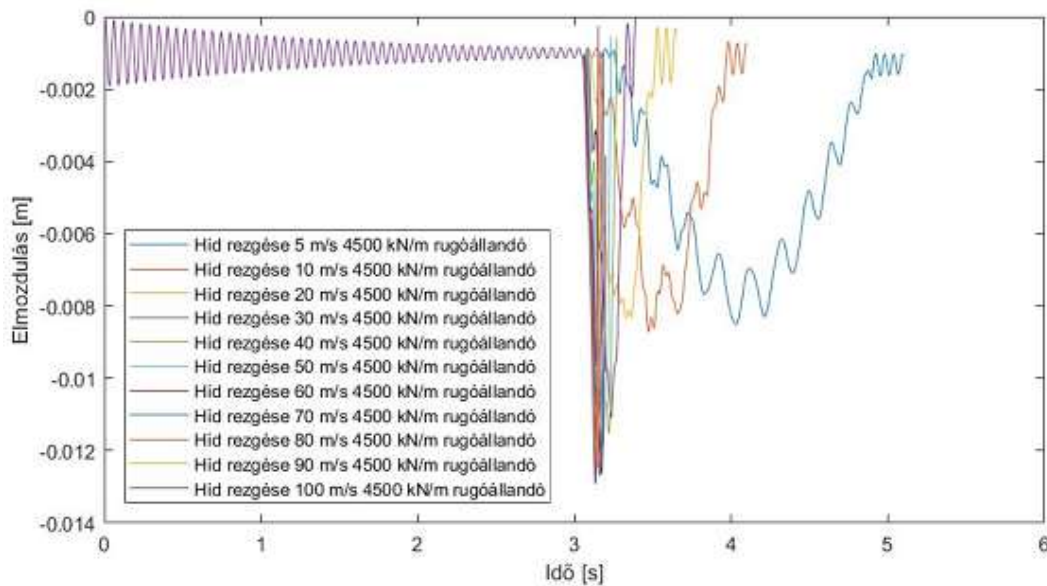
$$t_{\text{jármű}_{10\sin}} = 1,962658 \text{ s} - 0,059977 \text{ s} = 1,902681 \text{ s}$$

$$\text{Így a jármű sajátfrekvenciája: } f_{\text{jármű}} = \frac{10}{t_{\text{jármű}_{10\sin}}} = 5,2557 \text{ Hz}$$

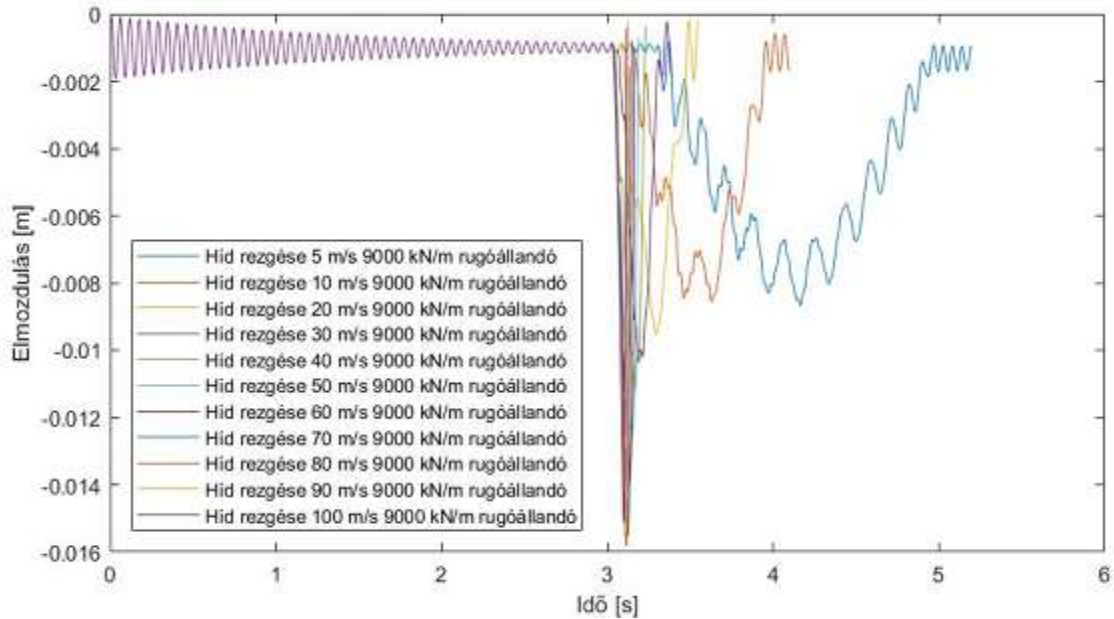
A gerenda középső pontjának elmozdulási ábrái a különböző sebességek és rugóállandók mellett:



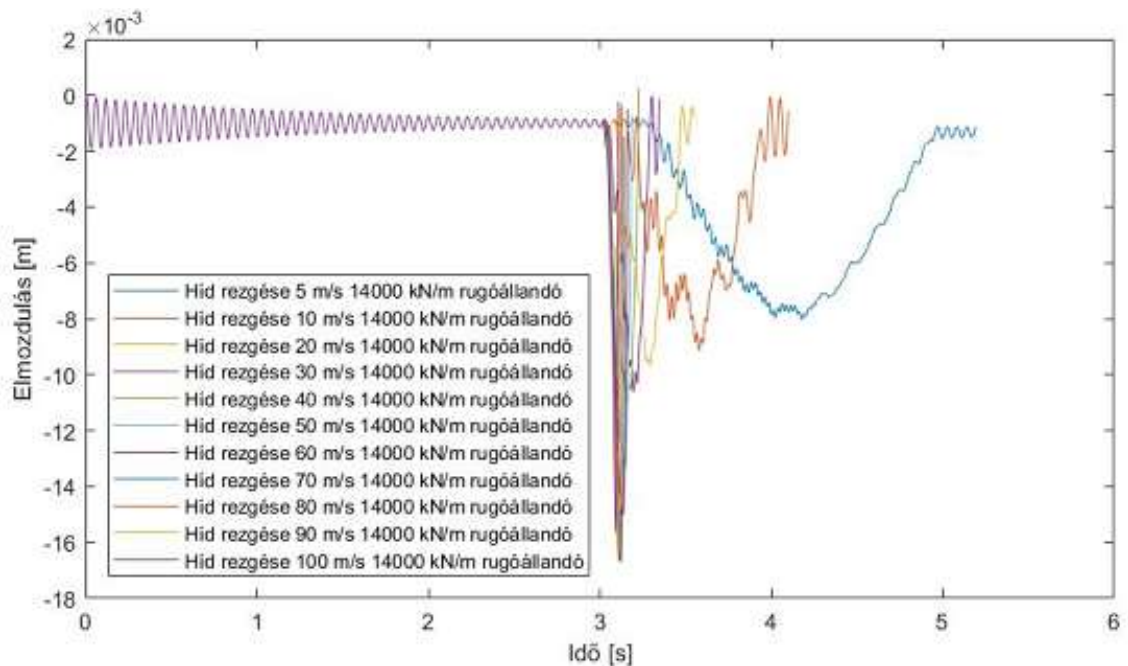
48. ábra: Függőleges elmozdulási ábra 1000 kN/m rugóállandó esetén



49. ábra: Függőleges elmozdulási ábra 4500 kN/m rugóállandó esetén



50. ábra: Függőleges elmozdulási ábra 9000 kN/m rugóállandó esetén

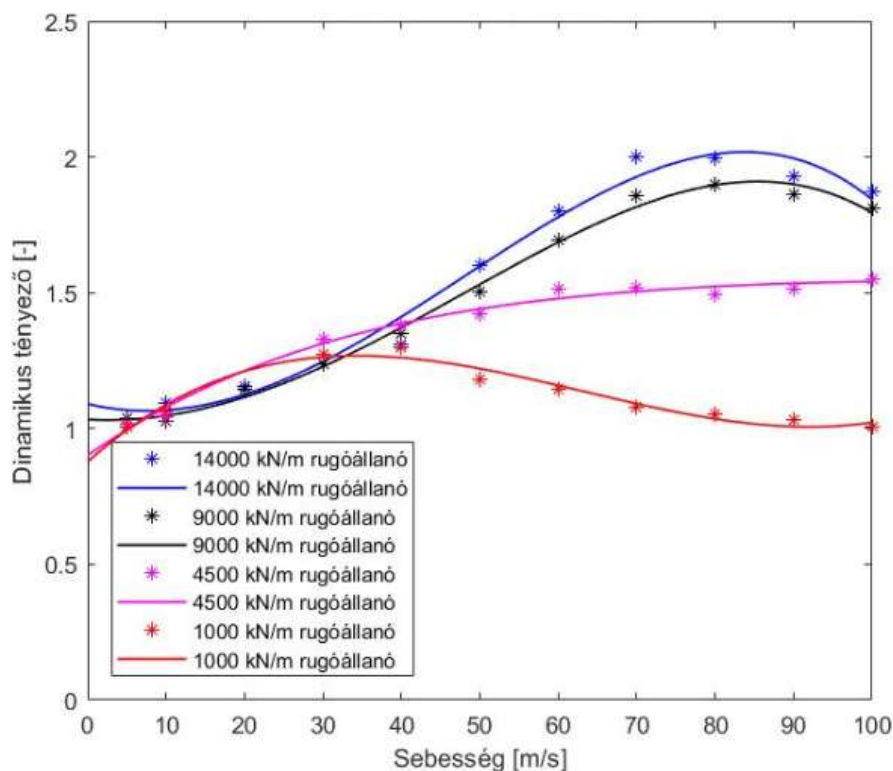


51. ábra: Függőleges elmozdulási ábra 14000 kN/m rugóállandó esetén

Az egyes sebességek esetében észlelhető maximális függőleges elmozdulások és a vasbeton gerenda középső pontjában álló jármű következtében fellépő statikus elmozdulás ismeretében a dinamikus tényező meghatározható:

$$\mu_{din} = \frac{e_{max_din}}{e_{max_stat}} = \frac{e_{max_din}}{e_{vb_járművel_max}} = \frac{e_{max_din}}{8,35 \text{ mm}}$$

Az egyes sebességekhez tartozó dinamikus tényezők ábráját a különböző rugóállandók alkalmazása esetén a következő diagram mutatja:



52. ábra: A dinamikus tényező értéke különböző sebességek és rugóállandók mellett

A híd sajátfrekvenciája mindegyik vizsgált esetben a kezdeti modálanalízisből kapott $f_{modálanalízis} = 19,719 \text{ Hz}$. Ennek ismeretében megállapíthatjuk, hogy ahogyan a jármű sajátfrekvenciája egyre közelebb kerül a hídéhoz, úgy a maximális függőleges irányú elmozdulás értéke és ezzel együtt pedig a dinamikus tényező értéke is fokozatosan növekszik. Vagyis a jármű és a híd sajátfrekvenciája minél közelebb kerül egymáshoz, úgy a maximális kitérések és a dinamikus többlettényező értéke is növekszik. Ugyanakkor azt is meg tudjuk állapítani, hogy a sebességek növelése csak egy bizonyos sebességig, az úgynevezett kritikus sebességig növelik ezek értékét, utána már csökkentik azokat. Ennek a kritikus sebességnek az értéke nagyban függ az alkalmazott jármű paramétereitől és a híd sajátfrekvenciájától. Jelen esetben az értéke 40-90 m/s közé esik.

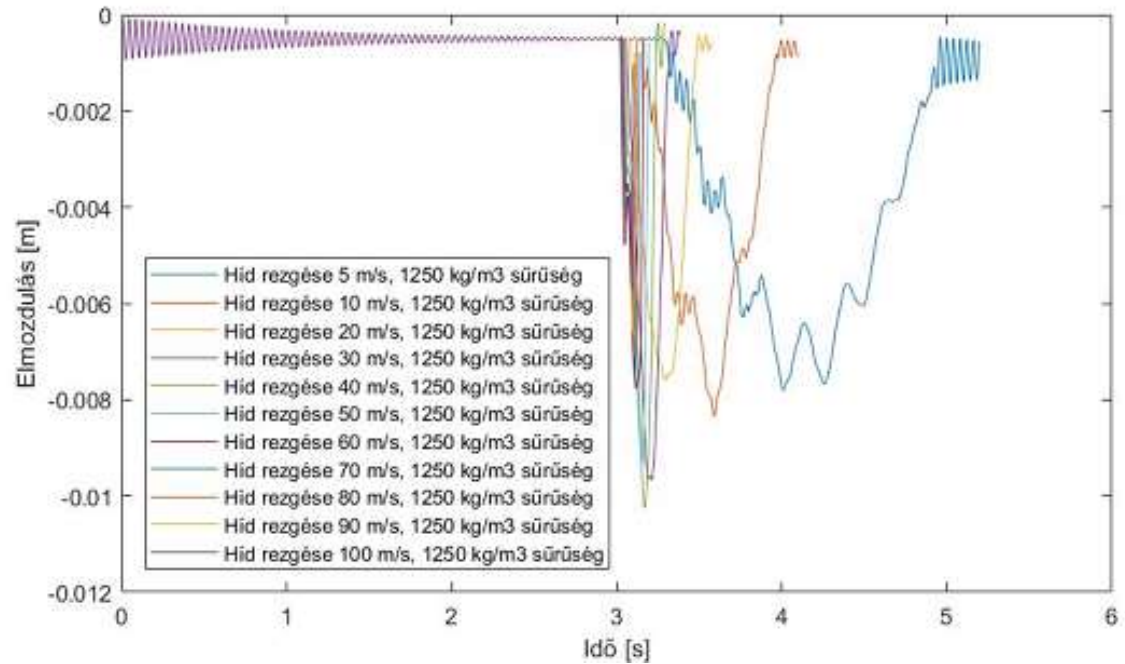
Az irodalmi adatoknak megfelelő rugóállandó az az 1000 kN/m értékű, így a továbbiakban a vizsgálatokat ezzel a rugóállandóval jellemezhető járművel hajtom végre.

A következő vizsgálatokat rögzített járműparaméterek mellett, különböző sajátfrekvenciájú hidakon készítettem el.

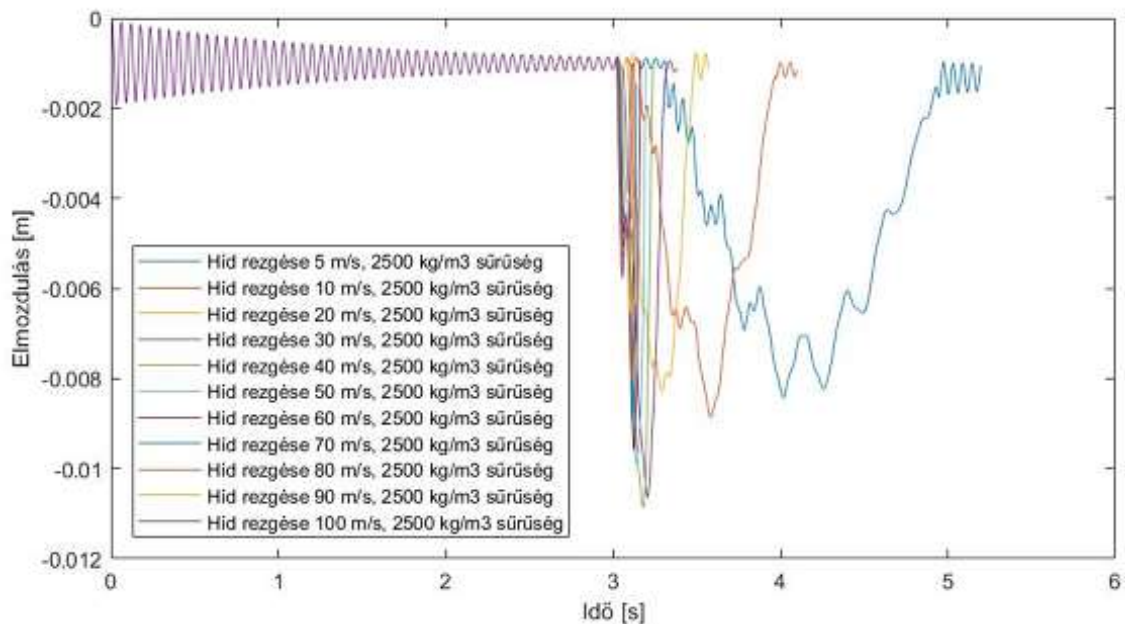
A híd sajátfrekvenciájának megváltoztatásához a vasbeton sűrűségét módosítottam, a geometriai méreteket pedig változatlanul hagytam. Az alkalmazott sűrűségeket, a hozzájuk tartozó hídsajátfrekvenciák értékeit és az alkalmazott jármű sajátfrekvenciáját a következő táblázat mutatja:

Sűrűség [kg/m ³]	Hídsajátfrekvencia [Hz]	Járműsajátfrekvencia [Hz]
1250	27,9	5,26
2500	19,72	5,26
3750	16,1	5,26

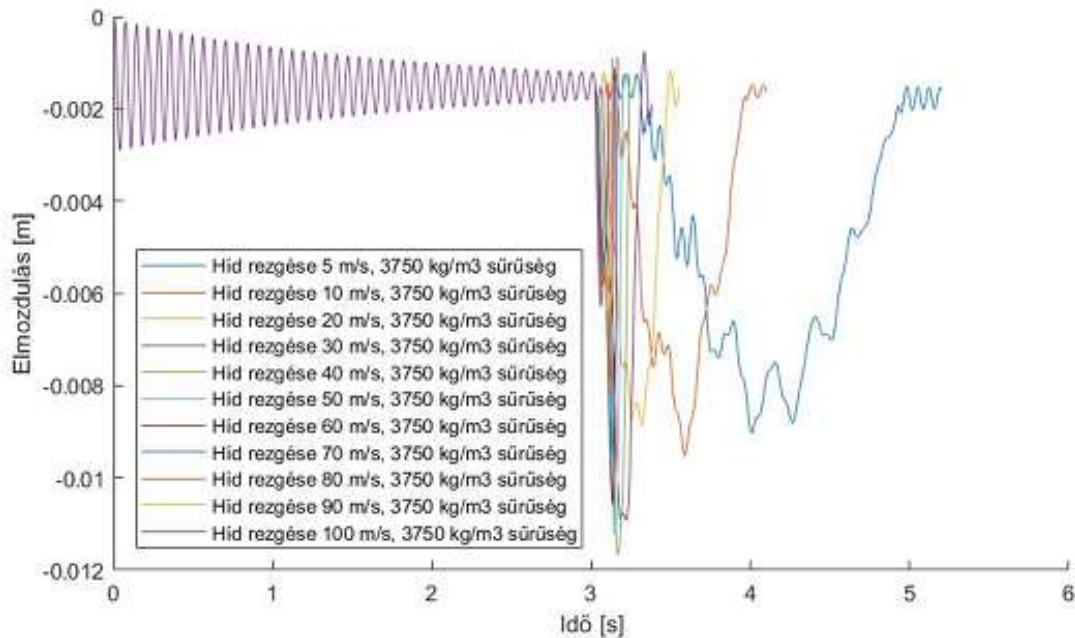
A gerenda középső pontjának a lehajlása a különböző sűrűségek, hídsajátfrekvenciák mellett:



53. ábra: Függőleges elmozdulási ábra 1250 kg/m³ sűrűség esetén

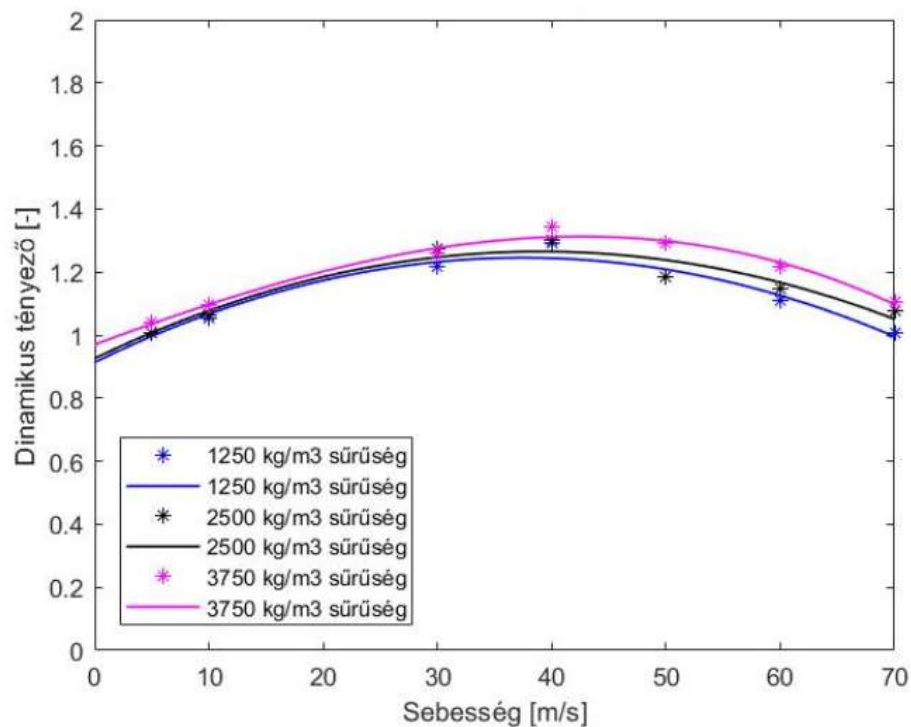


54. ábra: Függőleges elmozdulási ábra 2500 kg/m³ sűrűség esetén



55. ábra: Függőleges elmozdulási ábra 3750 kg/m³ sűrűség esetén

Az egyes sebességekhez tartozó dinamikus tényezők ábrája a különböző sűrűségek alkalmazása esetén:



56. ábra: A dinamikus tényező ábrája különböző sebességek és sűrűségek mellett

Az alkalmazott 1000 kN/m rugóállandóval, vagyis a 5,26 Hz sajátfrekvenciával jellemezhető járműt végigfuttatva a gerendán az előző vizsgálatokhoz hasonló eredményre jutunk. Amint a híd sajátfrekvenciája egyre közelebb kerül a járműjéhez, úgy a maximális

függőleges irányú eltolódások növekednek. A hídgerenda maximális statikus lehajlása a sűrűségek növelésével nő, de a dinamikus hatások következtében a maximális dinamikus lehajlás értéke a nagyobb sűrűségű, kisebb sajátfrekvenciájú esetben nagyobb mértékben növekszik vagyis a dinamikus tényező most is abban az esetben lesz nagyobb, amikor a híd és a jármű sajátfrekvenciája közelebb van egymáshoz.

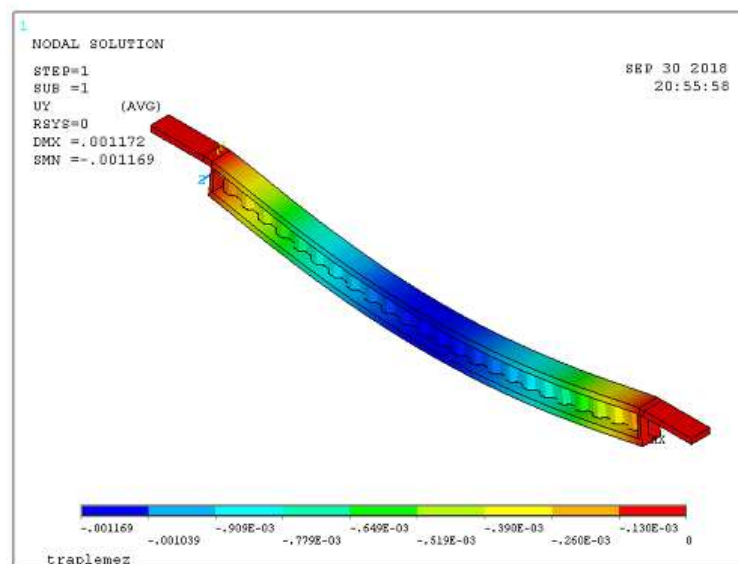
A sebesség növelésének a hatása itt is egy bizonyos kritikus sebességértékig növeli, majd pedig csökkenti a maximális lehajlások értékét. Ez a kritikus sebesség jelen esetben 30-40 m/s, vagyis 108-144 km/h nagyságú járműsebesség között figyelhető meg.

A dinamikus tényező és a kritikus sebesség értékei táblázatos formában a különböző hídsűrűségek mellett:

Sűrűség [kg/m ³]	Max. stat. Lehajlás [mm]	Max. din. Lehajlás [mm]	Dinamikus tényező [-]	Krit. Sebesség [m/s]
1250	7,94	9,86	1,241	35,18
2500	8,35	10,56	1,265	38,99
3750	8,69	11,41	1,313	42,61

3.6.6. A vasbeton gerendával azonos magasságú trapézlemez gerincű tartó statikus vizsgálata, modálanalízis

A trapézlemez gerincű hibrid hídgerenda dinamikai vizsgálatának elkezdése előtt először a híd maximális lehajlását és a sajátfrekvenciáját határoztam meg modálanalízis segítségével.

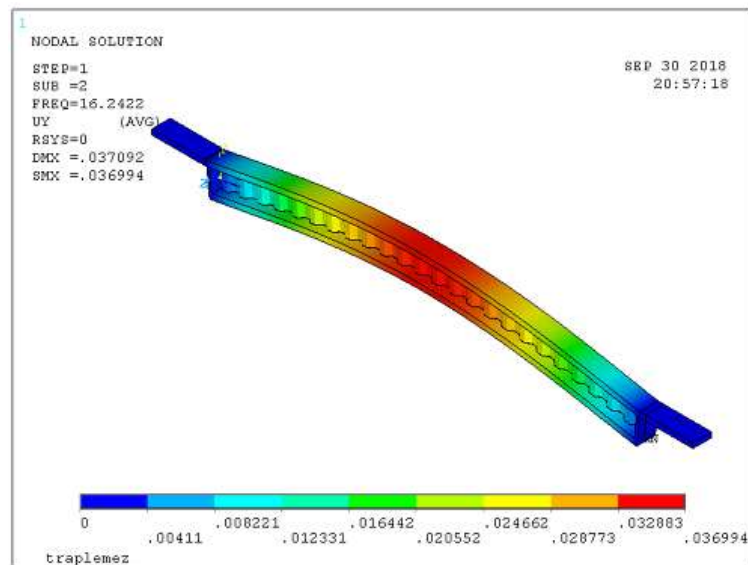


57. ábra: A trapézlemez gerincű tartó statikus lehajlása önsúlyteherre

A kapott eredmények alapján a gerenda középső pontjának maximális lehajlása:

$$e_{\max_trapézlemez_modálanalízis} = 11,69 \text{ mm}$$

A gerenda első függőleges hajlító rezgésalakjának ábrája:



58. ábra: A trapézlemez gerincű tartó első hajlító rezgésalakja

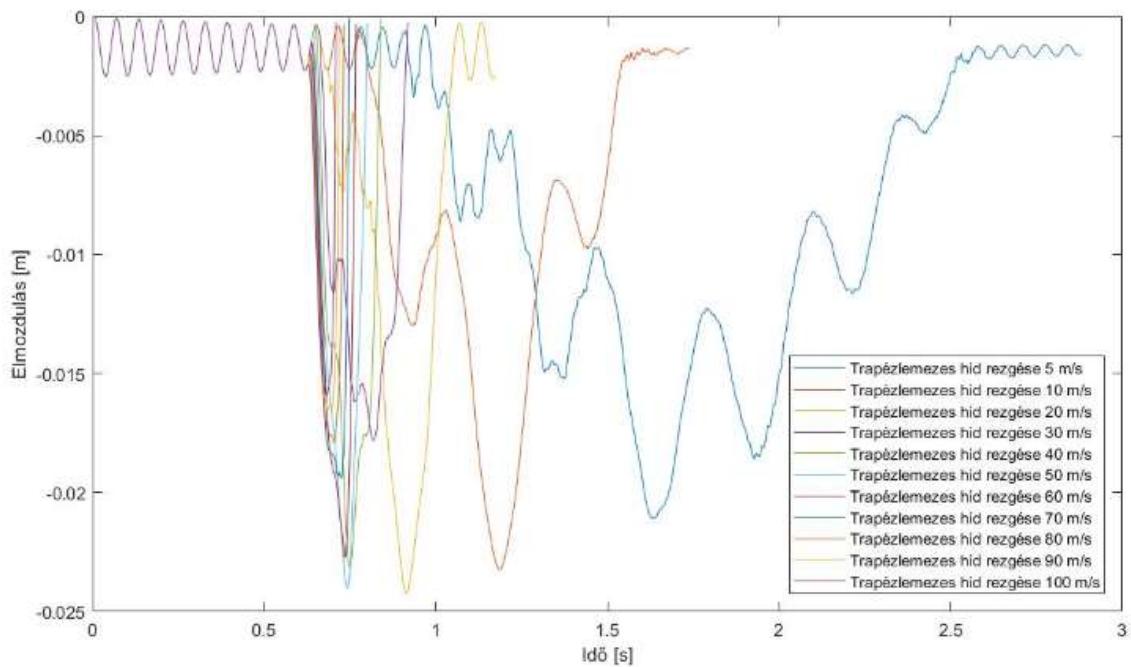
Az első hajlító rezgésalakhoz tartozó sajátfrekvencia értéke:

$$f_{\text{híd_trapézlemez_modálanalízis}} = 16,2422 \text{ Hz}$$

3.6.7. A vasbeton gerendával azonos magasságú trapézlemez gerincű tartó dinamikai vizsgálata

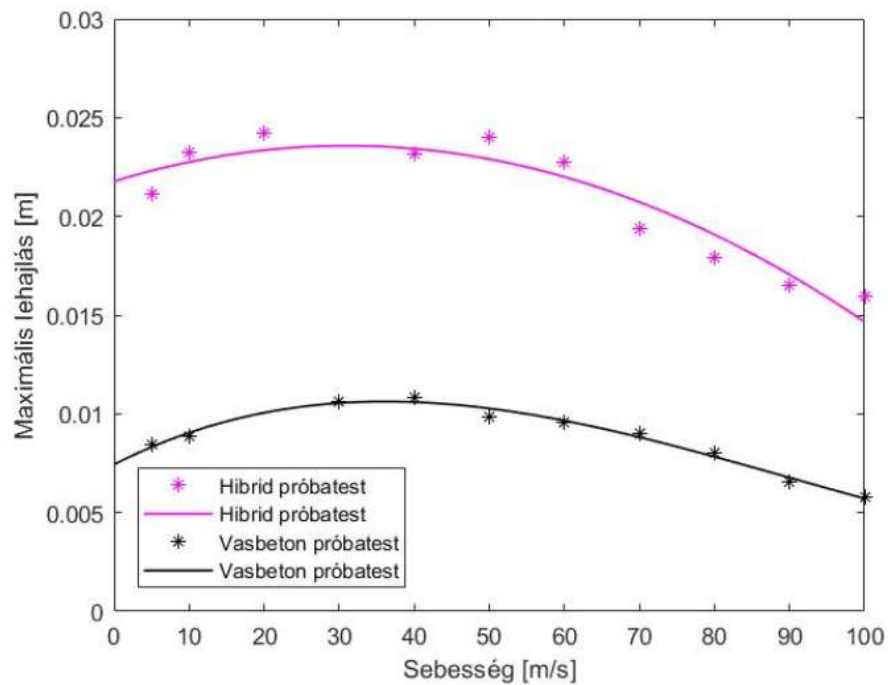
A modálanalízist követően a dinamikai vizsgálatokat a vasbeton gerendánál ismertetett módon hajtottam végre, normál sűrűségű tartón a kiválasztott 1000 kN/m rugóállandójú járművet alkalmazva. A jármű modelljét itt is a híd végétől 1 m távolságról indítottam különböző sebességekkel és vizsgáltam a híd maximális függőleges elmozdulását.

A különböző sebességgel áthaladó jármű hatására a híd alsó középső pontjának függőleges elmozdulását az alábbi ábrán tudjuk végigkövetni:



59. ábra: A trapézlemez gerincű tartó maximális függőleges elmozdulási ábrája

Az egyes sebességekhez tartozó elmozdulás maximumok a vizsgált hibrid gerenda esetén összehasonlítva a tisztán vasbeton gerendával:



60. ábra: A vasbeton és hibrid gerendák maximális függőleges irányú elmozdulásai

A kapott diagramról le tudjuk olvasni, hogy a trapézlemez gerincű tartó maximális lehajlása: $e_{\max_trapézlemez} = 0,0236 \text{ m}$ és az ehhez tartozó kritikus sebesség értéke:

$$v_{crit_trapézlemez} = 31,00 \text{ m/s}$$

A diagram segítségével megállapítható, hogy a sebesség növelésének a hatása mindkét esetben a kritikus sebességig növeli a maximális lehajlások értékét, majd a további növelése már csökkenti azokat.

A próbatesteken áthaladó jármű sajátfrekvenciája mind a kettő vizsgálat során $f_{jármű} = 5,26 \text{ Hz}$ volt, így azt is láthatjuk, hogy a jármű sajátfrekvenciájához közelebb eső sajátfrekvenciájú híd, jelen esetben a hibrid próbatest függőleges irányú elmozdulásai nagyobbak voltak.

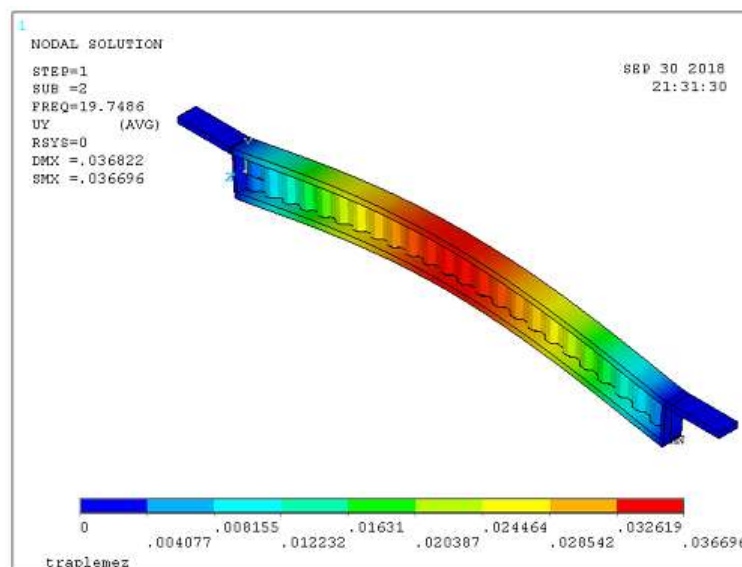
A kritikus sebesség értéke a hibrid hídgerendánál kisebb, vagyis a használati sebesség tartományához közelebb eső értéket mutat, mint a tisztán vasbeton szerkezet esetében.

3.6.8. A vasbeton gerendával azonos sajátfrekvenciájú trapézlemez gerincű tartó statikus vizsgálata, modálanalízis

Ebben a vizsgálati szakaszban először egy olyan tartómagasság megtalálása volt a célom, amely esetén a trapézlemezes hibrid hídgerenda sajátfrekvenciája megegyezik a 60 cm-es tartómagasságú vasbeton tartóéval.

A modálanalízis során több magasság kipróbálása után a 78 cm-es tartómagassággal rendelkező trapézlemez gerincű gerenda sajátfrekvenciájára azt kaptam eredményül, hogy kevesebb, mint 0,5 %-kal tér el a vizsgált vasbeton gerendáétól, így a két sajátfrekvencia értéke közel azonosnak tekinthető.

A modálanalízis eredményei:

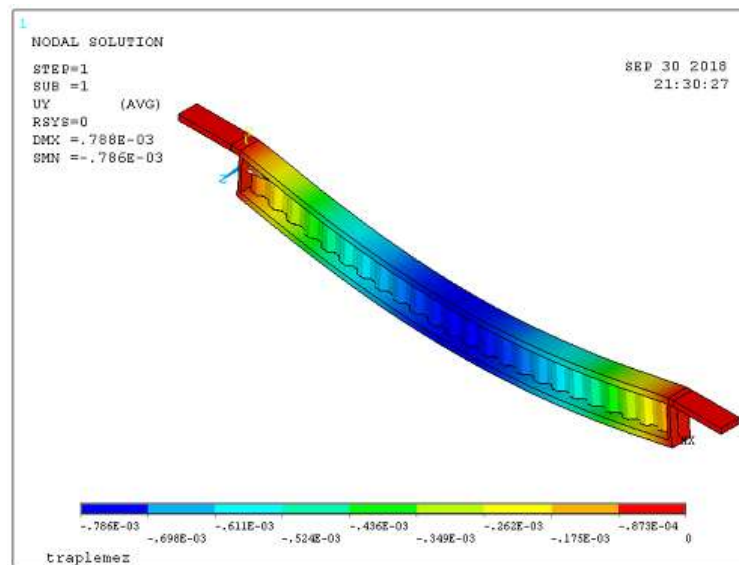


51. ábra: A módosított magasságú trapézlemez gerincű tartó első hajlító rezgésalakja

A hajlító rezgésalakhoz tartozó sajátfrekvencia értéke:

$$f_{híd_trapézlemez_mágasított_modálanalízis} = 19,7486 \text{ Hz}$$

A tartó lehajlási ábrája:



62. ábra: A módosított magasságú trapézlemez gerincű tartó lehajlási ábrája

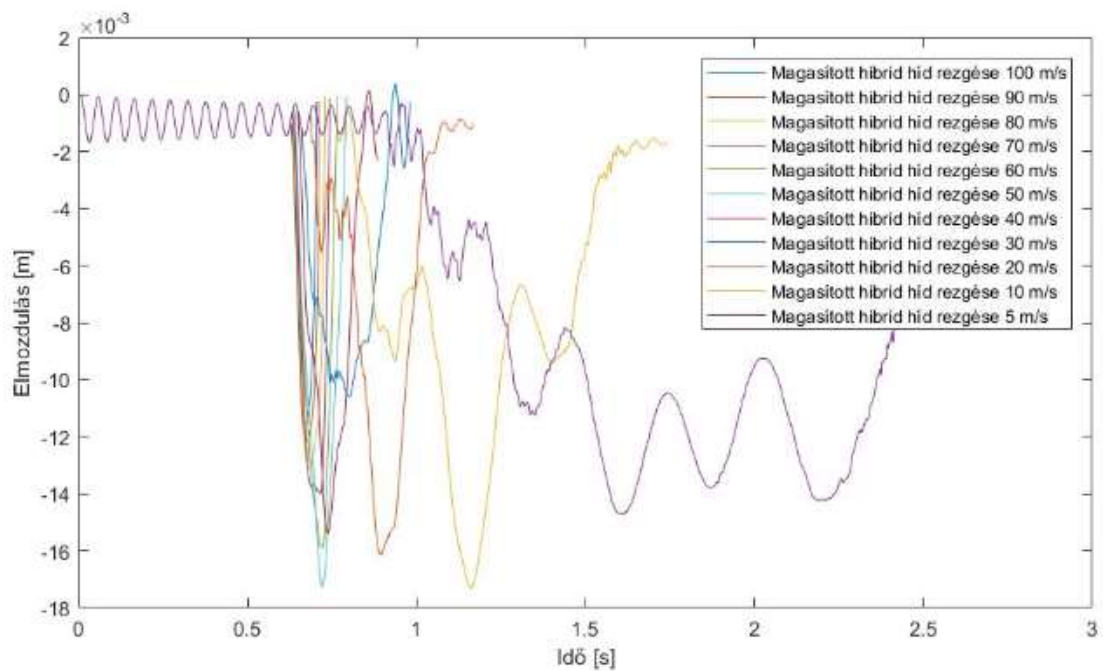
A maximális lehajlás értéke a tartó középső pontjában:

$$e_{\max_trapézlemez_módosított_modálanalízis} = 0,786 \text{ mm}$$

3.6.9. A vasbeton gerendával azonos sajátfrekvenciájú trapézlemez gerincű tartó dinamikai vizsgálata

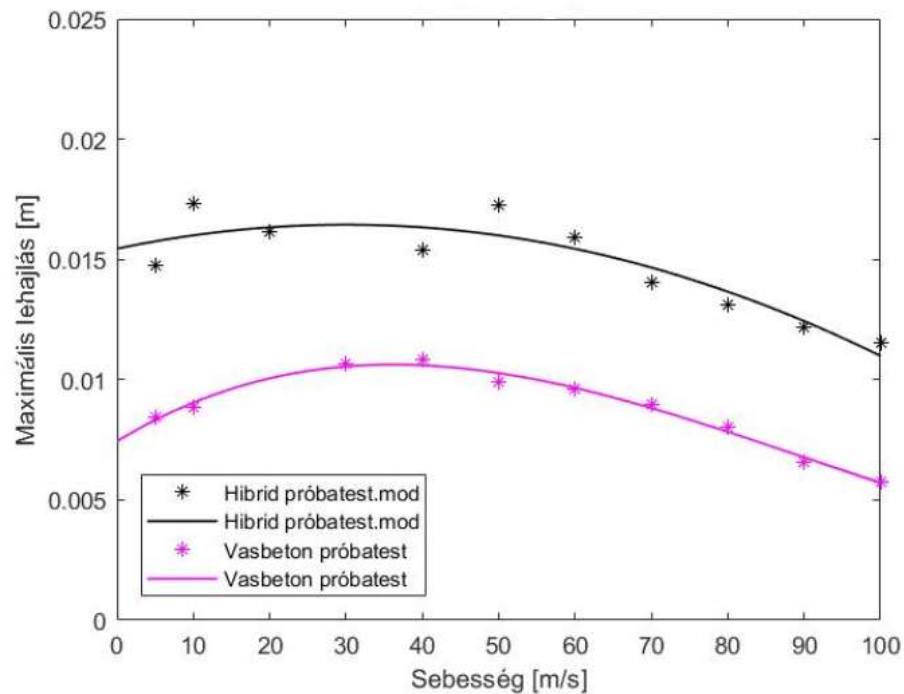
Ebben a feladatrészben is ugyan olyan módon hajtottam végre a dinamikai vizsgálatokat, mint az előző két esetben. Normál sűrűségű tartón az 1000 kN/m rugóállandóval jellemezhető járművet futtattam végig.

A különböző sebességgel áthaladó jármű hatására bekövetkező függőleges elmozdulási ábra:



63. ábra: A módosított magasságú trapézlemez gerincű tartó maximális függőleges elmozdulási ábrája

Az egyes sebességekhez tartozó elmozdulás a tisztán vasbeton gerendánál kapott eredményekkel együtt ábrázolva:



64. ábra: A vasbeton és a módosított hibrid gerenda maximális függőleges eltolódási ábrája

Leolvasható, hogy a módosított magassággal rendelkező hibrid tartó maximális lehajlása $e_{\max_trapézlemez_módosított} = 0,0164 m$ és az ehhez tartozó kritikus sebesség $v_{crit_trapézlemez_módosított} = 29,96 m/s$

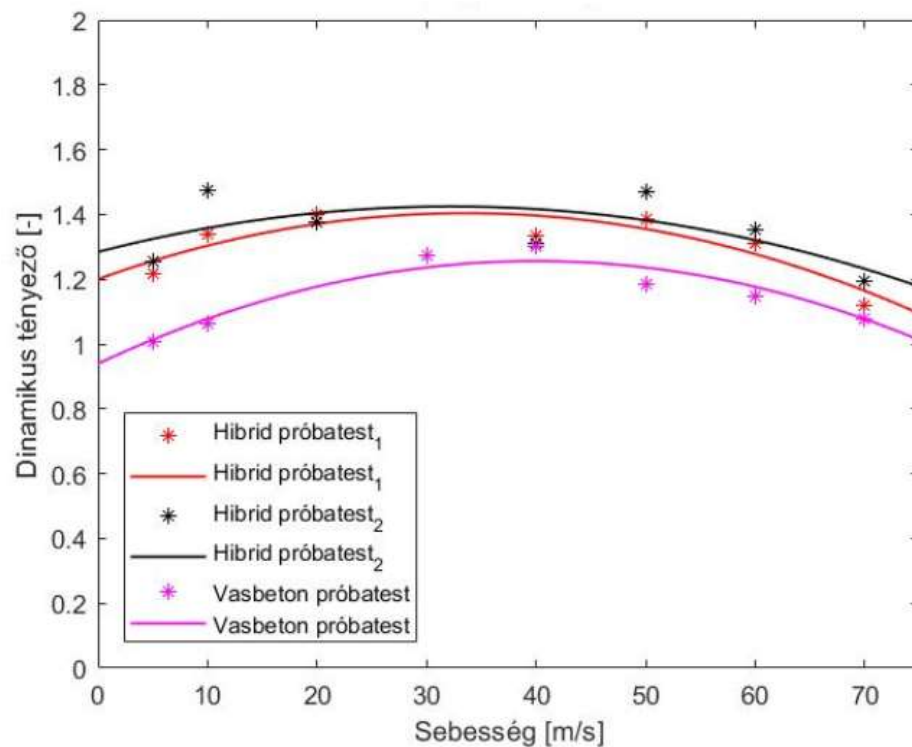
A diagram segítségével most is megállapíthatjuk, hogy a sebesség növelésének a hatása mindkét esetben a kritikus sebességig növeli a maximális lehajlások értékét, majd a további növelése már csökkenti azokat.

A kritikus sebesség értéke a módosított hibrid hídgerenda esetében most is kisebb, mint a tisztán vasbeton szerkezet esetében.

A maximális lehajlások tekintetében a trapézlemezes tartó nagyobb értékeket mutat.

3.6.10. A trapézlemez gerincű hibrid hídgerendák dinamikus tényezőinek meghatározása

Az előzőekben ismertetett eredmények segítségével, valamint az egyes hibrid gerendák statikus lehajlásának ismeretében (amely a középső pontjában álló jármű hatására következik be) a dinamikus tényezők meghatározhatók.



65. ábra: A dinamikus többlettényezők ábrája

Az egyes próbatestek jellemzőit és a kapott eredményeket a következő táblázatban foglaltam össze:

	Vasbeton	Hibrid_1	Hibrid_2
Tartómagasság [cm]	60	60	78
Hídsajátrfrekvencia [Hz]	19,72	16,24	19,75
Járműsajátrfrekvencia [Hz]	5,26	5,26	5,26
Stat. lehajlás max. [mm]	8,35	17,34	11,74
Din. lehajlás max. [mm]	10,56	23,6	16,4
Dinamikus tényező [-]	1,265	1,361	1,397
Kritikus sebesség [m/s]	38,99	31,00	29,96

Megállapítható, hogy a dinamikus többlettényező értéke az általam elvégzett vizsgálatok eredményeképpen 1,2 és 1,4 közé esett. Ez azt jelenti, hogy a hidakon áthaladó járművek hatására a statikus terhekhez képest egy 1,2-1,4-szer nagyobb terhelést kell figyelembe venni a tervezés során. A vizsgálatok során kapott eredmények alapján elmondható, hogy a hibrid hídgerendák esetében a dinamikus többlettényező értéke nagyobbra adódott, mint a tisztán vasbeton keresztmetszetű esetben.

Az Útügyi műszaki előírás alapján meghatározott dinamikus többlettényező értéke $\mu = 1.05 + \frac{5}{L+5}$, ahol az „L” az áthidalt támaszköz nagysága. Jelen esetben a hídgerendák egy 8,0 m nagyságú nyílás áthidalására alkalmasak, így a dinamikus tényező értéke az előírás alapján: $\mu = 1.05 + \frac{5}{L+5} = 1,4346$.

Az általam elvégzett kísérletek során kapott értékek minden esetben az előírás által meghatározott érték alatt maradnak, de viszonylag jól megközelítik azt. Ezek alapján ki lehet jelenteni, hogy az előírásban szereplő képlet a biztonság javára való közelítéssel jó értéket ad meg a dinamikus többlettényező meghatározására.

A gyakorlati sebesség tartományában, amely kb. a 20 m/s (72 km/h) nagyságig terjed, a vizsgált fesztávú hibrid hídgerendák esetében a $\mu = 1,4$ többlettényező alkalmazható.

Konklúzió

A dolgozat folyamán három különböző kialakítású hídgerenda dinamikai viselkedését vizsgáltam, különböző sebességek mellett.

Először egy vasbeton tartón vizsgáltam meg, hogy milyen hatása van a jármű sajátfrekvenciájának az elhangolása. Ezt az elhangolást a rugóállandó változtatásával értem el, miközben a többi járműparamétert és a híd tulajdonságait sem változtattam. Ezekből a kísérletekből azt kaptam eredményül, hogy amint a jármű sajátfrekvenciája közelebb kerül a híd sajátfrekvenciájához, úgy a dinamikus tényező értéke is növekedni fog. Ezzel párhuzamosan minél közelebb került a két sajátfrekvencia értéke, a maximális dinamikus tényezőhöz tartozó ún. kritikus sebesség értéke is egyre inkább a nagyobb sebességek irányába tolódott el.

A következő szakaszban még mindig az említett vasbeton gerendát vizsgáltam, de most rögzített járműparaméterek mellett a híd sajátfrekvenciáját hangoltam el. Ennek a megvalósításához a vasbeton sűrűségét növeltem meg, illetve csökkentettem le a valódi értékhez képest. Az ebben a részben kapott eredmények azonos tendenciát mutattak, mint amit az első számításban is tapasztaltam. Amint a jármű és a híd sajátfrekvenciája egyre közelebb került egymáshoz, úgy a dinamikus tényező értéke is növekedett.

Mindkét vizsgálati stratégia mellett igaz volt az, hogy a jármű sebességének növelése csak egy bizonyos sebességig növeli a dinamikus hatásokat, azt követően már csökkenti azokat. Ez a sebesség a kritikus sebesség.

Ezen megállapítások tudatában a következőkben a trapézlemez gerincű hibrid hídgerendát vizsgáltam a valódi, irodalmi értékű járműparaméterek és anyagjellemzők mellett.

Megvizsgáltam egy, a vasbeton gerendával azonos magasságú és egy, azzal azonos sajátfrekvenciájú hibrid tartót. Ugyanazt a járművet végigfuttatva a tartókon meghatároztam azoknak a dinamikus tényezőit és összehasonlítottam a már korábban vizsgált vasbeton gerendánál kapott eredményekkel. Ezek alapján arra a következtetésre jutottam, hogy a tisztán vasbeton I-tartónak kb. 1,3 a dinamikus többlettényezője, míg a hibrid kialakítású gerendáké 1,4 körüli értékkel jellemezhető. Az eredményeket összevettem az Útügyi műszaki előírás alapján meghatározott értékkel, amely 1,4346-ra adódott, így végül kijelentettem, hogy az általam vizsgált trapézlemez gerincű hibrid hídgerendák esetében az 1,4-es szorzótényező alkalmazható.

Irodalomjegyzék

- [1]: Dr. Dunai László, *Szakértői jelentés, BridgeBeam pályázat, 1. feladatrész: Acél trapézlemez gerincű monolit rendszerű öszvér gerendák kutatása*, Budapest, 2017.április
- [2]: Dr. Dunai László, *Szakértői jelentés, BridgeBeam pályázat, 2. feladatrész: Trapézlemez gerincű előre gyártott hibrid tartók kutatása*, Budapest, 2017.április
- [3]: [Online] Elérhető: <https://structurae.info/ouvrages/pont-de-maupre>
Hozzáférés dátuma: 2018.02.25.
- [4]: [Online] Elérhető: <https://structurae.info/photos/140890-charolles-viaduc-de-maupre-pile>
Hozzáférés dátuma: 2018.02.25.
- [5]: [Online] Elérhető: <https://structurae.info/ouvrages/pont-de-la-corniche>
Hozzáférés dátuma: 2018.02.25.
- [6]: [Online] Elérhető:
<https://files1.structurae.de/files/photos/f000018/altwipfergrund2.jpg>
Hozzáférés dátuma: 2018.10.18.
- [7]: [Online] Elérhető:
https://www.dsiunderground.at/uploads/pics/DSI_Japan_Himi_Yume_Bridge_01.jpg
Hozzáférés dátuma: 2018.10.18.
- [8]: [Online] Elérhető:
https://files1.structurae.de/files/photos/1/omi-oodori_bridge_003.jpg
Hozzáférés dátuma: 2018.10.18.
- [9]: [Online] Elérhető:
https://galeria.cdn.totalcar.hu/hirek/2011/03/12/tesztelik_a_mora_ferenc_hidat/1994476_136fb8a5e8de0a028a40ad4e96731783_q.jpg
Hozzáférés dátuma: 2018.10.18.
- [10]: [Online] Elérhető:
<https://www.kajima.co.jp/ir/annual/2005/images/dcb11.jpg>
Hozzáférés dátuma: 2018.10.18.
- [11]: Györgyi József, *Szerkezetek dinamikája*, Budapest, Műegyetemi kiadó, 2006.
- [12]: Iványi Miklós, *Hidépítéstan - acélszerkezetek*, Budapest, Műegyetemi kiadó, 1998.
- [13]: EUROCODE 1991-2, 2003.
- [14]: ENV 1991-3, *Traffic loads on bridges*, Background and notes for guidance - Background, 1994. december
- [15]: Útügyi műszaki előírás ÚT 2-3.401:2002. Közúti hidak tervezése. Általános előírások