

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Hidak és Szerkezetek Tanszék

HAZAY MÁTÉ ÉPÍTŐMÉRNÖK HALLGATÓ (M. Sc.)

Szerkezetek szeizmikus törékenységi görbéinek előállítása teljes megbízhatósági analízis alapján

TDK DOLGOZAT

Konzulens: Dr. Vigh László Gergely egyetemi docens

Budapest, 2015. november



Köszönetnyilvánítás

Ezúton szeretnék köszönetet mondani konzulensemnek, **Dr. Vigh László Gergelynek**, a dolgozatom megírása során nyújtott segítségéért, nélkülözhetetlen szakmai tanácsaiért, és oktatói munkájáért. Hálás vagyok a remek témajavaslatért, melynek köszönhetően a szakma egy ilyen érdekes metszetét ismerhettem meg.

Továbbá köszönettel tartozom **Dr. Zsarnóczay Ádámnak**, **Balogh Tamásnak** és **Simon Józsefnek**, akik segítségükkel jelentősen hozzájárultak dolgozatom sikeres megírásához.



Tartalomjegyzék

1. Bevezetés5
2. Sérülékenységi görbék előállítása10
2.1. Bevezetés
2.2. Törékenységi görbék előállítása és a szerkezettervezésben betöltött szerepük17
2.2.1. Törékenységi görbék szerepe a tervezés során17
2.2.2. Törékenységi görbék előállításának lehetséges módjai 20
2.3. FEMA P695 bemutatása
2.4. A kutatás célkitűzései
2.4.1. Törékenységi görbék meghatározására irányuló módszerek kritikája 34
2.4.2. FEMA P695 kritikája
2.4.3. Kutatás célkitűzéseinek megfogalmazása
2.4.4. Alkalmazott szoftverkörnyezet és a számítás menete
3. Megbízhatósági analízis 40
3.1. Megbízhatósági analízis módszerei
3.1.1. Bevezetés
3.1.2. Elsőrendű megbízhatósági analízis (FORM)47
3.1.3. Másodrendű megbízhatósági analízis (SORM)
3.1.4. Monte Carlo szimuláció (MC) 56
3.1.5. Importance sampling szimuláció (IS)
3.2. Szerkezet sztochasztikus modellje
3.2.1. Alkalmazott valószínűségi változók és azok jellemzése
3.2. Határállapot-függvények
3.3. Alternatív módszer ismertetése a megbízhatósági analízis elvégzésére
4. Nemlineáris végeselemes analízis75
4.1. Végeselemes modell
4.2. Földrengésrekordok kiválasztása és skálázása
4.3. Nemlineáris dinamikus (Time-history) analízis
5. Eredmények
5.1. Közelítő módszer ellenőrzése
5.2. Keretrendszer ellenőrzése
5.3. Érzékenységvizsgálat
5.4. Korrelációvizsgálat101



5.5. Ellenállás oldali bizonytalanságok hatása	
5.6. Eredmények összehasonlítása az ellenállás oldali bizonytalanságok	
figyelembevételével	
6. Összefoglalás	116
Irodalomjegyzék	

1. Bevezetés

A földrengések széles skálán változó - időnként veszélyes - vibráló talajmozgások, melyek származhatnak tektonikus mozgásokból, vulkáni tevékenységekből, földcsuszamlásokból, valamint ember okozta robbantásokból. A legnagyobb, és így a számunka legfontosabb földrengések a tektonikus mozgásokból származnak. Ilyenkor, а törésvonalak elmozdulásainak következtében, időben változó elmozdulások (lökéshullámok) terjednek a kőzeteken át. A szerkezetek nézőpontjából a földrengés lényegében az épületet alátámasztó talaj dinamikus elmozdulása, ami a szerkezetben vízszintes és függőleges erőket okoz. A földrengések különböző jelenségekkel, következményekkel járhatnak, melyeket összefoglaló nevükön szeizmikus veszélyeknek nevezünk. Ez jelenthet vibráló, rázkódó talajmozgást, felszíni törést, árvizet, cunamit, gáttörést, talajfolyósodást vagy éppen tűzvészt. A legtöbb esetben a talaj rázkódása okozza a károk jelentős részét.

A szeizmikus terhekre történő méretezés két fő részből áll. Az első, a szerkezetre ható terhek meghatározása (becslése), a második, pedig a szerkezet tervezése oly módon, hogy az képes legyen elviselni a rá jutó terheket, az alakváltozások megfelelően kicsiny szinten tartása mellett. A szeizmikus terhekre történő tervezés a szeizmikus kockázat mérséklését szolgálja, amely egy feltételezett jövőbeli földrengés esetén, az esemény bekövetkezési valószínűségének és az esemény következményének szorzataként definiálható. A tervezés célja a kockázat mérséklése, (megfelelően kicsiny szinten tartása) és nem a kockázat teljes megszüntetése. Ennek megfelelően a legfőbb célkitűzésünk, hogy a szerkezetek szeizmikus terhekre történő tervezésének folyamata, olyan racionális döntésekből álljon, ahol a döntéshozatal az egyes események kockázatelemzésén alapszik.

A szerkezetek megbízhatóságának és megfelelősségének megítélése igen összetett feladat. A megfelelő döntés meghozatalához, birtokában kell lennünk olyan információknak, melyek a szerkezet tönkremenetelének és így közvetett módon, az emberek elhalálozásának veszélyére vonatkoznak. Ilyen mérőszám a **szerkezet tönkremenetelének átlagos évenkénti gyakorisága**, (*mean annual frequency of collapse*) melynek ismerete jó alapot nyújt a racionális döntés meghozatalához¹. Ennek kiszámításához két bemenő adat (függvény) ismeretére van szükség. Az egyik bemenő paraméter az adott terület *szeizmicitását* írja le, mely alatt a területen a jövőben bekövetkezhető földrengések nagyságát és azok várható gyakoriságát értjük. Mindezt az ún. **szeizmikus veszély görbével** (*seismic hazard curve*) jellemezhetjük, mely megmutatja, hogy mekkora az éves gyakorisága azoknak a földrengéseknek, melyek hatására - az adott csillapítással és periódusidővel rendelkező épület esetén - a spektrális gyorsulás meghaladja az abszcissza tengelyen szereplő gyorsulásértékeket². A másik bemenő paraméter az adott - szeizmikus hatásoknak kitett -

¹ Ideális esetben ez az érték körülbelül a 10⁻⁷-10⁻⁵-es nagyságrendbe esik. A racionális döntés meghozatala abból áll, hogy az adott szerkezetre vonatkozóan eldöntjük, hogy ez a szám elegendően kicsi-e. Amennyiben nem az, akkor a szerkezetet újra kell tervezni, mígnem a kapott mérőszám már az elfogadható határérték alá esik.

² Ezt a görbét rendszerint a szeizmológusok állítják elő.



szerkezet sérülékenységére vonatkozik, melyet gyakran a szeizmikus törékenységi görbével jellemzünk. A törékenységi görbe megmutatja, hogy adott intenzitású földrengés esetén, mekkora a szerkezet tönkremeneteli valószínűsége³. Ezen görbék pontos előállítása rendszerint igen komoly feladatot jelent, így ezeket gyakran egyszerűsítő feltevésekkel határozzák meg, ami viszont jelentős hibákat⁴ rejthet magában. Fejlettebb analízisek és nagyszámú időtörténeti (Time-history) földrengésvizsgálat alkalmazásával, a törékenységi görbe már pontosabban meghatározható. Ilyenkor úgy próbálnak becslést adni a szerkezet tönkremeneteli valószínűségére, hogy virtuális kísérleteket végeznek, és figyelik, hogy az elvégzett kísérletekből mennyi végződött a szerkezet tönkremenetelével. Ezeknek a módszereknek két fő hiányossága van. Az egyik, hogy rendszerint az elvégzett virtuális kísérletek száma igen korlátozott⁵, így a tönkremeneteli valószínűség meghatározása egy erősen korlátozott mintahalmaz statisztikai kiértékelésével történik. A másik hiányosság abban mutatkozik meg, hogy ezek a módszerek a szerkezet ellenállás oldali bizonytalanságait általában nem, - vagy csak durva közelítő feltételezésekkel - veszik figyelembe⁶. Általánosságban elmondható, hogy a szakirodalomban megtalálható keretrendszerek többsége, (pl.: FEMA P695) a fent említett hibákat ilyen-olyan közelítő módszerek segítségével próbálja kompenzálni. Ennek köszönhetően, ezen előírások alkalmazásával, - az esetek többségében - megfelelő biztonsági szintet érhetünk el mindaddig, amíg a tervezésnél az adott eljárásrendszer keretein belül maradunk. Azonban, a kiemelt fontosságú létesítmények (pl.: erőművek) tervezésekor, a szeizmikus veszély figyelembevételén túl, számos más veszélyforrást is mérlegelni kell. Ilyenkor, az egyes veszélyforrásokhoz tartozó tönkremeneteli valószínűségeket eseményfákon ábrázolják, hogy a szerkezet "globális" tönkremeneteli valószínűségét megbecsüljék. Az ilyen esetekben alapvető fontosságú, hogy az egyes veszélyforrásokhoz tartozó tönkremeneteli valószínűségeket, a lehető legpontosabb és legmegbízhatóbb eljárással határozzuk meg.

Dolgozatom célja egy olyan eljárásrendszer kidolgozása és számítógépi környezetbe való adaptálása, amelynek használata elősegíti, hogy szerkezeteink földrengésteherre történő méretezése valóban racionális döntéseken alapuljon. Munkámban azzal foglalkozom, hogy a szerkezetek törékenységi görbéinek meghatározása miként végezhető el, egy, az előzőeknél pontosabb és megbízhatóbb módszerrel, amelynél lehetőség van az egyes bizonytalanságok objektív figyelembevételére. Ezeket a célokat szem előtt tartva, munkámban a törékenységi görbéket ún. teljes valószínűségi módszerrel állítom elő. Mindezt úgy kívánom megtenni, hogy a szerkezetek földrengésvizsgálatánál használt mechanikai modellt, egy megbízhatósági modellel kombinálom, hogy a tönkremeneteli valószínűség számítását teljes valószínűségelméleti alapon, a megbízhatósági analízis⁷

³ Ezek a görbék ily módon egy feltételes valószínűséget fejeznek ki.

⁴ További problémát jelent, hogy pusztán a közelítő módszerek alkalmazásával ezeknek a hibáknak általában nem ismerjük a mértékét.

⁵ Általában 40-44 db. kísérletet futtatnak le egy adott intenzitásértékkel.

⁶ Tekintve, hogy a törékenységi görbék alakjára (vagyis a tönkremeneteli valószínűség értékeire) a bizonytalanságok mértékének nagyon jelentős hatása van, az imént említett hiányosság jelentős hibákhoz vezethet.

⁷ A megbízhatósági analízis ma, - a szabványokon keresztül - a mindennapos mérnöki gyakorlat részét képezi. Ezen felül, létezik egy törekvés arra, hogy a megbízhatósági analízist közvetlenül is



módszereinek alkalmazásával végezzem el. Dolgozatomban az egyes lépések illusztrálását egy **nyomatékbíró acélkeret** példáján keresztül mutatom be, ez azonban nem jelenti a most ismertetett keretrendszer alkalmazhatósági korlátját. A vizsgált szerkezet sematikus vázlata az (1.1)-es ábrán látható.



1.1 ábra A dolgozatomban vizsgált acélkeret sematikus vázlata

Munkám során **FERUM** szoftverkörnyezetben elkészítem a vizsgált szerkezet sztochasztikus modelljét, mely során valószínűségi változókat és tönkremeneteli komponenseket definiálok. A valószínűségi változókat - és így a bizonytalanságokat objektív módon, a szakirodalomban található előírásoknak megfelelően jellemzem. A szerkezetek mechanikai modelliének felépítését nemlineáris és а dinamikai földrengésvizsgálatoknak a végrehajtását, az OpenSees végeselemes szoftver segítségével végzem el. A megbízhatósági analízis végrehajtásához, a sztochasztikus modell és a mechanikai modell közötti kapcsolatot kell megteremtenem, mely a fent említett szoftverek összehangolását, társítását igényli. Ezt a kapcsolatot Matlab R2014a szoftverben leprogramozott kódok (függvények) segítségével alakítom ki. A két szoftver kapcsolatát az (1.2)-es ábra illusztrálja.



1.2 ábra FERUM és OpenSees összekapcsolása

alkalmazzák a mérnökök a gyakorlati munkájuk során. Pillanatnyilag ez a nézőpont még nem kellőképpen elterjedt és kidolgozott, általában a szakma egy szűk metszetére korlátozódik, ahol új szerkezeti rendszerek és anyagok minősítésére, vagy kiemelt fontosságú létesítmények (pl. atomerőművek) valamilyen *extrém hatásra* történő tervezésére használják. A földrengés, tekintve, hogy általában igen ritkán, de akkor akár rendkívül nagy intenzitással következik be, éppen ilyen *extrém hatásnak* számít.



A fent említett teljes valószínűségi számításra igen kevés példát lehet találni a szakirodalomban. Ennek egyik oka, hogy egy ilyen számítás végrehajtása sok olyan bemenő paraméter ismeretét igényli, melyekre a korábbi közelítő módszerek végrehajtása esetén nincsen szükség. A másik, - és még az előzőnél is fontosabb - ok az, hogy egy teljes valószínűségi analízis végrehajtása - és így a most bemutatott keretrendszer alkalmazása - általában igen nagy számítási igénnyel jár. Azért, hogy a most bemutatott módszer ne csak egyszerűbb feladatok vizsgálata és szuperszámítógépek használata esetén legyen alkalmazható, megvizsgálom, hogy milyen lehetőségeink vannak a számítási igény redukálására, az eredmények megbízhatóságának számottevő csökkenése nélkül. Végezetül, a kapott eredményeimet összehasonlítom a szakirodalomban található módszerek eredményeivel, és ezek alapján javaslatot teszek a végrehajtandó analízis "megfelelő" szintjére.

Dolgozatomban a **bevezetést**, egy, a téma **szakirodalmának** átfogó **áttekintését** tartalmazó fejezet követi. A **második fejezet** elején röviden összefoglalom a disszipatív szerkezetek szeizmikus hatásokra történő tervezésének - jelenleg érvényben lévő előírások szerinti - módszertanát. A szakmában a jelenlegi módszerekkel szemben éles kritikák fogalmazódtak meg, így a következőkben rátérek néhány korszerűbb méretezési eljárás és vizsgálati mód ismertetésére. Ezt követően, részletezem a *törékenységi görbék* szerepét a szerkezetek földrengésre való tervezésében, majd pedig bemutatom, hogy milyen módszerek léteznek a *törékenységi függvények* meghatározására. Itt - többek között - bemutatom a *FEMA P695*-ös amerikai ajánlás főbb lépéseit és jellemzőit. Az egyes módszerek részletezésekor kitérek ezek hiányosságaira is, majd ezeket látva, - a fejezet lezárásaként - megfogalmazom a **kutatásom célkitűzéseit**. Itt szót ejtek a későbbi analízisnél használt szoftverkörnyezetről és a szoftverválasztás szempontjairól.

A harmadik fejezetben a szerkezetek megbízhatósági analízisével foglalkozom. A fejezet egy bevezetéssel kezdődik, ahol megemlítem a szerkezetek megbízhatósági analízisével kapcsolatos legfőbb tudnivalókat. Ezt követően, részletesen bemutatom a később alkalmazandó módszerek elméleti hátterét és a végrehajtásuk módját. A fejezet végén bemutatom a vizsgált szerkezet sztochasztikus modelljét. Itt leírom, hogy a vizsgálatok során milyen *valószínűségi változókat* vettem figyelembe, és azokat milyen paraméterekkel jellemeztem. Ezen felül, ismertetem az általam figyelembe vett tönkremeneteli komponenseket, és bemutatom, hogy ezeket milyen *határállapot-függvényekkel* írtam le.

A **negyedik fejezetben** a *mechanikai modell* bemutatásával foglalkozom. Itt először kitérek a szerkezetek **nemlineáris végeselemes modellezés**ének főbb kérdéseire, mely során bemutatom az általam felépített végeselemes modellek jellemzőit. Tekintve, hogy a nemlineáris dinamikus földrengésvizsgálat végrehajtása során, a *rekordok kiválasztására* és *skálázására* nagy hangsúlyt kell fektetni, ebben a fejezetben ezekről is részletesen beszámolok. Végezetül, ismertetem a **nemlineáris végeselemes analízis** végrehajtásának részleteit.

Az ötödik fejezetben bemutatom a megbízhatósági analízis eredményeit. Az eredmények értékelésekor elvégzem a bemutatott keretrendszer ellenőrzését, majd ezt követően, kitérek a



valószínűségi változók *érzékenységvizsgálatára*, ahol megvizsgálom, hogy az általam figyelembe vett változók közül, melyek bizonyultak a legfontosabbnak, és melyek azok, amiknek sztochasztikus természetétől esetleg a későbbiekben el lehet tekinteni. Emellett, a kapott eredményeket korábbi módszerek eredményeivel is összevetem, hogy megvizsgáljam a bizonytalanságok figyelembevételének eredményre gyakorolt hatását.

Dolgozatomat egy **összefoglalással** zárom, ahol röviden összegzem az általam javasolt keretrendszer legfontosabb jellemzőit és különbségeit más módszerekhez képest, valamint, hogy ezen különbségek a kapott eredményekben mekkora eltérésekhez vezettek. Végezetül, javaslatot teszek a végrehajtandó **analízis "megfelelő" szintjére**.

2. Sérülékenységi görbék előállítása

Ebben a fejezetben áttekintem a szeizmikus törékenységi görbék előállítására vonatkozó legfontosabb tudnivalókat. A fejezet bevezetésében megemlítem a szerkezetek földrengésteherre való méretezésének néhány alapelvét és módszerét, majd pedig ismertetem a *teljesítmény alapú méretezés* fő koncepcióját. Ezt követően, bemutatom, hogy a szerkezetek méretezése során, a *törékenységi görbék* milyen jelentőséggel bírnak. Ezután, rátérek azokra a szakirodalomban fellelhető módszerekre, melyekkel a *törékenységi görbék* előállíthatók. Az említett módszerek között külön említést érdemel a *FEMA P695*-ös amerikai ajánlás [1], így ebben a fejezetben ennek főbb lépéseit is részletezem. Az egyes módszerek hiányosságait látva, megfogalmazom a *kutatásom célkitűzéseit*, mely során azt is leírom, hogy a főbb lépéseket milyen módszerekkel és mely szoftverek segítségével kívánom elvégezni.

2.1. Bevezetés

A szerkezetek **földrengésteherre történő tervezése** két fő lépésből, a szerkezetre ható terhek meghatározásából és a szerkezet ezen terhekre való méretezéséből áll. A következőkben bemutatom azokat az alapelveket és módszereket, melyek a *disszipatív szerkezetek* földrengésre való méretezésével foglalkozó előírások alapjául szolgálnak.

A **korábbi és jelenlegi kódok** elsősorban az *R válaszmódosító tényező*⁸ használatán alapulnak. Ezen eljárások lényege, hogy a nem-rugalmasan viselkedő szerkezetek vizsgálatát oly módon egyszerűsítjük, hogy az analízist rugalmas állapotú szerkezetre végezhessük el. Ekkor, a nem-rugalmas szerkezetre vonatkozó, tervezésnél figyelembe veendő *V alapnyíróerő* értékét úgy közelítjük, hogy a (teljesen) rugalmas szerkezetre ható V_E földrengésterhet az alábbi módon csökkentjük:

$$V = \frac{V_E}{R}.$$
 (2.1)

Az *R* tényező értéke elsősorban a szerkezet duktilitásától, túltervezésétől és a fontosságától függ. Ezen felül, - a lineáris számítás során - a C_d eltolódás növekedési tényező bevezetésével figyelembe vesszük, hogy nemlineáris esetben a lineáristól eltérő elmozdulásokat kapunk. A *NEHRP⁹* alapján a szeizmikus teljesítménytényezőket az idealizált pushover görbe felhasználásával definiálhatjuk, a (2.1)-es ábrán látható módon. A vízszintes tengelyen a vízszintes elmozdulás, míg a függőleges tengelyen az alapnyíróerő látható.

⁸ Európában: q viselkedési tényező

⁹ National Earthquake Hazards Reduction Program



2.1 ábra Teljesítménytényezők definiálása a NEHRP ajánlása szerint (Forrás: [1])

Ez alapján a túltervezési tényezőt a következőképpen fejezzük ki:

$$\Omega_0 = \frac{V_{\text{max}}}{V}.$$
(2.2)

Az eltolódás növekedési tényezőt (C_d) a válaszmódosító tényező törtrészeként definiáljuk a (2.3)-as képletnek megfelelően:

$$C_d = \frac{\delta}{\delta_E} R, \qquad (2.3)$$

ahol δ_E/R a *tervezési alapnyíróerőhöz* tartozó vízszintes eltolódást jelenti, feltételezve, hogy a szerkezet tökéletesen rugalmas marad, míg δ a képlékenyedett szerkezet eltolódását képviseli, szintén a *tervezési földrengésteherből* származtatva.

A jelenlegi kódok két alternatív módszert tartalmaznak, melyekkel a szerkezetek tervezése lineárisan rugalmas analízis végrehajtásával elvégezhető. Az egyik módszer a *lineáris statikus analízis*, melyet helyettesítő terhek módszerének nevezünk. A módszer lényege, hogy külön-külön két egymásra merőleges irányban, olyan statikus, vízszintes terheket működtetünk a szerkezeten, melyek megfelelően reprezentálják a szeizmikus hatás vízszintes komponense által keltett erőket. A módszer két alapvető feltételezéssel él. Az egyik, hogy elfogadjuk, hogy a szerkezet adott irányban lévő elmozdulási sajátalakja - melyre a terheket meghatároztuk - megfelelően reprezentálja a szerkezet válaszát, a másik pedig, hogy az elmozdulási sajátalakot ismertnek tételezzük fel anélkül, hogy a *dinamikai sajátérték-feladatot* megoldanánk. Ekkor, az egyes irányban a V_b alapnyíróerőt az alábbi képlettel határozhatjuk meg:

$$V_b = m_{eff,l} S_{a,d} \left(T_l \right), \tag{2.4}$$



ahol a *tervezési válaszspektrumnak* - a szerkezet első sajátrezgési módjához tartozó - T_1 *periódusidőnek* megfelelő helyen vett értékét $S_{a,d}(T_1)$ -gyel, az effektív modális tömeget pedig $m_{eff,1}$ -el jelöljük.

A V_b alapnyíróerőt az alábbi módon osztjuk szét a szabadságfokok között:

$$F_i = V_b \frac{\phi_i m_i}{\sum_j \phi_j m_j},$$
(2.5)

vagyis az *i-edik szabadságfokra jutó* F_i *erő* arányos $\phi_i m_i$ -el, ahol ϕ_i az első sajátalak adott szabadságfokhoz tartozó értékét jelöli.

A *helyettesítő terhek módszerének* legnagyobb előnye az egyszerűség, mely abból ered, hogy a földrengés hatását is - a sok más hatásnál megszokott - statikus terhekkel modellezzük. A módszernek azonban megvannak a maga alkalmazhatósági korlátai. A módszer alkalmazhatóságának eldöntésekor a fő kérdés az, hogy az adott szerkezet mennyire tekinthető regulárisnak, vagyis mennyire igazak a fenti alapfeltételezések. Amennyiben a szerkezet tömeg- és merevségi viszonyai a magasság mentén számottevően változnak, illetve magas épületek esetén, ahol a magasabb sajátrezgés módok is dominánsak a szerkezet válaszában, ez a módszer nem használható.

Az amerikai egyesült államokbeli kódok a helyettesítő terhek módszerét tekintik referencia módszernek a szerkezetek tervezésekor, így a mérnököknek csak akkor kell másik módszerhez nyúlniuk, amikor ez a módszer nem használható, vagy ha a kapott eredményeket más módszer alkalmazásával is ellenőrizni szeretnék. Ezzel ellentétben, az *Eurocode* egy másik lineáris módszert, az ún. **modális válaszspektrum analízis**t, tekinti referencia módszernek, elfogadva azt, hogy sok esetben a *helyettesítő terhek módszerének* elvégzése is elegendő. A *modális válaszspektrum analízis* használata egy *lineáris dinamikai* vizsgálat végrehajtását jelenti. Ennek első lépése a szerkezet *dinamikai sajátérték-feladatának* megoldása, mely során meghatározzuk a szerkezet *sajátrezgésalakjait* (sajátvektorokat) és *sajátfrekvenciáit* (sajátértékek gyökeit). Ezután, mindegyik *n* sajátrezgésalakhoz egy Φ_n vektort rendelünk, majd meghatározzuk, hogy az adott sajátrezgésmód milyen mértékben járul hozzá a szerkezet válaszához. Ezt (például *X* horizontális irányban) az alábbi képlettel számoljuk:

$$\Gamma_{Xn} = \frac{\boldsymbol{\Phi}_n^T \mathbf{M} \mathbf{I}_x}{\boldsymbol{\Phi}_n^T \mathbf{M} \boldsymbol{\Phi}_n}, \qquad (2.6)$$

ahol I_x vektor komponenseinek értéke az X irányú eltolódási szabadságfokokban 1, minden más komponens esetén pedig zérus. Ezután, az egyes irányokban az egyes sajátmódokra vonatkozóan meghatározzuk az *effektív modális tömeg* értékét. Ezt (például X horizontális irányban) a következő összefüggéssel számolhatjuk:



Az *effektív modális tömegek* ismeretében a szerkezetre jutó erőket a *helyettesítő terhek módszeréhez* hasonlatos módon az alábbi képlettel számíthatjuk:

$$V_{bX,n} = S_a(T_n) M_{Xn}. \tag{2.8}$$

(2.7)

Látható, hogy a (2.8)-as képlet egy-egy sajátrezgésalakra vonatkozik. A *modális válaszspektrum analízis* végrehajtása során kulcskérdés, hogy hány rezgésalakot kell figyelembe vennünk. Ennek meghatározására a kódok többsége leggyakrabban az alábbi két szabályt írja elő:

- Minimum annyi sajátrezgésmódot kell figyelembe venni a számításnál, hogy az *effektív modális tömegek* összege elérje a teljes tömeg 90%-át.
- Minden olyan sajátrezgésalakkal számolni kell, amelynél az adott módhoz tartozó *effektív modális tömeg* eléri a teljes tömeg 5%-át.

A modális eredmények kombinálására különböző lehetőségeink vannak, mint például az eredmények abszolút összege (ABSSUM), eredmények négyzetösszegének gyöke (SRSS) vagy a teljes kvadratikus kombináció (CQC).

A *modális válaszspektrum analízis* akkor is használható, ha a szerkezet geometriája, tömege, merevsége és szilárdsága jelentősen változik a magasság mentén, illetve, ha a magasabb rezgésmódok is fontos szerepet játszanak az épület viselkedésében. Ezen felül, számottevő síkbeli irregularitás esetén is jól kezeli az épület eltolódásainak és elcsavarodásának a kapcsolódását. Amennyiben a *modális válaszspektrum analízis* mellett a *helyettesítő terhek módszere* is alkalmazható, akkor a két módszer közel azonos eredményt szolgáltat, azonban elmondható, hogy a *lineáris dinamikai* számítás gazdaságosabb eredményeket szolgáltat, melyek közelebb esnek a *nemlineáris* vizsgálatok eredményeihez.

Mint említettem, a fenti *lineáris módszerek* alkalmazhatóságának alapfeltétele a szerkezet globális szeizmikus teljesítménytényezőinek (válaszmódosító tényezőnek, eltolódás növekedési tényezőnek, túltervezési tényezőnek) az ismerete. Az ezen paramétereket használó tervezési előírásoknak azonban komoly hiányosságai vannak. Mára a szakma úgy véli, hogy az Rtényező használata túlzottan durva leegyszerűsítése a problémának. Sokak szerint képtelenség, hogy ezekkel - a teljes szerkezeti rendszer típusokra jellemző - globális paraméterekkel leírhatjuk az egyes szerkezeteknél lévő nemlinearitások progresszív terjedésének szeizmikus igényekre gyakorolt - időfüggő - hatását. Az egyik legfajsúlyosabb kritika az R és C_d tényezők alkalmazásával szemben, hogy ezek függetlenek az épület T periódusidejétől, valamint a földrengések jellemzőitől. Továbbá, bírálják azt is, hogy némelyik eltérő szerkezeti rendszerek esetén, pontosan ugyanazzal az R-tényezővel számolunk a tervezéskor, hiszen minden típusra más és más szeizmikus igény, tönkremeneteli mechanizmus és károsodás а jellemző. Ezen felül, globális szeizmikus а teljesítménytényezőkön alapuló kódok használata nem ad módot a mérnököknek arra, hogy a



szerkezetek várható viselkedését (és teljesítményét) értékeljék, valamint, hogy erre alapozva meghatározzák azt a **biztonsági szintet**, melyet a tervezés során valójában "nyújtanak".

Ezek az okok sarkalták a kutatókat és a mérnököket arra, hogy újragondolják a tervezés alapelveit, és egy új, modern tervezési stratégiával álljanak elő. Ez vezetett a teljesítmény alapú tervezés koncepciójának kialakulásához. Ennek alapelve, hogy különböző tervezési célokat (szinteket) definiálunk, és mindegyik szinthez kockázatot és következményt rendelünk. Míg a korábbi módszerek csak az empirikus szabványi követelmények teljesítésén alapultak, addig itt, a szerkezetekre vonatkozó követelményeket részletesen, numerikus földrengés-szimulációk segítségével elemezzük, és megállapítjuk, hogy a méretezés során melyik tervezési szintet érjük el. A kiértékelésnél előrevetítjük a lehetséges károsodási módokat és az azzal járó következményeket, ezzel lehetőséget adva az illetékes döntéshozóknak a racionális döntés meghozatalára.

Ugyan a **teljesítmény alapú tervezésen alapuló módszertanok** a részletekben különbözhetnek egymástól, mindegyik ugyanabból a négy fő lépés végrehajtásból áll. Az **első lépés** a **teljesítménycélok** (*szintek*) **definiálása**. Ilyenkor tűzzük ki célul, hogy az adott szerkezetnek milyen szeizmikus teljesítménnyel kelljen rendelkeznie. Az egyes *szinteket* a károsodás mértékének és a *veszélyességi szinteknek* a figyelembevételével definiáljuk. A különböző károsodási (veszteségi) szintek alatt olyanokat érthetünk, mint például: összeomlás elkerülése, élet megóvása, károsodás korlátozása, épület földrengés utáni azonnali birtokbavétele, üzemelés biztosítása a földrengés alatt, stb. *Szeizmikus veszély* alatt, pedig az adott területre jellemző *szeizmikus fenyegetettséget* értjük. A *teljesítményszintek* ily módon történő definiálását a (2.2)-es ábra illusztrálja.



2.2 ábra Teljesítményszintek definiálása (Forrás: [2])

A második lépésben elvégezzük a szerkezet előtervezését. Ehhez általában valamelyik lineáris analízist (a helyettesítő vízszintes terhek módszerét, vagy a modális válaszspektrum analízist) használjuk.



A harmadik lépésben meghatározzuk a szerkezet szeizmikus igényét. Ehhez elkészítjük a szerkezet nemlineáris matematikai modelljét, melyen működtetjük az *első lépésben* "kiválasztott" *szeizmikus veszélynek* megfelelő földrengésterhet, majd meghatározzuk a szerkezet deformációit és igénybevételeit.

Az ilyen modern előírások tehát törekednek arra, hogy ezek alkalmazásakor a szerkezetek tényleges viselkedését és szeizmikus igényét minél pontosabban meghatározzuk. Ez a célkitűzés, valamint a globális paraméterek használatának elvetése oda vezet, hogy a méretezés során valamilyen nemlineáris analízist hajtsunk végre. Az egyik ilyen módszer a nemlineáris statikus Pushover analízis, mely bizonyos értelemben a helyettesítő terhek módszerének nemlineáris kiterjesztésének tekinthető. A módszer lényege abból áll, hogy a gravitációs terhek konstans értéken tartása mellett, a szerkezetre ható vízszintes terheket folyamatosan növeljük és vizsgáljuk a szerkezet válaszát a nemlinearitások figyelembevétele (pl. képlékeny csuklók kialakulása) mellett. Ily módon, előállítjuk a szerkezet kapacitásgörbéjét melyre a (2.1)-es ábra mutat példát. A kapacitásgörbe hasznos információt szolgáltat a szerkezet viselkedésére vonatkozóan, azonban ez önmagában nem elég a szerkezet szeizmikus igényének meghatározásához. Ennek koncepciója az, hogy a Puhover analízis során - a kapacitásgörbe ismeretében - meghatározunk egy ún. célelmozdulás-értéket, mely a továbbiakban a szeizmikus hatást képviseli. A célelmozdulás meghatározására több módszer is létezik a szakirodalomban. Az Eurocode-ban [3] található ajánlás értelmében a nemlineáris kapacitás görbét egy idealizált lineárisan rugalmas-tökéletesen képlékeny ábrával helyettesítjük, melyet az energia-egyezőség alapján veszünk fel, ahogy ezt a (2.3)-as ábra illusztrálja.



2.3 ábra Nemlineáris kapacitás görbe idealizálása rugalmas-tökéletesen képlékeny erő-elmozdulás kapcsolatra (Forrás: [3])

Ekkor a *helyettesítő egyszabadságfokú rendszer* d_y^* "képlékenyedéshez tartozó elmozdulása" az alábbi képlettel számítható:

$$d_{y}^{*} = 2 \left(d_{m}^{*} - \frac{E_{m}^{*}}{F_{y}^{*}} \right),$$
(2.9)



ahol az egyes paraméterek jelentését a (2.3)-as ábra szemlélteti. A d_y^* elmozdulás ismeretében az egyszabadságfokú rendszer periódusideje T^* az alábbi módon számítható:

$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{m^* d_y^*}{F_y^*}},$$
 (2.10)

ahol m^* a szeizmikus tömeget jelenti. Ekkor az *egyszabadságfokú rendszer* d_{et}^* célelmozdulása a (2.11)-es képlettel határozható meg:

$$d_{et}^{*} = S_{e} \left(T^{*} \right) \left[T^{*} / 2\pi \right]^{2}, \qquad (2.11)$$

vagyis a *célelmozdulás* számításánál a *rugalmas válaszspektrumot* $S_e(T^*)$ kell használnunk. A tényleges szerkezetre vonatkozó *célelmozdulást* az előbbi érték transzformálásával kaphatjuk meg annak függvényében, hogy a szerkezet viselkedése lineáris vagy pedig nemlineáris. A *célelmozdulás* ismeretében egy *elmozdulásvezérelt nemlineáris statikus* vizsgálatot hajtunk végre, mely során a célelmozdulás értékénél határozzuk meg a szerkezet igénybevételeit.

A másik *nemlineáris* vizsgálati módszer a **Time-history** analízis, mely során a szerkezetre *földrengésrekordokat*, mint *dinamikus hatást* működtetünk. Ilyenkor, a *mozgásegyenlet numerikus integrálásával* (a *nemlinearitások* figyelembevételével) követjük a *szerkezet* válaszát. A számítást legalább három rekordra kell elvégezni, és az így kapott *szeizmikus igény* legkedvezőtlenebb értékeit kell figyelembe venni a tervezésnél¹⁰. A felhasznált rekordok közül a "legkedveltebbek" a korábbi földrengéseknél regisztrált adatok, de lehetőség van mesterséges, szimulált rekordok használatára is. A rekordokat a számítás előtt *újraskálázzák¹¹*, hogy azok közel azonos gyorsulásértéket okozzanak a szerkezeten. A *Time-history* analízis végrehajtása során tehát a (2.12)-es összefüggésnél látható *mozgásegyenlet numerikus időintegrálására* van szükség:

$$\boldsymbol{M}\left(\ddot{\boldsymbol{U}} + \sum_{j} a_{gj} e_{j}\right) + \boldsymbol{C} \dot{\boldsymbol{U}} + \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{R}} = 0, \qquad (2.12)$$

ahol a_{gj} a *j* irányba eső gyorsulásértéke a földrengésnek, *U* a szerkezet szabadságfokainak elmozdulásai, *C* a *csillapítási mátrix*, *F_R* pedig a szerkezet belsőerőinek vektora. A *numerikus időintegrálás* lényege, hogy a szerkezet válaszát csak diszkrét *t_i* időpontokban határozzuk meg. Leggyakrabban a *Newmark* β -módszert használjuk erre, mely egy feltétel nélküli stabil módszer lévén, iterációs eljárással úgy határozza meg a szerkezet *U* elmozdulásait, hogy azok a diszkrét *t_i* időpillanatokban kielégítsék a (2.12)-es mozgásegyenletet.

¹⁰ Amennyiben azonban több (például az *Eurocode* [3] előírása szerint legalább hét) rekordra futtatjuk le a számítást, akkor lehetőségünk van a kapott *szeizmikus igények* átlagát figyelembe venni a továbbiakban.

¹¹ Erre a lépésre a 4. fejezetben még részletesen kitérek.



A nemlineáris analízis elvégzése és a szeizmikus igények meghatározása után, a **negyedik lépésben kiértékeljük**, hogy az előtervezett **szerkezet teljesíti-e** az **előírt tervezési szintet**.

A szerkezetek megfelelősségének racionális eldöntéséhez a *szerkezetek sérülékenységét* kell mérlegelnünk. Ekkor, az előző lépésben meghatározott *szeizmikus igényeket* egy *károsodási skálán* ($0 \le D \le 1$) helyezzük el, ahol D=0 a teljesen rugalmas, károsodásmentes szerkezethez, D=1 pedig a teljes összeomláshoz tartozik. A teljesítmény megfelelősségének eldöntésére több módszer is létezik. A leggyakrabban használt módszer abból áll, hogy egy *elfogadhatósági kritériumot* definiálunk, melyben leírjuk, hogy egy adott *teljesítményszint* eléréséhez mekkora a megengedhető *károsodási határ*. Ez - a *károsodási skála* használatán alapuló - koncepció vezetett a **törékenységi görbék** használatához, amelynél a szerkezetek sérülékenységét az egyes intenzitású földrengések esetén kialakuló **tönkremeneteli valószínűséggel** jellemezzük.

2.2. Törékenységi görbék előállítása és a szerkezettervezésben betöltött szerepük

Ebben az alfejezetben rátérek a törékenységi görbék tervezés során betöltött szerepére, valamint azokra a módszerekre, amelyekkel ezek a görbét előállíthatók.

2.2.1. Törékenységi görbék szerepe a tervezés során

A **törékenységi görbe** egy pontja megmutatja, hogy egy adott intenzitású¹² földrengés esetén mekkora a szerkezet **tönkremeneteli valószínűsége**. A definíció alapján megállapíthatjuk, hogy ezek a görbék egy *feltételes valószínűséget* fejeznek ki, hiszen

$$P_{F,S_{a,c}}\left(x\right) = P\left[S_a \ge S_{a,c} \middle| S_a = x\right] = P\left[S_{a,c} \le x\right],\tag{2.13}$$

ahol $P_{F,S_{a,c}}(x)$ a *törékenységi függvény* értéke, $S_a = x$, pedig a spektrális gyorsulás, melyet a szerkezet $S_{a,c}$ kapacitásától *statisztikailag függetlennek* tekintünk.

Ezen görbék értékét és információtartalmát kétféleképpen értelmezhetjük. Az egyik "felhasználási mód" abból áll, hogy - ismerve az adott területre jellemző szeizmikus veszélyt - a görbéről közvetlenül leolvasható, hogy például a 2/50 vagy 10/50-es¹³ földrengés bekövetkezése esetén mekkora a tönkremeneteli valószínűség. A törékenységi görbék másik felhasználási módja akkor kerül előtérbe amikor célunk az összeomlás átlagos évenkénti gyakoriságának¹⁴ a meghatározása, ugyanis ehhez szükség van a törékenységi függvény előzetes ismeretére. Ilyenkor, a másik fontos bemenő paraméter a szeizmikus veszély ismerete, melyet általában az egyes T_1 periódusidőre jellemző $S_a(T_1)$ spektrális gyorsulás értékek

¹² A földrengés erősségét gyakran egy *intenzitásnak* nevezett mérőszámmal jellemezzük. Intenzitás alatt egyszerre érthetünk *maximális talajgyorsulást* vagy egy adott periódusidőhöz tartozó *spektrális gyorsulást*. Jelen dolgozatban a spektrális gyorsulást értem intenzitás alatt.

¹³ A 10/50-es jelölés alatt az 50 év alatt 10%-os valószínűséggel bekövetkező földrengést értjük.

¹⁴ Ezzel a mennyiséggel gyakran jellemzik a szeizmikus kockázatot.



függvényében adnak meg (5%-os csillapítás figyelembevételével). A *szeizmikus veszély görbe* megadja, hogy mekkora az évenkénti¹⁵ gyakorisága azoknak a földrengéseknek, melyek hatására a *spektrális gyorsulás* meghaladja az abszcissza tengelyen szereplő gyorsulás értéket. Ez a görbe mindig egy, az adott területre jellemző *veszélyt* reprezentál, melyet a szeizmológusok határoznak meg. A *szeizmikus veszélyt* az alábbi összefüggéssel írhatjuk le

$$\lambda_{S_a(T_1)}(S_a) = P\left[S_a(T_1) \ge S_a\right] = k_o S_a^{-k}, \qquad (2.14)$$

ahol $\lambda_{S_a(T_1)}(S_a)$ a szeizmikus veszély függvény S_a spektrális gyorsuláshoz tartozó értéke, ahol k_o egy, a terület szeizmicitásától függő konstans, míg k a görbe lokális meredekségét közelíti logaritmikus léptékben. Ezek alapján a szeizmikus veszély görbe a (2.4)-es ábrán látható jelleggel rendelkezik:



2.4 ábra Szeizmikus veszély görbe (Forrás: [4])

A törékenységi függvény és a szeizmikus veszély görbe ismeretében, az összeomlás átlagos évenkénti gyakorisága a (2.15)-ös képlettel határozható meg

$$\lambda_{c} = \int_{0}^{\infty} P_{F,S_{a,c}}\left(x\right) \cdot \left| \frac{\mathrm{d}\lambda_{S_{a}}\left(x\right)}{\mathrm{d}x} \right| \mathrm{d}x, \qquad (2.15)$$

ahol $d\lambda_{s_a}(x)/dx$ a *szeizmikus veszély görbe* meredekségét jelenti. Az *összeomlás évenkénti gyakorisága* egy éves időtartamra vonatkozó, *átlagos rátáját* adja meg az összeomlásoknak. Ennek a mérőszámnak az ismeretében az összeomlás valószínűsége már *t* éves időtartamra is meghatározható. Amennyiben a földrengések időbeli bekövetkezését egy *Poisson-folyamatnak* tekintjük, akkor a *t* év alatt bekövetkező tönkremenetel valószínűsége a (2.16)-os képlettel számítható:

¹⁵ Olykor ettől eltérő időtartamra, például a szerkezet tervezési élettartamára vonatkozóan állítják elő ezeket a görbéket.



Abban az esetben, ha a (2.15)-ös képletben szereplő integrálástól eltekintünk, akkor egy olyan ábrát kapunk, ahol az összeomlás évenkénti gyakoriságát intenzitásértékek szerint "szétbontottuk". Ez az ábra azért hasznos, mert így megítélhető, hogy az adott szerkezet esetén melyek azok az intenzitásértékek, amelyek jelentősen hozzájárulnak a **szeizmikus kockázathoz**. Ily módon ez az ábra egy **fontossági görbének** is tekinthető. A szeizmikus kockázat *törékenységi görbével, szeizmikus veszély görbével* és *szétválasztott összeomlás évenkénti gyakoriságának görbéjével* történő meghatározására a (2.5)-ös ábra mutat példát.



2.5 ábra Szeizmikus kockázat jellemzéséhez szükséges ábrák: (a) Törékenységi görbe, (b) Szeizmikus veszély görbe, (c) Összeomlás átlagos évenkénti gyakorisága az intenzitások függvényében (Forrás: [4])

Az összeomlás átlagos évenkénti gyakoriságának alakulását különböző "erősségű" és periódusidejű szerkezetek esetén a (2.6)-os ábra illusztrálja.



2.6 ábra Az összeomlás átlagos évenkénti gyakorisága különböző periódusidejű és kapacitású szerkezetek esetén (Forrás: [5])

A fenti ábrán η a szerkezet által még elviselni képes *alapnyíróerő* és a *teljes gravitációs teher* hányadosa. Jól látható, hogy a szerkezet kapacitásának növelésével, hogyan csökken az összeomlás évenkénti gyakorisága. Ezen diagram alapján már könnyen eldönthető, hogy a megfelelő biztonság érdekében milyen erős szerkezet szükségeltetik. A fentiekből az is kiderült, hogy a *törékenységi görbék* meghatározásakor nem elég néhány *diszkrét pont* ismerete, hiszen a (2.15)-ös képlet használatához, egy folytonos görbe ismerete szükségeltetik. Ebből adódóan *törékenységi görbe* alatt valójában egy analitikus összefüggéssel leírható *törékenységi függvényt* értünk.

Az összeomlás átlagos évenkénti gyakoriságának kiszámításával és a (2.16)-os képlet alkalmazásával, lehetőségünk nyílik a szeizmikus hatásnak kitett szerkezet tervezési élettartamára vonatkozó tönkremeneteli valószínűségének meghatározására. Egy kiemelt fontosságú létesítmény tervezése esetén, a szeizmikus hatáshoz tartozó tönkremeneteli valószínűségen túl, számos egyéb veszélyforrásra vonatkozóan is meg kell határozni a szerkezet összeomlási valószínűségét. Ilyenkor, a szerkezet "eredő" tönkremeneteli valószínűségének meghatározásához az egyes veszélyforrásokra kapott eredményeket eseményfákon szokás ábrázolni. Természetesen, a végeredmény csak annyira lehet megbízható, amennyire egyes veszélyforrásokhoz tartozó tönkremeneteli az valószínűségértékek voltak. Éppen ezért, a kiemelt fontosságú létesítmények tervezése esetén, alapvető fontosságú egy robosztus és pontos módszer alkalmazása, mellyel a szerkezet tönkremeneteli valószínűsége megbízhatóan kiszámítható.

2.2.2. Törékenységi görbék előállításának lehetséges módjai

A törékenységi görbék előállítása két fő lépésből áll. Az első lépésben diszkrét pontokat állítunk elő, melyek kifejezik, hogy adott intenzitású földrengés esetén mekkora a feltételes tönkremeneteli valószínűség. Tekintve, hogy az összeomlás átlagos évenkénti gyakoriságnak meghatározásához a törékenységi függvényre van szükség, a második lépésben az előbb meghatározott pontokra valamilyen regressziós módszerrel egy függvényt



illesztünk. Mindezek alapján a *törékenységi függvény* meghatározásához az alábbi három kérdésre kell választ adnunk:

- Hogyan állítjuk elő a diszkrét pontokat? Vagyis milyen módszerrel számítjuk ki a feltételes *tönkremeneteli valószínűséget* adott intenzitású földrengés esetén?
- Milyen függvényt illesztünk a diszkrét pontokra?
- Milyen regressziós módszer alkalmazásával végezzük el a függvény illesztését?

A szakirodalomban fellelhető módszerek többsége a *diszkrét pontok* meghatározásához *virtuális kísérleteket* végeznek, melyek során a szerkezet vagy biztonságos marad, vagy pedig összeomlik. A szakirodalomban fellelhető módszereknél a *virtuális kísérleteket* egyazon szerkezeten¹⁶, de más és más - általában 40-44 db - földrengésrekordra végzik el. Fontos, hogy a fenti kérdésekre adott válaszoknak egymással összhangban kell lenniük¹⁷.

Az összeomlási valószínűség meghatározásához leggyakrabban az ún. *növekményi dinamikai* analízist (IDA) használják. Ebben az esetben, az egyes rekordok skálázását külön-külön végzik el, mígnem az adott rekord intenzitása egy olyan értéket ér el, amely már a szerkezet tönkremeneteléhez vezet. Ekkor, tehát eredményként minden *i*-edik rekordhoz egy $S_{a,i}$ intenzitás (pl. *spektrális gyorsulás érték*) fog tartozni, amelynél bekövetkezett a szerkezet tönkremenetele. Az IDA analízis eredménye a (2.7)-es ábrán látható.



2.7 ábra IDA analízis eredménye és kiértékelése (Forrás: [1])

¹⁶ A szerkezet geometriája és az anyagminőségek nem változnak az egyes kísérletek között. Ez mutatja, hogy a kísérletek alatt ezek a módszerek az ellenállás oldali bizonytalanságokat nem veszik figyelembe.

¹⁷ Például az, hogy az egyes *diszkrét pontokat* milyen módszerrel állítjuk elő, nagy hatással van arra, hogy utána a *függvény illesztését* hogyan célszerű végrehajtani. Ezért, a lehetséges alternatív eljárások mérlegelésekor "egyszerre" kell mindhárom kérdésre választ adnunk.



Ekkor, az egyes intenzitásoknál a *tönkremeneteli valószínűséget* az alábbi módon számíthatjuk:

$$P(F|S_a = x_j)_{\text{megfigyelt}} = \frac{\text{összeomlások száma amikor } S_a = x_j}{\text{kísérletek száma}}.$$
 (2.17)

Az $S_{a,i}$ intenzitások ismeretében lehetőség van arra, hogy az ún. "megszámolt" törékenységi görbét előállítsuk. Ekkor, az összeomlások bekövetkezését egy random mintahalmaznak tekintjük, így, ha például 40 földrengésrekordra végzünk számításokat, akkor minden egyes tönkremenetel esetén - az adott intenzitásértéknél, ahol egy tönkremenetel bekövetkezett - az eloszlásfüggvény értéke 1/40-el megnövekszik. Így a tönkremeneteli függvényre - a (2.8)-as ábrán látható módon - egy lépcsőzetes görbét kapunk.

Noha ezzel a módszerrel a *mintahalmaz* tényleges eloszlását kapjuk meg, ennek a módszernek a használata mégsem praktikus, hiszen az így kapott görbét nem tudjuk analitikusan kezelni. Ezen felül, tekintve, hogy általában "mindössze" kb. 40-44 rekordra végzünk számításokat, a görbe lépcsőzetes jellege jól kivehető, így a kapott eredmény egy durva közelítésnek tekinthető. Ezért, a gyakorlatban általában valamilyen sima függvényt szokás a kapott pontokra illeszteni, hogy az *összeomlási valószínűség* tetszőleges intenzitásértékeknél pontosabban becsülhető legyen. A szakirodalomban egyöntetű vélemény fogalmazódott meg arról, hogy a **törékenységi függvény** a **lognormális eloszlásfüggvényel jól közelíthető**, így a *lognormális eloszlásfüggvényel jól közelíthető*, így a

- Megfigyelések szerint az összeomlási kapacitás adathalmaza egy ferde eloszlásra illeszkedik, melynél a magasabb intenzitásoknál a görbe meredeksége rendszerint lecsökken.
- Az összeomlási kapacitás értékei mindig pozitívak
- Korábbi tanulmányok, (mint például a [6] alatt található irodalom) megmutatták, hogy a *spektrális gyorsulás* és a *szerkezetek nemlineáris* viselkedése (pl. *relatív oszlopferdeség, duktilitás, hiszterézis-viselkedés*) jól jellemezhető *lognormális eloszlással.*

Ekkor azt, hogy a számított *feltételes összeomlási valószínűség* értékekre egy *lognormális eloszlásfüggvényt illesztünk* az alábbi összefüggéssel írhatjuk le:

$$P(F|S_a = x) = \Phi\left(\frac{\ln x - \mu}{\beta}\right), \qquad (2.18)$$

ahol μ a várható értéke β pedig a szórása ln S_a -nak. A regresszió során ezen paramétereket $\hat{\mu}$ és $\hat{\beta}$ értékekkel becsüljük.

Mint arról korábban említést tettem, az alkalmazott regressziós eljárás összhangban kell, hogy legyen azzal a módszerrel, melyet a diszkrét összeomlási valószínűségértékek



meghatározásakor használtunk. Az *IDA analízis* elvégzése után a *lognormális* eloszlásfüggvény illesztését a **momentumok-módszerével** szokták elvégezni. Ennél a módszernél a paraméterek becslését úgy végezzük el, hogy a *céleloszlás aritmetikai* momentumait a minta momentumaival feleltetjük meg, vagyis jelen esetben:

$$\widehat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \ln S_{a,i}, \qquad (2.19)$$

$$\hat{\beta} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} \left(\ln S_{a,i} - \hat{\mu} \right)^2}, \qquad (2.20)$$

ahol n a figyelembevett földrengésrekordok száma.

A *momentumok-módszerének* alkalmazásával a *lépcsőzetes törékenységi függvény* helyett a (2.8)-as ábrán látható *sima* függvényt kapjuk.



2.8 ábra Törékenységi görbe meghatározása IDA analízis esetén

A fenti módszer alkalmazása igen egyszerű, azonban csak olyan esetben lehetséges, amikor a (2.19)-es és (2.20)-as képletekben szereplő $S_{a,i}$ értékek ismertek. Más a helyzet azonban akkor, amikor a rekordok skálázását egyszerre¹⁸ végezzük el. Ilyenkor, - a (2.17)-es képletnek megfelelően - eredményként azt kapjuk, hogy adott intenzitásértékeknél a vizsgált rekordok hány százaléka okozott tönkremenetelt, azonban nem ismerjük az egyes rekordokhoz tartozó

¹⁸ Erre például akkor van szükség, amikor az egyes virtuális kísérleteknél használt rekordok kiválasztása az adott intenzitásértéktől függ. Elöljáróban megjegyzem, - hogy más okokból ugyan - de a *FEMA*-nál is "együtt végezzük el" a rekordok skálázást.



 $S_{a,i}$ értékeket. Ilyenkor - [7] alapján - a **maximum likelihood becsléssel** célszerű a (2.18)-as képletnek megfelelő *lognormális eloszlásfüggvény illesztését* elvégezni. A módszer alapelve az, hogy olyan paraméter értékeket válasszunk, amelyekkel az illesztett függvény a legnagyobb valószínűséggel vezet a ténylegesen megfigyelt adatokhoz. Annak a valószínűsége, hogy n_j rekord közül z_j vezessen tönkremenetelhez egy *binominális eloszlással* határozható meg az alábbi módon:

$$P(n_j \text{ rekordból } z_j \text{ vezet tönkremenetelhez}) = {n_j \choose z_j} p_j^{z_j} (1 - p_j)^{n_j - z_j}, \qquad (2.21)$$

ahol p_j megegyezik¹⁹ $P(F|S_a = x)$ -el. A maximum likelihood becslés során szükség van egy ún. likelihood függvényre melyet az egyes intenzitásértékekre vonatkozó fenti, binominális valószínűségek szorzataként definiálunk, vagyis:

Likelihood =
$$\prod_{j=1}^{m} {n_j \choose z_j} p_j^{z_j} (1-p_j)^{n_j-z_j}$$
, (2.22)

ahol *m* a vizsgált *intenzitásszintek* száma. A *maximum likelihood becslés* lényege, hogy olyan paraméterekkel rendelkező *törékenységi görbét* válasszunk, mely a fenti *likelihood függvényt* maximalizálja. Ahhoz, hogy ezt megtegyük, először helyettesítsük be a *törékenységi görbe* (2.18)-as összefüggését, a (2.22)-es *likelihood függvénybe*:

Likelihood =
$$\prod_{j=1}^{m} {\binom{n_j}{z_j}} \Phi\left(\frac{\ln x - \mu}{\beta}\right)^{z_j} \left(1 - \Phi\left(\frac{\ln x - \mu}{\beta}\right)\right)^{n_j - z_j}.$$
 (2.23)

Numerikus okokból kedvezőbb, ha a (2.23)-as függvény maximalizálása helyett a *likelihood függvény logaritmusán* végezzük el²⁰ az optimalizációt, vagyis:

$$\left\{\widehat{\mu},\widehat{\beta}\right\} = \max_{\mu,\beta} \sum_{i=1}^{m} \left\{ \ln\binom{n_i}{z_i} + z_i \ln \Phi\left(\frac{\ln x_i - \mu}{\beta}\right) + \left(n_i - z_i\right) \ln\left(1 - \Phi\left(\frac{\ln x_i - \mu}{\beta}\right)\right) \right\}.$$
 (2.24)

A *dinamikai számításokból* a (2.24)-es képlet jobb oldalán lévő információ ismert, így az optimalizáció - matematikai segédszoftverek²¹ - alkalmazásával már elvégezhető.

A maxmimum likelihood becslés alkalmazása lehetővé teszi, hogy a törékenységi függvény értelmezési tartományának csupán egy **szűkebb intervallumában** végezzünk el virtuális kísérleteket. A (2.5)-ös ábrán látható fontossági görbe alapján elmondható, hogy az összeomlás átlagos évenkénti gyakoriságának meghatározásakor elsősorban a törékenységi

¹⁹ Csupán a tömörség kedvéért vezettem be ezt a jelölést.

²⁰ A kettő ugyanarra az eredményre vezet, ezt a lépést csupán technikai okokból tesszük meg. Ezt *log likelihood illesztésnek* szokás nevezni.

²¹ Megjegyzem, hogy a dolgozat elkészítésekor minden esetben a *Matlab 2014a* szoftvert használtam erre a célra.



görbe alsó - viszonylag kisebb intenzitásértékekhez tartozó - "ága" fontos a számunkra. Ezért abban az esetben, ha a virtuális kísérletek elvégzése numerikus szempontból gazdaságtalan, akkor megtehetjük, hogy csak "kevesebb" diszkrét pontot határozunk meg, ugyanis a maximum likelihood becsléssel már erre a kevesebb pontra is - igen jó pontossággal - elvégezhető a lognormális eloszlásfüggvény illesztése. Ez számunka a maximum likelihood módszer nagyon komoly előnyét jelenti a momentumok módszerével szemben, amelynek alkalmazásakor minderre nem lenne lehetőségünk.

A *maximum likelihood becslés* egy lehetséges alternatívája lehet a **legkisebb négyzetek módszerének** az alkalmazása, amikor is a paraméterek becslését a (2.25)-ös összefüggésben szereplő *hibafüggvény* minimalizálásával érjük el.

$$\left\{\hat{\mu}, \hat{\beta}\right\} = \min_{\mu, \beta} \sum_{j=1}^{m} \left(P\left(F \middle| S_a = x_j \right)_{\text{megfigyelt}} - \Phi\left(\frac{\ln x_j - \mu}{\beta}\right) \right)^2.$$
(2.25)

A legtöbb esetben a két módszer eredményei között nem figyelhető meg jelentős eltérés, ezért a *legkisebb négyzetek módszerét* is előszeretettel alkalmazzák. Azonban köztudott, hogy a *legkisebb négyzetek módszerének* hátránya, hogy minden megfigyelt adatot ugyanakkora megbízhatóságúnak tételez fel. Ebből adódóan, ma a *maximum likelihood illesztést* tekintjük etalonnak. A *lognormális eloszlásfüggvény diszkrét pontokra* történő illesztését, a *legkisebb négyzetek-* és a *maximum likelihood módszer* alkalmazásával a (2.9)-as ábra illusztrálja²².



2.9 ábra Törékenységi görbe meghatározása: lognormális eloszlásfüggvény illesztése a diszkrét pontokra

²² A regresszió során egy nemlineáris függvényoptimalizálási feladatot hajtunk végre rendszerint numerikus módszerekkel. Ezek a függvények általában több lokális minimummal rendelkeznek, így a kapott lognormális eloszlásfüggvény alakja nagyban függ attól, hogy az iterációt milyen kezdőértékekkel indítottuk. A fenti ábrán látható ábrák esetén a mind a két esetben ugyanazt a kezdőpontot használtam mégis némi eltérést láthatunk az eredmények között.



A (2.10)-es ábrán annak a vizsgálata látható, hogy *maximum likelihood becslés*, és a *legkisebb négyzetek módszerének* alkalmazásakor az illesztés minősége, hogyan függ a figyelembe vett diszkrét pontok számától.



2.10 ábra Regresszió megbízhatósága a figyelembe vett diszkrét pontok számának függvényében.

A (2.10)-es ábra azt mutatja, hogy a *maximum likelihood becslés* és a *legkisebb négyzetek módszerének* alkalmazásakor, a *törékenységi görbék* akkor is viszonylag megbízhatóan előállíthatóak, ha a *mediánpontnál* nagyobb intenzitású tartományban már eltekintünk a *virtuális kísérletek* elvégzésétől. A kutatásom célkitűzései előtt ez egy fontos tanulság, hiszen ily módon lehetőségünk adódhat arra, hogy a tönkremeneteli valószínűséget kevesebb pontban határozzuk meg, az így "megspórolt" számítási időt pedig arra lehet fordítani, hogy a meghatározott *diszkrét pontokat* valamilyen pontosabb számítási eljárással határozzuk meg.

2.3. FEMA P695 bemutatása

A *FEMA P695* egy ajánlott módszertan a szerkezeti rendszerek szeizmikus hatásokkal szembeni teljesítményének megbízható minősítésére. Ez az ajánlás egy racionális módszert nyújt a szerkezeti rendszerek *globális szeizmikus teljesítménytényezőinek* meghatározására. Mint azt említettem, ezeket a *teljesítménytényezőket* a mai szabványok olyan *disszipatív* szerkezetek szilárdsági és deformációs követelményeinek becslésére használják, amelyek tervezését lineáris analízis alapján végzik el, noha a szerkezet viselkedése nemlineáris. Mára a *szeizmikus tehernek ellenálló szerkezeti rendszerek* száma drámaian megnőtt²³ és ezek többségéhez valamiféle "önkényesen" (meglehetősen szubjektív elbírálással) felvett *R-tényező* tartozik. Ebből adódóan sok szerkezeti rendszernél a szeizmikus hatásokkal szembeni válasz és a rendszer megfelelőssége nem pontosan ismert. Ezek alapján sürgős szükségéletté vált egy olyan tervezési eljárás bevezetése amellyel a *szeizmikus teljesítmény* minősítése megbízhatóan

²³ A National Earthquake Hazards Reduction Program (NEHRP) 2004-es ajánlása már több mint 75 különböző szerkezeti rendszert foglalt magába.



elvégezhető. A *FEMA P695* a *teljesítmény alapuló tervezés* koncepcióját követve nemlineáris összeomlás szimulációkat végez, ily módon a *teljesítménytényezők* meghatározását valószínűségelméleti alapokra helyezi. A módszertan célja, hogy az általa leírt módon meghatározott *teljesítménytényezőkkel* megtervezett szerkezetek összeomlási valószínűsége egy jövőbeli földrengés bekövetkezése esetén egységesen kicsiny legyen, és az így meghatározott valószínűség összehasonlítható legyen a jelenlegi szabványos követelményekkel. Az így meghatározott *teljesítménytényezők* ismeretében felülvizsgálhatók a jelenlegi szabványban szereplő értékek, és kiszűrhetők azok a szerkezeti rendszereknek amelyek nem tudják megbízhatóan kielégíteni a követelményeket.

A *FEMA* módszertan elsődleges célja az **életmegóvás**, amit a földrengésnek kitett szerkezetek **összeomlási valószínűségének elfogadhatóan kicsiny szinten tartásával kíván elérni**. Általánosságban elmondható, hogy az életvesztés kockázatának pontos meghatározása nagyon nehéz feladat, mert egy összeomlás esetén az áldozatok száma nagyon változó lehet, valamint számos olyan veszélyforrás állhat elő, melyek nem a szerkezet összeomlásával vannak kapcsolatban. Éppen ezért, ez a módszertan nem közvetlenül, számszerűsítve kívánja korlátozni az elhalálozás valószínűségét, hanem ezt közvetetten, a szerkezeti rendszerek összeomlásának²⁴ egységes korlátozásával kívánja elérni.

Ez az ajánlás az összeomlás valószínűségét az ún. *maximálisan figyelembe veendő földrengés (MCE)* bekövetkezése esetén határozza meg, mert úgy vélték, hogy a *maximálisan figyelembe veendő földrengés* figyelembevétele egy megfelelő alap a szerkezeti összeomlás kiértékelése.



A FEMA módszertan a teljesítménytényezőket a (2.11)-es ábrán látható módon definiálja.

2.11 ábra Teljesítménytényezők definiálása a FEMA ajánlása szerint (Forrás: [1])

²⁴ Ebben a terminológiában összeomlás alatt a szerkezeti rendszer bármilyen globális vagy részleges instabilitását értjük.



A válaszmódosító tényező az alábbi képlet alapján határozható meg:

$$1,5R = \frac{S_{MT}}{C_s},$$
 (2.26)

ahol S_{MT} a maximálisan figyelembe veendő földrengés spektrális gyorsulásértéke (a szerkezet periódusidejére vonatkoztatva), C_s pedig a szeizmikus választényező. A túltervezési tényezőt nemlineáris statikus (*pushover*) analízissel határozzuk meg, a (2.27)-es összefüggés segítségével.

$$\Omega = \frac{S_{\max}}{C_s},$$
(2.27)

ahol S_{max} a szerkezeti rendszer képlékeny mechanizmushoz tartozó szilárdságát képviseli, az *effektív szeizmikus tömeggel* normalizálva.

A (2.11)-es ábra alapján, a nem-rugalmas rendszer eltolódása az *MCE* teherszintből definíció szerint 1,5*C*_s-szerese annak az eltolódásnak, ami a *tervezési választényezőhöz* (*C*_s) tartozik, és - a *Newmark-szabály* alapján²⁵ - ez megegyezik a rugalmas rendszer eltolódásával, melynek köszönhetően:

$$C_d = R. \tag{2.28}$$

Ez az ajánlás az összeomláshoz tartozó talajgyorsulást úgy definiálja, mint azt az intenzitást, ami a szerkezeti rendszer mediánösszeomlását eredményezné. Mediánösszeomlás alatt azt értjük, amikor az adott intenzitásnak kitett szerkezetek felénél bekövetkezik az életet veszélyeztető összeomlás. A *FEMA* a biztonságot az ún. összeomlási küszöbaránnyal²⁶ (*CMR*) fejezi ki, mely megmutatja a mediánösszeomláshoz tartozó talajgyorsulás és az MCE talajgyorsulás arányát:

$$CMR = \frac{\hat{S}_{CT}}{S_{MT}},$$
(2.29)

Ezek alapján, a biztonságot kifejező összeomlási küszöbarányra úgy is gondolhatunk, mint arra a szorzóra, amennyivel a maximálisan figyelembe veendő talajgyorsulást meg kellene növelni ahhoz, hogy a földrengésnek kitett szerkezetek 50%-ánál összeomlás következzen be.

A módszertan a szerkezetek megfelelősségének megítéléséhez az összeomlási küszöbarányra egy elfogadható értékeket definiál, melynek teljesítése (elérése) esetén a szerkezet összeomlási valószínűsége megfelelően kicsi.

²⁵ Az *egyenlő elmozdulás feltételezése* megfelelő a legtöbb szokásos szerkezeti rendszer esetén, ahol a hatékony csillapítás értéke közelítően megegyezik az 5%-os névleges értékkel.

²⁶ A szerkezeti rendszerek összeomlására, és így a *CMR* értékére is rengeteg tényező van hatással, úgy mint a talajgyorsulás változékonysága, tervezési-, vizsgálati- és építési módszerek bizonytalansága.



A FEMA P695-ös keretrendszernek főbb lépései a (2.12)-es ábrán láthatóak.



2.12 ábra FEMA keretrendszer főbb lépései (Forrás: [1])

Az *első lépés* arra az esetre vonatkozik, amikor egy egész szerkezeti rendszer minősítésére használjuk a módszertant. Ekkor, először egy jól kidolgozott koncepció szükségeltetik a földrengésnek ellenálló szerkezeti rendszer kialakításával kapcsolatban, beleértve az alkalmazandó építőanyagokat, a geometriai elrendezést, az energia elnyelő mechanizmusokat és az alkalmazási korlátokat.

A *második lépésben* információt kell gyűjteni a tervezési követelményekről, valamint a szerkezeti anyagok, komponensek, valamint a rendszer tulajdonságairól. Ennek a lépésnek az a fő célja, hogy olyan adatokat szerezzünk, melyek segítségével minél megbízhatóbban jellemezni tudjuk az anyagok és kapcsolatok szilárdságát, merevségét és duktilitását. Később az itt meghatározott jellemzőket fogjuk használni a nemlineáris vizsgálatok során.

A *harmadik lépésben* az ún. *archetípusok* előállításával foglalkoznak, melyek a javasolt új szerkezeti rendszer egy-egy tipikus alkalmazási lehetőségét képviselik. Az egyes archetípusok különböznek az épületmagasságban, periódusidőben, geometriai kialakításban (rácsozás,



keretállás szélessége, stb), gravitációs terhek nagyságában, elemek és kapcsolatok tervezési követelményrendszerében²⁷.

Ezt az egyik legfontosabb lépés, az összeomlás-szimulációknál használt idealizált **nemlineáris modell felépítése** követi, melynek megfelelően vissza kell adnia a valós szerkezetre jellemző viselkedési módokat. A nemlineáris modell felépítése előtt a szerkezet *előtervezése²⁸ szükséges, amelynél a teljesítménytényezők* kísérletileg felvett értékeit használják. Amennyire lehetséges a nemlineáris modell alkalmas kell, hogy legyen az összes nemlineáris hatás (leromlási mechanizmus) szimulálására, amely a szerkezet összeomlásához vezethet. A gyakorlatban ez azonban nem mindig lehetséges (vagy nem mindig praktikus), ezért a módszertan kétféleképpen is lehetővé teszi az egyes tönkremeneteli módok szimulálását. Azon kívül, hogy az egyes **tönkremeneteli módok szimulálását közvetlenül** végezzük a nemlineáris modellen keresztül, lehetőség van az ún. **nem-szimulált tönkremeneteli módo**k²⁹ utólagos, "határállapot-szerű" ellenőrzésére. A nemlineáris modellnek tartalmaznia kell a teljes szeizmikus tömeget és figyelembe kell venni a destabilizáló *P-delta hatásokat*. A modell *kontinuum elemekből*, vagy ún. *fenomenológiai elemekből* állhat.

Ezt követi a **nemlineáris vizsgálat** végrehajtása. A szerkezetek megbízhatóságának elemzését nemlineáris statikus (*Pushover*) és nemlineáris dinamikus (*Time-history*) vizsgálatokkal végzik. Először a *Pushover* vizsgálattal kezdenek, mely arra szolgál, hogy a nemlineáris modell viselkedését verifikálják valamint, hogy statisztikai adathalmazzal rendelkezzünk a szerkezet túltervezésére és duktilitási kapacitására vonatkozóan. Ezt követően a **Time-history** vizsgálatot használják a **medián összeomlási talajgyorsulás** és az **összeomlási küszöb arány meghatározására**. A nemlineáris viselkedés értékelését előre definiált talajgyorsulás-rekordokra végezzük el. Az összeomlási-vizsgálatok során a talajgyorsulásokat szisztematikusan, egyre növekvő intenzitásokra skálázzák³⁰, amíg el nem érik a *mediánösszeomlást*. Ezekre a vizsgálatokra csakis olyan szoftver használható, mely képes figyelembe venni a szerkezeti elemek szilárdságának és merevségének a degradálódását nagy deformációk esetén.

A *FEMA* módszertan "specialitása", hogy itt a *törékenységi függvény* helyett **csak a mediánpontot kell** - statisztikai kiértékelés útján - **meghatározni**, ezért kevesebb nemlineáris vizsgálat elvégzése szükséges. A *mediánpont* a (2.13)-as ábrán látható.

²⁷ Ez a lépés is egy teljes szerkezeti rendszer vizsgálata esetén szükséges.

²⁸ Általában az előtervezésnél a *vízszintes terhek módszere* alkalmazható, leszámítva azokat az eseteket amikor a kapcsolódó szabvány ezt nem teszi lehetővé.

²⁹ Általában a nem-duktilis jellegű tönkremeneteli módokat, úgy mint a nyírási tönkremenetelt, kapcsolatok törését, stb. szokás így ellenőrizni. Fontos megemlíteni, hogy a *nem szimulált tönkremeneteli módok* alkalmazása növeli a szerkezet bizonytalanságát.

³⁰ A skálázás két lépésben történik, először az egyes rekordokat normálják a csúcs sebesség értékük szerint, majd a normált rekordokat együttesen a kívánt intenzitásértékre skálázzák. A rekordok kiválasztásának és skálázásának részleteiről később, a 4. fejezetben teszek említést.



2.13 ábra Törékenységi görbe, mint kumulatív eloszlásfüggvény (Forrás: [1])

Az analízis végrehajtása után a szerkezeti rendszer teljesítményének kiértékelése következik. Ebben a lépésben történik a *túltervezési tényező* meghatározása és a *viselkedésmódosító tényező* kísérletileg felvett értékének ellenőrzése. Ilyenkor, a számított összeomlási küszöb arányt hasonlítjuk össze, ennek az aránynak - a rendszer bizonytalanságától függő - elfogadható értékével. Az elfogadható összeomlási küszöb arány meghatározása az alapján történik, hogy az *MCE* talajgyorsulás esetén, a szerkezet összeomlási valószínűsége elfogadhatóan kicsi legyen. A bizonytalanságokat is ebben a lépésben, - vagyis "csak" az analízis elvégzése után - vesszük figyelembe. A *FEMA* a következő típusú bizonytalanságokkal számol:

- rekord alakjának változékonyságából adódó bizonytalanság
- tervezési követelményekkel kapcsolatos bizonytalanság
- kísérleti adatok bizonytalansága
- modellezési bizonytalanság

Mint említettem, a megfelelőség értékelése az *elfogadható összeomlási küszöbarány* használatával történik, melynek meghatározásához ismerni kell a bizonytalanságok mértékét. Ennek meghatározása a *FEMA*-ban meglehetősen **szubjektív módon** történik. Minden esetben értékeljük a rendelkezésre álló adatok pontosságát, megbízhatóságát és ezek alapján kategóriákba soroljuk az adott bizonytalanság feltételezett szintjét. Például, a tervezési követelményekkel kapcsolatos bizonytalanságokat a (2.1)-es táblázatnak megfelelően értékeljük:



dapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egye Hidak és Szerkezetek Tanszék

Completeness and Pobustness	Confidence in Basis of Design Requirements			
Completeness and Kobustness	High Medium		Low	
High. Extensive safeguards against unanticipated failure modes. All important design and quality assurance issues are addressed.	(A) Superior $\beta_{DR} = 0.10$	(B) Good $\beta_{DR} = 0.20$	(C) Fair $\beta_{DR} = 0.35$	
Aedium.Reasonable afeguards against nanticipated failure modes.(B) GoodAost of the important lesign and quality assurance sues are addressed. $\beta_{DR} = 0.20$		(C) Fair $\beta_{DR} = 0.35$	(D) Poor $\beta_{DR} = 0.50$	
Low. Questionable safeguards against unanticipated failure modes. Many important design and quality assurance issues are not addressed.	estionable s against ated failure modes.(C) Fair $\beta_{DR} = 0.35$ portant design and surance issues are ssed. $\beta_{DR} = 0.35$			

2.1. táblázat Tervezési követelményekkel kapcsolatos bizonytalanságok figyelembevétele (Forrás: [1])

Miután az egyes bizonytalanságok mértékét megbecsültük, összegezzük ezeket, hogy meghatározzuk a szerkezetre vonatkozó **teljes bizonytalanságot**. Ennek kiszámítására a (2.30)-as képlet szolgál:

$$\beta_{\rm TOT} = \sqrt{\beta_{\rm RTR}^2 + \beta_{\rm DR}^2 + \beta_{\rm TD}^2 + \beta_{\rm MDL}^2}, \qquad (2.30)$$

ahol:

- β_{TOT} = teljes szerkezeti rendszer összeomlási bizonytalansága (0,275-0,95)³¹,

- β_{RTR} = földrengésrekordok változékonyságából adódó bizonytalanság (0,2-0,4),

- β_{DR} = tervezési követelményekkel kapcsolatos bizonytalanság (0,1-0,5),

- β_{TD} = kísérleti eredményekkel kapcsolatos bizonytalanság (0,1-0,5),

- β_{MDL} = modellezés pontosságával kapcsolatos bizonytalanság (0,1-0,5).

Noha a bizonytalanságok nem befolyásolják a *medián összeomláshoz tartozó intenzitásérték*ét, azonban a *maximálisan figyelembe veendő földrengéshez* tartozó összeomlási valószínűségre komoly hatásuk van. Ezt szemlélteti a (2.14)-es ábra.

³¹ Mint látható, a *FEMA*-ban a figyelembe vett bizonytalanság mértéke csak bizonyos korlátok között változhat.



2.14 ábra Törékenységi görbék. Bizonytalanság hatása a szerkezet összeomlási valószínűségére (Forrás: [1])

A fenti ábrán egy szerkezet két külön esethez tartozó törékenységi görbéjét láthatjuk. Az (a) görbe egy olyan esethez tartozik, ahol a szerkezet teljes bizonytalansága kisebb, mint a (b) esetben. Látható, hogy az eltérő bizonytalanság nagy mértékben befolyásolja az *MCE* intenzitásnál lévő összeomlás valószínűségét, nevezetesen, nagyobb bizonytalanság esetén a szerkezet összeomlási valószínűsége nagymértékben növekszik³². A *FEMA* a számítás könnyítése céljából azzal az egyszerűsítéssel él, hogy eltekint a *törékenységi görbe* pontos felvételétől, ehelyett a bizonytalanságok hatását úgy veszi figyelembe, hogy az *elfogadható összeomlási küszöbarány* értékét, a szerkezetre vonatkozó *teljes bizonytalanság* függvényében definiálja, a (2.2)-es táblázatban látható módon.

Total System	Collapse Probability				
Collapse Uncertainty	5%	10% (<i>ACMR</i> _{10%})	15%	20% (ACMR _{20%})	25%
0.275	1.57	1.42	1.33	1.26	1.20
0.300	1.64	1.47	1.36	1.29	1.22
0.325	1.71	1.52	1.40	1.31	1.25
0.350	1.78	1.57	1.44	1.34	1.27
0.375	1.85	1.62	1.48	1.37	1.29
0.400	1.93	1.67	1.51	1.40	1.31
0.425	2.01	1.72	1.55	1.43	1.33
0.450	2.10	1.78	1.59	1.46	1.35
0.475	2.18	1.84	1.64	1.49	1.38
0.500	2.28	1.90	1.68	1.52	1.40
0.525	2.37	1.96	1.72	1.56	1.42
0.550	2.47	2.02	1.77	1.59	1.45

2.2. táblázat Elfogadható összeomlási küszöb arány felvétele a szerkezet teljes összeomlási bizonytalansága alapján (Forrás: [1])

³² Ez az ábra jól reprezentálja, hogy a bizonytalanságok hatásának megfelelő figyelembevétele egy döntő fontosságú lépés a szerkezetek megfelelősségének értékelésekor. Általában ezt a hatást, a törékenységi görbék előállításakor vehetjük figyelembe.



Végezetül, a szerkezetek teljesítményének megítélésekor, a kiszámított *CMR-tényezőt* összehasonlítjuk a (2.2)-es táblázatban szereplő *elfogadható értékekkel*. A táblázat egyes oszlopaiban szereplő értékek mind más és más *biztonsági (teljesítmény) szinthez* tartoznak. Például, ha az adott *bizonytalanságnak* megfelelő sorban és a 10%-os oszlopban szereplő *elfogadható CMR-értéknél* nagyobb a számított *CMR-tényező* értéke, akkor a szerkezet - *maximálisan figyelembe veendő* földrengés esetén bekövetkező - *tönkremeneteli valószínűsége* 10%-nál kisebb. Amennyiben ez teljesíti az előre definiált teljesítménycélokat, akkor a szerkezet megfelel³³.

2.4. A kutatás célkitűzései

Ebben az alfejezetben összefoglalom az előzőekben bemutatott módszerek főbb kritikáját. Megemlítek néhány lépést, ahol a *törékenységi görbe* meghatározására irányuló módszerek jelentős egyszerűsítéssel és elhanyagolással járnak el, melyek kedvezőtlenül befolyásolják az eredmények pontosságát és megbízhatóságát. Később, ezen megjegyzések alapján megfogalmazom, hogy az általam bemutatott keretrendszerben milyen egyéb módszerekkel kívánom a szerkezetek *törékenységi görbéit* előállítani. Ezután, röviden ismertetem, hogy a kitűzött célokat milyen szoftverkörnyezetben, milyen főbb lépéseken keresztül szeretném elérni.

2.4.1. Törékenységi görbék meghatározására irányuló módszerek kritikája

Ugyan a *törékenységi függvény* felvételekor a *diszkrét* pontokra való *függvényillesztés* elvégzésére több megbízható módszer is a rendelkezésünkre áll, a végeredmény csak annyira lehet pontos, amennyire a *diszkrét pontok* meghatározása az volt. Fontos hangsúlyozni, hogy noha a *diszkrét pontok* egy *feltételes tönkremeneteli valószínűséget* fejeznek ki, a *virtuális kísérletek* elvégzése során ezek a módszerek csak a *hatásoldalon* vették figyelembe a folyamatok *sztochasztikus jellegét*. Minden kísérletet ugyanarra a szerkezetre végeztek el, így a **szerkezeti ellenállás sztochasztikus jellegét elhanyagolták**.

Ezen közelítő módszerek alkalmazásával a feladat megoldása nagyban egyszerűsödik, azonban az itt tett elhanyagolások **komoly hibák forrása** is lehet, melyek mértékét a legtöbb esetben - pontosabb számítás végrehajtásának hiányában - nem ismerjük.

2.4.2. FEMA P695 kritikája

A *FEMA P695* előző alfejezetben szereplő bemutatása alapján meggyőződhettünk arról, hogy ez az ajánlás a **teljesítmény alapú tervezés** alapelveire épül. A *FEMA P695* fő rendeltetése az **életmegóvás**, melyet a **teljesítménycélok** definiálásával, a szerkezetek **összeomlási valószínűségének megfelelően kicsi szinten tartásával** kíván elérni. A

³³ Ha itt egy szerkezeti rendszerhez tartozó *R-tényező* értékét vizsgáltuk, akkor elmondható, hogy az *R-tényező* próbaértéke - mellyel előterveztük a vizsgált szerkezetet - megfelelő. Amennyiben az értékelés során az derül ki, hogy a szerkezet nem felel meg a kívánt *teljesítménycéloknak*, akkor az *R-tényező* próbaértékét módosítani (csökkenteni) szükséges. Ez a szerkezet újratervezésével és megerősítésével jár, melyre a fenti vizsgálatot majd újra el kell végezni. Ily módon, a megfelelő válaszmódosító tényező meghatározása egy iteratív folyamat eredménye.



szerkezet előtervezését - a *teljesítmény alapú tervezés* második fő lépésének megfelelően általában valamelyik **lineáris** vizsgálati **módszer** elvégzésével tehetjük meg, míg a szeizmikus igény meghatározásánál, - a pontosságra való törekvés jegyében - nemlineáris módszereket kell használnunk. Az utolsó lépésben, a szerkezet teljesítményének kiértékelésénél, a szeizmikus igények ismeretében a szerkezethez egy 0 és 1 közötti károsodást leíró számot rendelünk, mely maga a szerkezet tönkremeneteli valószínűsége. Az elfogadhatósági kritériumot tulajdonképpen a (2.2)-es táblázat tartalmazza, ahol előírták, hogy az előre definiált *teljesítményszint* eléréséhez, - adott bizonytalanságokkal rendelkező szerkezet esetén - mekkora összeomlási küszöbarány szükséges. Látható, hogy ez az ajánlás valószínűségelméleti alapokon nyugszik, melyben megkíséreljük figyelembe venni az egyes változók sztochasztikus voltát.

Ezek ismeretében kétségkívül kijelenthető, hogy a *FEMA P695* ajánlás **modernebb** és **megbízhatóbb** azoknál a jelenleg is érvényben lévő szabványoknál, melyek a *viselkedési tényező* alkalmazásával, lineáris analízist használva, szabványos követelmények teljesítésével ítélik meg a szerkezetek megfelelőségét. A *FEMA P695* megalkotásánál természetesen fontos szempont volt a gyakorlatban történő hatékony alkalmazhatóság. Ez oda vezetett, hogy egyik-másik problémánál ez az ajánlás **jelentős egyszerűsítések**et alkalmaz, melyek kedvezőtlenül befolyásolják az eredmények megbízhatóságát. A továbbiakban ezen **kételyek**nek adok hangot.

Először is ki kell emelni, hogy ugyan a végeredmény meghatározásához valószínűségek számításán át vezet az út, ezen valószínűségeket nem a klasszikus módon, megbízhatósági analízis végrehajtásával határozzuk meg, hanem ehelyett "mindössze" egy erősen korlátozott adathalmaz statisztikai kiértékelését végezzük el. Mint említettem, ez alapvetően a (2.7)-es ábrán látható IDA analízis koncepciójából ered, azonban a FEMA P695 még további egyszerűsítéseket is tartalmaz. A két módszer közötti fontos különbség az, hogy a (2.13)-as ábrán látható törékenységi görbe származtatásánál a FEMA csak a mediánpont meghatározásához végzi el a statisztikai kiértékelést, a görbét ezután egy lognormál eloszlásfüggvény mediánpontra való illesztésével határozza meg³⁴. Az illesztésnél a lognormál eloszlásfüggvény meredekségét a szerkezetre jellemző β_{TOT} bizonytalanság figyelembevételével határozzuk meg, ahogy ezt a (2.14)-es ábra illusztrálja. Ez a lépés is egy jelentős leegyszerűsítése a problémának. A szerkezet teljes bizonytalanságát egyetlen számmal jellemezzük, melyet nagyon egyszerű módon - a (2.30)-as képlettel - határozhatunk meg. A módszer leginkább megkérdőjelezhető lépése abból áll, hogy a (2.30)-as képletben szereplő bizonytalanságokat igen szubjektív módon, a (2.1)-es táblázatnál is látható "magas", "közepes" vagy "alacsony" besorolással vesszük fel. Ezen felül elmondható, hogy a nemlineáris analízis végrehajtásakor - a rekordok alakjának változatosságát leszámítva semmilyen formában nem vesszük figyelembe a bizonytalanságokat. Ebből adódóan, az analízis még determinisztikus számításokból áll, így a bizonytalanságokat csak az analízis elvégzése után, az imént említett erősen megkérdőjelezhető eljárással, utólag vesszük figyelembe.

³⁴ Valójában a *FEMA* alkalmazásakor ez a lépés el is hagyható.



2.4.3. Kutatás célkitűzéseinek megfogalmazása

A teljesítmény alapú méretezés koncepciójának előnyeit, ugyanakkor a FEMA P695 - és más, a törékenységi függvény meghatározására irányuló módszerek - némiképp megkérdőjelezhető lépéseit látva, jelen kutatásban egy olyan keretrendszer megalkotásáyal foglalkozom, amelynél a korábban bemutatott módszerek kérdéses lépéseit, egy, - a véleményünk szerint megbízhatóbb eljárással helyettesítjük. A most alkalmazott eljárásrendszer az ún. teljes valószínűségi megközelítésen alapszik, mely alapjaiban különbözik az imént részletezett eljárásoktól, hiszen itt a tönkremeneteli valószínűség meghatározásához megbízhatósági analízist hajtok végre, az igen korlátozott számú determinisztikus számítások eredményének statisztikai kiértékelése helyett. Ez egyben azt is jelenti, hogy már a nemlineáris analízis elvégzésével egy időben figyelembe veszem a folyamatok sztochasztikus jellegét. A megbízhatósági analízis elvégzéséhez valószínűségi változókat definiálok, amelyek jellemzőit objektív módon, a szakirodalmi ajánlásoknak megfelelően veszem fel. Így azzal, hogy a tönkremeneteli valószínűség számítását a megbízhatósági analízis módszereivel végzem el, az egyes virtuális kísérletek bemenő adatai nem csak a földrengésrekordokban különböznek majd egymástól, hiszen ilyenkor a szerkezet geometriai, merevségi és szilárdsági tulajdonságait random változókként kezelem, melyeknek mindig más és más realizációi szerepelnek majd a kísérletek (vagy iterációs lépések) bemenő adataiként. Ezáltal, az egyes diszkrét pontok meghatározása, amelyekre később a törékenységi függvényt illeszthetjük - véleményünk szerint - megbízhatóbbnak bizonyul, mint a korábbi módszerek esetén. A törékenységi görbék előállításához - a FEMA-val ellentétben - nem csak a mediánpontban végezzük el a tönkremeneteli valószínűség számítását, hanem lehetőség szerint minél több pontban. Ezután, a törékenységi függvény felvételekor a megbízhatósági analízis eredményeként kapott diszkrét pontokra maximum likelihood becsléssel egy lognormális eloszlásfüggvényt illesztek. Várhatóan, a megbízhatósági analízis, "minden" részletre kiterjedő végrehajtása igen időigényes folyamatnak bizonyul, így az eljárásrendszer kidolgozása után megvizsgálom, hogy milyen lehetőségeink vannak a számítási igény csökkentésére, az eredmények megbízhatóságának számottevő romlása nélkül. Végezetül, a eredményeimet összehasonlítom а szakirodalomban kapott található módszerek eredményével, és mindezek alapján javaslatot teszek a "megfelelő" analízisszintre.

2.4.4. Alkalmazott szoftverkörnyezet és a számítás menete

A szerkezet szeizmikus igényének meghatározásához egy végeselemes szoftver alkalmazására van szükség, amellyel képesek lehetünk különféle szerkezeti rendszerek nemlineáris dinamikus földrengésvizsgálatának az elvégzésére. A szerkezet mechanikai (végeselemes) modelljén túl, a megbízhatósági analízis elvégzéséhez szükség van egy megbízhatósági modell elkészítésére, amelynek alkalmazásával a *határállapot-függvény* kiértékelését, a *tervezési pont* megtalálását és a tönkremeneteli valószínűség számítását végezzük el. Amennyiben nincs lehetőségünk a mechanikai modell és a megbízhatósági modell kapcsolatát egy szoftveren belül létrehozni, akkor a feladatot két szoftver párosításával kell megoldani. A két szoftver összekapcsolásához bizonyos mértékű programozási feladatot kell elvégezni, így a szoftverválasztás során fontos követelmény,


hogy az egyes szoftvereknél a **számítások elvégzésére** előre megírt **kódok** importálásával is legyen lehetőség.

Ezek figyelembevételével, a **mechanikai számítások**at az **OpenSees** végeselemes szoftver segítségével végzem el. Az *OpenSees*, egy, a szerkezetek **nemlineáris földrengésszámítás**ára készített³⁵ **opensource** "célszoftver", melyet az internetről³⁶ bárki ingyenes letölthet. Az *OpenSees-ben* számos, - direkt a földrengésvizsgálatokra készített - **speciális parancs**, és **végeselemtípus** áll rendelkezése, melyek használatával a szerkezet nemlineáris földrengésvizsgálata megfelelő pontossággal elvégezhető. Maga a szoftver C++ programnyelven íródott, azonban a használatához **TCL/TTk programnyelven írt kódok** elkészítésére van szükség.

Az *OpenSees* megbízhatósági modullal is rendelkezik, így a kutatás kezdeti fázisában lehetőségként felmerült, hogy a **megbízhatósági analízist** is ugyanebben a szoftverben végezzük el. A kezdeti próbálkozások után azonban elvetettem ezt a lehetőséget, ugyanis - a dolgozat készítésének időpontjában - az *OpenSees-ben* csak olyan valószínűségi változók definiálására volt lehetőség, amelyet a szoftver, a végeselemes modellhez kapcsolódóan teherként, geometriai paraméterként, vagy anyagjellemzőként képes volt azonosítani. Ez sajnos egy fontos **alkalmazhatósági korlátot** jelent, ugyanis azon *valószínűségi változók* figyelembevételére, melyek közvetlen mechanikai tartalommal nem rendelkeznek³⁷ **nem volt lehetőség**. Ezért, a **megbízhatósági modell** számításainak végrehajtásánál egy másik szoftverre, a *Finite Element based Reliability Using Matlab*-ra (**FERUM**) esett a választás, amelynél az imént említett probléma már nem áll fent. Ez a "szoftver" tulajdonképpen számos - a **Matlab** matematikai segédszoftverben - megírt³⁸ *függvényt* tartalmaz, melyek különböző megbízhatósági modulokat alkotnak. Ez a szoftver is ingyenesen letölthető³⁹ az internetről.

A két szoftver - és így a mechanikai és a megbízhatósági modell - összekapcsolását a (2.15)-ös ábra illusztrálja. A *megbízhatósági analízis* elvégzéséhez a FERUM-ban definiáljuk a valószínűségi változókat, megadjuk azok jellemzőit és a közöttük lévő korrelációt. Ezután definiáljuk a határállapot-függvényeket, a megbízhatósági analízis típusát és azok részleteit (tolerancia értékek, gradiens meghatározás módja, minták száma, stb.). A határállapot-függvényben a szeizmikus igények (pl. csomóponti elfordulás, oszlopferdeség, igénybevételek, stb.), mint származtatott mennyiségek szerepelnek. A két szoftver közötti kapcsolatot egy Matlab-ban megírt függvényel használatával alakítottam ki. Ennek a függvénynek a segítségével először létrehozok egy szövegfájl-t, mely az OpenSees-ben végrehajtandó modellépítéshez és a nemlineáris analízis végrehajtásához

³⁵ A szoftver elkészítése a *Network for Earthquake Engineering Simulation (NEES)* és a *Pacific Earthquake Engineering Research Center (PEER)* együttműködésének az eredménye. A szoftver fejlesztése - az imént említett szervezeteken túl, - szerte a világon számos egyetem kutatójának az érdeme.

³⁶ Az alábbi weboldalról: http://OpenSees.berkeley.edu/OpenSees/user/download.php

³⁷ Ilyenek a **modellbizonytalanságot** leíró változók, melyek elhanyagolása - ahogy ez az 5. fejezetben szereplő eredményeknél is látható - az esetek többségében durva hibát okoz.

³⁸ A szoftver elkészítése eredetileg a *Berkeley Egyetem* kutatóinak az érdeme, azonban itt is igaz az, hogy a szoftver jelenlegi formája számos kutató fejlesztőmunkájának az eredménye.

³⁹ Az alábbi weboldalról: http://www.ifma.fr/FERUM



szükséges parancsokat tartalmazza *TCL* programnyelven. A szövegfájl elkészítése után, a Matlab-ban megírt függvény megnyitja az OpenSees programot, majd ide importálja a megírt kódot. Az OpenSees elvégzi a nemlineáris végeselemes analízist, az eredményeket pedig szintén különálló szöveges fájl-okba nyerjük ki, melyeket a szoftverek közötti kommunikációért felelős Matlab-függvény segítségével visszaolvasunk a FERUM-ba. Ilyen módon, a két szoftver együttműködéséért és a szeizmikus igények meghatározásáért egyetlen Matlab-ban készített függvény a felelős, melynek bemenő adatai közé a valószínűségi változók jelen realizációhoz tartozó értékei, valamint a végeselemes számításhoz szükséges egyéb paraméterek tartoznak, a kimenő adatok pedig a végeselemes számítás eredményei, melyek a határállapot-függvényben - mint származtatott mennyiségek - szerepelnek.



2.15 ábra FERUM és OpenSees összekapcsolása

A nemlineáris dinamikai analízis végrehajtása során az eredmények alakulása nagyban függ attól, hogy hány földrengésrekordra végeztük el a futtatásokat, hiszen a földrengések intenzitásán túl, a rekordok "alakjának" is komoly hatása van az eredményekre. Azért, hogy a számítások során ezt a bizonytalanságot megfelelő részletességgel és pontossággal kezeljem, 44 db - a *FEMA*-nál is használt - földrengésrekordra futtatom le a Time-history analízist. Ebből adódóan a megbízhatósági analízis során minden iterációs lépésnél (vagy éppen minden szimulált mintánál) 44-szer végezzük el a szeizmikus igény meghatározását. Azért, hogy a hatásoldalon a *FEMA*-val és az előző alfejezetben említett módszerekkel lehetőség szerint⁴⁰ összhangban járjak el, az eredmények kiértékelésekor a 44 rekord eredményeinek mediánját határozzuk meg, és így erre végezzük el a határállapotfüggvény kiértékelését⁴¹. Ezért, a *FERUM-OpenSees* kapcsolatáért felelős függvény

⁴⁰ Az általam javasolt keretrendszer a megbízhatósági analízis elvégzésén alapul, így a tönkremeneteli valószínűség számítása gyökeresen különbözik a korábban említett eljárásoknál látott módszerektől. Ebből adódóan, az ellenállás oldali és modellbizonytalanságok átmenetileg történő elhanyagolása esetén sem várhatjuk el az eredmények tökéletes egyezését. A keretrendszer ellenőrzésekor az eredményeket összehasonlítom a korábbi módszerek eredményével, ám ezek között természetszerűleg mindig lesz valamekkora eltérés. Ennek részleteit az 5 fejezetben láthatjuk.

⁴¹ Azt, hogy a szeizmikus igények rekordról rekordra változhatnak egy, a hatásoldalon szereplő modellbizonytalansági tényezővel veszem figyelembe. Ennek jellemzőit a 4. és 5. fejezetben részletezem.



megírásakor alapvető szükséglet volt, hogy egy ciklus segítségével mind a 44 földrengésre lefuttassam a végeselemes számítást, az eredményeket pedig vektoros formában gyűjtsem.

Jelen dolgozatban a keretrendszer megalkotásakor és tesztelésekor a **számításokat** egy egyszerű geometriájú, **nyomatékbíró**, alul elfordulás ellen mereven befogott síkbeli **acélkeretre végzem el**. Természetesen, a számítás lépései ettől eltérő anyagú és kialakítású szerkezetre is elvégezhetők. A következő fejezetekben az acélkeret mintapéldáján keresztül bemutatom az analízis részleteit.

3. Megbízhatósági analízis

Ebben a fejezetben a megbízhatósági analízis részleteit ismertetem. Először egy szakirodalmi áttekintéssel indítok, mely során bemutatom azokat a módszereket, melyek használatára később, az analízis végrehajtásánál szükség lesz. Ezután elkészítem a vizsgált szerkezet megbízhatósági modelljét, mely során részletezem, hogy milyen valószínűségi változókat definiáltam, és azokat hogyan jellemeztem. Ezután megemlítem, hogy a vizsgált szerkezetnél milyen tönkremeneteli komponenseket azonosítottam, valamint, hogy azokat milyen határállapot-függvényeket írtam le.

3.1. Megbízhatósági analízis módszerei

3.1.1. Bevezetés

A szerkezetek tervezése során figyelembe kell vennünk, hogy a terhelési viszonyokat, valamint a szerkezeti elemek ellenállását nem ismerjük pontosan (nem *determinisztikus* mennyiségek). Ezen paraméterek értékét, tehát mindig csak valamekkora **bizonytalansággal** határozhatjuk meg, vagyis ezek **random változók**. Ez egyben azt is jelenti, hogy szerkezeteinknél teljes, abszolút biztonságot sohasem érhetünk el, így ezek mindig valamekkora véges *tönkremeneteli valószínűséggel* rendelkeznek. Ennek tükrében, a szerkezetek **méretezéselmélet**e az alábbi kérdésekkel foglalkozik:

- Hogyan határozható meg szerkezeteink megbízhatósága?
- Mekkora biztonsági szintet kell megkövetelni a szerkezeteinktől?
- Hogyan érhetjük el az optimális biztonságot?

A **megbízhatósági analízis** az első kérdésre kíván választ adni. Célja, a szerkezetek megbízhatóságának, vagy ennek komplementerének, a **tönkremeneteli valószínűség**nek a **meghatározása**. Ehhez elengedhetetlen a bizonytalanságok minél pontosabb ismerete. A mérnöki problémák során fellépő bizonytalanságok, az alábbi okokra vezethetők vissza:

- Természetes változatosság: ide soroljuk a terhek, illetve az anyagok tulajdonságainak természetszerű változékonyságát.
- Emberi okokból származó bizonytalanságok: ide soroljuk a szerkezetek tervezése és megvalósítása során tett közelítéseket, hibákat, stb.

A fenti bizonytalanságok miatt a *random változókat* a következő három tényező függvényeként vesszük fel:

- Fizikai változékonyság: ez a tényező képviseli a terhelés és ellenállás változékonyságát
- Statisztikai változékonyság: ez a tényező azt veszi figyelembe, hogy a paraméterek felvételét véges számú minták alapján végezzük el.
- Modellbizonytalanság: ezzel a tényezővel vesszük figyelembe a tudásunk hiányából, és a feltételezéseinkből adódó bizonytalanságokat.



Mint azt említettem, a megbízhatósági analízis végrehajtása során, a mechanikai modell és a megbízhatósági modell összekapcsolását kell elvégeznünk. Mindkét modell bizonyos bemenő- és kimenő adatok között teremt kapcsolatot. A mechanikai modell⁴² bemenő adatai között a szerkezet geometriája, mechanikai tulajdonságai, a rá ható terhek, stb. szerepelnek, míg a kimenő adatok olyan származtatott mennyiségek, mint például, a szerkezet alakváltozásai, feszültségei, igénybevételei, elemek ellenállása, stb. A megbízhatósági modell bemenő adatai között elsősorban a random változókat és az azokat jellemző paramétereket (eloszlás típusa, momentumok értékei, egymás közötti korreláció, stb.) kell megemlíteni. Ezen felül, a megbízhatósági analízis végrehajtásához mindig szükség van egy (vagy több) előre tönkremeneteli módra, amellyel szemben vizsgáljuk "választott" a szerkezetek megbízhatóságát. A vizsgált módokat tönkremeneteli komponenseknek nevezzük, és ezeket mindig valamilyen G(x) tönkremeneteli függvénnyel jellemezzük. További fontos bemenő adat annak jellemzése, hogy az egyes tönkremeneteli módok (melyek gyakran valamilyen lokális tönkremenetelt, például egy-egy szerkezeti elem szilárdsági vagy stabilitási tönkremenetelét írják le), hogyan "járulnak hozzá" a teljes szerkezeti rendszer tönkremeneteléhez. A megbízhatósági modell kimenő változója a szerkezet P_F tönkremeneteli valószínűsége. Több módszer létezik arra, hogy ezt a kívánt eredményt meghatározzuk. Ezen módszerek főbb lépéseit, jellemzőit a következő pontokban mutatom be, előtte azonban összefoglalom a megbízhatósági analízis legfőbb alapelveit. Ehhez vegyük azt az egyszerű alapesetet, amikor mindössze két változóval van dolgunk. Legyen S a hatást képviselő random változó (melynek elemei eseményét jelölje s) és R az ellenállás értékét jellemző random változó (melynek elemei eseményét jelölje r). Ezek alapján X a random változók vektora:

$$\langle X \rangle = \langle S, R \rangle. \tag{3.1}$$

A *tönkremeneteli módot* definiáljuk oly módon, hogy azt tekintjük tönkremenetelnek, amikor a *hatás* nagyobb mint az *ellenállás*. Ennek megfelelően, a tönkremeneteli függvény az alábbi formát ölti:

$$G(\mathbf{X}) = R - S . \tag{3.2}$$

Ilyenkor, a valószínűségi eseménytér az alábbi tartományokra oszlik:

- Amennyiben G(X) = R S > 0, akkor nem következik be tönkremenetel. Azok az elemi események, melyek nem járnak tönkremenetellel, a valószínűségi eseménytér biztonságos tartományában helyezkednek el.
- Amennyiben $G(\mathbf{X}) = R S < 0$, akkor tönkremenetelről beszélünk. Az ilyen események a **tönkremeneteli tartomány**ba esnek.
- Ha $G(\mathbf{X}) = R S = 0$, akkor az *elemi esemény* a *tönkremeneteli függvényen* helyezkedik el, vagyis éppen a **határállapot** bekövetkezéséről beszélünk.

⁴² Jelen vizsgálataimban a *mechanikai modell* szükséges lépéseinek végrehajtásához a **nemlineáris** végeselemes modellezési technikát választottam "eszközül".



A valószínűségi eseménytér különböző tartományait a (3.1)-es ábra illusztrálja:



3.1 ábra A valószínűségi eseménytér különböző tartományai (Forrás: [8])

A P_F tönkremeneteli valószínűség nem más, mint:

$$P_F = P(R - S \le 0).$$
(3.3)

Ha az *S* és *R valószínűségi változók* bekövetkezésének valószínűségét az f(r,s) valószínűségi sűrűségfüggvénnyel jellemezzük, akkor a *tönkremeneteli valószínűség* nem más, mint a *tönkremeneteli tartományba* eső elemi események bekövetkezési valószínűségének összege:

$$P_F = P(R - S \le 0) = \int_{r-s \le 0} f(r, s) dr ds .$$
(3.4)

Tehát jelen esetben, a *tönkremeneteli valószínűség* kiszámításához, az f(r, s) valószínűségi sűrűségfüggvény tönkremeneteli tartománya térfogatát kell integrálással meghatározni. Ezt a tartományt a (3.2)-es ábrán lévő árnyékolt rész jelöli.



3.2 ábra A valószínűségi sűrűségfüggvény (Forrás: [9])



Ugyan léteznek törekvések a szakirodalomban arra vonatkozóan, hogy az integrálást analitikus vagy numerikus módon el lehessen végezni, azonban ezek a módszerek nem váltak be igazán. Általánosságban elmondható, hogy amikor egy valós mérnöki probléma kapcsán kettőnél jóval több *random változót* kell figyelembe venni, akkor az integrálás elvégzése nem (vagy csak igen nehezen) megoldható feladat, ezért további alternatív módszerre (vagy inkább módszerekre) van szükségünk. Így jutunk el a **megbízhatósági index** koncepciójához. Ennek bemutatásához definiáljunk az *M biztonsági tartalékot*, mint *random változót* az alábbi módon:

$$M = R - S . \tag{3.5}$$

Amennyiben az R ellenállás és az S hatás **normál eloszlású** *random változók*, akkor az M *biztonsági ráhagyás* is *normál eloszlású random változó* lesz, melynek *momentumait* az alábbi módon határozhatjuk meg:

$$\mu_M = \mu_R - \mu_S \text{ és } \sigma_M = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}, \qquad (3.6)$$

ahol μ az adott valószínűségi változó *várható értékét*, σ pedig a *szórását* jelenti. Megjegyzem, hogy amennyiben a változók között korreláció figyelhető meg, akkor a σ_M képlete egy újabb taggal bővül, mely a *kovariancia mátrix* megfelelő elemét tartalmazza:

$$\sigma_{M}^{2} = \sigma_{R}^{2} + \sigma_{S}^{2} - 2 \operatorname{cov}[R, S].$$
(3.7)

Ebben a kifejezésben:

$$\operatorname{cov}[R,S] = \operatorname{E}[(R-\mu_R)(S-\mu_S)], \qquad (3.8)$$

ahol E[] a várható értéket jelöli.

Az M biztonsági tartalék illusztrálására a (3.3)-as ábra szolgál:



3.3 ábra Szerkezet biztonsági tartaléka (Forrás: [8])



A megbízhatósági index definíció alapján nem más, mint az M biztonsági tartalék variációs tényezőjének reciproka, vagyis:

$$\beta = \frac{\mu_z}{\sigma_z}.$$
(3.9)

A megbízhatósági index grafikus reprezentációját a (3.4)-es ábra szemlélteti:



3.4 ábra A megbízhatósági index grafikus reprezentációja (Forrás: [8])

A (3.4)-es ábra alapján, tehát a *megbízhatósági index* úgy is interpretálható, mint az a mérőszám, mely megmutatja, hogy a *biztonsági tartalék várható* értéke, a *biztonsági tartalék szórásának* hány szorosára van attól az értéktől, melynél a *határállapot* bekövetkezik. Mivel *M normál eloszlású random változó*, a *tönkremeneteli valószínűséget megkapjuk*, ha a *sűrűségfüggvényt* a $g(\mathbf{X}) = M \leq 0$ tartományon integráljuk, vagyis:

$$P_F = \int_{-\infty}^{0} f_M(m) \mathrm{d}m = \frac{1}{\sigma_M \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{0} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{m - \mu_M}{\sigma_M}\right)^2\right) \mathrm{d}m \,. \tag{3.10}$$

Bevezetve az

$$u = \frac{m - \mu_M}{\sigma_M} \tag{3.11}$$

jelölést, a fenti egyenlet a következőképpen módosul:

$$P_{F} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-\beta} \exp\left(-\frac{u^{2}}{2}\right) du = \Phi\left(-\beta\right).$$
(3.12)

44



A (3.11)-es összefüggés valójában egy **transzformáció**, mely során az *M normál eloszlású* változóból U-t, egy sztenderd normál eloszlású random változót kapunk. Ennek megfelelően, a (3.12)-es összefüggésben szereplő Φ , a sztenderd normál eloszlás eloszlásfüggvénye. Az így kapott megbízhatósági indexnek megvan az a rossz tulajdonsága, hogy csak normál eloszlású változók és lineáris tönkremeneteli függvény esetén szolgáltat egzakt megoldást. Minden más esetben, az így kapott tönkremeneteli valószínűségek nem felelnek meg a valóságnak. Ez részben abból fakad, hogy az előbbi módon származtatott megbízhatósági index nem invariáns a határállapot-függvény leírási módjára. Azért, hogy túljussunk ezen a problémán, egy transzformációt hajtunk végre, mely során minden random változót a fizikai térből a sztenderd normál eloszlású térbe transzformálunk. Ezt a lépést a (3.5)-ös ábra illusztrálja.



3.5 ábra Random változók transzformálása a sztenderd normál eloszlású térbe (Forrás: [9])

A transzformáció alapelve az, hogy előírjuk a két eloszlás egyezősségét:

$$\Phi(u) = F_{X}(x) \Longrightarrow x \to u = \Phi^{-1}(F_{X}(x)).$$
(3.13)

A (3.11)-es összefüggésnél láttuk, hogy normál eloszlású változóknál a transzformációt hogyan kell végrehajtani. A többi esetre (nem normál eloszlású változók, korrelált változók, stb.) különböző módszerek találhatók szakirodalomban, mint például a Rosenblatt-, Nataf- és a Hermite-transzformáció. Munkámban a **Nataf-transzformáció**t használtam, így a következőkben ennek legfőbb mozzanatait mutatom be. A Nataf-transzformáció korrelált random változók esetén is használható. Ekkor a (3.13)-as egyenlet formailag arra módosul, hogy:

$$\hat{u}_{i} = \Phi^{-1} \Big(F_{X_{i}} \big(x_{i} \big) \Big), \tag{3.14}$$

ahol az \hat{u}_i jelölésnél a felülvonás azt jelöli, hogy a transzformált *random változók* korreláltak. A *Nataf-módszernek* az alapötlete az, hogy a (3.13)-nál látható eloszlásfüggvények egyezéséhez az alábbi többváltozós sűrűségfüggvények egyezését írjuk fel az alábbi módon:

$$f_{X_1,X_2}(x_1,x_2) = \phi(\hat{u}_1,\hat{u}_2,\rho_{0,12}) \frac{f_{X_1}(x_1)f_{X_2}(x_2)}{\phi(\hat{u}_1)\phi(\hat{u}_2)},$$
(3.15)



ahol $f_{X_i}(x_i)$ az $F_{X_i}(x_i)$ eloszlásfüggvényhez tartozó sűrűségfüggvény, míg $\phi(\hat{u}_1, \hat{u}_2, \rho_{0,12})$ a kétdimenziós sztenderd normál sűrűségfüggvény (nulla középértékkel, egységnyi szórással és $\rho_{0,12}$ korrelációval). A transzformáció utolsó lépésében a végeredményt, vagyis az eredetileg korrelált *random változók sztenderd normál térbe transzformált, nem korrelált* értékeit, az alábbi módon kaphatjuk meg:

$$u_{i} = \sum_{j} \Gamma_{0,ij} \hat{u}_{j} = \sum_{j} \Gamma_{0,ij} \Phi^{-1} \Big(F_{X_{j}} \Big(x_{j} \Big) \Big), \qquad (3.16)$$

ahol $[\Gamma_0]$ a $[\rho_0]$ *korrelációs mátrix Cholesky-féle felbontásánál* kapott [L] alsó háromszögmátrixnak az inverze: $[\Gamma_0] = [L]^{-1}$. A transzformációval kapcsolatos további részleteket megtaláljuk a [9] alatti könyvben.

A *transzformáció* után, már egy **invariáns** β megbízhatósági indexről beszélhetünk. Ezt az alábbi - már a (3.5)-ös ábrán is látható - módon definiáljuk:

"Az u_i valószínűségi változók sztenderd normál terében a β megbízhatósági index nem más, mint az O origó és a határállapot-függvény origóhoz legközelebb eső P* pontja közötti távolság."

Az így kapott *megbízhatósági indexet* β_{HL} *Hasofer-Lind indexnek* is szokás nevezni a szakirodalomban. A továbbiakban $\beta_{HL} = \beta$ jelölést alkalmazom. A matematika nyelvén a fenti definíciót az alábbi módon fogalmazhatjuk meg:

$$\beta = \min_{G(\{x_i(u_j)\}) \le 0} \sqrt{\{u\}^T \{u\}} .$$
(3.17)

Tekintve, hogy a *többváltozós sztenderd normáleloszlás sűrűségfüggvénye* szimmetrikus, és az origótól távolodva egyre csökken, a határállapot-függvény origóhoz legközelebb eső *P** pontját a *legvalószínűbb tönkremeneteli pontnak*, vagy más szóhasználattal **tervezési pont**nak is szokás nevezni.

A következő alfejezetekben bemutatom azoknak a megbízhatósági módszereknek a főbb lépéseit és jellemzőit, melyeket később az analízis végrehajtása során alkalmazhatunk. A *elsőés másodrendű megbízhatósági módszerek* végrehajtásakor - a most bemutatott megbízhatósági alapokra építve - elsősorban a *tervezési pont* és a *megbízhatósági index* meghatározására törekszünk, és ezek ismeretében becsüljük a *tönkremeneteli valószínűséget*. A *Monte Carlo szimuláció* végrehajtásakor *random szám generálással elemi valószínűségi eseményeket* szimulálunk, ami így az *eseménytér tönkremeneteli tartományának* numerikus integrálásának is tekinthető. Látni fogjuk, hogy az egyes megbízhatósági módszerek között erős kapcsolat van, hiszen olykor az egyik végrehajtása nem lehetséges a másik módszer előzetes elvégzése nélkül. Erre tipikus példa az egyik fejlettebb szimulációs módszer, az ún. *importance sampling* végrehajtása, amikor is az *elemi valószínűségi eseményeket* a már



korábban meghatározott *tervezési pont* közelébe, környezetébe szimuláljuk. Munkámban a keretrendszer megalkotása során ügyeltem arra, hogy a számítások több módszerrel is elvégezhetők legyenek.

3.1.2. Elsőrendű megbízhatósági analízis (FORM)

Az esetek többségében, a *megbízhatósági index* és a *tönkremeneteli valószínűség* meghatározása során a munkamennyiség jelentős része a **tervezési pont megtalálására** irányul. Ez - ahogy a (3.17)-es összefüggés is mutatja - nem más, mint egy **nemlineáris függvényoptimalizálási probléma**, ahol azt a pontját keressük a *határállapot-függvénynek* mely az origóhoz a legközelebb helyezkedik el. Ekkor, tehát az alábbi *függvényminimalizálási feladatunk* van:

$$\beta = \min d\left(u_k\right) = \min\left(\sqrt{\sum_i u_i^2}\right), \qquad (3.18)$$

melyet az alábbi, - rendszerint nemlineáris - egyenlőtlenségi megkötés mellett kell megoldanunk:

$$H\left(u_{k}\right) \leq 0, \qquad (3.19)$$

ahol $H(u_k)$ a sztenderd normáleloszlású térbe transzformált kifejezése a határállapotfüggvénynek, ahogy ez a (3.5)-ös ábrán látható. Világos, hogy egy nemlineáris határállapotfüggvény esetén, a fenti függvényoptimalizálási feladat elvégzéséhez - és így a tervezési pont megtalálásához -, valamilyen iterációs algoritmust kell alkalmazni. Az ilyen optimalizáló algoritmusok többségének az az alapelve, hogy egy kezdeti pontból indulva, meghatározzák:

- a legjobb irányt (meredekség) ami mentén elvégzik a következő iterációs lépést,
- és az *optimális távolságot (lépésközt*), amit az adott irányban megtesznek egy iterációs lépésben.

Ekkor az iterációs algoritmus a következő módon írható fel:

$$\{u\}^{(k+1)} = \{u\}^{(k)} + \alpha^{(k)} \{S\}^{(k)}, \qquad (3.20)$$

ahol $\alpha^{(k)}$ - pozitív skalár - az *optimális lépésköz*, míg $\{S\}^{(k)}$ az iterációs lépés *iránya*.

Természetesen számos ilyen, a fenti sémára illeszkedő numerikus módszert ismerünk. Ezek mindegyike a legjobb irányt a minimalizálandó függvényről, és annak bizonyos fokú deriváltjairól nyert információk alapján határozzák meg. Az alapján, hogy a függvény hanyadfokú deriváltját használják fel erre, beszélhetünk nulladrendű- (pl. szimplex módszer), elsőrendű- (pl. gradiensmódszer, büntetésfüggvény-módszer), másodrendű- (pl. Newton-módszer) és hibrid-módszerekről (pl. DFP-módszer).



Az esetek döntő többségében, az ún. **Rackwitz-Fiessler** - vagy más szóhasználattal *Hasofer-Lind-Rackwitz-Fiessler* (*HLRF*) - **iterációs algoritmus**t alkalmazzuk a *tervezési pont* megtalálására. Az algoritmus illusztrálására a (3.6)-os ábra szolgál.



3.6 ábra Rackwitz-Fiessler algoritmus illusztrálása (Forrás: [9])

Az iterációt egy P(k) kezdőpontból indítjuk, melynek koordinátáit jelölje $\{u\}^{(k)}$. Mint látható ez a kezdőpont nem feltétlenül van rajta a *határállapot-függvényen*, vagyis: $H(u_i) \neq 0$. Ha ebben a pontban a *tönkremeneteli függvényt Taylor-sorba* fejtjük, akkor felírható, hogy:

$$H(u_{l}) = H(u_{l}^{(k)}) + \langle \nabla H(u_{l}) \rangle_{u^{(k)}} \left(\{u\} - \{u\}^{(k)} \right) + O^{2}.$$
(3.21)

Ez a felírás egyben megadja a $\{u\}^{(k)}$ pontban a határállapot-függvényt *érintő hipersík* egyenletét:

$$\left\langle \nabla H\left(u_{l}\right)\right\rangle_{u^{(k)}}\left\{u\right\}+c=0.$$
(3.22)

Amennyiben a következő iterációs lépésben vizsgált pont már rajta van a *határállapot-függvényen*, akkor az előző *Taylor-soros* felírás értelmében:

$$H(u_{l}^{(k+1)}) = H(u_{l}^{(k)}) + \langle \nabla H(u_{l}) \rangle_{u^{(k)}} (\{u\}^{(k+1)} - \{u\}^{(k)}) = 0.$$
(3.23)

Ha ezt az egyenletet elosztjuk a *gradiens vektor* normájával - $\|\nabla H(u_l)\|_{u^{(k)}}$ -, akkor az $\{\alpha\}$ *iránykoszinuszokra* bevezetett



$$\{\alpha\} = \frac{\{\nabla H(u_l)\}}{\|\nabla H(u_l)\|}$$
(3.24)

jelöléssel a határállapotra az alábbi összefüggést kapjuk:

{

$$\frac{H(u_l^{(k)})}{\|\nabla H(u_l)\|_{u^{(k)}}} + (\langle u \rangle^{(k+1)} - \langle u \rangle^{(k)}) \{\alpha\}^{(k)} = 0.$$
(3.25)

Ezt átrendezve azt kapjuk, hogy:

$$\langle u \rangle^{(k+1)} \{ \alpha \}^{(k)} = \langle u \rangle^{(k)} \{ \alpha \}^{(k)} - \frac{H(u_l^{(k)})}{\|\nabla H(u_l)\|_{u^{(k)}}}.$$
 (3.26)

Az eredeti feltevéseinknek megfelelően, egy konvergens algoritmus és $k \to \infty$ esetén $d(u_l)^{(k)} = \beta$ és $\{u\} = -\beta\{\alpha\}$. Vagyis az egyes iterációs lépések során:

$$\{u\}^{(k+1)} = -\beta^{(k)} \{\alpha\}^{(k)} \Longrightarrow \beta^{(k)} = -\langle u \rangle^{(k+1)} \{\alpha\}^{(k)}.$$
(3.27)

Ez a megbízhatósági indexre átrendezve a következő iteratív egyenlethez vezet:

$$\beta^{(k)} = -\left(\left\langle u \right\rangle^{(k)} \left\{ \alpha \right\}^{(k)} \right) + \frac{H\left(u_{l}^{(k)}\right)}{\left\| \nabla H\left(u_{l}\right) \right\|_{u^{(k)}}}.$$
(3.28)

Megjegyzem, hogy amennyiben a $\{u\}^{(k)}$ pont a határállapothoz tartozik, akkor a fenti egyenlet tovább egyszerűsödik, hiszen $H(u_i^{(k)}) = 0$. A (3.28)-as egyenlet (3.27)-be történő behelyettesítésével az új pont koordinátáit az alábbi módon határozhatjuk meg:

$$\{u\}^{(k+1)} = \left(\langle u \rangle^{(k)} \{\alpha\}^{(k)}\right) \{\alpha\}^{(k)} - \frac{H(u_l^{(k)})}{\|\nabla H(u_l)\|_{u^{(k)}}} \{\alpha\}^{(k)}.$$
(3.29)

A fenti képlet két tagból áll, melyek egy iterációs lépés során különböző "fizikai" tartalomért felelnek, melyek a (3.6)-os ábrán láthatóak:

- Az első tag segítségével a P^(k) pontból egy {α}^(k) normálvektorra merőleges vetítéssel a P^(k') pontba,
- míg a második taggal pedig a $P^{(k')}$ -ból a $P^{(k+1)}$ pontba jutunk el.

A (3.6)-os ábrán a $P^{(k+1)}$ pont - a gyakorlatban alkalmazott számításaink többségével ellentétben - még mindig nem a *határállapot-függvényen* helyezkedik el. Ez az ábra azt



illusztrálja, hogy ahhoz, hogy a $P^{(k+1)}$ pontban $H(u_i) = 0$ legyen, a fenti eljárást egy korrekciós lépéssel - az ún. vetített gradiens eljárással - még módosítani kell. A korrekciós lépés alapelve az, hogy az egyes iterációs lépéseknél a $P^{(k')}$ pontból nem a (3.29)-es összefüggésnél látható módon jutunk el $P^{(k+1)}$ -ba, hanem egy vetítéssel, mely során a $P^{(k')}$ pontot a határállapot-függvényre vetítjük, ezzel biztosítva, hogy $H(u_i) = 0$. Ehhez a $\{u\}^{(k)} = -\beta^{(k)} \{\alpha\}^{(k)}$ összefüggést kell $H(u_i) = 0$ -ba helyettesítenünk azért, hogy $H(\beta)$ -t kapjunk. Ekkor ugyanis nincs más dolgunk, mint egy függvény zérushelyét meghatározni, vagyis keressük azt a β -t, amelynél $H(\beta)=0$. A feladat Newton-módszeres iteratív megoldását a (3.7)-es ábra szemlélteti:



2.7 ábra Zérushely meghatározása Newton-módszerrel (Forrás: [9])

A fenti egyenletek alapján jól látható a *mechanikai-* és a *megbízhatósági modell* kapcsolata. A számítások során a *megbízhatósági modell* felel azért, hogy egy konvergens iterációs algoritmussal, növekvő *k* esetén megtaláljuk a *tervezési pontot*. Azok a számítások, (pl.: gradiens meghatározás, vetítés, stb.) melyek a *legjobb irány* és az *optimális lépésköz* meghatározására irányulnak, mind a *megbízhatósági modell* részeit képezik. Ezek mellett, azonban minden iterációs lépésben szükség van a *határállapot-függvény* kiértékelésére, ami már a *mechanikai modell* feladata. A *megbízhatósági analízis transzformációs* lépéseit a (3.8)-as ábra szemlélteti.



3.8 ábra Megbízhatósági analízis során elvégzett transzformációk (Forrás: [9])

A (3.8)-as ábra rávilágít arra fontos különbségre, hogy míg a *tervezési pont* megtalálására szolgáló függvényoptimalizálási feladat során a számításokat a *sztenderd normál térben* hajtjuk végre, addig a *mechanikai modell* a *fizikai térben* végzi el a *határállapot-függvény* kiértékelését (*mechanikai transzformáció*), mely során (például a *végeselemmódszer* segítségével) minden iterációs lépésben az adott bemenő változókból meghatározzuk azokat a származtatott mennyiségeket (p.: feszültségeket, alakváltozásokat, stb.), melyek a $G(x_i)$ *határállapot-függvény* kifejezésében szerepelnek. Ezután, minden iterációs lépésben egy *transzformáció* (pl.: *Nataf-transzformáció*) következik, hogy a $d(u_i)^{(k)} = \beta$ távolságot meghatározzuk, hiszen - ahogy ez a fenti egyenletek alapján megállapítható, - az origó és a *tervezési pont* közötti távolságot elegendő csupán a *sztenderd normál térben* meghatározni (a *fizikai térben* erre a számításra nincsen szükség).

Ezek tükrében, végezetül összefoglalom a HLRF-algoritmus főbb lépéseit:

- 1. Az $\{x_i\}^{(0)}$ kezdőpont választása (k = 0), jellemzően ekkor még $G(x_i) \neq 0$. Megjegyzem, hogy általában a *random változók várható értékét* szokás az iteráció kezdőpontjának választani.
- 2. A határállapot-függvény kiértékelése (mechanikai transzformáció): $G(x_i^{(k)})$.
- 3. A *T* transzformáció végrehajtása, mely során a $\{x_i\}^{(k)}$ random változókat a *fizikai térből* a *sztenderd normál térbe transzformáljuk*: $\{x_i\}^{(k)} \xrightarrow{T} \{u_i\}^{(k)}$, és $G(x_i^{(k)}) \xrightarrow{T} H(u_i^{(k)})$.
- 4. A $\{\nabla H(u_i)\}^{(k)}$ gradiensnek, valamint a $\|\nabla H(u_i)\|^{(k)}$ normának és az $\{\alpha\}^{(k)}$ vektornak a kiszámítása.



- 5. A *β megbízhatósági index* számítása (a (3.27)-es összefüggés, vagy a (3.7)-es ábrán látható zérushely meghatározás alapján).
- 6. Az $\{u\}^{(k+1)}$ -es pont meghatározása, (3.26)-os összefüggés alapján.
- 7. *Konvergencia* ellenőrzése: ha $\|\{u\}^{(k+1)} \{u\}^{(k)}\| \le \varepsilon$ akkor megtaláltuk a *tervezési pontot* és az algoritmus leáll, míg ha az előző feltétel nem teljesül, akkor a számítás folytatódik.
- Inverz transzformáció elvégzése, mely során az {u_i}^(k+1) random változókat a sztenderd normál térből a fizikai térbe transzformáljuk: {u_i}^(k+1) → {x_i}^(k+1). Ez a lépés arra szolgál, hogy a következő iterációs lépésnél a mechanikai transzformációt a (fizikai térben) el lehessen végezni.
- 9. Következő iterációs lépés (k = k + 1) végrehajtása, mely során a számítást a 2. lépéstől folytatjuk.
- A 7. lépésben látható ε egy előre beállított *tolerancia határérték*⁴³.

A tervezési pont meghatározására szolgáló HLRF iterációra a (3.9)-es ábra mutat példát.



3.9 ábra Rackwitz-Fiessler iteráció a tervezési pont meghatározására (Forrás: [8])

⁴³ Megjegyzem, hogy a 6. lépésnél látott *konvergencia vizsgálatánál* robosztusabb feltétel, ha nem a *különbségvektor normáját*, hanem annak minden egyes komponensét külön-külön hasonlítjuk össze a megadott ε *határértékkel*.



A fenti levezetések során elsősorban a *tervezési pont* és a *megbízhatósági index* meghatározására fókuszáltam, azonban ezek a lépések, - az előbb említett eredményeken túl - más fontos információt is tartogatnak a számunkra. A (3.24)-es összefüggéssel bevezetett

$$\alpha_{i} = \frac{\nabla_{i} H(\{u\})}{\left\|\nabla H(\{u\})\right\|_{\{u^{*}\}}}$$
(3.30)

paramétereket **érzékenységi tényezők**nek nevezzük. Ezen α_i értékek -1-től 1-ig tartó skálán megadják, hogy a *megbízhatósági index* mennyire *érzékeny* az adott u_i^* valószínűségi változó értékének megváltozására, hiszen a (3.28)-as összefüggés alapján:

$$\beta = -\{\alpha\}^{T}\{u\} \Longrightarrow \frac{\partial \beta}{\partial u_{i}}\Big|_{\{u^{*}\}} = -\alpha_{i}.$$
(3.31)

Az érzékenységi tényezők ismerete azért fontos, mert ezek tudatában megítélhetjük, hogy az egyes random változók paramétereinek pontos ismerete - és figyelembevétele - mennyire fontos a megbízhatósági analízis végrehajtása során. Ha például azt látjuk, hogy egy α_i tényező értéke 1-hez (vagy -1-hez) közelít, akkor "fontos", hogy annak az u_i random változónak az eloszlását, szórását, várható értékét, stb. minél pontosabban - esetleg további szakirodalom kutatással, és/vagy kísérletek végzésével - megismerjük. Ellenkezőleg, viszont, ha egy random változóhoz tartozó érzékenységi tényező nullához tart, akkor megfontolandó, hogy az adott paraméter sztochasztikus természetétől - mivel ez nem befolyásolja számottevően a végeredményt - eltekintsünk, és így azt, csak determinisztikus változóként vegyük figyelembe a számítás során, ezzel is csökkentve a számítási igényt. Az érzékenységi tényezők alapján a valószínűségi változók "fontosságát" az alábbi ábra illusztrálja:



3.10 ábra Valószínűségi változók "fontossága" az érzékenységi tényezők alapján (Forrás: [9])



Az *érzékenységi tényezők* abszolút értékén túl ezek előjele is fontos a számunka, ugyanis megmutatják, hogy az adott *valószínűségi változó* az ellenállás (pozitív előjel) vagy pedig a hatás (negatív előjel) oldalon helyezkedik-e el.

Az elsőrendű megbízhatósági módszer (FORM) lényege abban áll, hogy a tönkremeneteli valószínűség meghatározására a már korábban látott $P_F = \Phi(-\beta)$ összefüggést használja fel. Amikor a megbízhatósági index bevezetésekor felhasználtuk az iménti kifejezést, akkor az egzakt értéket adott a tönkremeneteli valószínűségre, hiszen egy egyszerű $G(\mathbf{X}) = R - S$ tönkremeneteli függvénnyel számoltunk, mely lineáris volt. A FORM módszer közelítő volta abban áll, hogy egy nemlineáris határállapot-függvény esetén a fenti képlet nem vezet egzakt megoldásra, ahogy ezt a (3.11)-es ábra szemlélteti.



3.11 ábra Tönkremeneteli valószínűség meghatározása FORM módszerrel (Forrás: [9])

A tönkremeneteli valószínűség ily módon történő meghatározása tulajdonképpen azzal egyenértékű, mintha - a (3.11)-es ábrának megfelelően - a valódi $H(u_i) = 0$ tönkremeneteli függvényt a P^* tervezési pontban egy az OP^* vektorra merőleges síkkal, az ún. FORM hipersíkkal helyettesítenénk, és így az eseménytér FORM hipersík mögötti tartományán végeznénk el az elemi eseményekhez tartozó valószínűségek összegzését. A (3.11)-es ábrán látható csíkosra sraffozott terület illusztrálja az elsőrendű megbízhatósági módszer hibáját. Az ábrán látható esetben a tönkremeneteli függvény az eseményteret úgy osztja két részre, hogy a tönkremeneteli tartomány egy konvex terület. Látható, hogy ilyen esetben, a FORM módszer alkalmazásával a tönkremeneteli valószínűség számításakor, az eseménytér olyan részeit is belevesszük az összegzésbe, melyek nem a tönkremeneteli tartományhoz tartoztak. Ilyenkor a FORM módszerrel számított tönkremeneteli valószínűség nagyobb lesz a ténylegesnél (vagyis a biztonság javára tévedünk). Ellenkező esetben, amikor a tönkremeneteli tartomány konkáv, olyankor a FORM módszerrel a biztonság kárára tévedünk, hiszen a számított tönkremeneteli valószínűség kisebb lesz a ténylegesnél. A (3.11)-es ábra alapján megállapítható, hogy a FORM módszer hibája a tönkremeneteli függvény nemlinearitásának mértékétől függ. Amennyiben a tönkremeneteli függvény közel lineáris, akkor az jól közelíthető a FORM



hipersíkkal, azonban ha a határállapot-függvény görbülete jelentős, akkor a FORM módszer hibája is nagyobb lesz.

3.1.3. Másodrendű megbízhatósági analízis (SORM)

Az előző alfejezetben láttuk, hogy amikor a *határállapot-függvény* jelentős görbülettel bír, akkor az *elsőrendű (lineáris) megbízhatósági módszer* egy durva közelítésnek tekinthető. A *másodrendű (nemlineáris) megbízhatósági módszer (SORM)* lényege abban áll, hogy a *határállapot-függvényt* - a *tervezési pontban* - ezúttal nem egy síkkal, hanem valamilyen *másodfokú* felülettel, az ún. *SORM hiperfelülettel* közelítjük. Ezt a (3.12)-es ábra illusztrálja.



3.12 ábra Határállapot-függvény közelítése SORM hiperfelülettel (Forrás: [9])

A minél nagyobb pontosság elérésének szempontjából a legfontosabb az, hogy a *SORM hiperfelület* elsősorban a *tervezési pont* környezetében illeszkedjen jól a *határállapot-függvényre*. Ez azért van így, mert e pont környezetében a legnagyobb a tönkremenetelhez tartozó *elemi események* valószínűsége. Ennek az a következménye, hogy a *SORM módszer* végrehajtásakor a *SORM hiperfelület határállapot-függvényre* történő illesztésekor a *határállapot-függvény tervezési pont* környezetébe eső tulajdonságait vesszük figyelembe. Ezek általában:

- a *tervezési pont* helye (ennek megfelelően a megoldás tartalmazza a *FORM módszerrel* kapott β_{FORM} megbízhatósági indexet),
- a határállapot-függvény tervezési pontbeli K görbülete.

Ezek figyelembevételével egy analitikus kifejezéssel szokás leírni a *tönkremeneteli valószínűséget*. A szakirodalomban különböző megoldások szerepelnek, ezek közül a leggyakrabban az alábbiakat használjuk:

• Breitung képlete:



 $P_{F} \approx \Phi\left(-\beta_{FORM}\right) \left(\prod_{j=1}^{n-1} \frac{1}{\sqrt{1+\beta_{FORM}\kappa_{j}}}\right).$ (3.32)

• A Hohenbichler-által bevezetett javított Breitung-képlet:

$$P_{F} \approx \Phi\left(-\beta_{FORM}\right) \prod_{j=1}^{n-1} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\phi\left(\beta_{FORM}\right)}{\Phi\left(\beta_{FORM}\right)}\kappa_{j}}}.$$
(3.33)

• A Tvedt-képlet a Breitung-formula magasabbrendű tagokat tartalmazó pontosítása:

$$P_F \approx A_1 + A_2 + A_3,$$
 (3.34)

ahol az A_1 tag nem más mint a (3.32)-es *Breitung-formula*, a többi tag pedig:

$$A_{2} = \left[\beta_{FORM}\Phi(-\beta_{FORM}) - \phi(\beta_{FORM})\right] \left\{\prod_{j=1}^{n} \left(1 + \beta_{FORM}\kappa_{j}\right)^{-1/2} - \prod_{j=1}^{n} \left[1 + \left(\beta_{FORM} + 1\right)\kappa_{j}\right]^{-1/2}\right\},$$

$$(3.35)$$

$$A_{3} = (\beta_{FORM} + 1) [\beta_{FORM} \Phi(-\beta_{FORM}) - \phi(\beta_{FORM})]C, \qquad (3.36)$$

aholC:

$$C = \prod_{j=1}^{n} \left(1 + \beta_{FORM} \kappa_{j} \right)^{-1/2} - \operatorname{Re} \left\{ \prod_{j=1}^{n} \left(1 + \left(\beta_{FORM} + i \right) \kappa_{j} \right)^{-1/2} \right\}.$$
 (3.37)

3.1.4. Monte Carlo szimuláció (MC)

A szimulációs módszerek alapelve az, hogy véletlen szám generálással a valószínűségi változók mintahalmazát állítjuk elő, és minden mintára elvégezzük a határállapot-függvény kiértékelését. A random szám generálással tulajdonképpen elemi valószínűségi eseményeket szimulálunk, a tönkremeneteli függvény kiértékelésekor pedig eldöntjük, hogy az adott kísérletnek mi a kimenetele (az elemi esemény az eseménytér biztonságos- vagy tönkremeneteli tartományába esik). A Monte Carlo szimuláció előnye, hogy egy robosztus módszer, mely sok random változó és bonyolult határállapot-függvény esetén is megbízható eredményt ad. A módszer hátránya a nagy számítási igény⁴⁴.

A szimulációk elvégzése során az *első lépés* mindig a *random változók mintahalmazának generálása*, azok eloszlásának és a közöttük lévő korrelációnak a figyelembevételével. Minden *random szám generálás* során először a mintákat *egyenletes eloszlással* - a kívánt

⁴⁴ A gyakorlatban a megfelelő pontosságú eredmény eléréséhez általában 10⁵-10⁷ db *virtuális kísérlet* elvégzésére van szükség.



számban - egy [0,1[tartományba generáljuk. A *random szám generáló algoritmusok* ún. *determinisztikus rekurzív függvényeken* alapulnak. Ezen *determinisztikus függvények* használatának az a következménye, hogy, ha a *véletlen szám generálást* ugyanazokkal a bemenő paraméterekkel megismételjük, akkor ugyanazokat a mintákat kapjuk mint korábban. Ez azt eredményezi, hogy valójában nem *véletlen*-, hanem **ál-véletlen szám**okat generálunk. A következő lépésben a [0,1[tartományba eső *egyenletes eloszlású* mintákat az adott *valószínűségi változónak* **megfelelő eloszlású és értékű mintahalmazzá transzformáljuk**. Ennek egyik legismertebb módja az *inverz transzformációs módszer* használata, mely során:

$$X = F_X^{-1}(E), (3.38)$$

ahol, X a kívánt eloszlású *random változó*, E a [0,1[tartományba eső *egyenletes eloszlású* változó F_{χ}^{-1} pedig az X változó eloszlásfüggvényének az inverze⁴⁵.

A szimuláció második lépésében elvégezzük a $H(u_k)$ határállapot-függvény kiértékelését. Ezt követően a harmadik lépésben beállítjuk az I_{D_F} tönkremenetel-számlálót aszerint, hogy mi lett a $H(u_k)$ kiértékelésének az eredménye:

$$\mathbf{I}_{D_F} = \begin{cases} 1, & \text{ha } H(u_k) \le 0, \\ 0, & \text{ha } H(u_k) > 0. \end{cases}$$
(3.39)

Az elemi események generálását és a kísérletek kiértékelését a (3.13)-as ábra illusztrálja:



3.13 ábra Elemi kísérletek szimulálása a valószínűségi eseménytérben (Forrás: [8])

Ezt követően *N-szer* megismételjük az előző két lépést, mely során a többi *elemi* kísérletnek is elvégezzük a kiértékelését.

⁴⁵ Az *inverz transzformációs módszer* használata nehézkessé válik olyankor, amikor az adott eloszlásnál az *eloszlásfüggvény inverze* nem fejezhető ki explicit módon. Ilyen eset az, amikor *normál eloszlású random változó* mintahalmazát kell előállítani. Ilyenkor az F_X^{-1} csak *numerikusan, iteratív eljárással* határozható meg.



A szimuláció utolsó lépésében megbecsüljük a *tönkremeneteli valószínűséget*. Ekkor egy *statisztikai kiértékelést* végzünk, mely során meghatározzuk, hogy az N számú kísérletből hány végződött *tönkremenetellel*, és ebből becsüljük a *tönkremeneteli valószínűséget* az alábbi módon:

$$P_F \approx \frac{1}{N} \sum_{r=1}^{N} \mathbf{I}_{D_F}^{(r)} , \qquad (3.40)$$

Ezt a megbízható, de nagy számítási igényű módszert Nyers Monte Carlo szimulációnak szokás nevezni, utalván arra, hogy ennél a klasszikus módszernél a szimulációk végrehajtásához nincs szükség az elsőrendű megbízhatósági módszer előzetes elvégzésére. Ezzel szemben már léteznek olyan modernebb szimulációs technikák, melyek felhasználják a FORM módszer eredményét, és így numerikus szempontból gazdaságosabb módon járnak el.

3.1.5. Importance sampling szimuláció (IS)

Az Importance sampling szimuláció alapötlete abból a felismerésből ered, miszerint a valószínűségi eseménytér tervezési pont környezetébe eső része vesz részt legnagyobb mértékben az összeomlásban. Ezért az IS szimuláció végrehajtása során az elemi eseményeket a **tervezési pont környezetébe szimuláljuk**, és így, a Nyers Monte Carlo módszernél egy hatékonyabb módszerhez jutunk, tekintve, hogy lényegesen kevesebb virtuális kísérlet elvégzéséhez van szükség ugyanolyan pontosság eléréséhez. Az Importance sampling szimuláció elvégzését a (3.14)-es ábra illusztrálja:



3.14 ábra Elemi kísérletek szimulálása a tervezési pont környezetébe (Forrás: [8])

A számítás elvégzéséhez egy előre felvett *sűrűségfüggvényre* van szükség, mely definiálja, az *elemi események tervezési pont* környezetébe eső szimulálásának a módját. Ehhez általában az alábbi *redukált normál sűrűségfüggvényt* szokás használni:



Ilyenkor, a tönkremeneteli valószínűség a következő összefüggéssel becsülhető:

$$P_F \approx \frac{1}{N} \sum_{r=1}^{N} \left(\mathbf{I}_{D_F}^{(r)} \exp\left(-\sum_i u_i^* u_i^{(r)} - \frac{\beta_{FORM}^2}{2}\right) \right).$$
(3.42)

3.2. Szerkezet sztochasztikus modellje

A *megbízhatósági analízis* leggyakrabban alkalmazott módszereinek ismertetése után, ebben az alfejezetben bemutatom a vizsgált szerkezet *sztochasztikus modelljét*. Először ismertetem, hogy a számítás során milyen *valószínűségi változókat* vettem figyelembe, majd bemutatom, hogy az egyes *változókat* - a szakirodalmi ajánlásoknak megfelelően - milyen paraméterekkel jellemeztem. Ezután leírom, hogy a számítások során milyen *tönkremeneteli komponenseket* vettem figyelembe, majd részletezem hogy ezeket a *tönkremeneteli függvényekkel* miként írtam le.

3.2.1. Alkalmazott valószínűségi változók és azok jellemzése

A vizsgált fiktív síkbeli nyomatékbíró acélkeret sematikus vázlata a (3.15)-ös ábrán látható.



3.15 ábra Dolgozatomban vizsgált acélkeret sematikus vázlata

A vizsgált szerkezet megbízhatósági analízisének végrehajtásához 21 valószínűségi változót⁴⁶ vettem figyelembe, melyeket a (3.1)-es táblázatban foglaltam össze.

⁴⁶ Mint azt később részletesen tárgyalom, ezek közül némelyiket determinisztikus változóként kezeltem. Ez a táblázat azt mutatja, hogy az általam megírt kódokban milyen bizonytalanságok figyelembevételére van lehetőség.



Hidak és Szerkezetek Tanszék

Sorszám	Jelölés	Név
1	$f_{y,1}$	Gerenda anyagának folyási szilárdsága
2	$f_{y,2}$	Oszlopok anyagának folyási szilárdsága
3	ε _u	Gerenda anyagának szakadónyúlása
4	E_0	Talpcsomópont elfordulási rugómerevsége
5	E_1	Gerenda anyagának rugalmassági modulusa
6	E_2	Oszlopok anyagának rugalmassági modulusa
7	т	Szeizmikus tömeg (statikus terhek összegzéséből)
8	d_1	Gerenda keresztmetszeti magassága
9	$t_{f,1}$	Gerenda keresztmetszetének övvastagsága
10	<i>t</i> _{w,1}	Gerenda keresztmetszetének gerincvastagsága
11	$b_{f,1}$	Gerenda keresztmetszetének övszélessége
12	d_2	Oszlopok keresztmetszeti magassága
13	$t_{f,2}$	Oszlopok keresztmetszetének övvastagsága
14	$t_{w,2}$	Oszlopok keresztmetszetének gerincvastagsága
15	$b_{f,2}$	Oszlopok keresztmetszetének övszélessége
16	int	Földrengés intenzitása
17	$ heta_{EQ}$	Szeizmikus igény meghatározásának modellbizonytalansága
18	θ_{M_R}	Nyomatéki ellenállás meghatározásának modellbizonytalansága
19	θ_{V_R}	Nyírási ellenállás meghatározásának modellbizonytalansága
20	$\theta_{M_{b,R}}$	Kifordulási ellenállás meghatározásának modellbizonytalansága
21	$\theta_{N_{b,R}}$	Kihajlási ellenállás meghatározásának modellbizonytalansága

3.1. táblázat Figyelembe vett valószínűségi változók

Természetesen **további változókat** is figyelembe lehetett volna venni a számítás során, azonban jelen mintapéldánál - terjedelmi okokból, valamint a számítási idő mérséklése céljából megelégedtem ennyivel⁴⁷. Arra, hogy az egyes változók *sztochasztikus jellegétől* jelen esetben eltekintettem, az alábbi két ok miatt kerülhetett sor:

 Úgy ítéltük meg, hogy az adott változó sztochasztikus természetének figyelembevételével a számítási igény jelentősen növekedne, míg az eredmények pontosságán csak kis mértékben javítanánk. Erre példa az, hogy a Poissontényezőt determinisztikus változónak tekintettem⁴⁸. Ehhez hasonló megfontolás vezetett ahhoz az egyszerűsítéshez, hogy a két oszlop geometriai- és anyagjellemzőit egyazon valószínűségi változóknak tekintettem.

⁴⁷ Tekintve, hogy jelen dolgozatban nem egy konkrét, valós szerkezet minden részletre kiterjedő vizsgálata, hanem a teljes valószínűségi megközelítés alkalmazási lehetőségének egy fiktív mintapéldán keresztül történő bemutatása a célom, néhol bizonyos közelítéseket, elhanyagolásokat tettem, melyekre a későbbiekben felhívom a figyelmet.

⁴⁸ Számításaimban a *Poisson-tényező* "csupán" egy helyen - a kifordulási ellenállásnál szereplő *nyírási modulus* meghatározásánál - szerepelt. Ezen felül a szakirodalomban a *Poisson-tényezőhöz* igen kicsi variációs tényezőt rendelnek.



• Az adott kérdés további részletezése irreleváns jelen mintapélda elvégzése szempontjából. Erre példa az a jelentős egyszerűsítés, hogy a gravitációs terheket mindössze egy valószínűségi változó képviseli, ugyanis azokat összevonva, egy szeizmikus tömegként vesszük figyelembe. Itt a részletes eljárás abból állna, hogy minden lehetséges teheresetet külön, azok szakirodalomban található jellemzőivel vesszük figyelembe, majd ezekből számoljuk ki a szeizmikus tömeget és annak jellemzőit. Ez esetben ettől a részletes eljárástól eltekintek. Ennek fő oka az, hogy a jelen vizsgálataimmal kapott eredményeket később a *FEMA* eredményeivel szeretném összehasonlítani. Az összehasonlítás egyik fő célja, hogy megvizsgálhassam, hogy az ellenállás oldali bizonytalanságoknak mekkora szerepe van a *tönkremeneteli valószínűség* meghatározásakor. Éppen ezért, - mint ahogy erről később a rekordok skálázásánál is beszámolok - a hatásoldalon szereplő változók figyelembevételénél a FEMA-val megegyezően igyekszem⁴⁹ eljárni. Ez a törekvés egyben oda vezet, hogy a *szeizmikus tömeget determinisztikus változóként* kezeljem a számításaim során⁵⁰.

A következőken bemutatom, hogy a figyelembe vett *valószínűségi változókhoz* milyen jellemzőket rendeltem, és ezeket melyik szakirodalmi forrásból ragadtam ki.

Az anyagjellemzők sztochasztikus modelljét a **JCSS** amerikai ajánlásának 3. része [10] tartalmazza. Ez alapján a szerkezeti acél f_y folyási szilárdságának μ_{f_y} várható értékét az alábbi összefüggéssel határozhatjuk meg:

$$\mu_{f_{y}} = f_{y,sp} \alpha e^{-uv} - C, \qquad (3.43)$$

ahol $f_{y,sp}$ a folyási szilárdság névleges értéke, α a *térbeli helyzeti tényező* melynek melegen hengerelt szelvények övénél 1,05 minden más esetben 1,0 az értéke, u értéke általában -1,5 és -2,0 között változik attól függően, hogy a névleges érték az adott szabványban milyen kvantilishez tartozik, ν a **variációs tényező** (relatív szórás) melynek 0,07 az ajánlott értéke, C pedig egy konstans, mely - az ajánlás szerint - 20MPa-val csökkenti a folyási szilárdságot. A szakirodalmi ajánlások szerint a folyási szilárdságot **lognormális eloszlással** lehet jól leírni. Az így kapott sűrűségét a folyási szilárdságnak a (3.16)-os ábrán látható hisztogramon ábrázoltam.

⁴⁹ A különböző számítási módszer alkalmazásából adódóan ez csak részben lehetséges. Ennek további vizsgálatával az 5. fejezetben foglalkozom.

⁵⁰ Ennek ellenére - az esetleges későbbi vizsgálatok céljából - a szerkezet *sztochasztikus modelljének* megalkotásakor megtartottam annak a lehetőségét, hogy később a gravitációs terhek sztochasztikus jellegét is figyelembe vegyem. Ez az oka annak, hogy a szeizmikus tömeget a (3.1)-es táblázatban a random változók között említettem.



3.16 ábra Folyási szilárdság sűrűsége

Az ε_u gerenda anyagának szakadó nyúlásának jellemzésekor is a JCSS ajánlásnak [10] megfelelően jártam el, mely szerint a várható érték megegyezik a névleges értékkel, valamint a *random változó* lognormális eloszlással és 0,06-os értékű variációs tényezővel jellemezhető.

Az *E* rugalmassági modulusnál - [10] alapján - a μ_E várható érték megegyezik az E_{sp} névleges értékkel, relatív szórásra pedig 0.03-as érték vehető fel. A rugalmassági modulusnál lognormális eloszlással számolhatunk. A rugalmassági modulus így kapott egyes realizációinak sűrűségét a (3.17)-es ábrán látható hisztogramon ábrázoltam.



3.17 ábra Rugalmassági modulus sűrűsége



Az acél I keresztmetszet geometriai méreteihez tartozó statisztikai jellemzőket a JCSS második kötete [11] alapján vettem fel. Itt az szerepel, hogy az egyes lemezvastagsági és szélességi méreteknél a μ várható érték, a t_{sp} névleges érték 1,01 szereseként definiálható, míg a variációs tényező 0,02-re vehető fel. Ezeknél a változóknál normál eloszlással dolgoztam.



3.18 ábra Gerenda keresztmetszeti magasságának sűrűsége

Az *m szeizmikus tömeghez* hasonlóan, a keret talpcsomóponti elfordulási merevségét is *determinisztikus módon* kezeltem⁵¹.

A θ_{EQ} szeizmikus igény meghatározásához tartozó modellbizonytalanságot azért kell a határállapot-függvényekben szerepeltetni, mert ezek kiértékelése során, az egyes rekordokkal meghatározott szeizmikus igények mediánjával számoltam. Ebből adódóan, a θ_{EQ} azt a sztochasztikus hatást hivatott figyelembe venni, hogy a valóságban a rekordok alakjának változékonyságából adódóan a mediántól eltérő értékű szeizmikus igény is kialakulhat. Illusztrálásként megmutatom, hogy például az egyik szimuláció során fajlagos nyúlásra a (3.19)-es ábrán látható sűrűséget kaptam.

⁵¹ Ezen merevség sztochasztikus jellegének a leírása egy igen összetett probléma, hiszen már önmagában a kapcsolat kialakítása is rengeteg bizonytalanságot hordoz magában, nem beszélve az alapozás kérdéséről, ahol a *talaj és szerkezet kölcsönhatását* is figyelembe kéne venni. Jelen mintapélda során ennek részletes vizsgálatától - terjedelmi okokból - eltekintek, és a talpcsomópontot minden esetben merev csomópontnak tételezem fel. Ezt a változót is a modell esetleges jövőbeli pontosítása miatt szerepeltettem a valószínűségi változók között.



3.19 ábra Szeizmikus igény sűrűsége a rekordok változékonyságából adódóan

A (3.19)-es ábra alapján θ_{EQ} lognormális eloszlással jellemezhető. Az illesztés megbízhatóságát a (3.20)-as probability plot számítással ellenőriztem.



3.20 ábra Probability plot ellenőrzés az illesztés megbízhatóságára vonatkozóan



Megjegyzem, hogy ez a megállapítás, miszerint a szeizmikus igény - rekordok alakjának különbségéből - adódó változékonyságát *lognormális eloszlással* jellemezhetjük teljesen **analóg** azzal amit a 2. fejezetben a korábbi módszerek bemutatásakor említettem⁵².

A θ_{EQ} paramétereit úgy határoztam meg, hogy a fenti szeizmikus igények adatait tartalmazó vektort a *mediánértékkel* megfelelően **normalizáltam**, és az így kapott mintahalmazra végeztem el a *paraméterek meghatározását*.

Tekintve, hogy a *törékenységi görbék* egy feltételes valószínűséget fejeznek ki, ezek meghatározásához nincs szükség az **intenzitás** mint *valószínűségi változó⁵³* pontos jellemzésére. Erre csupán akkor lenne szükség, ha egy *klasszikus megbízhatósági analízist* végeznénk el, mely során nem egy *feltételes tönkremeneteli valószínűséget* keresünk.

A nyomatéki ellenállás meghatározásához tartozó θ_{M_p} modellbizonytalanságot a Joint

Committee on Structural Safety (JCSS) harmadik kötete [10] alapján **lognormális eloszlással** jellemeztem. Az ajánlás szerint ekkor - acél szelvények esetén - **várható értékre 1,0**, **variációs tényezőre** pedig **0,05** vehető fel.

A nyírási ellenállás meghatározásához tartozó θ_{V_R} modellbizonytalanságot - a *JCSS* alapján [10] - szintén lognormál eloszlással jellemezhetjük. Ez esetben is a várható értékre 1,0, variációs tényezőre 0,05-ös érték használható.

A kifordulási ellenállás meghatározásához tartozó $\theta_{M_{t,p}}$ modellbizonytalanságra a JCSS-

ben nem találtam ajánlást, ezért ebben a kérdésben [12] alatt található könyvre támaszkodtam. Itt várható értékre 1,06-ot, variációs tényezőre pedig 0,09-es értéket találtam, és ezúttal is lognormál eloszlással számoltam.

A kiforduláshoz hasonlóan, a kihajlási ellenállás meghatározásához tartozó $\theta_{N_{b_R}}$

modellbizonytalanságra is [12]-ben találtam ajánlást, mely szerint ez a valószínűségi változó **lognormális eloszlással**, **1,02**-es **várható értékkel** és **0,1**-es **variációs tényezővel** jellemezhető.

A fenti valószínűségi változók között csupán egy esetben láttam indokoltnak korrelációt felvenni. A **JCSS**-nek megfelelően az gerenda anyagának *folyási szilárdsága* - $f_{y,1}$ - és az anyag *szakadó nyúlása* - ε_u - között egy -0,45-ös *korrelációs együtthatóval* jellemezhető kapcsolatot tételeztem fel.

⁵² Ez azért van így, mert azok a korábbi módszerek csak a rekordok változékonyságát vették figyelembe, és így az összeomláshoz tartozó intenzitásértékeket *lognormális eloszlásúnak* jellemezték. Megjegyzem, hogy ez a rekordok kiválasztásától is jelentősen függ.

⁵³ Az intenzitás sztochasztikus természetének jellemzését a *szeizmikus veszély görbével analóg módon* lehet elvégezni.



3.2. Határállapot-függvények

A **határállapot-függvények definiálásához azonosítani kell** a vizsgált mechanikai rendszer lehetséges tönkremeneteli⁵⁴ módjait ("failure scenario"), más néven **a tönkremeneteli komponenseket**. Most összefoglalom, hogy a vizsgált síkbeli keretnél milyen tönkremeneteli módokkal foglalkoztam, és azokat milyen *határállapot-függvényekkel* írtam le.

Tekintve, hogy a *FEMA* tönkremenetel alatt a szerkezet egy részének, vagy teljes egészének összeomlását értette, én is ilyen - emberi életet fenyegető - tönkremeneteli komponensekkel foglalkoztam. Ennek megfelelően, például azt, hogy a szerkezetben egy (vagy több) képlékeny csukló kialakul, nem tekintettem tönkremenetelnek, mindaddig, míg ez nem vezetett *képlékeny mechanizmus* kialakulásához. Általánosságban fogalmazva, az alábbi jelenségek bekövetkeztét tekintettem tönkremenetelnek:

- Szilárdsági tönkremenetel: amikor a *szeizmikus igény* meghaladja a *szerkezet kapacitását* és ennek hatására egy (vagy több) szerkezeti elemben folytonossági hiány (törés, szakadás) keletkezik
- Stabilitási tönkremenetel: amikor a *szeizmikus igény* meghaladja a valamelyik *rúdszerű szerkezeti elem stabilitási ellenállását*.
- Túlzott mértékű elmozdulás: amikor a földrengés hatására a szerkezet akkora elmozdulásokkal jár, ami a nem szerkezeti elemek tönkremenetelén keresztül okozhat életveszélyt⁵⁵.

Az első tönkremeneteli mód amit vizsgáltam az volt, hogy a gerenda keretsaroknál lévő keresztmetszetében a szélső szálban a *szeizmikus igény* hatására akkora *fajlagos nyúlás* keletkezik, ami meghaladja a gerenda anyagának *szakadó nyúlását*. Ekkor, a gerenda anyagában folytonossági hiány következik be, mely nagy valószínűséggel a szerkezet összeomlásához vezet. Ezt a tönkremeneteli módot a g_1 tönkremeneteli függvénnyel írtam le.

A \mathbf{g}_1 határállapot-függvény felvételekor az ellenállásoldalon az ε_u szakadó nyúlás és a hajlításnak kitett acélgerenda ellenállásához tartozó - θ_{M_R} modellbizonytalanság, a teheroldalon pedig a földrengésvizsgálatból kapott ε_{max} fajlagos nyúlás (szeizmikus igény) és a hatásoldali θ_{EQ} modellbizonytalanság kell, hogy szerepeljen. Ekkor g_1 -re az alábbi összefüggés adódik:

$$g_1 = \varepsilon_u \theta_{M_R} - \varepsilon_{\max} \theta_{EQ}. \qquad (3.44)$$

⁵⁴ Sok esetben szubjektív annak a megítélése, hogy mit tekintünk tönkremenetelnek, így a megbízhatósági analízisnél definiált határállapot-függvények - és az azok közötti kapcsolat - felvétele olykor szubjektív módon történik.

⁵⁵ Valójában a felkeményedő anyagmodell alkalmazásával a végeselemes modellen képlékeny mechanizmus nem alakulhatott ki. Ezt a lehetséges tönkremeneteli módot is az elmozdulási korlátot leíró g_2 -es határállapot-függvény alkalmazásán keresztül vettem figyelembe.



A második tönkremeneteli mód amit vizsgáltam az volt, hogy az oszlopferdeség ("drift") túllép egy előre definiált határértéket. Az ehhez tartozó határállapot-függvény, tehát egy elmozdulási korlátot definiál. Ekkor a g_2 határállapot-függvényben a hatásoldalon - a szeizmikus igények meghatározásához tartozó θ_{EQ} modellbizonytalanságon túl, - a keretsarok ΔX_{max} vízszintes elmozdulása (mint szeizmikus igény), osztva az Loszlopmagassággal, az ellenállásoldalon pedig az oszlopferdeség Θ_R határértéke szerepel, vagyis:

$$g_2 = \Theta_R - \frac{\Delta X_{\text{max}}}{L} \theta_{EQ} \,. \tag{3.44}$$

A harmadik tönkremeneteli mód amit vizsgáltam a gerenda (és az oszlop) nyírási tönkremenetele volt. Természetesen, a határállapot-függvényben a hatást a földrengésből számított $V_{E,\max}$ nyíróerő és a hozzá tartozó θ_{EQ} modellbizonytalanság, az ellenállást a nyírási ellenállás értéke (melyet az Eurocode-ban [13] szereplő előírásának megfelelően számoltam) és az ide tartozó θ_{V_R} modellbizonytalanság képviseli. Ekkor a g_3 határállapot-függvény a következőképpen alakul:

$$g_3 = \frac{h_w t_w f_y}{\sqrt{3}} \theta_{V_R} - V_{E,\max} \theta_{EQ}.$$
(3.44)

A negyedik vizsgált tönkremeneteli mód a gerenda kifordulása volt. Ezt a g_4 határállapot-függvény a következőképpen írja le:

$$g_4 = M_{b,R} \theta_{M_{b,R}} - M_{E,\max} \theta_{EQ}, \qquad (3.44)$$

ahol $M_{b,R}$ az *Eurocode* 3 [13] általános kifordulásvizsgálata alapján számított kifordulási ellenállás, $\theta_{M_{b,R}}$ a kifordulási ellenállás meghatározásához tartozó modellbizonytalanság, $M_{E,\max}$ a földrengésvizsgálatból számított nyomatéki igénybevétel (szeizmikus igény), θ_{EQ} pedig a szeizmikus igény meghatározásához tartozó modellbizonytalanság.

Az ötödik vizsgált tönkremeneteli mód az oszlop kihajlása volt. Ezt a g_5 határállapotfüggvény a következőképpen írja le:

$$g_5 = N_{b,R} \theta_{N_{b,R}} - N_{E,\max} \theta_{EQ}, \qquad (3.44)$$

ahol $N_{b,R}$ az *Eurocode* 3 alapján [13] számított síkbeli kihajlási ellenállás, $\theta_{N_{b,R}}$ a kihajlási ellenállás meghatározásához tartozó modellbizonytalanság, $N_{E,\max}$ a földrengésvizsgálatból számított normálerő (szeizmikus igény), θ_{EQ} pedig a szeizmikus igény meghatározásához tartozó modellbizonytalanság.



Tekintve, hogy a fent említett tönkremeneteli módokat nem csak egy helyen, hanem a szerkezet több elemében és keresztmetszetében is ellenőrizni kell, így valójában ötnél jóval több határállapot-függvényt tartalmaz a *sztochasztikus modell*. Ennek ellenére még további⁵⁶ határállapot-függvényt is figyelembe lehetett volna venni, azonban a további *tönkremeneteli komponensek* vizsgálatától jelen mintapélda kapcsán, terjedelmi okokból eltekintek.

Mivel a fenti tönkremeneteli módok önálló bekövetkezése esetén is életveszélyes helyzet alakulhat ki, ezért az egyes tönkremeneteli módok között **soros kapcsolást** tételeztem fel. Vagyis, ha a *valószínűségi változók* egy adott realizációja esetén bármelyik *határállapot-függvény* zérus vagy annál kisebb értéket vesz fel, akkor a szerkezetet tönkrementnek tekintjük. Több, egymáshoz sorosan kapcsolódó *határállapot-függvény* esetén a teljes rendszerre vonatkozó *általánosított megbízhatósági index* az alábbi összefüggéssel számítható:

$$\boldsymbol{\beta}^{s} = -\boldsymbol{\Phi}^{-1} \left(\boldsymbol{P}_{F}^{s} \right) = -\boldsymbol{\Phi}^{-1} \left(1 - \boldsymbol{\Phi}_{m} \left(\boldsymbol{\beta}; \boldsymbol{\rho} \right) \right), \qquad (3.45)$$

ahol $\Phi_m(\beta; \rho)$ a rendszer megbízhatósága, melynek kiszámításához az egyes tönkremeneteli komponensekhez tartozó β megbízhatósági index érték és a tönkremeneteli módok közötti korrelációt leíró ρ korrelációmátrix ismerete szükséges. A fenti számítás időigényessége miatt gyakran csak becsüljük a rendszer tönkremeneteli valószínűségét, melyre soros kapcsolat - és *egyszerű becslés* - esetén az alábbit mondhatjuk:

$$\max_{i=1}^{m} \left(P(M_i \le 0) \right) \le P_F^s \le \sum_{i=1}^{m} P(M_i \le 0),$$
(3.46)

vagyis a rendszer tönkremeneteli valószínűsége legalább akkora, mint az egyes komponensek tönkremeneteli valószínűsége közül a legnagyobb, viszont legfeljebb akkora mint ezen valószínűségek összege. Tekintve, hogy a valóságban a *tönkremeneteli valószínűségek* **rendszerelvűségének megítélése** mindig egyéni **tervezői döntésen**⁵⁷ alapszik, a kutatás jelen fázisában - ahol a teljes valószínűségi módszer ismertetése, és nem egy tényleges szerkezet minden részletre kiterjedő vizsgálata a cél - megelégszünk a soros kapcsolat feltételezésével és a fenti becslések alkalmazásával. Megjegyzem, hogy a valóságban, a most vizsgált síkbeli keret sem tekinthető egy "teljes" szerkezetnek csak annak egy komponensének. Ebből adódóan azt is mérlegelni kell, hogy a keretek tönkremenetele között milyen kapcsolatot tételezünk fel. A probléma részletesebb vizsgálata nélkül általában itt is soros kapcsolás

⁵⁶ Ilyen például a normálerő és nyomaték interakciójából származó szilárdsági és stabilitási tönkremenetel, valamint a csomópontok tönkremenetele.

⁵⁷ Az egyéni mérlegelés igényére tipikus példa egy olyan eset, ahol a tönkremeneteli komponens egy vízszintes térelhatároló elem leesésére vonatkozik. Egyes esetekben gondolhatunk erre úgy, hogy egy ilyen elem leesése közvetlen veszélyt jelenthet az ott dolgozó emberek testi épségére. Más esetben - például egy ipari létesítménynél, ahol az adott helységben gépeket tárolnak -, egy-egy térelhatároló panel nem tud kárt tenni a berendezésekben. Ily módon, mindig az adott létesítmény funkciójának mérlegelésével kell arról dönteni, hogy a tervezésnél soros vagy párhuzamos kapcsolatot tételezünk-e fel.



feltételezésével járhatunk el, vagyis egy keretállás tönkremenetele egyben a teljes keretszerkezet tönkremenetelét jelenti.

3.3. Alternatív módszer ismertetése a megbízhatósági analízis elvégzésére

A (3.1)-es alfejezetben egy átfogó szakirodalmi áttekintésen keresztül bemutattam a *megbízhatósági analízis* végrehajtásánál leggyakrabban használt módszereket. Ezt követően, a vizsgált szerkezet sztochasztikus modelljét ismertettem, ahol láttuk, hogy még bizonyos elhanyagolások után is a random változók száma körülbelül a 15-20-as nagyságrendbe esett. Az **eljárás számítógépi környezetbe történő adaptálása sikerrel járt**, a korábban ismertetett módszerekkel a **megbízhatósági analízis elvégezhető**, azonban ez rendszerint rendkívül **nagy számítási igénnyel⁵⁸** jár. Ebben az alfejezetben egy **általam kidolgozott** alternatív **közelítő módszert** ismertetek, mellyel - véleményem - szerint a megbízhatósági analízis igen jó pontossággal elvégezhető. Ezen eljárás bevezetésével az a **célom**, hogy a most ismertetett **eljárásrendszer** alkalmazhatósága **ne korlátozódjon** a hónapokig tartó, **szuperszámítógépeket** felhasználó kutatások világára, hanem akár egy "közönséges" számítógép használatával a törékenységi görbék néhány órás, esetleg 1-2 napig tartó számítások árán, jó pontossággal előállíthatók legyenek.

A klasszikus megbízhatósági módszerek alkalmazása esetén a nehézség abból adódik, hogy a (3.2)-es alfejezetben ismertetett *nemlineáris határállapot-függvények* mindegyikében egy-egy olyan szeizmikus igénynek megfelelő paraméter (fajlagos nyúlás, elmozdulás, igénybevétel) szerepelt, amelyet a *végeselemes számításokból* határozhatunk meg.

A *FORM* módszernél az iterációs eljárás nagy számítási igénye⁵⁹ az alábbi okokra vezethető vissza:

- Az **egyes** iterációs **lépések jelentős ideig tartanak** azáltal, hogy minden lépésben 44 virtuális kísérletet hajtunk végre.
- Az iterációval rendszerint csak igen sok lépés után találjuk meg a *tervezési pontot*, ami az összetett nemlineáris mechanikai problémára⁶⁰, a gradiens számításánál a numerikus deriválás alkalmazására, és a viszonylag sok valószínűségi változó alkalmazásából adódó többváltozós optimalizálási feladat jellegére vezethető vissza.

⁵⁸ A saját laptopon végzett számítások, melyek a korábban bemutatott összes valószínűségi változóval és 44 földrengésrekorddal számolnak akár hetekig, hónapokig tarthatnak, mígnem annyi diszkrét pontot ismerünk, amelyekre kellő megbízhatósággal *lognormális eloszlásfüggvényt* illeszthetünk a *törékenységi görbe* előállításához. Ezzel a számítási igénnyel, a kutatás elkezdésekor tisztában voltunk, így kezdetektől fogva a fenti eljárás számítógépi környezetbe való adaptálását azzal a céllal végeztem, hogy a pontos számításokat a *BME* szuperszámítógépének használatával végezzük el. A dolgozat megírásának időpontjáig erre azonban - rajtunk kívülálló számítástechnikai okokból - nem volt lehetőség.

⁵⁹ A *Monte Carlo szimulációt* leszámítva a (3.1)-es fejezetnél ismertetett módszerek alkalmazásának feltétele volt a *FORM módszer* előzetes végrehajtása. Így, a *FORM* módszernél tapasztat nehézségek ezen további módszerek alkalmazásának is gátat szab.

⁶⁰ Amennyiben egyszerűbb lineáris mechanikai feladatot vizsgálunk, akkor a *tervezési pont* helye az iterációs algoritmus számára sokkal "kiszámíthatóbbá" válik, így csak jelentősen kevesebb iterációs lépésre van szükség.



A *Monte Carlo szimuláció* alkalmazhatóságát nem befolyásolja a figyelembevett valószínűségi változók száma, azonban ez is rendkívüli számítási igénnyel jár⁶¹:

Az általam bevezetett **közelítő módszer alapötlete** az, hogy a *határállapot-függvényekben* szereplő *szeizmikus igényeket* reprezentáló paramétereket (mint végeselemes számításokból kapott **származtatott mennyiségeket**), is **random változókként** kezeljük. A módszer előnye ekkor abban mutatkozik meg, hogy a *FORM* analízis során már nem kell végeselemes számításokat végezni, így az nagyon rövid idő⁶² alatt végrehajthatóvá válik. A származtatott mennyiségek ily módon történő kezelése három fő lépésből áll:

- Elő kell állítani az adott paraméter egy olyan adathalmazát, amely jól reprezentálja a szeizmikus igény változékonyságát, a bemenő paraméterek sztochasztikus természetéből adódóan. Ezt az adathalmazt minden esetben Monte Carlo szimuláció⁶³ segítségével állítom elő. Természetesen, ez a módszer csak akkor lehet gazdaságos, ha a *nyers Monte Carlo módszernél* alkalmazandó virtuális kísérletek számához képest jelentősebben kevesebb szimuláció végrehajtásával is kellő megbízhatósággal megbecsülhetővé válnak a származtatott mennyiségek paraméterei.
- Ennek megfelelően a **paraméterbecslés** olyan módszerrel kell, hogy történjen, ami már korlátozottabb számú adathalmaz esetén is megbízható becslést ad. A 2. fejezetben ismertetett paraméterbecslő technikák közül éppen ezzel a tulajdonságával tűnt ki a **maximum likelihood becslés**, amelynél a paraméterek becslése egy "valószínűségi" függvény maximalizálásával érhető el. Jelen feladat végrehajtásánál ezért ezt a technikát alkalmazom.
- Meg kell határozni, hogy az adott származtatott mennyiség milyen valószínűségi eloszlással reprezentálható. Általánosságban elmondható, hogy ezt a feladatot, minden egyes változó esetén külön-külön meg kell tenni. Munkámban azt tapasztaltam, hogy az általam vizsgált származtatott mennyiségek normál eloszlással jól jellemezhetők voltak. Tekintve, hogy a származtatott mennyiségek 15-20 valószínűségi változót tartalmazó számítások eredményei, véleményem szerint az előbbi megállapítás a centrális határeloszlás tételével van összefüggésben⁶⁴.

A normál eloszlással jellemezhető származtatott mennyiségre mutat egy példát a (3.21)-es ábra, ahol a keretsarok csomópont elfordulását, mint szeizmikus igényt reprezentáló származtatott mennyiséget jellemeztem.

⁶¹ Gondoljunk bele abba, hogy például 10 diszkrét pont meghatározása a valószínűségi változók 1 millió realizációja alapján összesen **440 millió** *Time-history analízis* végrehajtását igényli.

⁶² Akár néhány perc vagy másodperc.

⁶³ Ily módon a végeselemes számításokat a *FORM analízis* előtt végrehajtandó *Monte Carlo* szimulációk során hajtjuk végre.

⁶⁴ Amennyiben kevesebb random változót tartalmaz a feladat, akkor a kapott eredmények egyre inkább eltérhetnek a normál eloszlástól. Kutatásom során magam is ezt tapasztaltam.



3.21 ábra Maximális csomóponti elfordulás, mint normál eloszlású valószínűségi változó

A következőkben vizsgáljuk meg, hogy a fenti megjegyzéseim, miszerint a paraméterbecslés viszonylag korlátozott számú adathalmaz esetén is igen jó megbízhatósággal végrehajtható, valamint, hogy a származtatott mennyiség normál eloszlással jellemezhető, mennyire felelnek meg a valóságnak. Ehhez nézzünk egy példát, ahol a g_1 -es határállapot-függvényben szereplő ε_{max} fajlagos nyúlást, jellemezzük normál eloszlású valószínűségi változóként. A vizsgálat során a feladatot n=10, n=100, n=1000 és n=10000-es mintát tartalmazó Monte Carlo szimuláció esetére is elvégzem, hogy megfigyelhessük, hogy a becslés pontossága, hogyan változik az adathalmazt alkotó realizációk számának függvényben. Első lépésben győződjünk meg arról, hogy a változó normál eloszlással jellemezhető. Ehhez n=10000 esetére végezzük el a **maximum likelihood becslést**. A kapott sűrűséget és a valószínűségi eloszlások eredményét a (3.22)-es és (3.23)-as ábrákon ábrázoltam.



3.22 ábra Fajlagos nyúlás, mint normál eloszlású valószínűségi változó: Sűrűség



3.23 ábra Fajlagos nyúlás, mint normál eloszlású valószínűségi változó

A fenti két ábra alapján joggal elmondható, hogy a kapott *fajlagos nyúlás* értékek jól illeszkednek a *normál eloszlás eloszlásfüggvényre*, hiszen a (3.23)-as ábrán a két görbe szinte teljesen egybeolvadt. Ezen felül, az illesztés helyességéről a - gyakran használt - **probability plot** eljárással is meggyőződhetünk. Ennek eredménye a (3.24)-es ábrán látható.


3.24 ábra Fajlagos nyúlás illesztésének ellenőrzése probability plot módszerrel

Látva, hogy a pontok valóban illeszkednek az egyenesre végérvényesen meggyőződhetünk, arról, hogy a normál eloszlás feltételezése, és az illesztés végrehajtásának módja helyes. A következőkben vizsgáljuk meg, hogy az eredmény megbízhatósága mennyiben romlik akkor, ha n=10000-nél kevesebb szimulációt hajtunk végre. Ehhez különböző n-ekre elkészítettem a törékenységi görbét, melyek a (3.25)-ös ábrán láthatók.



3.25 ábra Fajlagos nyúlás illesztésének ellenőrzése probability plot módszerrel



A (3.25)-ös ábrán az látható, hogy a törékenységi görbék szinte teljesen egybeolvadnak, annak ellenére, hogy a szimulációk száma - és így a számítási idő - között nagyságrendnyi eltérés volt. Ennek a számunkra rendkívül kedvező eredménynek az az oka, hogy a maximum likelihood becslés, már viszonylag kevés mintából álló adathalmaz esetén is igen megbízható eredményre vezet. Annak ellenére, hogy a (3.26)-os ábrán látható módon n=100-nál a kapott hisztogram alakja még "alig" hasonlít a *normál eloszlás sűrűségfüggvényére*, az illesztett függvény paraméterei nagyon közel⁶⁵ esnek az n=10000-nél kapott értékekhez.



3.26 ábra Normál eloszlás illesztése nagyon kevés adatból álló adathalmaz esetén

A közelítő módszer ellenőrzése céljából később⁶⁶ ezek eredményeit a hagyományos *nyers Monte Carlo szimuláció* eredményeivel is összevetettem.

A fentiek alapján úgy vélem, hogy ez a közelítő módszer alkalmas lehet a törékenységi görbék előállítására, így a dolgozatomban szereplő eredmények többségét, ennek a módszernek az alkalmazásával állítottam elő⁶⁷.

⁶⁵ Például az n=10000-es és n=100-as számításokkal kapott várható értékek és szórások közötti relatív hiba mindössze ezredekben volt mérhető. A kapott törékenységi görbék rendkívüli hasonlóságát az eddig említett okokon túl az is okozza, hogy a határállapot-függvényekben további nagy érzékenységgel bíró változók is szerepelnek.

⁶⁶ Ez a vizsgálat az 5. fejezetben szereplő eredményeknél látható.

⁶⁷ Még egyszer hangsúlyozom, hogy, ha a számítástechnikai lehetőségeink megengedik, akkor a klasszikus megbízhatósági módszerek is használhatók.

4. Nemlineáris végeselemes analízis

Ebben a fejezetben, a síkbeli nyomatékbíró acélkeret példáján keresztül bemutatom a végrehajtandó nemlineáris, dinamikai földrengésvizsgálat részleteit. Először részletesen tárgyalom, hogyan célszerű felépíteni a szerkezet nemlineáris végeselemes modelljét, ezután pedig bemutatom, hogy a rekordok kiválasztására és skálázására milyen módszert alkalmaztam. Végezetül, kitérek a nemlineáris analízis részleteire.

4.1. Végeselemes modell

A síkbeli nyomatékbíró acélkeret mechanikai modelljének sematikus vázlata a (4.1)-es ábrán látható.



4.1 ábra Síkbeli acélkeret végeselemes modelljének sematikus vázlata

A végeselemes számítások során a keretszerkezetet oszlopait és gerendáját a "NonlinearBeamColumn" nemlineáris rúd végeselemekkel modelleztem⁶⁸. Az *I* keresztmetszetű rudakat az *OpenSees* beépített "Wide Flange Section" keresztmetszet szerkesztőjével modelleztem. A geometriai nemlinearitás⁶⁹ figyelembevételéhez a gerendáknál Korotációs transzformációt, míg az oszlopoknál P-Delta transzformációt alkalmaztam, hogy a destabilizáló *P-Delta hatást* az előírásoknak megfelelően figyelembe vegyem.

⁶⁸ Ezen nemlineáris végeselemek alkalmazásakor lehetőségünk nyílik arra, hogy a rudak hossza mentén terjedő képlékenyedést figyelembe vegyük.

⁶⁹ Jelen esetben a geometriai nemlinearitás figyelembevétele a **nagy elmozdulások** kialakulásának lehetősége miatt fontos. A nagy elmozdulások mellett, jelen esetben **kis alakváltozásokkal** számoltam.



A nemlineáris anyagi viselkedés modellezésére a bilineáris felkeményedő anyagmodelt, használtam, amelyhez tartozó $\sigma - \varepsilon$ diagram a (4.2)-es ábrán látható. Ez az anyagmodell képes a *kombinált izotrop-kinematikus felkeményedés* modellezésére, azonban ebben a mintapéldában csak *kinematikus keményedéssel* számoltam.



4.2 ábra Bilineáris felkeményedő anyagmodel $\sigma - \varepsilon$ diagram (Forrás: [14])

Az anyagi viselkedés modellezésekor fontos volt, hogy a *képlékeny plató* ne legyen teljesen vízszintes, ugyanis ekkor lehetőség lenne a képlékeny mechanizmus kialakulására. A **FEMA**ban, és a - 2. fejezetben ismertetett - törékenységi görbék meghatározására irányuló módszerek esetén, a **képlékeny mechanizmust** rendszerint **szimulált tönkremeneteli módként** vesszük figyelembe, ugyanis a *törékenységi görbe* adott intenzitáshoz tartozó *diszkrét pontjának* meghatározásakor elegendő azt megvizsgálni, hogy a szerkezet összedőlte avagy sem. A **megbízhatósági analízis** végrehajtása azonban megköveteli, hogy olyan modellt alkalmazzunk, amelynél a szerkezet nem válik *kinematikailag határozatlanná*, ugyanis ebben az esetben a merevségi mátrix szingularitásából adódóan semmiféle eredményt nem kapnánk a szeizmikus igényekre (melyek a *határállapot-függvényekben* szerepelnek).

A (4.1)-es ábrán látható módon, a talpcsomópont elfordulási merevségének figyelembevételére ún. "*fenomenológiai*" "**ZeroLength**" **rugóelemeket** alkalmaztam. Jelen példában a kapcsolati merevség modellezésénél, lineáris nyomaték-elfordulás összefüggést feltételeztem.

4.2. Földrengésrekordok kiválasztása és skálázása

A 2. fejezetben a célkitűzések között említettem, hogy a szeizmikus igény meghatározásához, a megbízhatósági analízis minden iterációs lépésében 44 különböző földrengésrekordra végezzük el a nemlineáris dinamikai földrengésvizsgálatot, majd az eredmények átlagát tekintjük végeredménynek. Mindehhez, a tranziens analízis elvégzése előtt **két kérdést** kell megválaszolnunk:



- Mely rekordokat használjuk a számítások során? Vagyis milyen eljárással választjuk ki a rekordokat?
- Az egyes rekordok mekkora "erősségű" földrengést reprezentáljanak? Vagyis hogyan hajtjuk végre a rekordok skálázását?

A **spektrális alak**, vagyis a talajmozgások frekvenciatartalma **nagy mértékben befolyásolja** a szerkezetek **tönkremeneteli valószínűségét**. Ahhoz, hogy a *tönkremeneteli valószínűséget* megbízhatóan megbecsüljük, ezt, a spektrális alak változékonyságából adódó bizonytalanságot ("*record-to-record variability*") valamilyen módon figyelembe kell vennünk. Ez az oka annak, hogy több, előre gondosan kiválasztott földrengésrekordra is el kell elvégezni a számításokat. Néhány rekord - és az "alakjuk" közötti különbség - látható a (4.3)-as ábrákon.



4.3.a ábra Az 1994-es Northridge-i földrengés Beverly Hills-ben mért gyorsulásértékei



4.3.b ábra Az 1999-es Duzce-i földrengés Bolu szeizmikus állomáson mért gyorsulásértékei



Hidak és Szerkezetek Tanszék



4.3.c ábra Az 1979-es Imperial Valley-i földrengés El Centro Array #11-es szeizmikus állomáson mért gyorsulásértékei

A rekordok kiválasztása rendkívül összetett feladat, mely során számos kritériumot kell a szemünk előtt tartani. A FEMA P695-ben nagy figyelmet fordítottak arra, hogy "megfelelő" rekordokat, kellő számban válasszanak ki ahhoz, hogy a spektrális alak változékonyságából adódó bizonytalanságot kielégítő módon kezeljék. Mint azt korábban is hangsúlyoztam, dolgozatom egyik fő célja egy olyan eljárásrendszer kidolgozása, melyben a törékenységi görbe meghatározásakor az ellenállás oldali bizonytalanságok - a *FEMA*-val ellentétben - objektíven figyelembe vehetők. Célom, hogy a kapott eredményeket összevethessük a *FEMA* eredményeivel, és így megvizsgálhassuk, hogy a *tönkremeneteli valószínűség* alakulásában mekkora szerepe van az ellenállás oldali bizonytalanságoknak. Azért, hogy az eredmények közötti különbség csupán az ellenállás oldal eltérő kezeléséből származzon, fontos, hogy - legalábbis a kutatás jelen fázisában - a hatásoldalt a *FEMA*-val azonos módon kezeljük. Éppen ezért, én is azt a 44 rekordot használom a *Time-history* analízis során, melyet a *FEMA*-ban kiválasztottak erre a célra, valamint ezek skálázásánál is a *FEMA*-val azonos módon járok el. Ezért a következőkben röviden összefoglalom, hogy a *FEMA* P695 megalkotásakor, a rekordok kiválasztása és skálázása során, melyek voltak a legfontosabb szempontok.

A rekordok kiválasztásában fontos szerepe van a földrengés **magnitudójának**. A nagy magnitudójú földrengések járnak a **legnagyobb kockázattal**, ugyanis ezek rendszerint a szerkezetek viszonylag hosszan tartó, erős rázkódását okozzák. Az ezeknél kisebb (M<6,5) magnitudójú fölrengések noha szintén képesek erős talajmozgásokat előidézni, az új épületek esetében ezek rendszerint "csak" *nem szerkezeti tönkremenetellel* járnak. Ennek az az oka, hogy ezek esetében a rázkódás viszonylag rövid ideig tart, valamint ezek a rengések csak kisebb területen éreztetik a hatásukat és így kevesebb szerkezetet érintenek.

Másik fontos szempont volt, hogy a kiválasztott rekordoknál eltérő legyen a **földrengés típusa**, vagyis egyszerre legyenek rekordok melyek a kőzetlemezek összeütközéséből és alábukásából, valamint a lemezek elnyíródásából és elcsúszásából származnak. Ezeket az eseteket a (4.4)-es ábra illusztrálja.



4.4 ábra Földrengések főbb típusai (Forrás: [15])

A rekordok kiválasztásakor arra is ügyeltek, hogy a földrengés adatait milyen **talajkörnyezetben** rögzítették. Ennek megfelelően, az egyes rekordok puhább kőzethez, míg mások "merev" talajkörnyezethez tartoznak. Sziklás környezetre viszonylag kevés adattal rendelkezünk, így ehhez, - valamint kifejezetten puha és gyenge minőségű talajokhoz - tartozó rekordokat nem használnak.

Ügyeltek arra, hogy a kiválasztott rekordoknál az **észlelés helye legalább 10 km-re legyen a földrengés helyétől**. Ennek megfelelően a kiválasztott rekordok a "Far-Field" csoportba tartoznak⁷⁰.

Fontos szempont volt, hogy a **kiválasztott fölrengések csoportja ne tartalmazzon túl sok egyazon földrengéshez tartozó rekordot**. Mivel nagyobb magnitudójú rengések nagyobb területen éreztetik a hatásukat, így általában több feljegyzés is készül róluk mint a kisebb magnitudójú rengésekről. Ezért, ha nem szentelünk rá külön figyelmet, akkor előfordulhat, hogy a kiválasztott rekordokban valamiféle "*földrengési eseményhez tartozó elfogultságot*" figyelhetünk meg. Ennek elkerülésére, a *FEMA P695* megalkotói kikötötték, hogy **egy földrengéshez** a kiválasztott rekordok csoportjában **legfeljebb 2x2 rekord tartozhat**.

Alapvető követelmény volt, hogy a kiválasztott rekordok "**erős**" **talajmozgásokhoz** tartozzanak. Ezeknél előírták, hogy a *maximális talajgyorsulás* (*PGA*) meghaladja a 0,2 g-t, valamint a *maximális talajsebesség* (*PGV*) nagyobb legyen mint 15 cm/sec. Megjegyzem, hogy az eddigieken túl, a rekordok kiválasztásában a szeizmikus mozgást észlelő eszköz képességeinek is szerepe volt.

A fenti szempontoknak megfelelően a *FEMA P695*-ben 22 darab földrengésészlelésről készült feljegyzést választottak ki, és mindegyikhez kettő-kettő egymásra merőleges horizontális irányba tartozó rekord tartozik. A 22 földrengésészleléshez tartozó magnitudót, dátumot és helyszínt - a mérőállomás nevével egyetemben - a (4.5)-ös táblázat tartalmazza.

⁷⁰ Megjegyzem, hogy a *FEMA P695*-ben egy "*Near-Field*" csoport is található, melyben a 10 km-nél közelebb lévő rengések szerepelnek.



udapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyete Hidak és Szerkezetek Tanszék

ID		Earth	nquake	Recording Station		
No.	м	Year	Name	Name	Owner	
1	6.7	1994	Northridge	Beverly Hills - Mulhol	USC	
2	6.7	1994	Northridge	Canyon Country-WLC	USC	
3	7.1	1999	Duzce, Turkey	Bolu	ERD	
4	7.1	1999	Hector Mine	Hector	SCSN	
5	6.5	1979	Imperial Valley	Delta	UNAMUCSD	
6	6.5	1979	Imperial Valley	El Centro Array #11	USGS	
7	6.9	1995	Kobe, Japan	Nishi-Akashi	CUE	
8	6.9	1995	Kobe, Japan	Shin-Osaka	CUE	
9	7.5	1999	Kocaeli, Turkey	Duzce	ERD	
10	7.5	1999	Kocaeli, Turkey	Arcelik	KOERI	
11	7.3	1992	Landers	Yermo Fire Station	CDMG	
12	7.3	1992	Landers	Coolwater	SCE	
13	6.9	1989	Loma Prieta	Capitola	CDMG	
14	6.9	1989	Loma Prieta	Gilroy Array #3	CDMG	
15	7.4	1990	Manjil, Iran	Abbar	BHRC	
16	6.5	1987	Superstition Hills	El Centro Imp. Co.	CDMG	
17	6.5	1987	Superstition Hills	Poe Road (temp)	USGS	
18	7.0	1992	Cape Mendocino	Rio Dell Overpass	CDMG	
19	7.6	1999	Chi-Chi, Taiwan	CHY101	CWB	
20	7.6	1999	Chi-Chi, Taiwan	TCU045	CWB	
21	6.6	1971	San Fernando	LA - Hollywood Stor	CDMG	
22	6.5	1976	Friuli, Italy	Tolmezzo		

4.5. táblázat FEMA P695-ben kiválasztott 22 földrengésesemény (Forrás: [1])

A rekordokhoz tartozó maximális talajgyorsulás és sebesség értékeket a (4.6)-os táblázat tartalmazza⁷¹.

⁷¹ Ezen rekordok - további rekordok ezrei mellett - ingyenes elérhetők a *Pacific Earthquake Engineering Research Center* (PEER) adatbázisában a *http://ngawest2.berkeley.edu/site* weboldalon.

Hidak és Szerkezetek Tanszék						
		PEER-N	Recorded Motions			
ID No.	Record	Lowest	File Names - Ho	PGA max	PGV _{max}	
110.	Seq. No. F		Component 1 Component 2		(g)	(cm/s.)
1	953	0.25	NORTHR/MUL009	NORTHR/MUL279	0.52	63
2	960	0.13	NORTHR/LOS000	NORTHR/LOS270	0.48	45
3	1602	0.06	DUZCE/BOL000	DUZCE/BOL090	0.82	62
4	1787	0.04	HECTOR/HEC000	HECTOR/HEC090	0.34	42
5	169	0.06	IMPVALL/H-DLT262	IMPVALL/H-DLT352	0.35	33
6	174	0.25	IMPVALL/H-E11140	IMPVALL/H-E11230	0.38	42
7	1111	0.13	KOBE/NIS000	KOBE/NIS090	0.51	37
8	1116	0.13	KOBE/SHI000	KOBE/SHI090	0.24	38
9	1158	0.24	KOCAELI/DZC180	KOCAELI/DZC270	0.36	59
10	1148	0.09	KOCAELI/ARC000	KOCAELI/ARC090	0.22	40
11	900	0.07	LANDERS/YER270	LANDERS/YER360	0.24	52
12	848	0.13	LANDERS/CLW-LN	LANDERS/CLW-TR	0.42	42
13	752	0.13	LOMAP/CAP000	LOMAP/CAP090	0.53	35
14	767	0.13	LOMAP/G03000	LOMAP/G03090	0.56	45
15	1633	0.13	MANJIL/ABBARL	MANJIL/ABBART	0.51	54
16	721	0.13	SUPERST/B-ICC000	SUPERST/B-ICC090	0.36	46
17	725	0.25	SUPERST/B-POE270	SUPERST/B-POE360	0.45	36
18	829	0.07	CAPEMEND/RIO270	CAPEMEND/RIO360	0.55	44
19	1244	0.05	CHICHI/CHY101-E	CHICHI/CHY101-N	0.44	115
20	1485	0.05	CHICHI/TCU045-E	CHICHI/TCU045-N	0.51	39
21	68	0.25	SFERN/PEL090	SFERN/PEL180	0.21	19
22	125	0.13	FRIULI/A-TMZ000	FRIULI/A-TMZ270	0.35	31

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyet

4.6. táblázat A kiválasztott 22 földrengésesemény PGA és PGV adatai (Forrás: [1])

A rekordok skálázása két fő lépésből áll. Első lépésben a rekordokat egyesével normalizáljuk a maximális talajmozgás sebesség (PGV) értéke szerint. Ekkor az egyes rekordok "erősségét növeljük" míg másokét lecsökkentjük. A normalizálással az a célunk, hogy az egyes rengések közötti magnitudó, észlelési távolság a forrástól, földrengés típus és talajkörnyezet közötti különbségeket eloszlassuk, mindamellett, hogy a spektrális alak változékonyságát továbbra is megtartsuk. A kiválasztott rekordok normalizálásához tartozó szorzótényezőket, és a normált rekordok PGA és PGV értékeit a (4.7)-es táblázat tartalmazza.

	Ac Bo	corded Para	motore		Normalized Motions	
ID No.	As-Recorded Parameters			Normaliz-	Normalized Motions	
	Comp. 1	Comp. 2	PGVPEER (cm/s.)	Factor	PGA _{max} (g)	PGV _{max} (cm/s.)
1	1.02	0.94	57.2	0.65	0.34	41
2	0.38	0.63	44.8	0.83	0.40	38
3	0.72	1.16	59.2	0.63	0.52	39
4	0.35	0.37	34.1	1.09	0.37	46
5	0.26	0.48	28.4	1.31	0.46	43
6	0.24	0.23	36.7	1.01	0.39	43
7	0.31	0.29	36.0	1.03	0.53	39
8	0.33	0.23	33.9	1.10	0.26	42
9	0.43	0.61	54.1	0.69	0.25	41
10	0.11	0.11	27.4	1.36	0.30	54
11	0.50	0.33	37.7	0.99	0.24	51
12	0.20	0.36	32.4	1.15	0.48	49
13	0.46	0.28	34.2	1.09	0.58	38
14	0.27	0.38	42.3	0.88	0.49	39
15	0.35	0.54	47.3	0.79	0.40	43
16	0.31	0.25	42.8	0.87	0.31	40
17	0.33	0.34	31.7	1.17	0.53	42
18	0.54	0.39	45.4	0.82	0.45	36
19	0.49	0.95	90.7	0.41	0.18	47
20	0.30	0.43	38.8	0.96	0.49	38
21	0.25	0.15	17.8	2.10	0.44	40
22	0.25	0.30	25.9	1.44	0.50	44

Budapesti Müszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Hidak és Szerkezetek Tanszék

4.7. táblázat A kiválasztott földrengésrekordok normalizálása (Forrás: [1])

A rekordok normalizálása után a rekordokat a *célválaszspektrumnak*⁷² megfelelő értékre skálázzuk. A rekordok skálázása során, fontos annak a kérdésnek az eldöntése, hogy egy rekord milyen kritériumnak megfelelően "illeszkedjen" a *tervezési válaszspektrumra*. Az egyik leggyakrabban használt módszer abból áll, hogy meghatározzuk a vizsgált szerkezet T_1 periódusidejét, majd az egyes rekordokat úgy skálázzuk, hogy minden rekordhoz tartozó válaszspektrum T_1 helyen illeszkedjen a *cél válaszspektrumra*. Ekkor tehát egy pontban írjuk elő a válaszspektrumok egyezését. Ezt a módszert illusztrálja a (4.8)-as ábra.

⁷² A *célválaszspektrum* szerepét gyakran az a szabványos *tervezési válaszspektrum* tölti be, amelynek használatával a szerkezetet előtervezték.



4.8 ábra Egy pontban illesztett rekordokhoz tartozó válaszspektrumok (A cél válaszspektrumot pirossal, a medián vastagon feketével jelöltem)

A *FEMA P695*-ös eljárás ehhez hasonlóan jár el, ugyanis a rekordok skálázásánál egyedül a szerkezet periódusidejéhez tartozó pontra koncentrál, azonban a rekordokat nem "egyesével" illeszti a *célválaszspektrumra*, hanem mind a 44-et "együttesen" kezeli. Ez abban mutatkozik meg, hogy a 44 rekordhoz **ugyanazt a szorzótényezőt** rendeljük aszerint, hogy a **medián-válaszspektrum** értéke T_1 helyen megegyezzen a célválaszspektrum T_1 pontbeli értékével. Ebből adódóan, ekkor az egyes válaszspektrumok értékei között - a (4.8)-as ábrával ellentétben - bizonyos szórás figyelhető meg, a (4.9)-es ábrának megfelelően.



4.9 ábra Rekordok skálázása a FEMA P695 szerint (Forrás: [1])

A (4.9)-es ábrán látható, hogy az egyes spektrumok értékei között **minden periódusidő** esetén valamekkora szórás figyelhető meg. A (4.10)-es ábra megmutatja, hogy a normalizált rekordokat mekkora tényezővel kell szorozni ahhoz, hogy azok mediánja - adott periódusidő esetén - valamelyik (amerikai szabványban szereplő) *tervezési válaszspektrumra* illeszkedjen.

Period $T = C_u T_a$ (sec.)	Median Value of Normalized Record Set $\hat{S}_{\it NRT}$ (g)		Scaling Factors for Anchoring Far- Field Record Set to MCE Spectral Demand			
(300)	Near-Field	Far-Field	SDC D _{max}	SDC C _{max}	SDC B _{max}	SDC P
	Set	Set		SDC D _{min}	SDC C _{min}	SDC B _{min}
0.25	0.936	0.779	1.93	0.96	0.64	0.32
0.3	1.020	0.775	1.94	0.97	0.65	0.32
0.35	0.939	0.761	1.97	0.99	0.66	0.33
0.4	0.901	0.748	2.00	1.00	0.67	0.33
0.45	0.886	0.749	2.00	0.89	0.59	0.30
0.5	0.855	0.736	2.04	0.82	0.54	0.27
0.6	0.833	0.602	2.49	0.83	0.55	0.28
0.7	0.805	0.537	2.40	0.80	0.53	0.27
0.8	0.739	0.449	2.50	0.83	0.56	0.28
0.9	0.633	0.399	2.50	0.83	0.56	0.28
1.0	0.571	0.348	2.59	0.86	0.58	0.29
1.2	0.476	0.301	2.49	0.83	0.55	0.28
1.4	0.404	0.256	2.51	0.84	0.56	0.28
1.6	0.356	0.208	2.70	0.90	0.60	0.30
1.8	0.319	0.168	2.98	0.99	0.66	0.33
2.0	0.284	0.148	3.05	1.02	0.68	0.34

4.10 ábra Rekordok tervezési válaszspektrumra történő illesztése (Forrás: [1])



Mint azt korábban említettem, jelen esetben a *FEMA P695* most ismertetett eljárása szerint végzem el a rekordok skálázását, azonban megemlítem, hogy egy másik alternatív módszert is használhattunk volna. A válaszspektrumok egy pontban történő illesztésének megvan az a hátránya, hogy mivel a *megbízhatósági analízisnél* végrehajtott iteráció során, a valószínűségi változók egyes realizációi közötti eltérések a periódusidő megváltozását okozzák, így a rekordok már egymástól eltérő intenzitású földrengéshez tartozhatnak.

Ahhoz, hogy ezt a hibalehetőséget kiküszöböljük úgy járhatunk el, hogy a válaszspektrumokat nem egy pontban, hanem egy tartomány mentén illesztjük, valamilyen *regressziós módszerrel* (pl.: *legkisebb négyzetek módszerével, maximum likelihood becslés*) alkalmazásával. Ennél a módszernél arra kell ügyelni, hogy a választott tartomány ne legyen túl nagy, ugyanis ekkor a rekordokhoz tartozó válaszspektrum értékek a szerkezet periódusidejéhez közeli tartományban jelentősen szórhatnak. Ezt a jelenséget illusztrálja a (4.11)-es ábra.



4.11 ábra Teljes tartomány figyelembevételével skálázott rekordokhoz tartozó válaszspektrumok

Ezek alapján - véleményem szerint - az az eljárás tűnik a legcélravezetőbbnek, ha a rekordok illesztésekor egy rövidebb - a szerkezet periódusidejének várható értékéhez közeli - tartományra koncentrálunk. Ilyenkor a tartomány felvételénél például az Eurocode 8.1-ben szereplő $0,2T_1 - 2T_1$ értéket vehetjük alapul. Az ily módon normált rekordokhoz tartozó válaszspektrumok a (4.12)-es ábrán láthatók.



4.12 ábra 0,07s-0,7s közötti tartományon illesztett rekordokhoz tartozó válaszspektrumok

Látható, hogy ilyen esetben, (ha például $T_1=0,35 \text{ sec}$) a periódusidőhöz közeli tartományban a rekordok szórása jelentősen kisebb a (4.11)-es ábrán látotthoz képest.

4.3. Nemlineáris dinamikus (Time-history) analízis

A nemlineáris dinamikus vizsgálat előtt minden esetben egy statikus, gravitációs vizsgálatot hajtunk végre. Ezt követően a gravitációs terheket konstans értéken tartjuk és lenullázzuk a számítás pszeudó-idejét. Ezt követi az adott számításnál használt földrengésrekord importálása.

A **tranziens analízis** végrehajtásához meg kell adni, hogy a rekordok mekkora időközökkel tartalmaznak diszkrét gyorsulásértékeket, valamint, hogy összesen hány van ezekből⁷³. Az egyenletrendszer összeállítására a beépített *BandGeneral algoritmust* alkalmaztam, ezzel elérve, hogy az egyenletrendszer együtthatómátrixa a lehető legkisebb sávszélességgel rendelkezzen⁷⁴. A *kezdetiérték feladat időintegrálását* a **Newmark** β -**módszerrel** végeztem el, hogy az időintegrálás *numerikusan stabil* módszerrel történjen. A megfelelő pontosság eléréséhez a nemlineáris növekményi vizsgálatot ugyanazzal a *dt* időközzel végeztem, ami a rekordok gyorsulásértékei között is szerepelt. A nemlineáris egyenletrendszer megoldására a **Newton-Raphson iterációs algoritmust** alkalmaztam. A

⁷³ Erre a lépésre külön figyelmet kell szentelni, ugyanis ezek a paraméterek a 44 rekordnál más és más értéket vehetnek fel

⁷⁴ Ezzel is csökkentve a számítási igényt.



konvergencia tesztelésére a **normált elmozdulásnövekmények** értékét vetettem össze egy előre definiált 10⁻¹²-ed nagyságrendű határértékkel. Az egyenletmegoldó eljárás megírása során egy olyan eshetőséggel is számoltam, hogy amennyiben a konvergencia kritérium nem teljesül, akkor az algoritmus "átvált" a *Módosított Newton-Raphson iteráció* használatára, az előbb használtnál egy nagyságrenddel kisebb időközzel, majd pedig sikeres megoldás esetén, a következő időpillanatban újra a *hagyományos Newton-Raphson* módszerrel folytatjuk a számítást.

A *tranziens analízis* elvégzésével a *szeizmikus igények* időbeli alakulását is megismerjük. Példaként a gerendában keletkező nyomaték és a keretsarok vízszintes eltolódásának időbeli alakulását a (4.13)-as ábra illusztrálja.



4.13 ábra Szeizmikus igények időbeli változása Time-history analízis alapján

5. Eredmények

Ebben a fejezetben bemutatom és kiértékelem a kapott eredményeket. Általánosságban igaz, hogy a kapott eredmények értékelésekor elsősorban nem azok abszolút értékére fókuszálok, hanem inkább az eltérő módszerekkel kapott eredmények közötti különbségeket vizsgálom. Első lépésben elvégzem a közelítő módszer ellenőrzését, majd pedig megvizsgálom, hogy a most bemutatott eljárással kapott eredmények mennyire egyeznek meg a Növekményi analízis, valamint a FEMA P695 eredményeivel, ha az ellenállás oldali bizonytalanságokat (átmenetileg) elhanyagoljuk. Ezután elvégzem a változók érzékenységi és fontossági vizsgálatát, hogy megtudjuk melyek azok a változók, melyeknek pontos ismerete döntő szerepet játszik a tönkremeneteli valószínűség számításakor, valamint melyek azok, amelyeknek sztochasztikus jellege csupán elenyésző mértékben járul hozzá a tönkremeneteli valószínűséghez. Ezután bemutatom, a valószínűségi változók korrelációvizsgálatát, ahol meghatározzuk, hogy milyen összefüggés figyelhető meg a valószínűségi változók értékei és a kapott eredmények között. Ezt követően megvizsgálom, hogy a törékenységi görbe alakja mikét változik az ellenállás oldali bizonytalanságok figyelembevételével. A görbéket a megbízhatósági analízis, valamint a FEMA előírásainak megfelelően határozom meg. Azért, hogy a törékenységi görbék alakja között megfigyelt eltérések tényleges hatását meghatározzuk, kiszámítom a tönkremeneteli valószínűségeket, melyekhez elvégzem a törékenységi görbék egy szeizmikus veszély görbével történő összeintegrálását.

5.1. Közelítő módszer ellenőrzése

Ebben az alfejezetben az általam kidolgozott **közelítő módszer ellenőrzését** végzem el. Ehhez, a közelítő módszer **eredményeit nyers Monte Carlo szimulációval kapott eredményekkel** hasonlítom össze. Célom, hogy ily módon igazoljam a közelítő módszer használatának a létjogosultságát. Ennek eléréséhez, mind a két módszerrel előállítom egy nyomatékbíró acélkeret *törékenységi görbéjét*, és figyelem, hogy az eredmények között mekkora eltérést figyelhetünk meg⁷⁵. A kapott eredmények az (5.1)-es ábrán láthatók.

 ⁷⁵ Tekintve, hogy most kizárólag a különböző módszerrel kapott eredmények összehasonítása a célom,
 a számítási idő csökkentése céljából - jelen esetben csak egy földrengésrekordra végzem el a számítást.



5.1 ábra Közelítő módszer eredményének ellenőrzése

Az (5.1)-es ábrán azt láthatjuk, hogy a közelítő módszerrel kapott törékenységi görbék (még kis számú előzetes *Monte Carlo szimuláció* elvégzése esetén is) szinte teljesen egybeolvadnak a *Nyers Monte Carlo szimulációval* kapott görbével. Azért, hogy a különbségeket pontosan számszerűsítsem, az alábbi táblázatban összefoglaltam az (5.1)-es ábrán látható, közelítő módszerrel kapott lognormális eloszlásfüggvények várható értékének és szórásának relatív hibáját, a nyers Monte Carlo szimuláció eredményeihez viszonyítva.

Közelítő számítások	Várhatóérték relatív hibája	Szórás relatív hibája	
n=10	0,75%	5,94%	
n=100	0,58%	5,29%	
n=1000	0,24%	6,84%	
n=10000	0,30%	1,65%	

5.1. táblázat Közelítő módszer eredményeinek relatív hibája a nyers Monte Carlo szimuláció eredményeihez viszonyítva

A törékenységi görbék különbségének további kvantitatív elemzéséhez, a görbéket egy 50 éves időtartamra vonatkozó szeizmikus veszély görbével integrálom össze, hogy meghatározzam az adott törékenységi görbével kapott tönkremeneteli valószínűséget. A számításoknál használt - 50 évre vonatkozó - szeizmikus veszély görbe az (5.2)-es ábrán látható.



5.2 ábra Komárom térségére és 50 éves időtartamra vonatkozó szeizmikus veszély görbe

A (2.15)-ös képletben lévő integrálás elvégzése nélkül az (5.3)-as görbére jutunk, mely megmutatja, hogy melyik az az intenzitástartomány, ami hatékonyan hozzájárul a tönkremeneteli valószínűséghez és így a szeizmikus kockázathoz.



5.3 ábra Intenzitás hozzájárulása a tönkremeneteli valószínűséghez



Jelen esetben az (5.3)-as ábra fő információtartama abban áll, hogy az ábrán szereplő görbék alatti terület megegyezik a tönkremeneteli valószínűség értékével. Látható, hogy a különböző számítások eredményeivel kapott görbék ezúttal is nagyon jó egyezést mutatnak, melyből adódóan a kapott tönkremeneteli valószínűségértékek között is, csak viszonylag csekély különbség lehet. A tönkremeneteli valószínűség számítását numerikus integrálással⁷⁶ végeztem el. A közelítő módszerrel kapott tönkremeneteli valószínűségeket, valamint azok relatív hibáját (a nyers Monte Carlo eredményéhez viszonyítva) az (5.2)-es táblázatban foglaltam össze.

Számítások	Tönkremeneteli valószínűség	relatív hiba
Monte Carlo	0,0074	-
Közelítő módszer: n=10	0,0075	1,84%
Közelítő módszer: n=100	0,0075	1,42%
Közelítő módszer: n=1000	0,0074	0,35%
Közelítő módszer: n=10000	0,0074	0,81%

5.2. táblázat Közelítő módszerrel kapott tönkremeneteli valószínűségek és azok relatív hibája a nyers Monte Carlo szimuláció eredményéhez viszonyítva

Tekintve, hogy az iménti eredmények esetén legfeljebb néhány százalékos eltérésekről beszélhettünk, ezek alapján (valamint a 3. fejezetben a módszer ismertetésekor felsorolt érvek alapján) úgy ítélem meg, hogy **a közelítő módszer alkalmas a törékenységi görbék előállítására**. Mint azt a későbbiekben látni fogjuk, a különböző módszerekkel kapott görbék összehasonlításakor - az esetek többségében - az előbbieknél jóval nagyobb különbségekről fogunk beszélni, ezért a soron következő számításokat, a számítási idő csökkentése céljából a közelítő módszerrel végzem el⁷⁷.

5.2. Keretrendszer ellenőrzése

Ebben az alfejezetben az általam bemutatott **eljárásrendszer ellenőrzését** végzem el. Ehhez - átmenetileg - úgy módosítok a 3. fejezetben ismertetett sztochasztikus modellen, hogy **eltekintek** az **ellenállás oldali bizonytalanságok figyelembevételétől**. Ezzel az a célom, hogy a most bemutatott módszerrel, valamint a *Növekményei analízissel*⁷⁸ egymással jól összehasonlítható eredményeket állítsak elő. Mivel a **hatásoldali bizonytalanságokat** a szakirodalomban található módszerekkel **közel azonosan jellemeztem** ezért elvárható, hogy az **eredmények is közel azonosak legyenek**. Jelen esetben a 44 rekordra elvégzem a *virtuális kísérleteket*, mely során a g_1 -es határállapot-függvénnyel jellemzett, nem-szimulált tönkremeneteli móddal számolok. Ekkor tehát, egyrészt az egyes intenzitásértékekre

⁷⁶ A numerikus integrálást az adaptív *Simpson-kvadratúrával* végeztem el.

⁷⁷ Továbbra is igaz az, hogy a megbízhatósági analízis klasszikus módszereinek alkalmazásának nincs elvi akadálya. Amennyiben még pontosabb eredményekre törekszünk ezek a módszerek alkalmazhatók, azonban a fenti, - rendszerint maximum néhány százalékos - hibák kiküszöböléséért, a számítási időben általában drágán meg kell fizetnünk.

⁷⁸ Növekményi analízis alatt egy a klasszikus *IDA analízishez* nagyon hasonló módszert értek, ahol az egyedüli különbséget az jelenti, hogy az alkalmazott rekordokat nem egyenként, hanem a *FEMA P695*-nél látott módon együtt skálázom.



megszámolom, hogy az elvégzett kísérletek hány százaléka járt a szerkezet tönkremenetelével (és így - egy statisztikai kiértékelés útján - határozom meg a *tönkremeneteli valószínűséget*), valamint ezzel párhuzamosan a - korábban bemutatott és ellenőrzött - *közelítő módszert* is alkalmazom, mely során előzetes *Monte Carlo szimulációval* előállítom a *fajlagos nyúlás* mintahalmazát, majd a FORM analízis elvégzésével kiszámítom a tönkremeneteli valószínűséget. A meghatározott *diszkrét pontokra* - a törékenységi görbék előállítása céljából - mind a két esetben *maximum likelihood becsléssel* egy *lognormális eloszlásfüggvényt illesztek*. A diszkrét spektrális gyorsulásértékeknél kapott eredmények az (5.4)-es ábrán láthatók.



5.4 ábra Keretrendszer eredményének Növekményi analízissel való összehasonlítása az ellenállás oldali bizonytalanságok figyelembevétele nélkül

Az (5.4)-es ábráról több érdekes eredmény is leolvasható. Mindenekelőtt megállapítható, hogy az **eredmények** - ahhoz képest, hogy merőben eltérő eljárással határoztuk meg őket, - az ábra jelentős részén igen **jó egyezést mutatnak**. Nagyon fontos eredmény, hogy a *Növekményi analízissel* meghatározott 0,5-ös valószínűséghez tartozó diszkrét pont (**mediánpont**) **a most bemutatott keretrendszerrel meghatározott törékenységi görbén helyezkedik el.** Ez egy kitüntetett szerepű ellenőrzési pont, ugyanis eltérő kapacitással rendelkező szerkezetek esetén, a törékenységi görbék egymástól vízszintesen eltolva⁷⁹ helyezkednek el. Tekintve, hogy a mostani számítás során ugyanazt a szerkezetet - többé-kevésbé - ugyanolyan hatásoknak tettük ki, alapvető követelmény volt a mediánpontok körülbelüli egyezése.

⁷⁹ Vagyis a *lognormális eloszlásfüggvényeknél* a *várható értékekben* eltérés van. (Ez a megállapítás nem zárja ki annak a lehetőségét, hogy a szórásokban is eltérés legyen.)



A fenti ábrán látható módon, a *statisztikai kiértékeléssel* kapott diszkrét tönkremeneteli valószínűségértékek olykor erősen **lépcsőzetes** elhelyezkedést mutatnak. Korábban említettem, hogy ez abból adódik, hogy a 44 kísérlet elvégzése igen korlátozott adathalmaznak minősül. Ily módon, a **statisztikai kiértékelés útján kapott eredmények durva becslésnek** tekinthetők. A lépcsőzetes eredmény ellenére megállapítható, hogy az 1,3 g alatti és a 2 g intenzitásérték feletti tartományban a két módszerrel kapott eredmények jól egyeznek. Azonban, az (5.4)-es ábrán jól látható, hogy az abszcissza tengelyen szereplő körülbelül 1,3-1,7 g-s értékek között a *Növekményi analízis* alapján a tönkremeneteli valószínűség nem változott, hiszen ebben az intenzitás intervallumban nem következett be a vizsgált rekordok között újabb összeomlás. Ebben a tartományban a két módszer között jelentős eltérést kaptam. Nyilvánvaló, hogy a *Növekményi analízis* eredménye távol áll a valóságtól, hiszen elméleti szempontból komoly hiba azt állítani, hogy ilyen viszonylag tág intervallum mentén a tönkremeneteli valószínűség nem változik. Éppen ezért, ebben az esetben nem is lehetett célunk, hogy a most bemutatott keretrendszerrel pontosan a *Növekményi analízis* eredményei kapjuk vissza.

Mint azt a 2. fejezetben tárgyaltuk, az esetek többségében, a lépcsőzetes törékenységi görbe helyett egy lognormális eloszlásfüggvény illesztését végezzük el. Ez azonban csak részben oldja fel a fenti ellentmondást. A diszkrét pontokra⁸⁰ illesztett törékenységi görbéket az (5.5)-ös ábra illusztrálja.



5.5 ábra Keretrendszer eredményének Növekményi analízissel való összehasonlítása az ellenállás oldali bizonytalanságok figyelembevétele nélkül

Az (5.5)-ös ábrán az látható, hogy az 1,3-1,7 g-ig tartó intervallumnál látott hiba következtében a Növekményi analízis alkalmazásával kapott diszkrét pontokra illesztett

⁸⁰ A "saját módszerrel kapott görbét" az (5.4)-es ábrán látható, megbízhatósági analízissel kapott diszkrét pontokra illesztettem



törékenységi görbe olykor jelentősen eltér attól a görbétől, melyet a megbízhatósági analízissel kapott pontokra illesztettem. Az is megállapítható, hogy a görbék közötti eltérés nem csak a "hibás tartománynál" jól kivehető, hanem az ottani eltérések a teljes tartomány mentén **befolyásolják** az **illesztett görbe alakját**. Természetesen, most is igaz az a megállapítás, miszerint az illesztett görbe is csak annyira lesz megbízható, amennyire a diszkrét pontok meghatározása az volt. Ily módon, összességében, a *Növekményi analízissel* kapott eredmények a várhatónál kevésbé bizonyultak megbízhatónak.

Természetesen, a kérdéses 1,3-1,7 *g*-ig tartó tartományon kívül is megfigyelhető valamekkora eltérés a két módszerrel kapott eredmények között. Mivel a mediánpontok egyeznek, a különbségek a szórásértékekben lehetnek, melynek hatására a két módszer esetében a **hatásoldalon szereplő bizonytalansági szintek között kis eltérés** mutatkozik. Tekintve, hogy a két módszer merőben különbözik egymástól ilyen kis mértékű különbség **előfordulhat**. Véleményem szerint ez abból adódik, hogy a (3.19)-es ábrán látható szeizmikus igények halmaza nem tökéletesen illeszkedik a lognormális eloszlásfüggvényre. Ezt az (5.6)-os ábra illusztrálja.



5.6 ábra Szeizmikus igények rekordok alakjából adódó változékonysága

Az illesztés minőségét *probability plot* módszerrel is ellenőrizhetjük. Az eredményeket az (5.7)-es ábrán láthatjuk.



5.7 ábra Szeizmikus igények rekordok alakjából adódó változékonysága

A fenti ábra alapján megállapítható, hogy a kapott eredmények csak valamekkora hibával illeszkednek a lognormális eloszlásra. Tekintve, hogy - amint ezt említettem, - a rekordok kiválasztásakor általában úgy járnak el, hogy a kapott eredmények rekordok alakjának változékonyságából adódóan egy lognormális eloszlásfüggvényre illeszkedjenek, a fenti kisebb-nagyobb **eltérések** bizonyos részben a **korlátozott adathalmaz** mivoltából adódhatnak.

Mindezek alapján úgy vélem, hogy a megbízhatósági analízis elvégzésén alapuló keretrendszer teljesítette a vele szemben támasztott követelményeket, így - véleményem szerint - ez egy hatékony és megbízható módszernek bizonyul a törékenységi görbék előállítása során.

5.3. Érzékenységvizsgálat

Mielőtt az ellenállás oldali bizonytalanságok hatásának vizsgálatára rátérnék, megvizsgálom, hogy az eredmények alakulásában az egyes valószínűségi változóknak mekkora szerepe van. A **valószínűségi változók érzékenységvizsgálata** abból áll, hogy diszkrét spektrális gyorsulásértékeknél elvégezzük a *FORM analízist*, mely során meghatározzuk az egyes változókhoz tartozó α értékeket. Az eredményeket a g_1 -es határállapot-függvény esetére mutatom be, mely összesen négy változót tartalmaz.

Az (5.8)-as ábrán azok az eredmények láthatók, melyeket a 3. fejezetben ismertetett *sztochasztikus modell* esetén - viszonylag kicsi, 0,12 g-s intenzitással számolva - kaptam.



5.8 ábra Random változók érzékenységi tényezője

A fenti ábra jól illusztrálja, hogy a *rekordok frekvenciatartalma közötti változékonyság* mennyire intenzíven befolyásolja a szerkezet tönkremeneteli valószínűségét. A θ_{EQ} valószínűségi változó α -*tényezője* abszolút értéke megközelíti az 1-et, mely elsősorban abból adódik, hogy - az (5.6)-os ábrán látható módon - a rekordok alakjának változékonyságából adódóan a szeizmikus igények relatív szórása számottevően nagyobb annál az értéknél, mint amit a többi változónál megfigyelhettünk. Látható, hogy mivel acélszerkezetek esetén a geometriai méretek valamint rugalmassági modulus és a folyási szilárdság szórása viszonylag kicsi, az egy adott rekord hatására létrejövő fajlagos nyúlás értékek szórása is igen kicsi lesz. Ebből adódóan ε_{max} -hoz nullához közeli α -*tényező* tartozik. Az ellenállás oldali bizonytalanság jelentős részét sok esetben a *modellbizonytalanság* adja. Jelen esetben, a hajlított gerenda tönkremenetelének modellbizonytalanságát leíró θ_{M_R} valószínűségi változót

viszonylag kicsi, 5%-os szórással jellemeztem, így az ehhez tartozó *érzékenységi tényező* körülbelül 0,1-re adódik. Esetünkben ez azt jelentené, hogy az ellenállás oldali bizonytalanságoknak viszonylag kicsi hatása van. Fontos, hogy ez a megállapítás sok esetben tévesnek bizonyulna, hiszen az ellenállás oldali bizonytalanság hatása szerkezettípusról szerkezettípusra és tönkremeneteli módról tönkremeneteli módra jelentőseb változhat. Például, ha a gerenda keretsaroknál lévő keresztmetszetében bekövetkező hajlítási tönkremenetele helyett/mellett például az oszlop kifordulási tönkremeneteli módját (esetleg a kihajlási interakció figyelembevételével), vagy a nyomatékbíró kapcsolat tönkremenetelét vizsgálnánk, akkor ezekben az esetekben az ellenállás oldali modellbizonytalanságot leíró valószínűségi változó szórása az iménti 5%-os értéknek a többszöröse lenne. Ez az érzékenységi tényezőkre is hatással van, melyet az (5.9)-es és (5.10)-es ábrák illusztrálnak.



5.9 ábra Random változók érzékenységi tényezője, amennyiben az ellenállás oldali modellbizonytalanságot 15%os relatív szórással jellemezzük.



5.10 ábra Random változók érzékenységi tényezője, amennyiben az ellenállás oldali modellbizonytalanságot 30%-os relatív szórással jellemezzük.

Látható, hogy 30%-os relatív szórás esetén az ellenállás modellbizonytalanságát leíró valószínűségi változó érzékenységtényezője, már a 0,5-ös értéket is eléri. Ezt jelenti, hogy az ellenállás oldali bizonytalanságok elhanyagolása ilyen esetekben már komoly hibákhoz vezethet.



A számítások során a szakadónyúlás szórását a [10] alapján meglehetősen kicsi 0,06-os relatív szórással jellemeztem. Úgy véljük, hogy jelen esetben, ahol egy ciklikus dinamikai terhelés hatását vizsgáljuk, (amelynél a szakadási tönkremenetel lényegében egy kis ciklusú fáradási tönkremenetelnek is tekinthető) ennél akár nagyobb szórással is lehetett volna számolni⁸¹. A következőkben megvizsgálom, hogy ha az imént említett szórásértéket a kétszeresére, illetve a háromszorosára növeljük, az hogyan befolyásolja az érzékenységi tényezők alakulását. Az eredményeket az (5.11)-es és (5.12)-es ábra illusztálja.



5.11 ábra Random változók érzékenységi tényezője, amennyiben szakadó nyúlást 12%-os relatív szórással jellemezzük.

⁸¹ Ez esetben az alkalmazandó ellenállás oldali modellbizonytalanság szórását is növelni kellene. Ennek a hatását az előbbi - (5.9)-es és (5.10)-es - ábrákon már megvizsgáltam.



5.12 ábra Random változók érzékenységi tényezője, amennyiben szakadó nyúlást 18%-os relatív szórással jellemezzük.

Ahogy ez a fenti ábrákon látható, ilyen esetekben már az anyagjellemzőkben lévő bizonytalanságnak is fontos szerepe lehet, hiszen az ε_u változó érzékenységi tényezője a 0,4- es értéket is megközelíti. Ez a megállapítás előrevetíti azt, hogy az ellenállás oldali bizonytalanságok hatásában - a modellbizonytalanságon túl - az anyagjellemzők változékonyságának is jelentős szerepe lehet.

A törékenységi görbék előállításakor a megbízhatósági analízist különböző intenzitásértéknél is elvégzem, és minden ilyen számításnál meghatározom az érzékenységi tényezőket. Mint azt említettem, az eddigi eredmények egy viszonylag kicsi - 0,12 g - intenzitáshoz tartoztak. Az eddigieken felül megvizsgáltam annak a lehetőségét, hogy a kapott érzékenységi tényezők értékét hogyan befolyásolja az intenzitás növekedése, és azt tapasztaltam, hogy ennek nincs számottevő hatása az eredményekre. Ezt a következőkben olyan ábrákon szemléltetem, amelyen az eredményeket viszonylag nagy - 3,0 g - intenzitásnál határoztam meg. Az (5.13)-as ábrán az eredmények ahhoz az esethez tartoznak, amikor a 3. fejezetben ismertetett sztochasztikus modellnek megfelelő szórásokkal dolgoztam.



5.13 ábra Random változók érzékenységi tényezője (3,0 g-s intenzitásnál)

Az (5.14)-es ábra egy olyan esethez tartozik, ahol az ellenállás oldali modellbizonytalanságot leíró θ_{M_R} változónál 30%-os szórással számoltam.



5.14 ábra Random változók érzékenységi tényezője, amennyiben az ellenállás oldali modellbizonytalanságot 30%-os relatív szórással jellemezzük (intenzitás=3,0 g).



Mivel az (5.13)-as és az (5.8)-as ábrán látható eredmények, valamint az (5.14)-es és az (5.10)-es ábrán látható eredmények páronként jó közelítéssel megegyeznek, elmondható, hogy jelen esetben az intenzitásnak nem volt komoly szerepe az érzékenységi tényezők alakulásában. Megjegyzem, hogy ez elsősorban annak köszönhető, hogy minden intenzitásértéknél ugyanazt a - *FEMA P695*-nél alkalmazott - 44 db földrengésrekordot használtam a számítás során. Amennyiben egy dinamikus rekordkiválasztási technikát alkalmaznánk, (mely során a számításokat a rekordok különböző csoportjaira futtatjuk le,) ott minden bizonnyal találnánk eltérést az érzékenységi tényezőkben az intenzitás növekedésével.⁸²

Amikor az alternatív közelítő módszert alkalmazzuk, akkor a g1-es határállapot-függvény vizsgálatakor, a FORM analízis végrehajtása során a geometriai jellemzők, valamint az anyag rugalmassági modulusa és folyási szilárdsága nem szerepel a random változók között. Ebből adódóan ezek α -tényezőjét sem ismerjük. Ilyen esetekben érzékenységvizsgálat helyett fontosságvizsgálatot szokás végezni, hogy meghatározzuk egy-egy változó sztochasztikus jellegének szerepét a tönkremeneteli valószínűség alakulásában. Egy valószínűségi változó fontosságvizsgálata abból áll, hogy a tönkremeneteli valószínűség számítását kétféleképpen is elvégezzük. Egyszer az adott változót random változóként, egyszer pedig determinisztikus mennyiségként kezeljük, és figyeljük, hogy a kétféleképpen meghatározott tönkremeneteli valószínűség között mekkora különbség adódik. Ezen fontosságvizsgálat eredménye az (5.6)os ábra ismeretében már előre becsülhető. Természetesen, a geometriai viszonyok és anyagi paraméterek változásával a kapott szeizmikus igény is változik, azonban a bemenő változók viszonylag kicsi szórása miatt a kapott eredmények szórása is igen kicsi lesz. Mivel az ε_{max} változóhoz nagyon α -tényező tartozott, így a kapott szeizmikus igény viszonylag kicsi megváltozása nem befolyásolja jelentősen a tönkremeneteli valószínűség alakulását. Ebből adódóan, ha a lemezvastagságokat, rugalmassági modulust és a folyási szilárdságot determinisztikus mennyiségként jellemezzük, a kapott tönkremeneteli valószínűség legfeljebb néhány százalékkal tér el a "pontos" értéktől.

5.4. Korrelációvizsgálat

Az eredmények értékelésénél gyakran felmerülhet az igény egy **korrelációvizsgálat**⁸³ végrehajtására, mely során megvizsgáljuk, hogy milyen összefüggés figyelhető meg a kapott eredmények (pl. szeizmikus igények) és a random változók egyes realizációhoz tartozó értékei (mint bemenő paraméterek) között. Ehhez célszerű ábrázolni a valószínűségi változók egyes realizációit, valamint az adott realizáció esetén kapott eredményeket. Egy ilyen ábrázolást mutat az (5.15)-ös ábra, amelyen a gerenda gerincvastagságának és a keretsarok maximális elmozdulásának értékpárjaihoz tartozó pontok láthatók (1000 szimuláció elvégzése esetén).

⁸² Megjegyzem, hogy a *FEMA P695* ezt a hatást az ún. "spectral shape factor" (SSF) tényezővel próbálja figyelembe venni.

⁸³ A korrelációanalízis a valószínűségi változók közötti sztochasztikus kapcsolatok felderítésével és e kapcsolatok szorosságának, erősségének mérésével foglalkozik.



5.15 ábra A gerenda gerincvastagsága és a maximális csomóponti elmozdulás közötti korreláció

A fenti ábrán az látható, hogy a pontok szétszórtan helyezkednek el. A pontok véletlenszerű, strukturálatlan elhelyezkedése arra utal, hogy a két változó között nincsen számottevő korreláció. A matematikai statisztikában, a korreláció erősségét az ún. *Pearson-féle r korrelációs együtthatóval* fejezik ki, melyet az alábbi képlettel számíthatjuk ki:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu_x) (y_i - \mu_y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu_x)^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} (y_i - \mu_y)^2}},$$
(5.1)

ahol x_i és y_i a valószínűségi változók egyes realizációhoz tartozó érékeit, μ_x és μ_y pedig a várható értékeket jelölik.

Az (5.15)-ös ábrán vizsgált szereplő két változó esetén a *korrelációs együttható* értéke 0,0677-re adódik, vagyis gyakorlati szempontból a két változó (szinte) korrelálatlannak tekinthető⁸⁴.

A fenti ábrán látható random elhelyezkedéstől merőben eltérő eredményt kapunk akkor, ha például az oszlop keresztmetszeti magasságának és az oszlopban keletkező nyomatéki igénybevételnek a korrelációját vizsgáljuk. Az ide vonatkozó eredmények az (5.16)-os ábrán láthatók.

⁸⁴ Ennek az eredménynek az a mechanikai tartalma, hogy a gerenda gerincvastagsága a többi változóhoz képest viszonylag kis szerepet játszott az eredmények alakulásában.



5.16 ábra Az oszlop keresztmetszeti magassága és az oszlopban keletkező nyomatéki igénybevétel közötti korreláció

A fenti ábrán az látható, hogy a pontok - kisebb-nagyobb szórással - egy pozitív meredekségű egyenesre illeszkednek. Ez a struktúra azt vetíti elő, hogy a két változó között viszonylag erős, pozitív korreláció van. Ez esetben a *korrelációs együttható* a várakozásnak megfelelően 0,8114-re adódott⁸⁵.

Az előzővel ellentétes eredményt kapunk, ha például az oszlop keresztmetszeti magassága és a keretsarok csomóponti elfordulása közötti korrelációt vizsgáljuk. Az ide vonatkozó eredményt az (5.17)-es ábra illusztrálja.

⁸⁵ Ennek az eredmények az a mechanikai tartalma, hogy ha az oszlop keresztmetszeti magassága növekszik, akkor a merevség növekedéséből adódóan (statikailag határozatlan szerkezetről lévén szó) nagyobb nyomaték is keletkezik.



5.17 ábra Az oszlop keresztmetszeti magassága és a keretsarok csomóponti elfordulása közötti korreláció

A fenti ábrán az látható, hogy a pontok az előbb látotthoz képest valamivel még kisebb szórással illeszkednek egy egyenesre, melynek jelen esetben negatív meredeksége van. Ebből arra a következtetésre juthatunk, hogy a két változó között, az előbbinél valamivel még erősebb, negatív korreláció van. Ennek megfelelően, a korrelációs együttható értéke -0,8768-ra adódott.

A fenti számítást természetesen bármely, további változó esetén is megismételhetjük. A most ismertetett eljárást feltétlenül el kell végezni abban az esetben, ha - a közelítő módszer alkalmazásakor - olyan tönkremeneteli függvénnyel dolgozunk, amelyben a random változóként jellemzett származtatott mennyiség mellett egy (vagy több) olyan változó is található, mely egyúttal a származtatott mennyiség bemenő paraméterei között is szerepelt.



5.5. Ellenállás oldali bizonytalanságok hatása

Ebben az alfejezetben megvizsgálom, hogy a törékenységi görbék alakja mennyiben változik meg az ellenállás oldali bizonytalanságok figyelembevételével, különböző bizonytalansági szintek esetén. Az eredmények az (5.18)-as ábrán láthatók.



5.18 ábra Ellenállás oldali bizonytalanságok hatása a törékenységi görbe alakjára

A fenti ábrán látható, hogy a most vizsgált acélszerkezet esetén, a különböző bizonytalansági szintek figyelembevételének hatására, a törékenységi görbe alakja viszonylag kis mértékben változik meg. Az eltérés abban mutatkozik, hogy a görbe a mediánpont körül elfordul, és így ennek meredeksége nagyobb bizonytalansági szint esetén kisebb lesz. Az (5.19)-es ábra azt mutatja meg, hogy a törékenységi görbék alsó ágánál, a kapott feltételes tönkremeneteli valószínűségek között mekkora különbségek adódnak, a különböző ellenállás oldali bizonytalansági szintek esetén.



5.19 ábra Ellenállás oldali bizonytalanságok törékenységi görbék alakjára gyakorolt hatása, különböző bizonytalansági szintek esetén

Az (5.2)-es alfejezetben - az ellenállás oldali bizonytalanságok figyelembevétele nélkül - elvégeztem a diszkrét pontok meghatározását a *növekményi analízis* alkalmazásával. Mint azt a 2. fejezetben említettem, a *FEMA* alkalmazásakor a diszkrét pontok meghatározására csak azért van szükség, hogy a mediánpontot meghatározzuk. Ezek után a (2.30)-as képletnek megfelelően - erősen szubjektív módon - kiszámítjuk a szerkezetre vonatkozó teljes bizonytalanságot, melynek ismeretében a szerkezet megfelelősségének megítélése - a (2.2)-es táblázat alkalmazásával - már elvégezhető. A törékenységi görbék előállításához a *FEMA*, az S_{CT} sérülékenységet az alábbi módon definiálja:

$$S_{CT} = \widehat{S}_{CT} \lambda_{TOT} , \qquad (5.2)$$

ahol \hat{S}_{CT} a mediánponthoz tartozó intenzitás, λ_{TOT} pedig egy egységnyi várható értékkel és β_{TOT} szórással rendelkező lognormális eloszlású random változó. A (2.30)-as képletnél bemutattam, hogy a β szórás értékek csak bizonyos keretek között mozoghatnak. A következő ábrákon azt szemléltetem, hogy a - némiképpen szubjektíven felvehető - β szórás értékek esetén, a különböző ellenállás oldali bizonytalansági szintek hatására, a törékenységi görbe alakja miként változik⁸⁶.

⁸⁶ Ezzel azt próbálom feltérképezni, hogy az ellenállás oldali bizonytalanságok hatásának mekkora szerepe lehet a tönkremeneteli valószínűség alakulásában.



5.20 ábra Ellenállás oldali bizonytalanságok hatása a törékenységi görbe alakjára különböző bizonytalansági szintek esetén

Az (5.20)-as ábrán az látható, hogy a törékenységi görbe alakja milyen tartományok között változhat, annak függvényében, hogy a *FEMA* alkalmazásakor milyen bizonytalansági szintet veszünk figyelembe. Ezúttal is elmondható, hogy látszólag a görbe alakja csak viszonylag kis mértékben változik meg, azonban, - például a görbe alsó ágánál - a feltételes tönkremeneteli valószínűségek között így is jelentős relatív eltérés lehet. Ezt az (5.21)-es ábra illusztrálja.



5.21 ábra Ellenállás oldali bizonytalanságok hatása a törékenységi görbe alakjára



Ahhoz, hogy megállapítsuk, hogy a feltételes tönkremeneteli valószínűségeknél tapasztalt eltéréseknek mekkora hatása van a szerkezet tönkremeneteli valószínűségére, a fenti ábrán látható törékenységi görbéket az (5.2)-es ábrán látható *szeizmikus veszély görbével* integrálom össze. A (2.15)-ös képletben szereplő integrálás elvégzése előtt ezúttal is kirajzolom a kapott függvényeket, melyek alatti terület nagysága megegyezik a tönkremeneteli valószínűséggel. A kapott eredmények az (5.22)-es ábrán láthatók.



5.22 ábra Intenzitás hozzájárulása a tönkremeneteli valószínűséghez

A numerikus integrálás elvégzése után, tönkremeneteli valószínűségre az (5.3)-as táblázatban összefoglalt eredményeket kaptam.

Bizonytalansági szintek	Tönkremeneteli valószínűség
$\beta_{TOT}=0,6$	0,0079
$\beta_{RTR}=0,2$	0,0077
$\beta_{DR}=0,1$	0,0077
$\beta_{TOT}=0,275$	0,0066
$\beta_{TOT}=0,889$	0,0086

5.3. táblázat Különböző bizonytalansági szintekkel kapott tönkremeneteli valószínűségek

Az ellenállás oldali bizonytalanságok megfelelő módon történő figyelembevételének fontosságát jól mutatja, hogy például, ha a **maximális ellenállás oldali bizonytalansági szint** helyett - ezek hatását elhanyagolva - a minimális szórással számolunk, akkor a számított tönkremeneteli valószínűség relatív hibája a 23%-ot is meghaladja.


5.6. Eredmények összehasonlítása az ellenállás oldali bizonytalanságok figyelembevételével

Ebben az alfejezetben a megbízhatósági analízissel kapott eredményeket összehasonlítom a *FEMA* eljárásrendszerével kapott eredményekkel. A (2.30)-as képlet bemutatásakor láttuk, hogy a *FEMA-ban* az egyes bizonytalanságokhoz tartozó szórásértékek csak **bizonyos korlátok között változhatnak**. Ezek alapján, a rekordok változékonyságából adódó β_{RTR} szórást 0,2 és 0,4-es értékek között vehetjük fel. A következőkben - egyelőre az ellenállás oldali bizonytalanságok figyelembevétele nélkül - megvizsgálom, hogy ezen β_{RTR} értékek alkalmazásával a kapott törékenységi görbe, hogyan illeszkedik a növekményi analízissel meghatározott diszkrét pontokra. Mindehhez, tehát növekményi analízissel egy acélkeretre előállítom a diszkrét pontokat, majd ezekre a mediánpont ismeretében, valamint $\beta_{RTR}=0,4$ feltételezésével egy törékenységi görbét illesztek. Az így kapott eredmények az (5.23)-as ábrán láthatók.



5.23 ábra Diszkrét pontokra illesztett törékenységi görbe a FEMA alapján β_{RTR} =0,4 feltételezésével

Az (5.23)-as ábrán az látható, hogy a folytonos fekete vonallal jelölt törékenységi görbe **nem illeszkedik jól** a diszkrét pontokra. Ez azt jelenti, hogy - jelen feladatnál - a *FEMA-ban* alkalmazandó legnagyobb β_{RTR} =0,4 szórásérték alkalmazásával is alábecsüljük az eredmények rekordok változékonyságából adódó szórást. Az (5.23)-as ábrán érdekességként szaggatott vonallal feltüntettem, hogy a maximális teljes bizonytalanság figyelembevétele esetén is a hatásoldal "várt" szórását csak kis mértékben becsüljük túl. A fenti eredményekből következik, hogy ha a megbízhatósági analízissel és a *FEMA-val* - most már az ellenállás oldali bizonytalanságok figyelembevételével - előállítjuk a törékenységi



görbét, akkor ezek között számottevő eltérést tapasztalhatunk. Mindez az (5.24)-es ábrán látható.



5.24 ábra Megbízhatósági analízissel és FEMA-val kapott törékenységi görbék az ellenállás oldali bizonytalanságok figyelembevételével

A fenti ábrán látható eltérések, tehát elsősorban a hatásoldalon szereplő eltérő bizonytalansági szintből adódnak. Megjegyzem, hogy az (5.24)-es ábrán látható *FEMA-val* kapott görbe előállításakor a β_{RTR} -nél a maximális, míg a többi β szórás esetén a minimális értékkel számoltam, mert úgy vélem, hogy a most vizsgált acélkeretnél (más szerkezettípusokhoz képest) viszonylag kicsi ellenállás oldali bizonytalanságokról beszélhetünk. Azért, hogy a törékenységi görbék között látható különbségek hatását megvizsgáljuk, ezeket a görbéket is az (5.2)-es ábrán látható *szeizmikus veszély görbével* integrálom össze.



5.25 ábra Intenzitás hozzájárulása a tönkremeneteli valószínűséghez

Azzal, hogy az (5.24)-es ábrán látható törékenységi görbék meghatározásánál a FEMA a kelleténél kisebb szórással számolt, az (5.25)-ös ábrán látható FEMA-hoz tartozó görbe alatt kisebb terület helyezkedik el. A numerikus integrálás elvégzés után azt kapjuk, hogy a megbízhatósági analízissel kapott tönkremeneteli valószínűség 0,00898-ra, míg mindez FEMA-val 0,00438-ra adódik, vagyis a kettő között 51,24%-os relatív hibát figyelhetünk meg, ha az abszolút hibát a megbízhatósági analízissel kapott (pontosabbnak tartott) eredményhez viszonyítjuk. Általánosságban elmondható, hogy a β_{RTR} szórás értéke nagyban függ a vizsgált szerkezet mechanikai tulajdonságaitól. A FEMA megalkotásakor, ezeket az ajánlott értékeket elsősorban a saját vizsgálataikban részt vett, főleg vasbeton- és faszerkezetek eredményeire alapozzák. Ennek alapján, a β_{RTR} szórás értékét egy viszonylag szűk, 0,2-0,4-ig terjedő tartományra korlátozták. Az imént ismertetett eredményeim, mely szerint $\beta_{RTR}=0,4$ alkalmazásával alábecsüljük a bizonytalanságokat, sok más kutató eredményével egybevág. Úgy vélem, hogy ezek a különbségek elsősorban az imént említett szerkezettípusoktól eltérő szerkezeti rendszerek vizsgálatából adódnak. Véleményem szerint, ennek a kérdésnek a részletes vizsgálata, a jövőbeli kutatások egyik fontos irányzata lehet, mely során eltérő szerkezeti rendszereket vizsgálunk, és figyeljük az adott szerkezettípusra jellemző β_{RTR} értékek változásának tendenciáját.

Az iménti nagy különbségeket látva megvizsgáltam, hogy mekkora β_{RTR} érték alkalmazása esetén illeszkedne a *FEMA-val* meghatározott görbe az (5.23)-as ábrán látható diszkrét pontokra. Ezek alapján arra jutottam, hogy jelen esetben a β_{RTR} =0,4 helyett β_{RTR} =0,9378-as



értékkel kellene számolni. Ekkor, - az ellenállás oldali bizonytalanságok előzőekkel megegyező módon történő figyelembevételével, - az (5.26)-os és (5.27)-es ábrákon látható eredményt kaptam.



5.26 ábra Megbízhatósági analízissel és FEMA eljárás "módosításával" kapott törékenységi görbék az ellenállás oldali bizonytalanságok figyelembevételével



5.27 ábra Intenzitás hozzájárulása a tönkremeneteli valószínűséghez

Ebben az esetben a *FEMA-val* kapott tönkremeneteli valószínűség 0,0095-re adódik, mely így **5,77 %**-kal tér el a korábbi, megbízhatósági analízissel kapott eredménytől.

Az iménti eredmények a g_1 -es határállapot-függvény figyelembevételére vonatkoztak. Azért, hogy a bemutatott mintapéldában a **tönkremeneteli komponensek** "**rendszerbeliségét**" is illusztráljam a számításokat a g_2 -es határállapot-függvényre⁸⁷ is megismétlem, majd a kapott eredmények alapján, - soros kapcsolás feltételezésével - egy egyszerű becslést adok a szerkezet tönkremeneteli valószínűségére.

A g_2 -es határállapot-függvény figyelembevételekor is az (5.23)-as ábrához hasonló eredményt kaptam, melyet az (5.28)-as ábra illusztrál.

⁸⁷ Jelen esetben maximális oszlopferdeségre a gyakorlatban gyakran használt 10%-os értéket tekintettem határértéknek.



5.28 ábra Diszkrét pontokra illesztett törékenységi görbe a FEMA alapján, $\beta_{RTR}=0,4$ feltételezésével g_2 -es határállapot-függvény figyelembevételével

A g_2 -es határállapot-függvényre vonatkozóan az (5.29)-es és (5.30)-as ábrákon látható eredményt kaptam.



5.29 ábra Megbízhatósági analízissel és FEMA-val kapott törékenységi görbék az ellenállás oldali bizonytalanságok figyelembevételével, g₂-re vonatkozóan



5.30 ábra Intenzitás hozzájárulása a tönkremeneteli valószínűséghez, g2-re vonatkozóan

A fenti ábrákon a *FEMA-ban* szereplő $\beta_{RTR}=0,4$ -es értékkel számoltam. A numerikus integrálás elvégzés után azt kapjuk, hogy a megbízhatósági analízissel kapott tönkremeneteli valószínűség 0,023-ra, míg mindez *FEMA-val* 0,0137-re adódik. Ekkor a **relatív hiba 40,56** %-ra adódik. Ezek alapján a g_1 és g_2 -es határállapot-függvény együttes figyelembevételével, - soros kapcsolás esetén - egyszerű becsléssel megállapíthatjuk, hogy a szerkezet tönkremeneteli valószínűsége - a megbízhatósági analízis eredményei alapján - 0,023 és 0,032 között alakul.

Ennek a módszernek az alkalmazásával a szerkezet tervezése viszonylag egyszerűen elvégezhető, hiszen a szerkezetek kapacitásának megváltoztatását követően, a fenti lépések az előbb látott módon megismételhetők.

6. Összefoglalás

Munkámban, szerkezetek teljes valószínűségi alapon történő földrengésvizsgálatával foglalkoztam, mely során egy keretrendszer létrehozását és számítógépi környezetbe történő adaptálást hajtottam végre, melynek alkalmazásával a szerkezetek szeizmikus törékenységi görbéi az eddig használatos módszereknél pontosabban és megbízhatóbban előállíthatók.

Dolgozatom első harmadában a téma átfogó szakirodalmi áttekintését végeztem el, mely során bemutattam azokat a szakirodalomban fellelhető módszereket, melyekkel a törékenységi görbék meghatározhatók. Ezen módszereket látva megállapítottam, hogy mindegyik bizonyos közelítésekkel és elhanyagolásokkal dolgozik. Ezek közül a legfontosabbak a következők:

- A feltételes tönkremeneteli valószínűség meghatározását egy korlátozott (kb. 40-44 db mintából álló) adathalmaz statisztikai kiértékelésével végzik el.
- Az ellenállás oldali bizonytalanságokat sok esetben elhanyagolják, vagy pedig szubjektív módon, különböző közelítő módszerekkel veszik figyelembe.

Azért, hogy a fenti problémákon túljussunk, az **általam javasolt keretrendszerben** a **tönkremeneteli valószínűség számítását** a **megbízhatósági analízis módszereivel**, a **bizonytalanságok különböző típusainak objektív figyelembevétele mellett végezhetjük el**. Munkámban a keretrendszer számítógépi környezetbe való adaptálását két - mindenki számára ingyenesen hozzáférhető - szoftver összekapcsolásával hajtottam végre. A szerkezetek nemlineáris végeselemes földrengésvizsgálatát az OpenSees, míg a **megbízhatósági analízist a FERUM** szoftver segítségével végeztem el. A számítások alatt a két szoftver közötti folytonos kommunikációt Matlab-ban megírt függvények teszik lehetővé.

A keretrendszer alkalmazását egy síkbeli **nyomatékbíró acélkeret** mintapéldáján keresztül illusztráltam. Dolgozatom **középső harmadában** bemutattam a vizsgált **szerkezet sztochasztikus** (megbízhatósági) **modelljét**, valamint a nemlineáris **végeselemes** (mechanikai) **modelljét**, továbbá ismertettem a **megbízhatósági analízis** és a nemlineáris dinamikai **végeselemes analízis** végrehajtásának módját. Tekintve, hogy a megbízhatósági analízis klasszikus módszereinek alkalmazása - jelen feladatnál - nagyon időigényesnek bizonyult, **kidolgoztam** egy **alternatív közelítő módszert**, melynek alkalmazásával a **számítás elvégzéséhez szükséges idő jelentősen csökkenthető**. A közelítő módszer **alkalmazhatóságát**, az így kapott eredmények nyers Monte Carlo szimuláció eredményeivel történő összehasonlításával **ellenőriztem**.

Dolgozatom utolsó harmadában az eredmények bemutatását és kiértékelését végeztem el. A különböző módszerek alkalmazásával előállítottam a vizsgált nyomatékbíró acélkeret törékenységi görbéit, melyeket egy szeizmikus veszély görbével integráltam össze, hogy meghatározzam a szerkezet tönkremeneteli valószínűségét. Számításaim során azt



tapasztaltam, hogy a törékenységi függvények - a szakirodalmi ajánlásoknak megfelelően lognormális eloszlásfüggvénnyel jól jellemezhetők. A lognormális regresszió végrehajtását a likelihood módszerrel végeztem el, melyet munkám során nagyon maximum megbízhatónak találtam. A módszer előnye, hogy ennek alkalmazásával már viszonylag kis számú, és a görbe csak egyik szakaszán elhelyezkedő ponthalmazra is igen jó pontossággal elvégezhető az illesztés. A most bemutatott eljárásrendszerrel kapott eredményeket, a szakirodalomban fellelhető módszerek eredményeivel hasonlítottam össze. Eredményeim azt mutatják, hogy a megbízhatósági analízis alkalmazásával a törékenységi görbék a korábbi módszereknél megbízhatóbban előállíthatók. Az eredmények összehasonlításakor megfigyelhettük, hogy a szakirodalomban található, statisztikai kiértékelésen alapuló módszerek, már pusztán a hatásoldali bizonytalanságok figyelembevétele esetén is olykor jelentős hibával dolgoznak. Egyúttal megállapítottam, hogy a vizsgált feladatnál a FEMA P695-ös ajánlásban megadott, a rekordok alakjának változékonyságát leíró valószínűségi változó szórása a kelleténél kisebb, így ebben az esetben a FEMA jelentősen, akár 50%-kal is alábecsüli a tönkremeneteli valószínűséget. Mindez arra vezethető vissza, hogy a rekordok alakjának változékonyságából adódóan, a szeizmikus igények viszonylag nagy szórással rendelkeznek. Tekintve, hogy ez a szórásérték szerkezetről szerkezetre változik, úgy vélem, hogy a jövőben érdekes lenne ezt a kérdést alaposabban is szemügyre venni. Az előbb említett megállapítások alapján a valószínűségi változók érzékenységvizsgálatánál megfigyelhettük, hogy ehhez a (rekordok alakjának változékonyságából adódó bizonytalanságot leíró) változóhoz tartozik abszolút értékben a legnagyobb érzékenységi tényező (mely rendszerint 1-hez közelít). Az ellenállás oldali bizonytalanságokat leíró valószínűségi változók esetén az érzékenységi tényező értéke nagyban függ a vizsgált szerkezet anyagától, a szerkezeti rendszer típusától, valamint a vizsgált tönkremeneteli mód jellegétől. Az esetek többségében ezen változók közül a modellbizonytalanságot leíró változóhoz tartozik a legnagyobb érzékenységi tényező, mely akár a 0,5-ös értéket is meghaladhatja. Az ellenállás oldali bizonytalanságok megfelelő figyelembevételének fontosságát jól mutatja, hogy a FEMA P695-ös eljárás alkalmazásakor, az ellenállás oldali bizonytalansági szintek módosításával a tönkremeneteli valószínűségek között több, mint 20%-os különbséget tapasztaltam.

Végezetül, az eredményeim legfontosabb tanulságainak alapján megfogalmazok egy **ajánlást** a végrehajtandó **analízis megfelelő szintjére**. Az (5.5)-ös ábrán megfigyelhettük, hogy **nem célravezető** az a módszer, amikor viszonylag **nagy számú**, ám **nem igazán pontos** eljárással meghatározott **diszkrét pontra illesztünk törékenységi görbét**, ugyanis a **hibás pontok** a teljes tartomány mentén **nagyban befolyásolják a törékenységi görbék alakját**. Úgy vélem, hogy az előbbinél **hatékonyabb eljárás**, ha **a megbízhatósági analízis alkalmazásával**, egy **pontosabb és megbízhatóbb eljárással határozzuk meg a diszkrét pontokat**. A nagyobb pontosság elérése a számítási igény növekedését vonja maga után, azonban a **maximum likelihood becslés** alkalmazásával lehetőségünk van a **számítási időt** oly módon **csökkenteni**, hogy csak **kevesebb pontra illesztjük** a **lognormális eloszlásfüggvényt**.

A megbízhatósági analízis alkalmazásnak előnye, hogy a rekordok változékonyságából adódó bizonytalanságot, mindig az adott szerkezetre vonatkozóan, a szórás bárminemű



korlátotok közé szorítása nélkül határozzuk meg. Ez azért lehet fontos, mert számításaim során azt tapasztaltam, hogy a *FEMA P695* által ezen szórásértékre definiált korlátok nem minden szerkezet esetén adnak megfelelő értéket. Végezetül, a megbízhatósági analízis alkalmazásának további előnye, hogy ilyenkor a bizonytalanságok összes típusát, lehetőségünk van objektív módon figyelembe venni. Úgy vélem, hogy mivel az ellenállás oldali bizonytalanságok hatása akár 20-25%-kal is befolyásolhatja a tönkremeneteli valószínűséget, ezek megbízható módon történő figyelembevétele egy fontos lépés annak irányába, hogy szerkezeteink méretezése valóban racionális döntéseken alapuljon.

Irodalomjegyzék

- [1] Federal Emergency Management Agency P695: Quantification of Building Seismic Performance Factors. (2009).
- [2] W.F. Chen & E.M. Lui: Earthquake Engineering for Structural Design. *CRC Press, Taylor & Francis Group* (2006).
- [3] Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings. (2004).
- [4] L. Eads, E. Miranda, H. Krawinkler & D.G. Lignos: Improved Estimation of Collapse Risk for Structures in Seismic Regions. *15th WCEE, Lisboa*, (2012).
- [5] L.F. Ibarra & H. Krawinkler: Global Collapse of Frame Structures under Seismic Excitations, *Pacific Earthquake Engineering Research Center Repot* (2005).
- [6] N. Shome: Probabilistic seismic demand analysis of nonlinear structures. *Department of Civil and Environmental Engineering, Stanford University.* (1999).
- [7] J.W. Baker: Conditional Mean Spectrum: Tool for ground motion selection. *Journal of Structural Engineering*, 137(3), 322-331. (2011).
- [8] Vigh L.G., Lógó J., Kovács T. & Rózsás Á.: Méretezéselmélet. (egyetemi jegyzet) BME (2013).
- [9] M. Lemaire: Structural Reliability. ISTE Ltd and John Wiley & Sons (2009).
- [10] Joint Committee on Structural Safety: Probabilistic Model Code Part 3 Material Properties (2000).
- [11] Joint Committee on Structural Safety: Probabilistic Model Code Part 2 Load Models (2001).
- [12] A.S. Nowak & K.R. Collins: Reliability of Structures. McGraw-Hill (2000).
- [13] Eurocode 3: Design of steel structures Part 1-1: General rules and rules for buildings. (2005).
- [14] OpenSees wikipédia honlapja: http://OpenSees.berkeley.edu/wiki/
- [15] USGS Geology in the Parks honlapja: http://geomaps.wr.usgs.gov