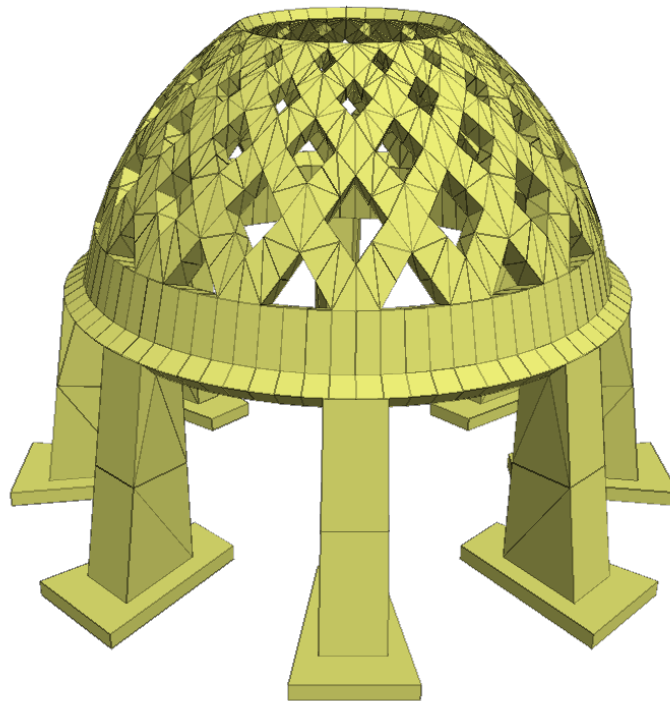




M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

# SZENT GELLÉRT TÉRI FORRÁSHÁZ FÖLDRENGÉSVIZSGÁLATA DISZKRÉTELEMES MÓDSZERREL

TDK DOLGOZAT



**KÉSZÍTETTE:**

JOÓ DÁNIEL LÁSZLÓ

ÉPÍTŐMÉRNÖK HALLGATÓ – BSc – III. ÉVFOLYAM

**KONZULENSEK:**

FORGÁCS TAMÁS – PhD HALLGATÓ

LENGYEL GÁBOR – TUDOMÁNYOS SEGÉDMUNKATÁRS

BME TARTÓSZERKEZETEK MECHANIKÁJA TANSZÉK

---

*Weöres Sándor: Ének a határtalanról*

*Amikor még senkise voltam,  
fény, tiszta fény,  
a kígyózó patakokban  
gyakran aludtam én.*

*Hogy majdnem valaki lettem,  
kő, durva kő,  
hegylejtőn jég-erezetten  
hömpölygetett nagy erő.*

*És végül élni derültem,  
láng, póre láng,  
a szerte határtalan űrben  
mutatom valódi hazánk.*

---

## Tartalomjegyzék

<b>Összefoglaló.....</b>	<b>4</b>
<b>1. Bevezetés .....</b>	<b>5</b>
<b>2. XXI. század kőszerkezetei .....</b>	<b>7</b>
2.1. Kőmegmunkálás modern eszközei .....	7
2.2. Különleges kőszerkezetek .....	9
2.3. Szent Gellért téri forrásház – építészet és kőanyag .....	11
<b>3. Kőszerkezetek földrengésvizsgálata – szakirodalmi áttekintés .....</b>	<b>13</b>
3.1. Diszkréttelemes szimulációk .....	14
3.2. Végeselemes szimulációk .....	17
3.3. Képlékenységtan tételein alapuló vizsgálatok .....	18
<b>4. Diszkrét elemek módszere .....</b>	<b>19</b>
4.1. Elem- és kapcsolattípusok, kontaktfelismerés .....	19
4.2. Kapcsolatok mechanikai viselkedése .....	20
4.3. A merev test mozgásegyenletei .....	21
4.4. Mechanikai csillapítás .....	23
4.5. Numerikus stabilitás .....	24
<b>5. Numerikus modell .....</b>	<b>25</b>
5.1. Geometria elkészítése .....	25
5.2. Anyagjellemzők .....	30
5.3. Peremfeltételek .....	33
5.4. Földrengésteher felvétele .....	34
<b>6. Modell verifikáció .....</b>	<b>37</b>
6.1. Kapcsolati feszültségek ellenőrzése .....	37
6.2. Rugalmas és merev elemek eredményeinek összehasonlítása .....	40
6.3. Konvergenciavizsgálat az alkalmazott időlépésre .....	43
<b>7. Földrengésvizsgálat eredményei .....</b>	<b>45</b>
7.1. Kvázistatikus vizsgálat .....	46
7.2. Időtörténet alapú analízis .....	49
<b>8. Összefoglalás.....</b>	<b>53</b>
<b>Hivatkozások.....</b>	<b>55</b>
<b>Függelékek .....</b>	<b>57</b>
A) Eredeti tervrészletek .....	57
B) Felhasznált földrengésrekordok .....	60
C) 3DEC input file .....	70

---

## Összefoglaló

Az építészetben a kezdetektől jelen vannak a kőszerkezetek, melyek tartósságát mi sem bizonyítja jobban, minthogy ezen építmények immáron több évszázada határozzák meg városaink képét. A kőszerkezetek építőkövei között repedések alakulhatnak ki, megcsúszások jelenhetnek meg, mely jelenségek megnehezítik a szerkezet modellezését. Amennyiben a szerkezetet statikus terhek mellett földrengéstéher is terheli, akkor a szerkezet állékonyságának megítélése további kihívásokat rejt.

A tudományos diákköri munka keretében a Szent Gellért téren álló, kőszerkezetű forrásház földrengésvizsgálatát végzem el. A szerkezet 3D-s numerikus modelljét diszkrét elemes szoftverben készítem el az eredeti tervek alapján. A geometria modell parametrikus felépítése lehetővé teszi későbbiekben hasonló kialakítású, de eltérő méretekkel rendelkező szerkezetek vizsgálatát. A modellben minden egyes építőkö egy-egy diszkrét elemként jelenik meg. Az elemek közti kapcsolatok lehetőséget biztosítanak repedések kialakulására, illetve megcsúszások figyelembe vételére. A nyírási tönkremenetel megfelelő modellezése érdekében a súrlódási szöveget a szerkezet kőanyagán elvégzett méréssel határozom meg.

A földrengési hatást elsőként egy statikus vizsgálattal modellezem, melyben a gravitációs erő irányát változtatva vizsgálom a szerkezet egyensúlyát. Második lépésként dinamikai vizsgálatot (ún. Time History Analysis-t) végzek el a modellen. Az analízishez használt mesterséges rekordokat valós földrengésekhez tartozó szeizmogramok átskálázásával nyerem oly módon, hogy azok illeszkedjenek az Eurocode 8 által definiált gyorsulási válaszspektrumra. A vizsgálatok eredményeképp különböző maximális talajgyorsulásokhoz határozom meg a szerkezet károsodásának mértékét.

---

## 1. Bevezetés

A kő, mint építőanyag az ókor óta jelen van az építészetben: gondoljunk csak a római Pantheon épületére, melynek kupolája 43 métert ível át lassan két évezreden keresztül. Szinte kivétel nélkül tudunk társítani az európai nagyvárosokhoz egy-egy kőszerkezetű várat, hidat, templomot, parlamentet. Ezen építmények egyben tanúsítják az építőkö rendkívüli tartósságát is. Az acél és a beton térhódításával a kőszerkezetek építése háttérbe szorult. Így a XX. század végére az építőkö - a régi tartószerkezeti szerepe helyett -, főképpen burkolatok formájában jelent meg az építészetben. Azonban a 2000-es évektől kezdve a kőfeldolgozásban is elterjedtek a modern, CAD/CAM alapú eszközök és CNC szerszámok, melyek új lehetőségeket nyitottak a kő megmunkálásában. Ennek eredményeképpen az ezredfordulót követően megvalósult néhány „modern”, kőből készült tartószerkezet. Ezen időszakban került megtervezésre és megépítésre a budapesti Szent Gellért téren álló forrásház, amely dolgozat tárgyát is képezi. Dolgozatom második fejezete a kőépítészet elmúlt 10-15 évére fókuszál, ízelítőt adva a modern kőfeldolgozó gépek típusairól. Ezután ismertetek néhány újszerű, építőkö felhasználásával megvalósult térlefedést, tartószerkezeti kialakítást.

A falazott és kőszerkezetek modellezése mind a mai napig kihívást jelent a mérnökök számára: az építőkövek közti kapcsolatokon lehetőség van az elemek egymáson történő megcsúszására, illetve repedések kialakulására. E jelenségek nemlineárisá teszik a megoldandó feladatot, továbbá a megjelenő diszkontinuitások nagy száma ellehetetleníti a klasszikus, kontinuum feltételezésén alapuló vizsgálati módszerek alkalmazását. Az elmúlt évek európai földrengései felhívják a figyelmet továbbá arra, hogy a statikus terhelést évszázadokon keresztül kitűnően viselő kőszerkezetek meglehetősen érzékenyek földrengésteherre. A dolgozat harmadik fejezete ezért egyfajta „state-of-the-art”-ként azt mutatja be, hogy milyen módszerekkel lehet földrengéssel terhelt kőszerkezet viselkedését jellemezni.

A dolgozat keretében a forrásházat diszkrételes szoftverrel vizsgálom, ezért a negyedik fejezet tömör áttekintést ad a módszer működéséről.

Az ötödik fejezet célja a numerikus modellalkotás folyamatának bemutatása. A geometria felépítése a forrásház eredeti tervei alapján történt. A modellben minden egyes építőkövet egy-egy mereven viselkedő diszkrét elem reprezentál. Az érintkező elemek között húzószilárdság nélküli, Coulomb-súrlódás alapján megcsúszni képes kapcsolatok találhatóak. A kőanyag mechanikai jellemzőit szakirodalmi adatok, illetve mérés alapján határozom meg.

---

A földrengés vizsgálatához felhasznált mesterséges rekordokat valós földrengések szeizmogram adatainak skálázásával nyertem oly módon, hogy azok illeszkedjenek az Eurocode 8 által definiált rugalmas vízszintes válaszspektrumra.

Ahhoz, hogy egy numerikus modell által szolgáltatott eredményt mérnöki szemmel elfogadhatónak nevezzünk, elengedhetetlen, hogy a modellt közbenső ellenőrzésekkel verifikáljuk, illetve kísérleti vagy analitikus eredmények alapján validáljuk. A dolgozat hatodik fejezete a verifikációs lépéseket mutatja be. A dolgozatban nem került sor a modell validációjára. Hasonló típusú modellek validációját tipikusan kisléptékű modellkísérleteken végzik el.

A hetedik fejezet foglalkozik a forrásház földrengés során keletkező károsodásának meghatározásával, melynek keretében kvázistatikus, illetve dinamikai vizsgálatokat végeztem el. A statikus vizsgálat keretében ún. ferde asztalos kísérletet szimulálok, ahol a függőleges gravitációs teher alkalmazása mellett meghatározom azt a legnagyobb vízszintes gravitációs gyorsulást, ami mellett a szerkezet még egyensúlyban maradt. A dinamikai vizsgálat keretében időtörténet alapú analízist végzek. E részletesebb vizsgálat keretében a szerkezet károsodásának mértékét határozom meg a földrengés maximális talajgyorsulásának függvényében. Károsodás alatt az érintkező kőfelületek közti relatív normálirányú elmozdulást (repedést) és relatív érintőirányú elmozdulást (elcsúszást) értek. Az utolsó fejezet az eredmények értékelésével és a jövőbeli terveimmel foglalkozik.

A tudományos munka célja a fentiek ismeretében a következő:

- kőszerkezetek földrengésvizsgálati módszereinek áttekintése és értékelése;
- diszkrét elemek módszerén alapuló numerikus modell fejlesztése, amely alapján elvégezhető a Gellért téri forrásház földrengésvizsgálata;
- a földrengésvizsgálat eredményeinek ismeretében szükség esetén javaslattétel a megerősítési lehetőségekre.

---

## 2. XXI. század kőszervezetei

A fejezet első részében bemutatom a kőmegmunkálásban alkalmazott szerszámokat, majd néhány különleges kialakítású, elmúlt években épült kőszervezetet. Végezetül rátérek a Szent Gellért téri forrásház ismertetésére.

### 2.1. Kőmegmunkálás modern eszközei

Az építőkö előállítását a kőbányákban kezdődik a jövesztés folyamatával. A jövesztés bányászati fogalma alatt a kőzetnek a természetes állapotú összletről történő leválasztását, valamint darabolását értjük [1]. A jövesztés módszere függ a felhasználás módjától: míg a terméskövet és zúzottkövet leggyakrabban robbantással termelik ki, addig ez a módszer díszítő- és építőkövek kitermelésére nem alkalmas, mivel a követ repeszti [2]. Építőkövek esetén a jövesztés technológiája a gépi huzalfűrészelés.<sup>1</sup> A kibányászott kőtömböket ezután a feldolgozóüzembe szállítják.

A 2000-es évektől kezdve a számítógép által vezérelt CNC munkagépek megjelentek a kőfeldolgozásban és kőmegmunkálásban. A hagyományosnak tekinthető tárcsás daraboló-, vágó- és fűrészelőgépek mellett manapság már elérhetőek eszterga-, maró- és faragógépek (1. ábra) is. Az újabb technológiák közé tartoznak a többtengelyű huzalfűrészelő (2. ábra), és a vízsugaras vágók (3. ábra). Ezen gépekkel a téglatest alakú kövek mellett szinte tetszőleges alakú poliéderek, illetve görbült felületek is létrehozhatók. A modern gépek további előnye a rendkívüli precizitás és a milliméteres pontosság.



*1. ábra – Többtengelyű maró és kontúrozó [3]*

---

<sup>1</sup> A Gellért téri forráskút mészkőanyagát is adó süttöi bányában 1997 óta alkalmaznak huzalfűrészeléses kitermelést.





*2. ábra – Többtengelyű huzalfűrészelő és az általa létrehozott kőoszlop. [3]*



*3. ábra – Vízugaras vágó [3]*



---

## 2.2. Különleges kőszervezetek

A CAD/CAM rendszerek mai szintű fejlettsége felvirágoztatta a sztereotómia<sup>2</sup> tudományát, melynek keretében matematikusok, építészek és mérnökök vizsgálnak olyan mintázatokat, amelyekkel térlefedés létrehozható.

A 4. és 5. ábra a Jericho (Palesztina) városában megépült Stonematters Project elnevezésű térlefedés látható. A 7 méter fesztávú boltozat 60 m<sup>2</sup> teret fed le egymásba illeszkedő kövek segítségével. Az így kialakított szerkezet falvastagsága mindössze 12 cm [4].



**4. ábra** – Jericho, Stonematters Project [4]



**5. ábra** – Jericho, Stonematters Project [4]

---

<sup>2</sup> Sztereotómia: görög eredetű szó, 3D testek vágásával létrehozható alakzatok vizsgálatát jelenti. Építészeti értelemben az adott szerkezeti elem (pl. boltozat) építőelemei alakjának meghatározását értjük ezalatt.

---

Lenyűgöző kőszerkezeteket hoztak létre a Polytechnic University of Bari egyetem kutatói is, akik a világon elsőként készítettek hiperbolikus paraboloid felületet természetes kőelemekből (HyParGate projekt [5]). A szerkezet 22 m<sup>2</sup>-nyi területet fed le. Az építés során a zsaluzatban elhelyezett kőelemeket utólagosan összefeszítették (6. ábra).



**6. ábra** – HyParGate – utófeszített hiperbolikus paraboloid felület [5]

Ugyanezen kutatócsoport munkája a 2017-es HyParVault [5] projekt, melynek keretében úgy hozták létre a 7. ábrán látható boltozatot, hogy a kövek megmunkálása során szinte nem keletkezett anyagvesztés. Az építőelemek felülete hiperbolikus paraboloid, melyet huzalfűrészeléssel munkáltak meg. A szerkezet mindösszesen két különböző formájú elemet tartalmaz, amelyek egymás tükörképei. Az elemek itt is egymáshoz vannak feszítve acélkábelek segítségével.



**7. ábra** – HyParVault – boltozati rendszer [5]

---

### 2.3. Szent Gellért téri forránház – építészet és kőanyag

A Szent Gellért téren található forránház és ivókút (8. ábra) 2003-ban épült az M4-es metró projekt keretében. A forránházat Dévényi Sándor, Kossuth- és Ybl Miklós-díjas magyar építész tervezte, a kivitelezést a Reneszánsz Kőfaragó Zrt. végezte<sup>3</sup>.



*8. ábra – Forránház és ivókút a Szent Gellért téren*

A forránház kupoláját nyolc oszlop támasztja alá. Az oszlopközökben kifolyó víz Budapest gyógyfürdőit szimbolizálja: a Gellértet, a Rudast, a Királyt, a Lukácsot, a Rácot, a Széchenyit és a Pesterzsébetit. A kupolát alátámasztó peremgerendák belső felületén Weöres Sándor Ének a határtalanról című verse olvasható.

A kupola sztereotómiája különleges: a kétszeresen görbült felületen rombusz alakú nyílások helyezkednek el, így a hagyományos téglatest alakú építőelemek helyett, X alakúra faragott kőtömböket alkalmaztak. Összesen 5 sorban helyezkednek a nyílások (a legelső nyílás háromszög alakú), minden sorban 16 nyílás található, így a felület összesen 80 helyen van áttörve. A Reneszánsz Kőfaragó Zrt.-től megtudtam, hogy a kupola építéséhez

---

<sup>3</sup> Az építést követően jogi huzavonák alakultak ki, mivel az építési engedélyköteles szerkezetet építési engedély nélkül építették meg, majd a forránházban található ivókúthoz sem találtak üzemeltetőt. Az építmény végül fennmaradási engedélyt kapott.



---

állványzatot használtak, az építőkövek közé - a felfekvést segítő kiegyenlítő réteggént - csemperagasztót kentek. Egy-egy kősor a zárókő behelyezésével vált önhordóvá. Az állványzat elbontása után a kövek közti esetleges hézagokat fugázták.

A szerkezet kőanyaga Süttőn, a Haraszt-hegyi bányáüzemben jövesztett forrásvízi mészkő. A mészkő a vegyi/biogén üledékes kőzetek csoportjába sorolható. Vízi környezetben képződnek, és képződésük „nedves” reakció eredménye, azaz ki kell alakulnia egy ásványokból álló oldatnak, amely túltelítődés után kicsapódik kémiai vagy biológiai úton és tömörödést követően diagenezisen illetve cementáción esik át [6]. A mészkövek uralkodó kőzetalkotója a kalcium-karbonát, amely nagyrészt kalcit, de az aragonit szerepe sem elhanyagolható. Osztályozásuk a keletkezési környezetük és a tulajdonságaik alapján lehetséges. A mészkőtípusok szemrevételezés alapján az alábbi tulajdonságaik alapján jellemzően jól megkülönböztethetők.

- **Tömött mészkő:** minimális porozitású kőzet, amely szabad szemmel is látható ősmaradványokat is tartalmazhat. Terepen jellemzően pados vagy réteges megjelenésű. Felhasználási területe széles: használják cementgyártásra, terméskőként, díszítő- és burkolókőként. Jól megmunkálható, vágható, polírozható kőzet. Tardoson bányászott változatát tévesen vörös márványnak is nevezik.
- **Durva mészkő:** sárgásfehér színű, porózus, viszonylag könnyű, tengeri eredetű mészkő. A porozitása miatt vízfelvétele magas, víz hatására szilárdsága lecsökken. Tömött mészkőnél puhább, nem polírozható, de könnyen faragható, megmunkálható kőzet. Falazóelemként, burkolólapként már a középkortól használják (pl. zsámbéki, jáki templom). Magyarországon Fertőrákoson, Sósúton, Budafokon, Kőbányán fejtették [6].
- **Forrásvízi mészkő:** krémszínű, változó méretű pórusokat tartalmazó jól cementált kőzet, amely az időjárás viszontagságainak rendkívül ellenáll, kiváló példája ennek a forrásvízi mészkőből készült római Colosseum. Jól vágható, megmunkálható, polírozható kőzet, melyet Magyarországon Süttőn bányásznak.

---

### 3. Kőszervezetek földrengésvizsgálata – szakirodalmi áttekintés

A kőszervezetek viselkedését mechanikai szemszögből vizsgálni nehéz: az építőkövek között repedések alakulhatnak ki, továbbá az érintkező kövek megcsúszhatnak egymáson. Az érintkezési felületek érezhetően „gyenge” síkokat határoznak meg, a szerkezet anizotrop viselkedését előidézve. Régi kőszervezetek esetén számítani lehet a különböző anyagú építőkövek okozta inhomogenitásra is. Mindezek ismeretében a kőszervezetek globális analízisének elvégzésére az alábbi eljárások terjedtek el [7]:

- **Képlékenységtan tételein alapuló határállapotvizsgálat (Limit State Analysis)**

A képlékenységtan statikai tétele szerint, a szerkezet törőterhe a statikailag lehetséges teherintenzitások felső korlátja. Melyből az is következik, hogy ha találunk egy statikailag lehetséges erőrendszert, akkor a szerkezet képes megőrizni állékonyságát. Emellett a képlékenységtan kinematikai tétele szerint a törőteher mindig kisebb, vagy legfeljebb akkora, mint a lehetséges mechanizmusokhoz tartozó törőteher.

- **Végeselemes módszerek (VEM)**

A végeselemes technikák a szerkezetet kontinuumként modellezik: ebből fakadóan a repedés, mint diszkontinuitás kezelése nehézkes és speciális technikákat igényel, mint pl. ún. „elkent repedésrendszer” figyelembevétel; repedés kialakulása után a peremfeltételek és a végeelem hálózat módosítása; kontaktok alkalmazása.

- **Diszkrételemes módszerek (DEM)**

A módszer keretében tipikusan minden egyes építőkő egy-egy merev, vagy deformálható diszkrét elemként jelenik meg a modellben. Az érintkező építőkövek között kontaktfelületek találhatók, amellyel az kövek interakciója figyelembe vehető.

A földrengésteher figyelembe vételére ismételten több módszer ad lehetőséget [8]:

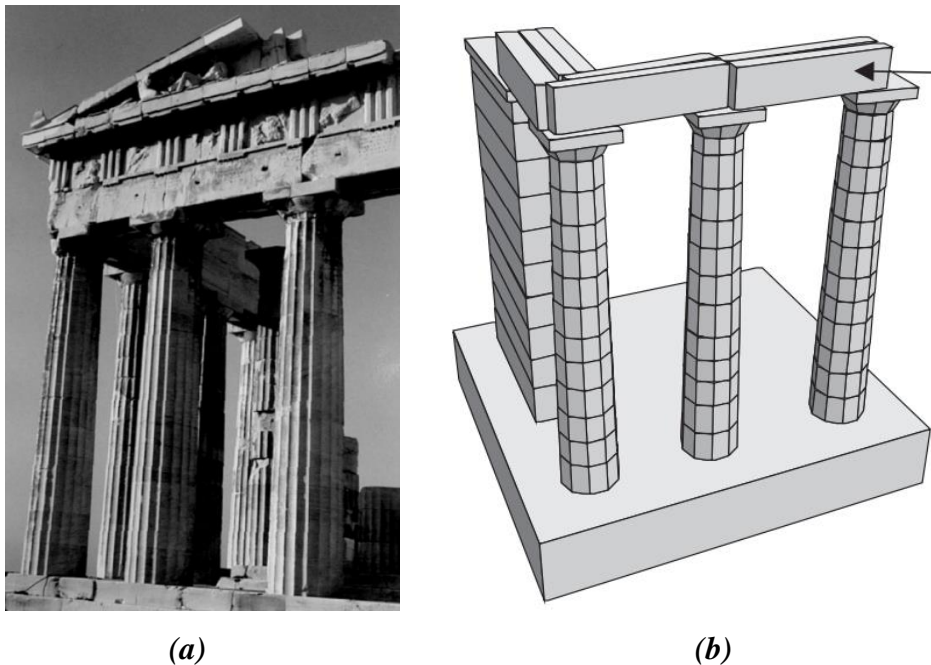
- **Helyettesítő statikai módszer**, amely alaprajzi és magassági értelemben szabályos elrendezésű építmények esetén alkalmazható egyszerűsített eljárás.
- **Modális válaszspektrum analízis**, amelynek keretében a szerkezet földrengésre adott válaszát annak lengésalakjaira bontjuk szét, majd az ún. effektív modális tömegek figyelembe vételével határozzuk meg a szerkezetre ható vízszintes terhet.
- **Eltolás vizsgálat**, ahol az anyagi és geometriai szempontból nemlineáris modellen az önsúlyteher mellett monoton növekvő vízszintes terhet alkalmazunk és így határozzuk meg jellemző pontok erő-elmozdulás grafikonját.

- 
- **Időtörténet-vizsgálat**, melynek keretében a tényleges dinamikai feladatot oldjuk meg valós vagy mesterséges földrengésrekordok figyelembe vétele mellett.

A fejezet következő részében az elmúlt évtizedet áttekintve mutatok példákat arra, hogy a kőszerkezetek globális analizéséhez használt módszereket milyen módon lehetséges kombinálni a szeizmikus analízis módszereivel.

### 3.1. Diszkrétéleemes szimulációk

Psycharis és munkatársai [9] az athéni Parthenon oszlopait vizsgálták földrengésteherre merev elemeket alkalmazó diszkrétéleemes technikával. Az időtörténet alapú vizsgálathoz négy különböző, valós földrengésből származó rekordot használtak. Az évszázadok során erodálódott szerkezeti elemeket modellezését geometriai imperfekciók segítségével vették figyelembe a számítás során. A szerkezeti elemek elmozdulásait az adott földrengésrekord maximális talajgyorsulásának függvényében ábrázolták (9. ábra). A cikkben közölt eredményeikből megállapítható, hogy kis számú földrengésrekordot használva, a rekordok frekvencia-, energiartalmának változékonysága miatt nem lehet egyértelműen meghatározni az összeomláshoz tartozó maximális talajgyorsulás értéket.

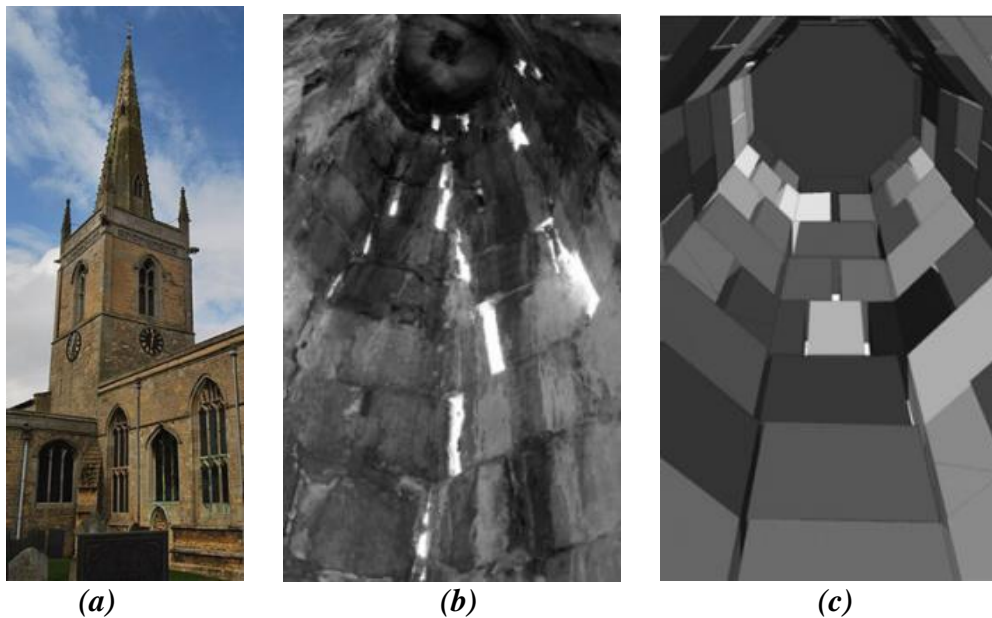


**9. ábra** – Parthenon oszlopainak vizsgálata: (a) szerkezet és numerikus modellje (b)

DeJong és munkatársa [10] egy XIII. századi templom 2008-as földrengés során jelentős mértékben károsodott tornyát vizsgálták. A károsodások építőkövek közti repedések és megcsúszások formájában jelentek meg a szerkezeten. Mivel a szerkezet károsodása a

---

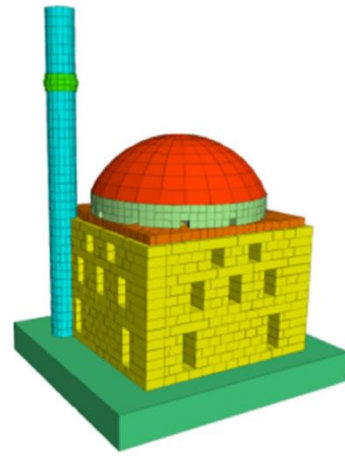
kapcsolatok tönkremenetelével következett be, emiatt a diszkrét elemes analízis során merev elemeket alkalmaztak. A numerikus modelljükben a földrengésterhet többféleképpen modellezték: állandó nagyságú vízszintes gyorsulásként, szinusz függvény alakú impulzus teherként, és a 2008-as földrengésrekordot felhasználva időtörténet alapú vizsgálattal. A numerikus modellt 3D nyomtatóval készült, 1:20 léptékű modellkísérlettel validálták. Amíg a kísérleti és numerikus eredmények az állandó gyorsulás és impulzus teher esetén jó egyezést mutattak; addig az időtörténet alapú vizsgálat során a ténylegesen kialakult repedésméreteknek kb. a negyede jelent meg a numerikus modellben (10. ábra). A szerzők az eltérést annak tudták be, hogy a földrengés rekordot nem a szerkezet helyszínén, hanem attól 35 km-re lévő állomáson rögzítették. Továbbá a szerzők nem foglalkoztak a templom falainak, mint a talaj és a templomtorony között lévő szerkezeti elem hatásával sem.



**10. ábra** – St. Mary Magdalene templom: (a) építmény, (b) templomtorony károsodása, (c) numerikus modell repedésképe 4-szeres nagyítással

Cakti és munkatársaik [11] 3D diszkrét elemes szoftverrel végezték el egy szófiai mecset és a hozzá tartozó minaret időtörténet alapú földrengésvizsgálatát. Az analízishez merev elemeket használtak. A numerikus modell validációját 1:10 léptékű, rázóasztalon végzett modellkísérlet alapján végezték el (11. ábra). A szerzők megállapítják, hogy a numerikus modell által szolgáltatott repedések és megcsúszások alkalmasak a földrengés okozta károsodások helyének és mértékének előre jelzésére. Azonban megjegyzik, hogy a kísérlet során mért elmozdulás-idő függvényeket a numerikus modell nem tudta visszaadni. A kísérlet és a numerikus modell által szolgáltatott maximális elmozdulás korrelációjáról csak kisebb amplitúdójú földrengések esetén beszélhetünk.





**11. ábra** – Mustafa Pasha mecset Szófia: valós szerkezet, kisléptékű és numerikus modell

Rafiee és Vinches [12] egy 2003-ban épült kőszerkezetű kupola földrengésvizsgálatát végezte el implicit diszkrét elemes technikával. A szerkezet méretei és kialakítása részben hasonlít a Szent Gellért téri forrásházhoz (12. ábra). A szerzők modelljükben merev elemeket használtak. Az építőkövek között kohéziót vettek figyelembe 1 MPa-os értékkel. Vizsgálataik során a súrlódási szög függvényében vizsgálták a tönkremeneteli módban bekövetkezett változásokat. A földrengésvizsgálathoz mindösszesen egy valós rekordot alkalmaztak, de a többi kutatótól eltérően, figyelembe vették ezen rekord horizontális és vertikális komponenseit is. Különböző erősségű földrengéseket az eredeti földrengésrekord konstans számmal történő átskálázásával nyertek. A cikk hiányosságának érzem a kapcsolati merevségek és a súrlódási szög megalapozatlan felvételét, továbbá nem vizsgálták azt sem, hogy az általuk használt egyetlen földrengésrekord milyen frekvenciatartománnyal rendelkezik, milyen válaszspektrumot generál.



(a)



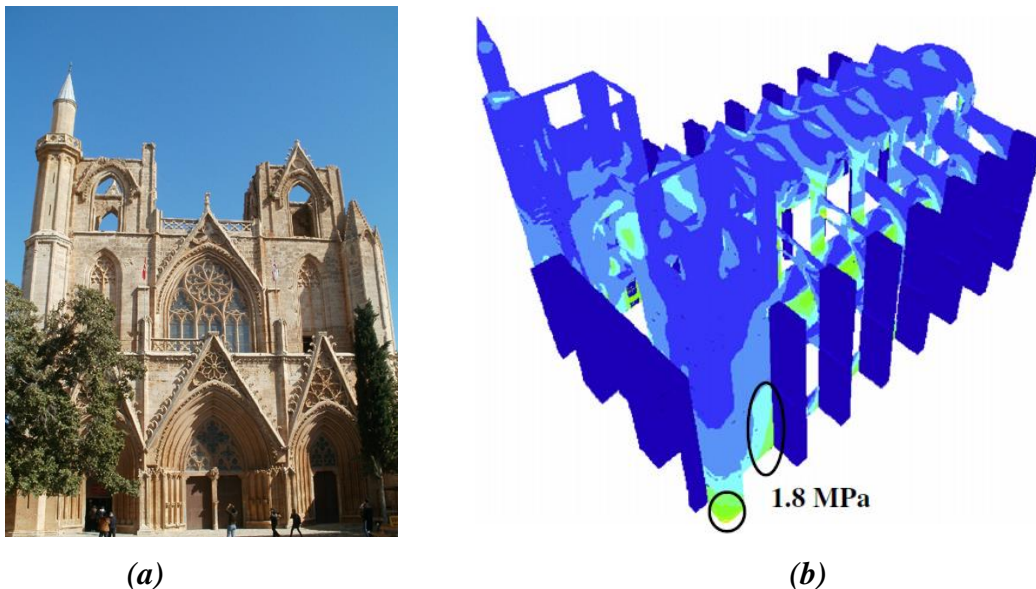
(b)

**12. ábra** – Junas-i kupola (Franciaország): (a) szerkezet, (b) diszkrét elemes modell

---

### 3.2. Végeselemes szimulációk

Cagnan [13] 2D héj-, és 3D testelemes modell segítségével vizsgált egy XIII. századi templomot. Modelljükben a falazatot izotrop, homogén kontinuumként kezelik (13. ábra). Az anyagmodell nemlineáris: a nyomó-, illetve húzószilárdság eléréséig nemlineárisan felkeményedő, majd ezután exponenciálisan lágyuló. A szerzők helyszíni vizsgálatokkal meghatározták a szerkezet sajátfrekvenciáit. Ugyanezt megtették a numerikus modellen is modálanalízis segítségével. Ezután a falazathoz használt rugalmassági moduluszt úgy kalibrálták, hogy a numerikus modell visszaadja a kísérlet során mért sajátfrekvenciákat. A szerkezetben földrengés során kialakuló feszültségeket modális válaszspektrum analízissel és időtörténet alapú vizsgálattal is meghatározták. Ezen módszerek segítségével ki tudták jelölni azon szerkezeti elemeket, amelyek megerősítésre szorulnak.

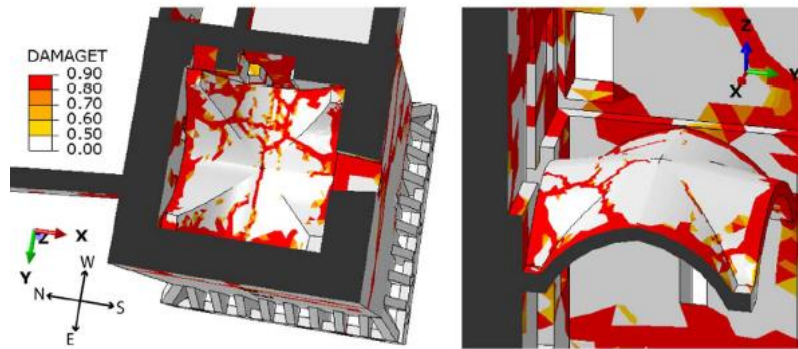


**13. ábra** – St. Nicholas katedrális: (a) építmény, (b) numerikus modell által szolgáltatott feszültségek

D’Altri és munkatársai [7] 3D testelemes modellt készítettek egy XIV. századi vártorony és a benne található keresztboltozat földrengésvizsgálatához (14. ábra). A vizsgált szerkezet a 2012-es Emilia Romagna-i földrengésben súlyos károkat szenvedett. A számítás során a falazatot homogén, izotrop anyagként vizsgálják, egy betonra kifejlesztett, Prager-Drucker folyási feltételt alkalmazó anyagmodell alkalmazásával. Az anyag károsodását a rugalmassági modulus csökkentésével vették figyelembe. A nemlineáris modellen a földrengést statikus és dinamikai terheléssel szimulálják. Statikus teherként a magasság mentén lineárisan változó, vízszintes erőket alkalmaznak, míg az időtörténet alapú vizsgálathoz a szerkezetet károsító földrengés vízszintes és függőleges rekordjait vették figyelembe.



(a)



(b)

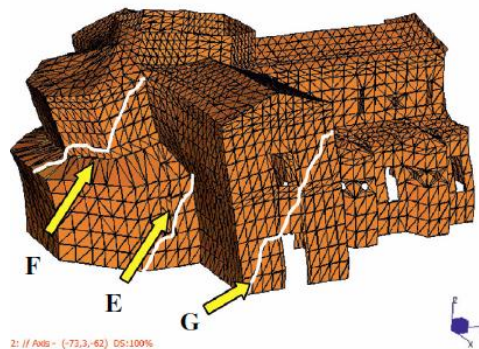
**14. ábra** – San Felice sul Palaro: (a) vizsgált vártorony, (b) numerikus modell által szolgáltatott károsodások helye és mértéke

### 3.3. Képlékenységtan tételein alapuló vizsgálatok

Milani [14] saját fejlesztésű, térbeli modellen határozta meg olasz templomok földrengéssel szembeni ellenállását. A modelljében a templomokat merev, háromszög alakú elemekre diszkretizálta (15. ábra). A számítás során képlékeny disszipáció a kapcsolatokon jöhet létre az elemek közti relatív eltolódásból és elfordulásból. A képlékenységtan kinematikai tételét alkalmazva különböző tönkremeneteli mechanizmusokat vizsgálva kereste azt, amelyhez tartozó teherszorzó a lehető legkisebb. A földrengésterhet modálanalízis segítségével meghatározott sajátalakok szerint osztotta szét a szerkezeteken.



(a)



(b)

**15. ábra** – Buonacompra-i templom: (a) földrengés előtti állapot, (b) numerikus modell által szolgáltatott károsodások helye

---

## 4. Diszkrét elemek módszere

A diszkrét elemek módszerében a kőszerkezet merev vagy deformálható poliéderek halmazaként jelenik meg. Az érintkező blokkok közti kapcsolatokra olyan felületekként tekintünk, ahol a blokkok közti mechanikai interakció a definiált anyagtörvény szerint létrejöhet. Az elemek mozgását Newton mozgástörvényeinek kis időlépésenkénti numerikus integrálásával határozzuk meg a centrális differenciák módszere alapján. A fejezetben rövid áttekintést adok az alkalmazott diszkrételes szoftver (3DEC) számítási eljárásáról. Az ismertetés a szoftver felhasználói útmutatóján [15] és Bagi [16] jegyzetén alapul.

### 4.1. Elem- és kapcsolattípusok, kontaktfelismerés

A 3DEC-ben konvex poliéderek generálására van lehetőség. Konkáv blokkok csak konvex blokkok összeragasztásával hozhatók létre. A blokk viselkedhet merev vagy deformálható elemként. A számítás során használt merev elemek esetén egy elem 3 eltolódási és 3 elfordulási szabadságfokkal rendelkezik.

Az elemek közti kapcsolatokat a szoftver automatikusan detektálja, illetve szükség esetén törli azokat. Azonban minden lehetséges kontaktpár vizsgálatához szükséges idő a blokkok számával exponenciálisan nő. Ezért a szoftver különböző algoritmusokkal szelektálja azokat az elemeket, amelyek között a mozgás során létrejöhet kapcsolat: pl. minden elemhez hozzárendel egy befoglaló téglatestet, és csak azon elemek érintkezését vizsgálja részletesen, amelyek befoglaló téglatestei egymásba metsződnek. A kontaktfelismerő algoritmus, hasonlóan egyéb diszkrételes technikákhoz, az ún. köztes síkon alapul. Az algoritmus az alábbi két részre bontható:

- köztes sík meghatározása oly módon, hogy az bizonyos értelemben a két blokk közti teret két „egyenlő” részre ossza;
- mindkét blokk érintkezésének vizsgálata a köztes síkkal.

A köztes sík helyzete egy optimalizációs feladat segítségével adható meg: „maximalizáljuk a távolságot a köztes sík és a legközelebbi csomópont között”, illetve ezzel egyenértékűen: „minimalizáljuk az átfedést a köztes sík és a legjobban átmetsző csomópont között.” Az optimumot a szoftver a köztes sík kismértékű perturbációjával határozza meg.



---

## 4.2. Kapcsolatok mechanikai viselkedése

Érintkező elemek esetén a kapcsolaton erők adódnak át. A kapcsolatok mechanikai viselkedését a kontakt merevségek jellemzik normál és tangenciális irányban, így a blokkok közti relatív elmozdulásból számítható a kapcsolati erők növekménye:

$$\Delta F^n = -k_n \Delta U^n A_c, \quad (1)$$

$$\Delta F^s = -k_s \Delta U^s A_c, \quad (2)$$

ahol  $\Delta F^n, \Delta F^s$  a normál- és nyíróerő növekménye  
 $k_n, k_s$  a kapcsolat normál- és nyíromerevsége  
 $\Delta U^n, \Delta U^s$  a normál és tangenciális irányú relatív elmozdulás növekménye  
 $A_c$  a szubkontakt területe

Sértetlen kapcsolat esetén (tehát amelyhez tartozó blokkok korábban nem csúsztak meg és a kapcsolat még nem repedt meg) a maximálisan felvehető húzóerőt a húzószilárdság határozza meg:

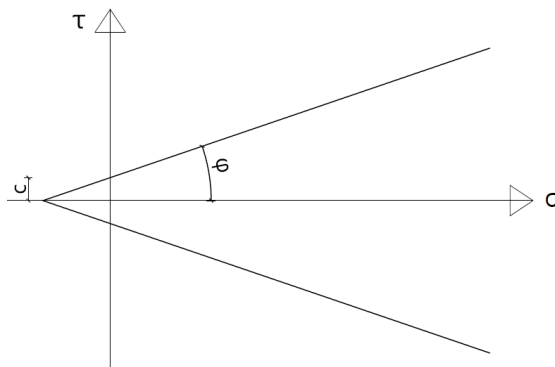
$$T_{max} = f_t A_c, \quad (3)$$

ahol  $f_t$  a húzószilárdság értéke.

A kapcsolaton átadható nyíróerőt a Coulomb-feltétel korlátozza (16. ábra):

$$F_s^{max} = c A_c + F^n \tan \varphi, \quad (4)$$

ahol  $c$  a kohézió,  
 $F^n$  a kapcsolatra ható nyomóerő,  
 $\varphi$  a belső súrlódási szög.



**16. ábra** – Coulomb-feltétel

A kapcsolat tönkremenetelét (megcsúszását, repedését) követően a húzószilárdság és kohézió értékét a szoftver zérusra állítja.

---

### 4.3. A merev test mozgásegyenletei

A merev testek eltolódó mozgásához kapcsolódó differenciálegyenlet-rendszer egy blokkot tekintve az alábbi formula szerint írható fel:

$$\ddot{x}_i + \alpha \dot{x}_i = \frac{F_i}{m} + g_i \quad i \in \{x, y, z\}, \quad (5)$$

ahol  $\ddot{x}_i, \dot{x}_i$  a blokk súlypontjának gyorsulása, illetve sebessége

$\alpha$  viszkózus csillapítás együtthatója

$F_i$  a blokkra ható erők eredője (kapcsolati erők + külső terhek, kivéve a gravitációs terhet),

$m$  a blokk tömege,

$g_i$  a gravitációs gyorsulás.

A merev test forgómozgását csillapítatlan esetben az alábbi egyenletek fejezik ki:

$$I_1 \dot{\omega}_1 + (I_3 - I_2) \omega_3 \omega_2 = M_1,$$

$$I_2 \dot{\omega}_2 + (I_1 - I_3) \omega_1 \omega_3 = M_2, \quad (6)$$

$$I_3 \dot{\omega}_3 + (I_2 - I_1) \omega_2 \omega_1 = M_3,$$

ahol  $I_1, I_2, I_3$  a tehetetlenségi főnyomatékok,

$\dot{\omega}_1, \dot{\omega}_2, \dot{\omega}_3$  a fő tengelyek körüli szöggyorsulások,

$\omega_1, \omega_2, \omega_3$  a fő tengelyek körüli szögsebességek,

$M_1, M_2, M_3$  a blokkra ható nyomatékok a fő tengelyekre számítva.

A 3DEC-ben a (6)-os egyenletek egyszerűsített változatát implementálták, amely feltételezi, hogy a szögsebességek olyan kicsik, hogy a nemlineáris tag  $(\omega_i \omega_j)$  elhanyagolható. Másrészt a szoftver a tehetetlenségi nyomatékokat is közelítőleg számítja az elem csomópontjainak súlyponttól mért átlagos távolsága alapján. Ennek figyelembevételével:

$$\dot{\omega}_i + \alpha \omega_i = \frac{M_i}{I} \quad i \in \{x, y, z\}. \quad (7)$$

A mozgáshoz tartozó differenciálegyenletek megoldásához a szoftver a centrális differenciák módszerét alkalmazza, mely szerint egy  $t$  időpillanatban a súlypont sebessége és a szögsebesség az alábbi módon számítható:

---


$$\dot{x}_i(t) = \frac{1}{2} \left( \dot{x}_i \left( t - \frac{\Delta t}{2} \right) + \dot{x}_i \left( t + \frac{\Delta t}{2} \right) \right), \quad (8)$$

$$\omega_i(t) = \frac{1}{2} \left( \omega_i \left( t - \frac{\Delta t}{2} \right) + \omega_i \left( t + \frac{\Delta t}{2} \right) \right). \quad (9)$$

A gyorsulásokat differenciáhányadosként számolva:

$$\ddot{x}_i(t) = \frac{1}{\Delta t} \left( \dot{x}_i \left( t + \frac{\Delta t}{2} \right) - \dot{x}_i \left( t - \frac{\Delta t}{2} \right) \right) \quad (10)$$

$$\dot{\omega}_i(t) = \frac{1}{\Delta t} \left( \omega_i \left( t + \frac{\Delta t}{2} \right) - \omega_i \left( t - \frac{\Delta t}{2} \right) \right) \quad (11)$$

A gyorsulásra kapott kifejezéseket visszahelyettesítve a mozgás differenciálegyenletébe, a  $t + \frac{\Delta t}{2}$  időpillanathoz tartozó sebesség az alábbi módon nyerhető:

$$\dot{x}_i \left( t + \frac{\Delta t}{2} \right) = \left[ \left( 1 - \alpha \frac{\Delta t}{2} \right) \cdot \dot{x}_i \left( t - \frac{\Delta t}{2} \right) + \left( \frac{F_i(t)}{m} + g_i \right) \cdot \Delta t \right] \cdot \frac{1}{1 + \alpha \frac{\Delta t}{2}} \quad (12)$$

$$\omega_i \left( t + \frac{\Delta t}{2} \right) = \left[ \left( 1 - \alpha \frac{\Delta t}{2} \right) \cdot \omega_i \left( t - \frac{\Delta t}{2} \right) + \left( \frac{M_i(t)}{I} + g_i \right) \cdot \Delta t \right] \cdot \frac{1}{1 + \alpha \frac{\Delta t}{2}} \quad (13)$$

Az eltolódás növekményeit az alábbi formulák adják:

$$\Delta x_i = \dot{x}_i \left( t + \frac{\Delta t}{2} \right) \cdot \Delta t \quad (14)$$

Végezetül a blokk súlypontjának új helyzete:

$$x_i(t + \Delta t) = x_i(t) + \Delta x_i \quad (15)$$

Míg az elem csomópontjainak új helyzete a súlypont pozíciójának és a blokk elfordulásának ismeretében számítható. A fenti eljárás explicit módszer, azaz a jövőbeli állapot leírásához a jelen állapotjellemzőit használja fel. Az explicit módszerek numerikusan instabilak, így a helyes időlépés megválasztása kulcsfontosságú.



---

#### 4.4. Mechanikai csillapítás

A diszkrétéleemes eljárásokban különböző típusú csillapítást alkalmaznak statikus, illetve dinamikai problémák megoldására. A statikus vizsgálat során a csillapítás célja egyfajta dinamikus relaxáció, annak érdekében, hogy a minél hamarabb kinyerjük az egyensúlyi megoldást a mozgásegyenletből. Ebben az esetben a csillapítás a blokk sebességével arányos. A szerkezet önsúly alatti kiegyensúlyozásához ún. adaptív globális csillapítást alkalmaztam, amely egy sebességgel arányos csillapítást jelent, de a csillapítási tényezőt a számítás során folyamatosan változtatja a szoftver oly módon, hogy a csillapítás által végzett munka mindig a rendszer mozgási energiaváltozásának adott hányada legyen:

$$R = \frac{\sum P}{\sum \dot{E}_k} \quad (16)$$

ahol  $P$  a csillapítás által végzett munka,  
 $\dot{E}_k$  a mozgási energia megváltozása.

Dinamikai vizsgálatok során a csillapítás szerepe az energiaveszteségek figyelembe vétele az analízis során. Amennyiben egy rezgő rendszer egyáltalán nem rendelkezne csillapítással, akkor a rendszer oszcillációja sosem fejeződne be. Dinamikai feladatokhoz kétféle csillapítástípust lehet alkalmazni: tömeggel arányos, illetve merevséggel arányos csillapítást. A tömeggel arányos csillapítás a blokk sebességével és tömegével arányos erőt fejt ki a mozgással ellentétes irányban. A merevséggel arányos csillapítás olyan erőt vezet be, amely a merevségi mátrix és relatív sebességek szorzatával arányos. A fent említett két csillapítási mód kombinációját Rayleigh csillapításnak nevezzük.

A szakirodalmi áttekintés során ismertetett diszkrétéleemes szimulációk során Cakti [11] csak tömeggel arányos csillapítást vett figyelembe, mivel a merevséggel arányos csillapítás tovább csökkentette volna az alkalmazható időlépést, így tovább növelve a számítási időt. Dejong [10] merevséggel arányos csillapítást alkalmazott; indoklása szerint a tömeggel arányos csillapításhoz nem igazán társítható fizikai tartalom. Psycharis [9] csak nagyon kismértékű csillapítást alkalmazott annak érdekében, hogy a szerkezet válaszából a magas frekvenciájú zajokat kiszűrje.

A fentiekből jól látható, hogy nincs konszenzus a szerzők között a csillapítás felvételében falazatok nemlineáris rezgésének vizsgálata során. Vizsgálataimban nem alkalmaztam sebességgel arányos csillapítást, azonban az elemek egymáson való megcsúszása révén energiadisszipáció létre tud jönni.

---

## 4.5. Numerikus stabilitás

A szoftver által a mozgásegyenletek megoldásához alkalmazott centrális differenciák módszere feltételesen stabil numerikus eljárás, tehát az időintegráláshoz tartozó lépéshossz nem választható tetszőlegesen. Merev elemek esetén az időlépés nagyságát a legkisebb tömegű blokk és a modellben alkalmazott legmerevebb kontakt határozza meg, míg deformálható elemek esetén az egy végelemhez tartozó tömeg és merevség<sup>4</sup> hányadosa.

$$\Delta t_n = 2 \cdot \min \left( \frac{m_i}{k_i} \right)^{0.5} \quad (17)$$

$$\Delta t_b = frac \cdot 2 \cdot \left( \frac{M_{min}}{K_{max}} \right)^{0.5} \quad (18)$$

ahol  $m_i, k_i$  az  $i$ -dik végelemhez tartozó tömeg és merevség  
 $M_{min}, K_{max}$  a legkisebb tömegű blokk tömege, és a legnagyobb kontaktmerevség.  
 $frac$  felhasználó által megadható csökkentő tényező.

A szoftver által beállított időlépés (17) és (18)-ban meghatározott értékek közül a kisebb:  
 $\Delta t = \min(\Delta t_n, \Delta t_b)$ .

Az eredmények konvergenciáját az időlépés függvényében 6.3 fejezetben vizsgálom.

---

<sup>4</sup> Az egy végelemhez tartozó „merevség”, mint skalár mennyiség meghatározása természetesen további, itt nem részletezett számításokat igényel.

---

## 5. Numerikus modell

A forrásház modelljét az ITASCA cégcsoport 3DEC nevezetű, 3 dimenziós diszkrét elemes szoftverével készítettem el. A fejezetben a geometria felvételétől kezdve, az anyagjellemzők definiálásán át, a földrengésteher felvételéig mutatom be a modellalkotást.

### 5.1. Geometria elkészítése

Mivel a szoftvernek nincs a geometria elkészítéséhez grafikus felülete, ezért a geometriát a szoftver által használt FISH nyelven programoztam le. Ennek előnye, hogy a főbb méreteket paraméterként kezelve a geometriai módosítások könnyen implementálhatók. Kezdetben helyszíni szemrevételezéssel figyeltem meg a szerkezeti részleteket. Később mérőszalagot használva, illetve lézeres távolságmérést alkalmazva finomítottam a modell méreteit. Azonban néhány szerkezeti kialakítást (pl. kupola falvastagságát, rombusz alakú nyílások pontos térbeli elhelyezkedését) így sem tudtam meghatározni. Ezért felkerestem Dévényi Sándor tervezőt, aki elmondta, hogy a szerkezetet egy korai ArchiCad-ban konstruálták 3D-ben, azonban nem sikerült megtalálnia a 15 évvel ezelőtt készült terveket. Ezután a Reneszánsz Kőfaragó Zrt.-t, mint kivitelezőt kerestem fel, ahol Kamondy Tibor segítségével, a cég ürömi telephelyének irattárában sikerült hozzáférnem papír alapú eredeti tervekhez és egyes elemek kő konszignációjához is.

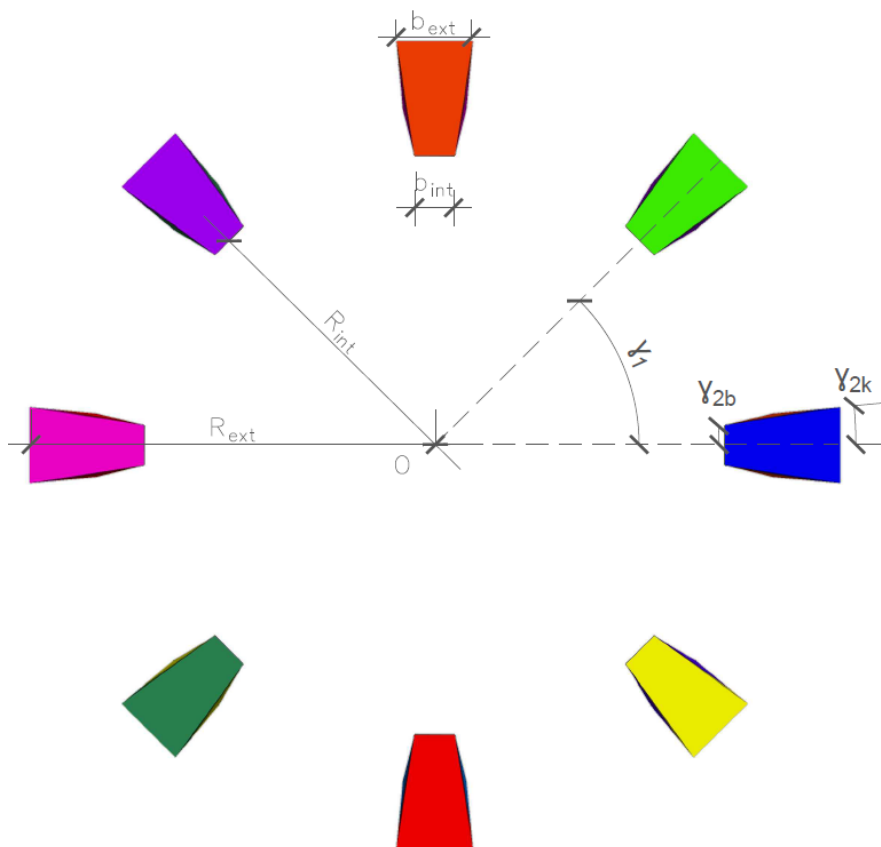
A szerkezet három fő szerkezeti egységre bontható: alátámasztó oszlopok, peremgerendák és a kupola X alakú építőelemei. Ahogyan a szerkezetet is alulról kezdik el megépíteni, így én is az oszlopok definiálásával kezdtem meg a munkát.

Az oszlopok helyzetét hengerkoordináta-rendszerben definiáltam. A generáló kódnak az oszlopok számával ( $n_{oszlop}$ ) megegyező részre kellett egyenletesen felosztania a kör területét (17. ábra). Két oszloptengely közti nyílásszög nagysága így:

$$\gamma_1 = \frac{2\pi}{n_{oszlop}} \quad (19)$$

Az oszlopok keresztmetszeti értelemben vett magassága és szélessége szintén modell paraméter. Az oszlopok ismert szélességéből számítható a  $\gamma_{2b}$  és  $\gamma_{2k}$  nyílásszög a 17. ábra alapján az alábbi módon:

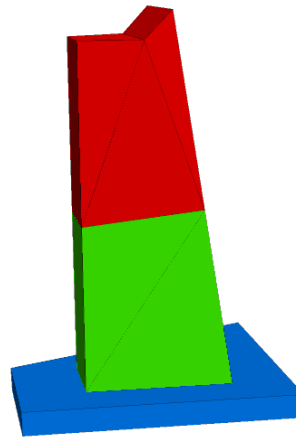
$$\gamma_{2b} = \frac{0.5b_{int}}{R_{int}} \quad \gamma_{2k} = \frac{0.5b_{ext}}{R_{ext}} \quad (20)$$



**17. ábra** – Oszlopokhoz tartozó geometriai jellemzők<sup>5</sup>

Az oszlopok oldalnézetét tekintve (18. ábra) láthatjuk, hogy a keresztmetszet a magasság mentén változik, ami a modellben figyelembe lett véve. Az oszlopok tetején háromszög alakú, ékszerű kicsúcsosodás gátolja meg a kögerendák a sugárirányú szétcsúszását. Ezen elem szerepe várhatóan mechanikailag fontosabb annál, hogy a modellben elhanyagolásra kerüljön, azonban így a kőoszlop már nem alkot konvex testet. A 3DEC-ben csak konvex elemeket lehet definiálni a közös sík egyértelmű meghatározása miatt. Konkáv elemek modellezése úgy lehetséges, hogy a diszkrét elemet felbontjuk konvex részelemekre, majd ezeket az elemeket „összeragasztjuk” (*join\_contact on* paranccsal). A kőoszlop a valóságban három egymás fölé helyezett építőelemből áll, melyből a legelső szervesen kapcsolódik az alapozáshoz (18. ábra). Emiatt a szerkezet modelljében ezt a legelső oszlopelemet már nem építettem be, helyére definiáltam a támaszblokkot.

<sup>5</sup> Az általánosság megőrzése céljából számos geometriai jellemzőt (pl. oszlopok száma, rombusz alakú rések száma) paraméterként kezeltem annak érdekében, hogy esetleges jövőbeli vizsgálatok során, a geometria könnyen módosítható legyen.



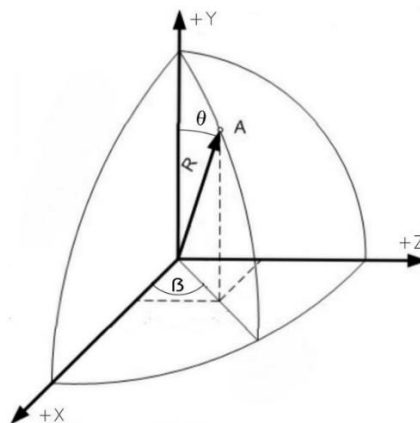
**18. ábra** – A szerkezet alátámasztó oszlop és modellje oldalnézetből

A peremgerendák és kupolaelemek jellemző csomópontjait gömbi koordináta-rendszerben definiáltam. A szoftverben az elemek generálásához azonban Descartes-féle derékszögű koordinátákat szükséges megadni. Egy ellipszoid alakú felület esetén az áttérés gömbi koordináta-rendszerből derékszögűre az alábbi módon lehetséges:

$$\begin{aligned} x &= R_1 \sin \theta \cos \beta, \\ y &= R_2 \cos \theta, \\ z &= R_3 \sin \theta \sin \beta \end{aligned} \tag{21}$$

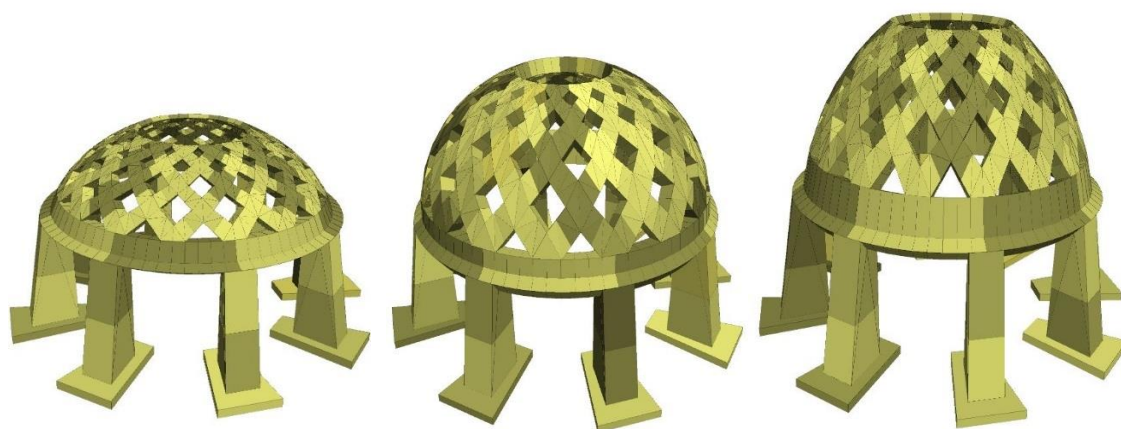
ahol  $x, z$  vízszintes síkon értelmezett koordináták,  
 $y$  függőleges koordináta,  
 $R_1, R_2, R_3$  az ellipszoid féltengelyhosszai,  
 $\theta$  a függőleges forgástengellyel bezárt szög,  
 $\beta$  azimut az  $x$  tengely pozitív irányához képest.

A jelölések értelmezését mutatja a 19. ábra.



**19. ábra** – Gömbi és derékszögű koordináta-rendszer

A kupola alakját vizsgálva a legelső felmerülő kérdés az volt, hogy gömbkupoláról, ellipszoidról, vagy valamilyen ezektől eltérő formáról van szó a Gellért téri forrásház esetében. Mielőtt hozzájutottam volna a tervekhez, próbálgatással vettem fel az alakot (20. ábra).



(a)  $R_1 = R_3 > R_2$

(b)  $R_1 = R_3 = R_2$

(c)  $R_1 = R_3 < R_2$

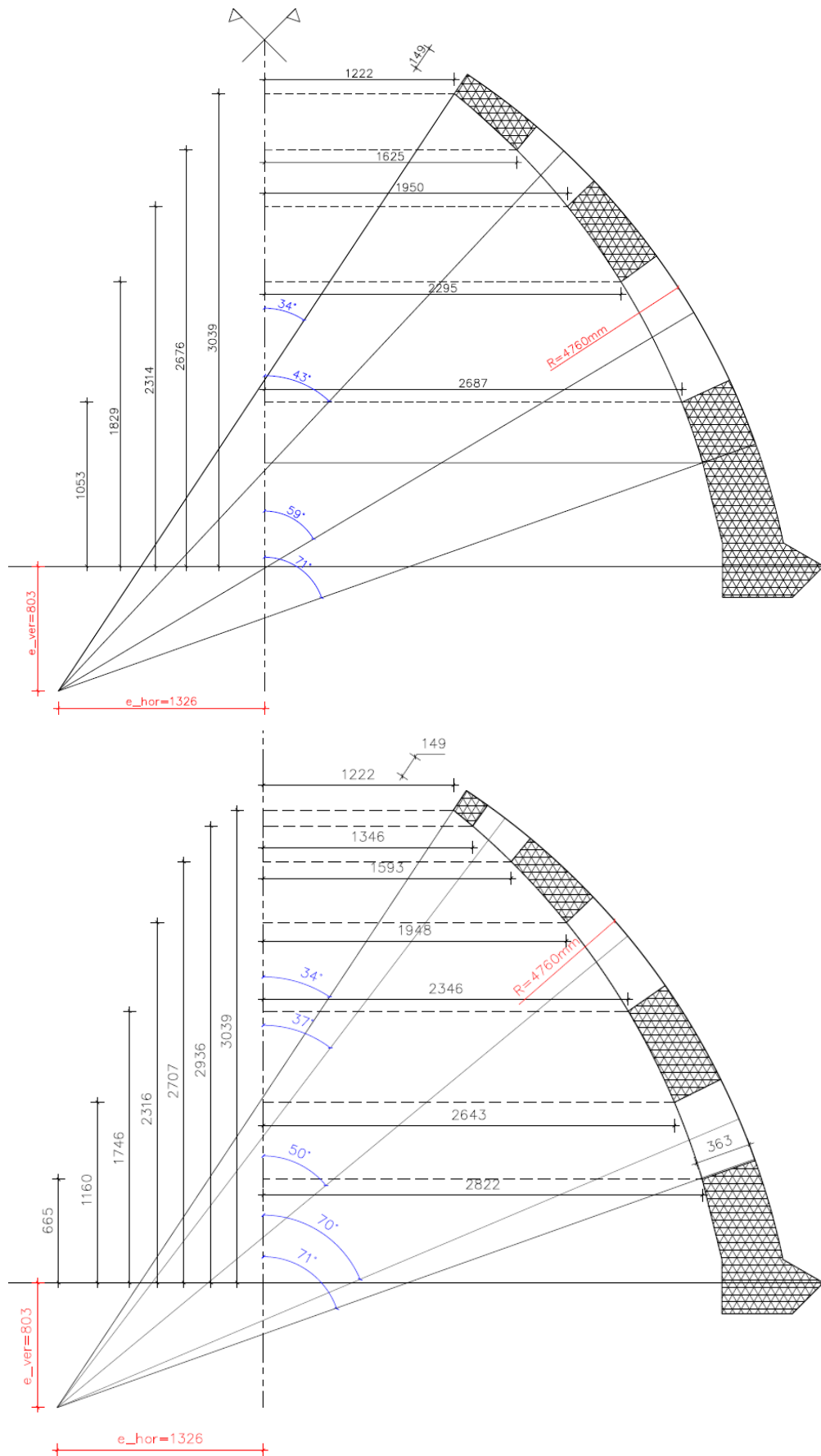
**20. ábra** – Kezdeti próbálkozások ellipszoid alakú kupolákkal

A tervekhez történő hozzáférés után, a keresztmetszeti rajzokon egyértelművé vált, hogy a kupola keresztmetszetének vezérgörbéje csúcsív<sup>6</sup>. A rajzokon a tervezők megadták a kupola elemeinek helyzetét derékszögű koordináta rendszerben, azonban nem volt feltüntetve a csúcsívhez tartozó sugár, illetve a körív középpontjának helyzete sem. A meglévő adatokat CAD szoftverrel ábrázolva (21. ábra) a kupola külső felületének három pontjára körívet illesztettem, így a generáló görbéhez tartozó sugár középpontja meghatározhatóvá vált, amelyet a forgástengelytől mért excentricitással jellemeztem ( $e_{hor}$  és  $e_{ver}$ ). Természetesen a három ismeretlen paraméter (körívsugár, illetve a kör középpontjának két koordinátája az alábbi egyenletrendszer megoldásával is meghatározható:

$$(x_i - e_{hor})^2 + (y_i - e_{ver})^2 = r^2, \quad i \in \{1,2,3\} \quad (22)$$

ahol  $x_i, y_i$  az illesztendő körív ismert pontjainak koordinátái,  
 $e_{hor}, e_{ver}$  az illesztendő körív excentricitása vízszintes és függőleges irányban,  
 $r$  az illesztendő körív sugara.

<sup>6</sup> Csúcsív: gótikus építészetre jellemző ívforma, melyet két, szimmetrikusan elhelyezett, eltérő középpontú körívből kapunk.



21. ábra – A kupola két jellemző metszete: 2 rombusz alakú nyíláson átmenő metszet (felső), 3 deltoid alakú nyíláson átmenő metszet (alsó), pirossal a meghatározott körív adatai



---

A tervekről egyértelműen mérhető volt az oculus<sup>7</sup> mérete és helyzete is. A kupola falvastagsága a nyílásszög mentén változik: míg az oculusnál ~15 cm a szerkezet vastagsága, addig a peremgerendára illeszkedő kupolaelem már ~36 cm vastagságú. A modellben azzal a feltevéssel éltem, hogy a falvastagság lineárisan változik a nyílásszög függvényében. A rajzok alapján két ismert falvastagságú pontra lineáris függvényt illesztettem az alábbi egyenletrendszer megoldásával:

$$t(\theta) = a_i\theta + b_i, \quad i \in \{1,2\} \quad (23)$$

ahol  $t(\theta)$  a falvastagság értéke méterben a nyílásszög függvényében,  
 $\theta$  nyílásszög radiánban a függőleges tengelytől mérve,  
 $a_i, b_i$  az egyenes egyenletének ismeretlen paraméterei.

A meghatározott összefüggés:

$$t(\theta) = 0.3438 \theta - 0.054. \quad (24)$$

A dolgozat A) függelékében megtalálható az eredeti tervek egy-egy kicsinyített másolata.

## 5.2. Anyagjellemzők

A numerikus modellben néhány összehasonlító vizsgálat kivételével (ld. 6.2 fejezet) merev elemeket alkalmaztam. Merev elemek esetén a számításhoz szükséges (blokkhoz tartozó) anyagjellemző a testsűrűség, míg deformálható elemek használatakor ez kiegészül a lineárisan rugalmas anyagi viselkedés két, egymástól független paraméterével, melyek közül a rugalmassági modulus, illetve Poisson-tényezőt definiáltam a modellben.

A forrásház szerkezete forrásvízi mészkő, melyet Süttőn, a Haraszi-hegyi bányauzemben fejtettek. A Reneszánsz Kőfaragó Zrt. az általa bányászott és feldolgozott mészkőhöz szállítói megfelelőségi tanúsítványt biztosít, melyben a kőanyag testsűrűsége megtalálható. Eszerint a felhasznált mészkő térfogatsűrűsége 2400-2600 kg/m<sup>3</sup> között változik, pontosabb adatok hiányában 2500 kg/m<sup>3</sup>-es értéket alkalmaztam a számítás során.

Az összehasonlító vizsgálatokhoz alkalmazandó rugalmassági modulus és Poisson-tényező felvételéhez a Geotechnika és Mérnökgeológia Tanszéken Bögöly Gyula nyújtott segítséget. Javaslatára  $E = 40$  GPa-t, illetve  $\nu = 0,25$ -ös értékeket vettem fel. A blokkok anyagjellemzőit foglalja össze az 1. táblázat.

---

<sup>7</sup> Oculus: a kupola tetején lévő kör alakú nyílás latin eredetű elnevezése.

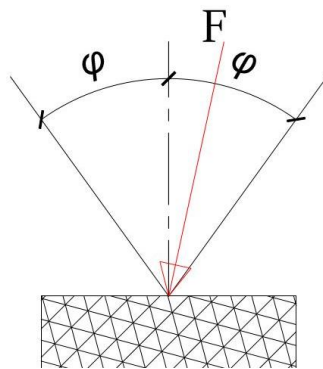
Rugalmassági modulus - $E$	Poisson-tényező - $\nu$	Testsűrűség - $\rho$
40 GPa	0,25	2500 kg/m <sup>3</sup>

**1. táblázat** – Blokkok mechanikai paramétereit

A kapcsolatok viselkedését az alábbi anyagjellemzők definiálják:

- Súrlódási szög –  $\varphi$  [°]
- Kontakt normálmerevség –  $k_n$  [Pa/m]
- Kontakt nyírómerevség –  $k_s$  [Pa/m]

Az elemek megcsúszása a Coulomb-féle súrlódási törvény alapján történik. A kapcsolatok lineárisan rugalmasan viselkednek normál- és tangenciális irányban mindaddig, amíg az átadódó erő a súrlódási kúpon belül van (22. ábra). A kapcsolat megcsúszik, ha a kapcsolat síkjában működő erő nagyobb, vagy egyenlő a kapcsolat síkjára merőleges erő és a súrlódási tényező szorzatánál. ( $\mu = \tan(\varphi)$ ).



**22. ábra** - Súrlódási kúp

Az érintkező felületek közti súrlódási szög függ a felületek minőségétől (érdességétől). A kőfaragó műhelyben lehetőség van polírozott, mattcsiszolt, vágott, homokfűjt, „finoman gépi stukkolt”, illetve lángolt felületek kialakítására. A forrásház esetében az érintkező felületek „vágott” kialakításúak. A Reneszánsz Kőfaragó Zrt. biztosított részemre 20×20×2,5 cm-es mintalapokat, melyek felülete azonos kialakítású a forrásház esetében alkalmazottnál. Mivel a vizsgált kőtípus súrlódási tényezőjére pontos szakirodalmi adatot nem találtam, ezért annak nagyságát méréssel határoztam meg.

A vizsgálati elrendezést a 23. ábra mutatja. Az eredetileg vízszintes síkú asztallap egyik végét megemelve ferde síkot hoztam létre. Az asztal ferde síkjára rögzítettem az egyik mintalapot. Egy további kőlapot a rögzített mintalapra helyezve növeltem az asztallap ferdeségét. A vizsgálat során az asztallap vízszintessel bezárt legnagyobb szögét kerestem, mely esetén a két egymásra helyezett kőlap még nyugalomban maradt.



**23. ábra** – Súrlódási szög mérése kísérlettel

A vizsgálatot 6 különböző felülepárosítással elvégezve az eredményeket az 2. táblázatban foglalom össze:

Kísérlet sorszáma	Mért súrlódási szög [°]
1.	38,2
2.	38,6
<b>3.</b>	<b>38,0</b>
4.	38,3
5.	38,5
6.	38,2

**2. táblázat** – „Vágott” felületű süttői mészkő surlódási szöge – kísérleti eredmények

A fenti értékek közül a biztonság javára történő közelítésképpen a legkisebb értéket (38°) alkalmaztam a numerikus modellben.

A kapcsolatok merevségét Jiang és Esaki [17] kísérletei alapján vettem fel, melyben a szerzők különböző mállottsági fokokra határozták meg a kapcsolati merevségeket. Dilatációs szöget és húzószilárdságot a biztonság javára történő közelítésképp nem vettem figyelembe. A kapcsolatoknál használt paramétereiket foglalja össze a 3. táblázat.

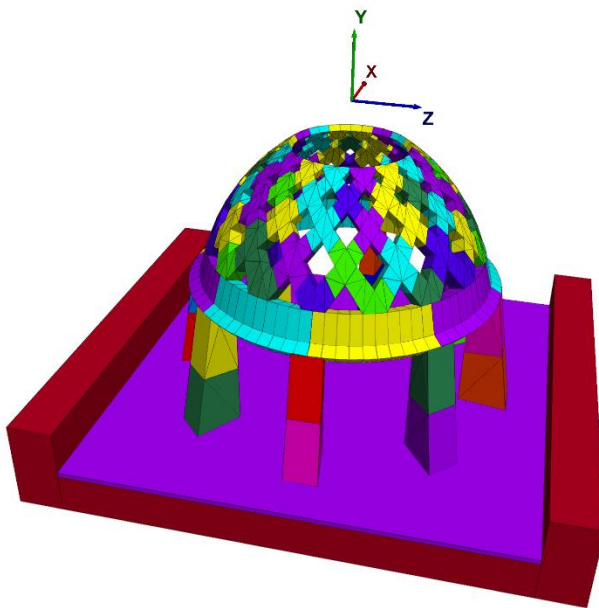
Súrlódási szög $\varphi$	Dilatációs szög	Húzószilárdság $f_t$	Kontakt normálmerevség $k_n$	Kontakt nyírómerevség $k_s$
38°	0°	0 N/m <sup>2</sup>	2,42×10 <sup>10</sup> Pa/m	2,99×10 <sup>9</sup> Pa/m

**3. táblázat** – Kapcsolatok mechanikai paramétereit

---

### 5.3. Peremfeltételek

A végelelemes szoftverekben a támaszok létrehozásához általában az adott csomópont elmozdulásait (eltolódásait és elfordulásait) lehet meggátolni. Ezzel szemben az alkalmazott diszkrétélelemes szoftverben, merev elemek alkalmazása esetén a diszkrét elem súlypontjának sebességeire lehet előírásokat megadni. A 3DEC szoftver lehetőséget ad az elem mozgásának teljes meggátlására a *fix* paranccsal: ekkor minden sebesség és szögsebességkomponens zérus értékű. Továbbá az *apply* paranccsal lehetőség van a blokk súlypontjának sebességkomponenseit előírni az idő függvényében. Azonban nincs lehetőség a szögsebességek előírására, így egy adott blokk elfordulása nem gátolható meg amellet, hogy a diszkrét elem időben előírt módon haladó mozgást végez. Emiatt a modell megtámasztását a 24. ábra szerint definiáltam. Az ábrán látható vörös, U alakú elem *fix* paranccsal rögzített, melynek célja, hogy a képen lila színű, terhelőlemez elfordulását meggátolja. Az U alakú „sín” és a terhelőlemez között súrlódásmentes kapcsolat került definiálásra.



Terhelőlemez peremfeltételei	
$v_x$	földrengés szerint előírva az idő függvényében
$v_y$	0 m/s
$v_z$	0 m/s

24. ábra – A szerkezet megtámasztására kialakított „sín”

---

## 5.4. Földrengésteher felvétele

A numerikus modellben a szerkezetre kétfajta külső teher hat. Egyrészt az önsúlyteher, aminek definiálásához a szoftverben a gravitációs gyorsulásokat kell megadni x, y, z irányban. Ekkor a szoftver a megadott irányban a blokk tömegével arányos erőket rendel minden diszkrét elemhez. Másrészt a földrengésterhet kell figyelembe venni, melyet kétféle módszerrel modelleztem:

- időben állandó nagyságú, vízszintes irányú gravitációs teherként: ekkor a szoftver vízszintes irányban is tömeggel arányos erőt működtet a szerkezetre az önsúlyteher mellett.
- időben változó, előírt támaszelmozdulásként: amelynek keretében a támaszok sebességét írtam elő a vízszintes síkon „x” irányban (24. ábra).

A földrengés támaszmozgásként előírható valós, illetve mesterséges földrengésrekordok alapján. Valós földrengésrekordok használata esetén a rekordok kiválasztását nagy körültekintéssel kell elvégezni. Többek között figyelembe kell venni [18]:

- A földrengés magnitúdóját: a nagyobb magnitúdójú földrengések során felszabaduló energia jellemzően nagyobb, e rengések időtartama jellemzően hosszabb.
- A földrengés során a köztektetek relatív mozgását: mely leggyakrabban normál vető, vagy csapásirányú vető.
- A szeizmográfhoz tartozó talajviszonyokat: hiszen nem mindegy, hogy a rekordot kőzeten, vagy annál sokkal lágyabban viselkedő talajon mérték.
- Az epicentrum és a szeizmográf közti távolságot: mivel a földrengés „ereje” az epicentrumtól való távolság növekedésével csökken.

A másik, dolgozatban is alkalmazott lehetőség az időtörténet alapú vizsgálathoz a mesterséges földrengésrekordok alkalmazása. Mesterséges rekordot oly módon kell létrehozni, hogy az megfelelően illeszkedjen az Eurocode 8 által definiált rugalmas válaszspektrumra [19]. A rugalmas válaszspektrum definiálásához az alábbi bemenő adatokra van szükség:

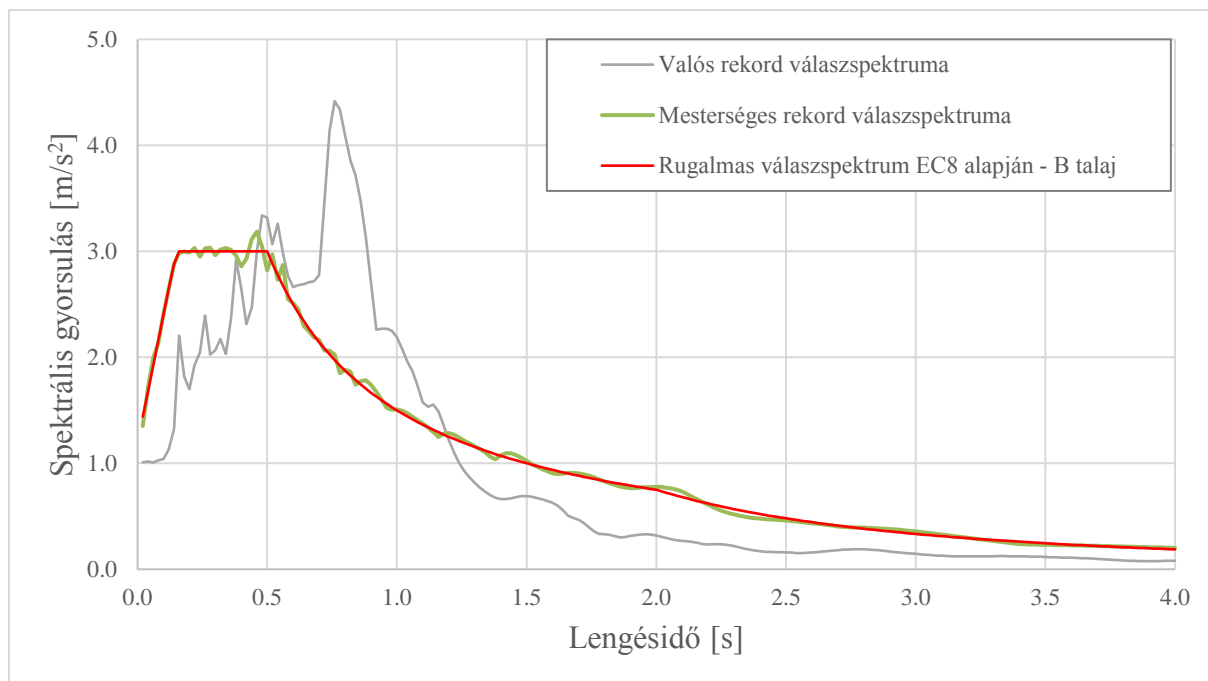
- tervezési alapgyorsulás:  $a_g = \gamma_I a_{gR}$ , ahol  $\gamma_I$  a fontossági tényező, melyet a feladat keretében 1.0-nak tekintek;  $a_{gR}$  a vízszintes csúcsgyorsulás referenciaértéke.
- a földrengés típusa és annak csillapítása: Magyarországon ún. Type I földrengést kell figyelembe venni, 5%-os csillapítással.

- 
- a talajosztálytól: a Szent Gellért téren a tardi agyag és kiscelli agyag formációk találkozása lelhető fel, melyek közül mindkettő közetszerű viselkedést is mutathat, azonban az agyagrétegek felett ~5m laza fedőréteg található [20]. Görög Péter a BME Geotechnika és Mérnökgeológia tanszék adjunktusának javaslatára a vizsgálathoz B talajosztályt vettem fel.

A valós földrengésrekordok spektrumának EC8 által definiált rugalmas vízszintes válaszspektrumra történő illesztését [21] és [22] alapján végeztem el. Az illesztéshez tartozó algoritmus az alábbi lépésekkel foglalható össze:

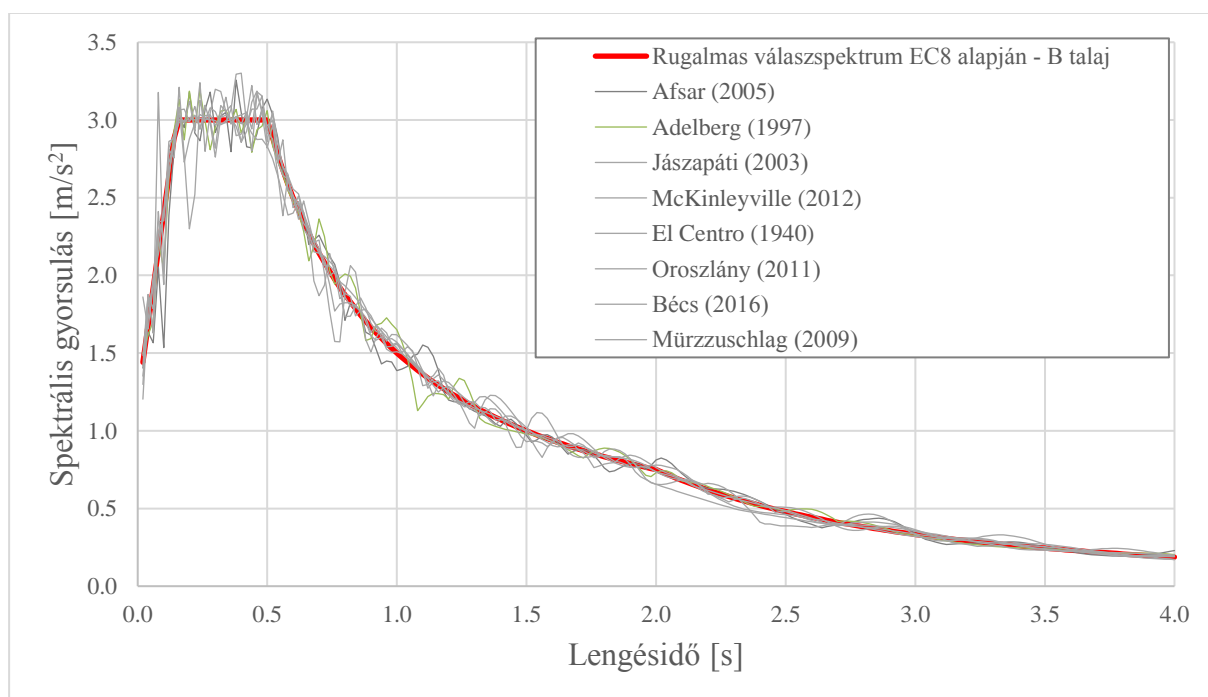
1. Eurocode 8 által definiált vízszintes rugalmas válaszspektrum kiválasztása az adott talajtípushoz.  $S_e(f)$ , ahol  $f = \frac{1}{T}$  a frekvencia és  $T$  a lengésidő.
2. Valós földrengésrekord kiválasztása:  $a_{g,i}(t)$ .
3. A valós rekordhoz tartozó válaszspektrum számítása:  $a_{g,i}(t) \rightarrow S_i(f)$ .
4. Spektrumarányok számítási diszkrét frekvenciákon:  $\mu_i(f) = \frac{S_e(f)}{S_i(f)}$ .
5. A földrengésrekord Fourier-transzformációja:  $\mathcal{F}a_{g,i}(f)$ .
6. A jel skálázása frekvenciatérben:  $\mathcal{F}a_{g,i+1}(f) = \mathcal{F}a_{g,i}(f)\mu_i(f)$ .
7. Inverz Fourier-transzformációval a mesterséges rekord meghatározása:  
 $a_{g,i+1}(t) = \mathcal{F}^{-1}\mathcal{F}a_{g,i}(f)$ .
8. Az új rekord alapján a válaszspektrum ismételt számítása:  $S_{i+1}(f)$ .
9. Hibaszámítás: ha  $\int_{0.5}^{4.5} \left( S_e\left(\frac{1}{T}\right) - S_{i+1}\left(\frac{1}{T}\right) \right) dT > \varepsilon$ , akkor  $i := i + 1$  és a 4. lépéstől újratekintés, különben az algoritmus leáll.

A módszer célja, hogy azon frekvenciák kerüljenek be nagyobb amplitúdóval a mesterséges rekordba, amelyek az eredeti rekordban nem okoztak kellően nagy spektrális gyorsulást. Az eljárást grafikusán egy földrengésrekordra a 25. ábra szemlélteti.



**25. ábra** – McKinleyville (2012) földrengésrekord illesztése

A fenti eljárást megismételtem 8 másik földrengésrekordra is. A mesterséges rekordok válaszspektrumait a 26. ábra szemlélteti.



**26. ábra** – Mesterséges rekordok illesztett válaszspektrumai

A mesterséges rekordokhoz tartozó gyorsulás-idő függvényeket numerikusan integrálva kaptam meg a földrengéshez tartozó sebesség-idő függvényt. Ezt a függvényt, mint időben előírt kinematikai terhet rendeltem hozzá a numerikus modell támaszaihoz. A felhasznált rekordok adatait az B) függelék tartalmazza.





---

$\varphi_2$	a kupolaelemek felső síkjának a vízszintessel bezárt szöge,
$R_b(\varphi)$	a kupola intrados oldali sugara $\varphi$ függvényében,
$R_k$	a kupola extrados oldali sugara

A tömörnek feltételezett kupola térfogata a súlypontba redukált keresztmetszeti terület  $y$  tengely körüli,  $2\pi$  nagyságú körbe forgatásával nyerhető. A súlypont számításához szükség van  $y'$  tengelyre számított statikai nyomatéokra:

$$S_{y'} = \int \int x' dx dy = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{R_b(\varphi)}^{R_k} r^2 \cos(\varphi) dr d\varphi, \quad (26)$$

ahol jelölések jelentése megegyezik a területszámításnál megadottakkal. Az  $y'$  tengelytől a keresztmetszet súlypontjának távolsága:

$$x_{sp} = \frac{S_{y'}}{A_{tömör}}. \quad (27)$$

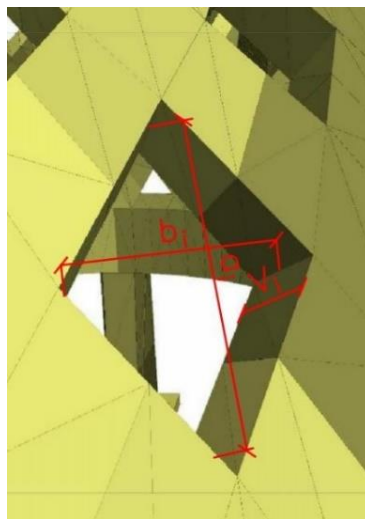
A tömör kupola térfogata:

$$V_{tömör} = 2\pi(x_{sp} - e_{hor})A_{tömör}. \quad (28)$$

Mindeddig a tömör kupola térfogatát számoltam, a tényleges, nyílásokkal áttört kupola térfogatának számításához ezt a térfogatot csökkenteni kell a rombuszok térfogatával, melyekből összesen öt sorban, soronként 16 darab található a szerkezeten. Az első sor annyiban eltér a többitől, hogy az ottani nyílás háromszög formájúra készült. Így a rések térfogata:

$$V_{rombuszok} = 16 \frac{1}{2} \frac{a_1 b_1}{2} + 16 \sum_{i=2}^5 \frac{1}{2} a_i b_i v_i, \quad (29)$$

ahol az  $a_i, b_i, v_i$  méretek értelmezését a 28. ábra mutatja.



**28. ábra** – Nyílások méretei középfelületen mérve

---

A kupolaelemek súlya immáron számítható:

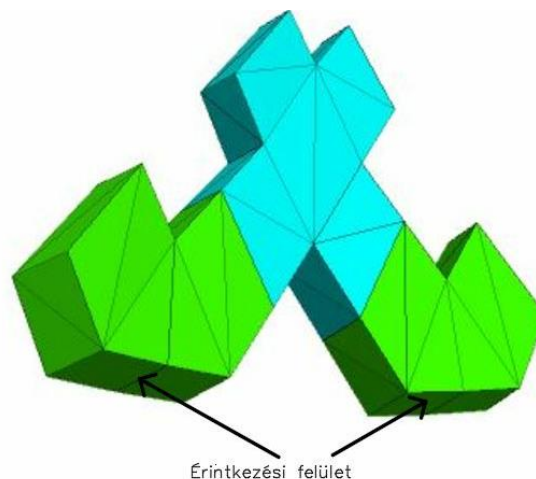
$$G_{kupola,kézi} = (V_{tömör} - V_{rombuszok})\rho g, \quad (30)$$

ahol:  $G_{kupola,kézi}$  a kupolaelemek önsúlya,  
 $\rho$  a kőanyag testsűrűsége,  
 $g$  a gravitációs gyorsulás.

#### Gépi számítás:

A kupolaelemek érintkezési felületén (29. ábra) normál- és nyírófeszültségek lépnek fel. A normál- és nyírófeszültség függőleges komponensét összegezve a teljes érintkezési felületen megkapjuk a kupola önsúlyát:

$$G_{kupola,gépi} = \int_{\text{érintkezési felületek}} \sigma \cos(\varphi_1) + \tau \sin(\varphi_1) dA \quad (31)$$



**29. ábra** – Érintkezési felületek a kupolaelemek és a peremgyűrű között

A gépi számításhoz szükséges kódot FISH-ben írtam meg, így a szoftver numerikusan végezte el a reakcióerő számítását. Az összehasonlító számítás végeredménye:

$G_{kupola,kézi}$	$G_{kupola,gépi}$
190,3 kN	190,7 kN

**4. táblázat** – Önsúly számítása kézi és gépi módszerrel

Megállapítható, hogy a kézi és gépi számítások eredménye mindösszesen 0,2%-ban tér el egymástól, ami betudható a rombuszoktér fogat közelítő számításának.

---

## 6.2. Rugalmas és merev elemek eredményeinek összehasonlítása

A diszkrét elemes szoftverben a felhasználó döntheti el, hogy a számítást végtelenül merev elemekkel, vagy véges elemes hálóval ellátott, lineárisan rugalmasan viselkedő (deformálható) blokkokkal végzi el. A kétféle megközelítés közti választást az előnyök és hátrányok összehasonlításával lehet megkönnyíteni.

Merev elemek előnyei:

- Rövidebb futásidő: merev elemek esetén az analízis során alkalmazott időlépés tapasztalataim alapján akár 2 nagyságrenddel is nagyobb lehet a deformálható elemek időlépéséhez viszonyítva.

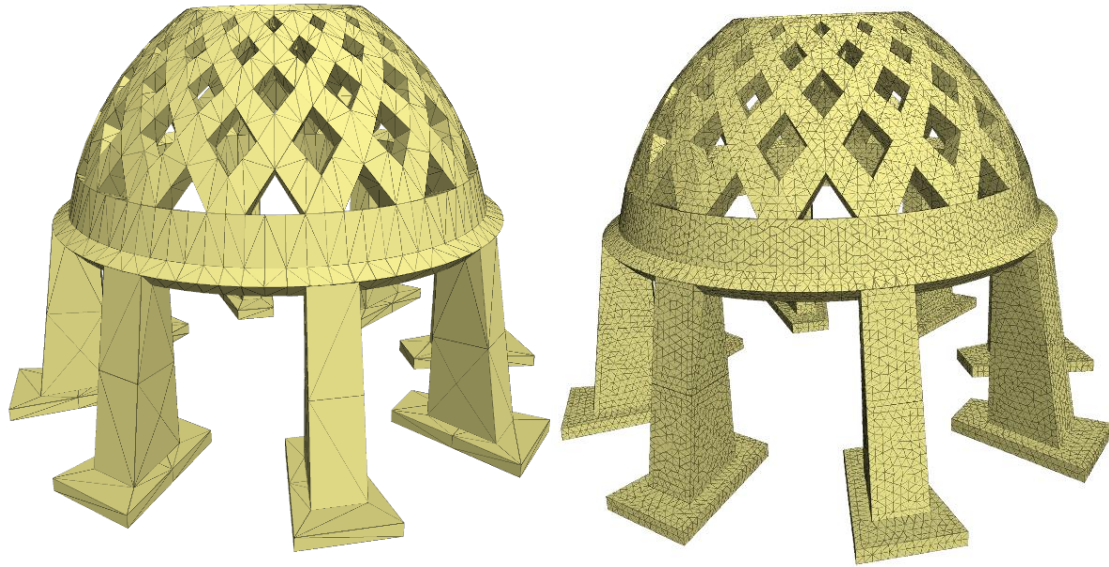
Deformálható elemek előnyei:

- Elemen belüli feszültségek meghatározhatósága: míg merev elemek esetén csak a kapcsolatokon ébredő normál- és nyírófeszültségekről kapunk információt, addig deformálható blokkok használatával a blokkok feszültségállapotáról is képet kapunk. Ez olyan esetekben lehet fontos, ahol a kialakuló feszültségek meghaladhatják az építőelemek szilárdságát: pl. nagy terhelések, vagy alacsony szilárdságú építőelemek esetén.
- Pörgettyűhatás figyelembe vétele. Merevelemes modellekben, ahogy azt a 4.3 fejezetben említettem, a perdülettétel nemlineáris tagjai elhanyagolásra kerülnek. Finom véges elemes háló alkalmazása mellett, e hatás figyelembe vehető deformálható blokkokkal.

Köszerekek teherbírásának meghatározásakor már Heyman is azt feltételezte [23], hogy az építőkövet végtelenül merev és végtelen nyomószilárdságú blokknak tekinthető. Mint azt a 3. fejezetben láttuk, a kutatók ezt a feltételezést a mai napig használják: egyrészt a köszerekek károsodása tipikusan nem az építőkövet tönkremenetelével, hanem a kapcsolatok megcsúszásával, megrepedésével jár; másrészt az elemekben ébredő feszültségek és az abból származó alakváltozások annyira kicsik, hogy nem befolyásolják a szerkezet viselkedését. Harmadrészt még kutatói szemmel nézve sem engedhető meg a néhány száz deformálható elemet tartalmazó modellekhez tartozó több hetes / hónapos futásidő.

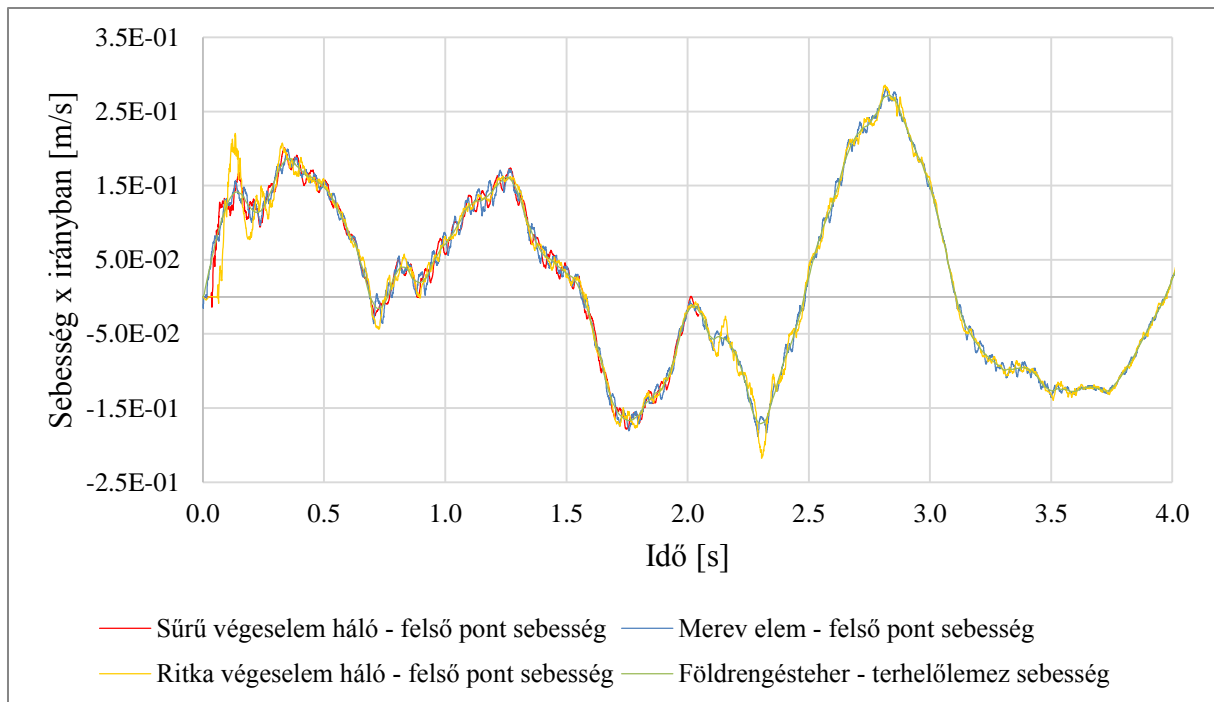
A rugalmas és merev elemek viselkedésének összehasonlításához az El Centro (1940) földrengéshez tartozó mesterséges rekord ( $a_{gR}=0,15g$ ) intenzív részéhez tartozó 4 másodperces intervallumát vettem fel, mint időben előírt támaszelmozdulás. Deformálható

elemek esetén kétféle sűrűségű, tetraéder alakú hálózatot vizsgáltam („ritka”: átlagos végelem élhossz 0.5m, „sűrű”: átlagos végelemhossz: 0.1m) (30. ábra).



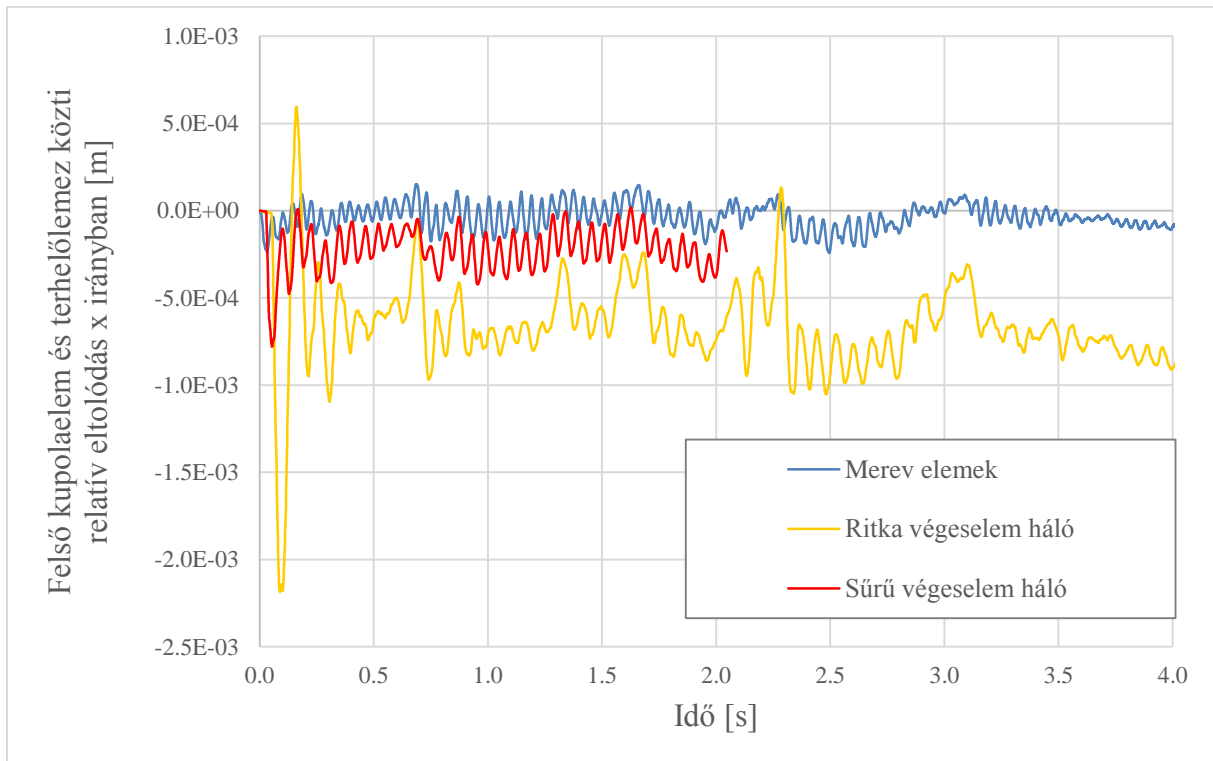
**30. ábra** – Végeselemes hálóval ellátott modellek: ritka háló (balra), sűrű háló (jobbra)

Az összehasonlítás során vizsgáltam a kupola legfelső sorában elhelyezkedő elem földrengésirányú sebességét az idő függvényében (31. ábra). Mint látható, a sebesség-idő függvények deformálható és merev elemek esetén is többé-kevésbé fedik egymást, kivételt képez ez alól a ritka végeselemes hálózat kezdeti 0,3s-os szakasza, ahol nagyobb eltérés látható.



**31. ábra** – Legfelső sorban lévő kupolaelem sebessége a földrengés irányában (x) különböző elemtípusok esetén

Egy földrengésvizsgálat során a mérnök számára a fontosabb kérdés azonban a szerkezet bizonyos pontjainak egymáshoz képesti, relatív elmozdulása. Ezért azt is vizsgáltam, hogy a terhelőlemez és a kupola legfelső sorában található elem földrengésirányú relatív eltolódása miként alakul merev és rugalmas elemek használata során (32. ábra).



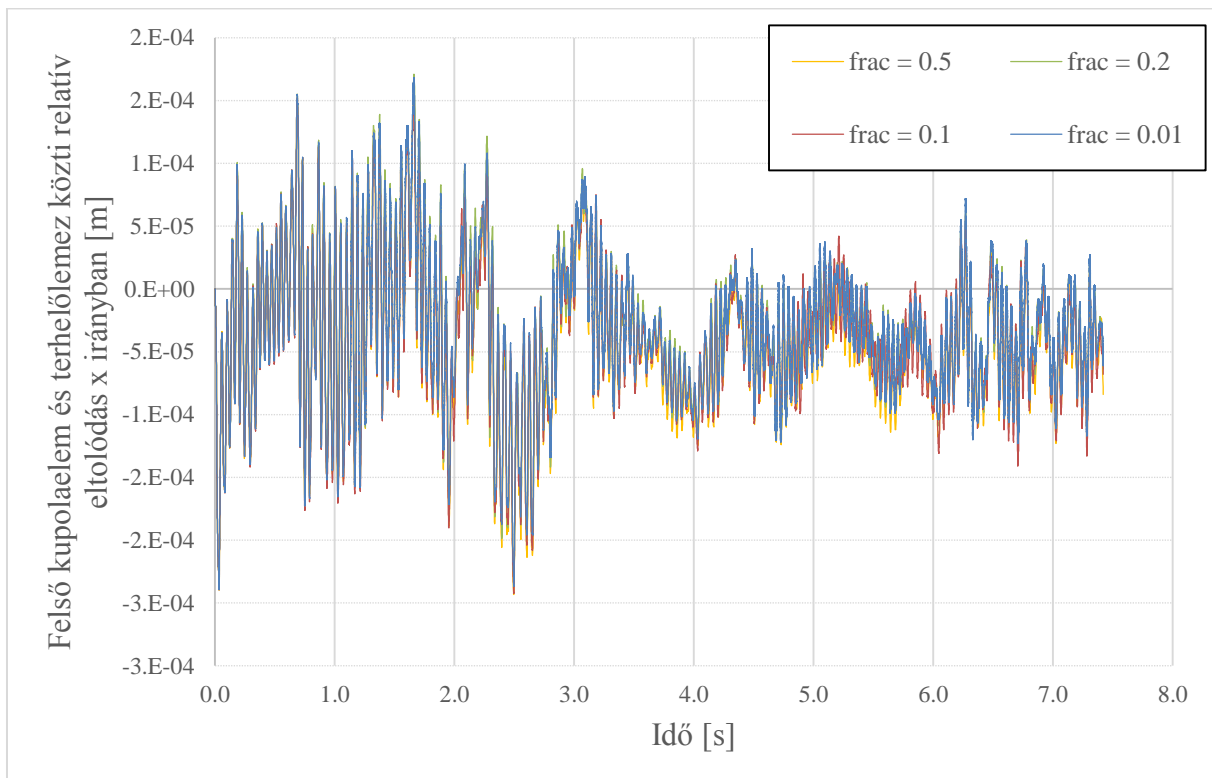
**32. ábra** – Terhelőlemez és felső sorban lévő kupolaelem relatív elmozdulása a földrengés irányába különböző elemekkel

Az eredményekből látható, hogy a sűrű végeelemes háló és a merev elem mozgásának frekvenciája közel azonos, azonban a sűrű végeelemes hálózattal kb. kétszer nagyobb elmozdulásokat határoztam meg. A sűrű végeelemes hálózat eredményei mind a merev elemétől, mind a sűrű végeelemes hálózat eredményeitől amplitúdóban és frekvenciában is eltérnek. A fenti vizsgálatok során a sűrű végeelemes hálóval ellátott modell eredményei 2s-ig láthatók. Ehhez a 2 másodperchez tartozó futásidő ~2,5 hét.

### 6.3. Konvergenciavizsgálat az alkalmazott időlépésre

A szoftver a mozgás differenciálegyenleteinek megoldására a centrális differenciák módszerét alkalmazza. A módszer explicit eljárás, tehát a mozgás jövőbeli állapotjellemzőinek meghatározásához csak a múltbéli állapotjellemzőket használja fel. A centrális differenciák módszere feltételesen stabil módszer, tehát a numerikus integráláshoz használt időlépés nem választható tetszőlegesen.

A konvergenciavizsgálat során az El Centro (1940) földrengéshez tartozó mesterséges rekord legintenzívebb részéhez tartozó  $\sim 7,5$  másodperces szeletét vettem fel tehernek, majd eszerint végeztem el időtörténet alapú vizsgálatot. A vizsgálat keretében a terhelőlemez és a legfelső kupolaelem földrengésirányú relatív eltolódását elemeztem különböző nagyságú időlépések mellett. Az elemzés során a szoftver által számított kritikus időlépés 50, 20, 10, 1%-t alkalmaztam (33. ábra). Az időlépés hatását kétféle maximális talajgyorsulású rengéssel vizsgáltam ( $0,15g$  és  $0,30g$ ).

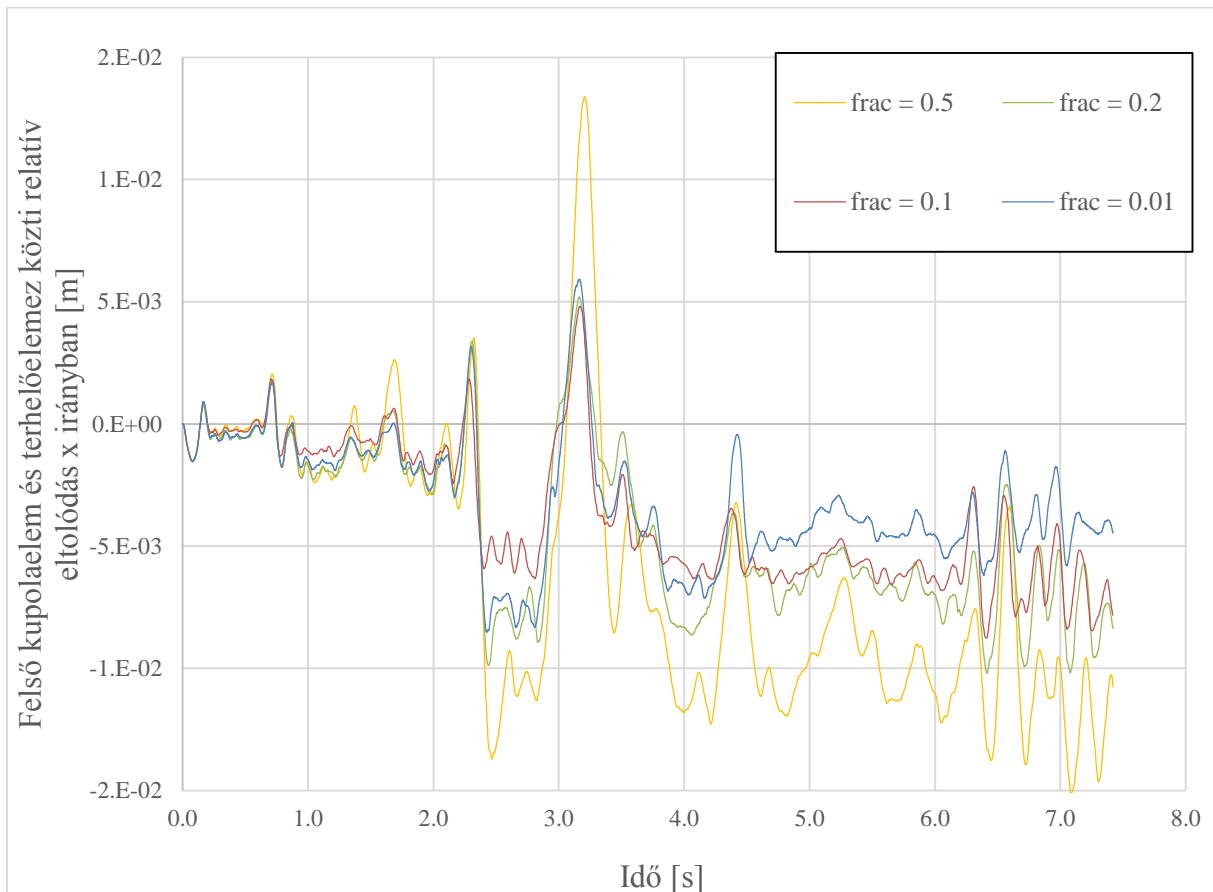


**33. ábra** – Különböző nagyságú időlépésekkel végzett vizsgálat  $a_{gR}=0,15g$  esetén

A  $0,15g$  maximális talajgyorsuláshoz tartozó rengés esetén (a diszkrét elemek nem csúsznak el egymáson, nem alakulnak ki repedések, a szerkezet a kontaktmerevségeknek megfelelően rugalmasan rezeg. Az időlépések vizsgált tartományában jelentős eltérés nem alakul ki.



A  $0,30g$  maximális talajgyorsulású földrengésteher esetén a rengés során már jelentős repedések, megcsúszások alakulnak ki a modellben. A szerkezet a tönkremenetel határán van. Az 34. ábra alapján jól látható, hogy a kritikus időlépés 50%-át alkalmazva a számított relatív elmozdulás jelentősen eltér a kisebb időlépések által szolgáltatott eredményektől. Látható, hogy a tönkremenetel közelében a bizonytalanságok nagyobbak, kevésbé lehet konvergenciáról beszélni.



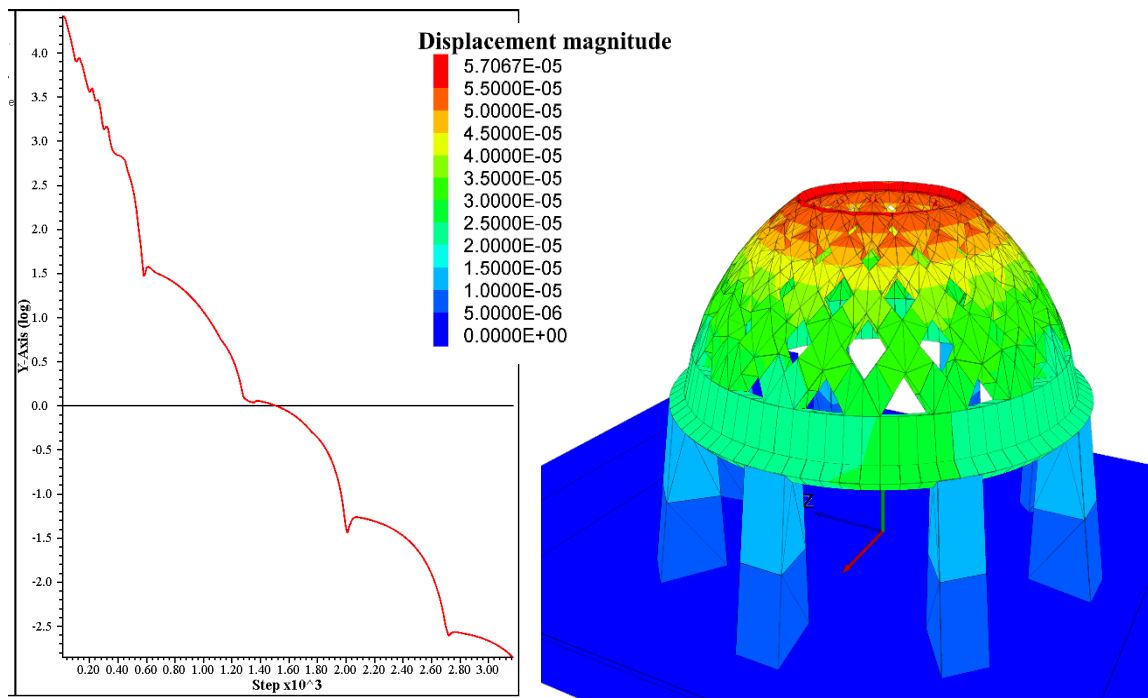
**34. ábra** – Különböző nagyságú időlépésekkel végzett vizsgálat  $a_{gR}=0,30g$  esetén

A felhasználónak mérlegelnie kell: egy nem kellően kicsiny időlépés esetén a szoftver nagy valószínűséggel hibás eredményeket szolgáltat. Az időlépés csökkentésével azonban a megoldáshoz szükséges idő lineárisan nő. Ráadásul nagyon kisméretű időlépést alkalmazva az eredményt akár a számítás során elkövetett kerekítési hibák is befolyásolhatják. Mindezzért a vizsgálatok során a szoftver által meghatározott időlépés 10%-át használtam, mint alkalmazott időlépés.

---

## 7. Földrengésvizsgálat eredményei

A földrengésvizsgálat elvégzése előtt, a numerikus modellben a szerkezetnek az önsúlyterhet kell felvennie. Az egyensúly beálltát lehet jellemezni a kiegyensúlyozatlan terhek nagyságának csökkenésével, az egyes diszkrét elemek elmozdulásainak konvergenciájával vagy akár a diszkrét elemek sebességének csökkenésével. A szerkezet elmozdult alakját a 35. ábra mutatja. Az elmozdulások nagyságát (a blokkok merev mivolta végett) a kapcsolati rugómerevségek határozzák meg.



**35. ábra** – Egyensúly önsúlyterherre: kiegyensúlyozatlan terhek csökkenése a számítási ciklusok során (bal o.), elmozdulások [m] (jobb o.)

Ezután a szerkezet földrengésvizsgálatát kétféle megközelítéssel végeztem el:

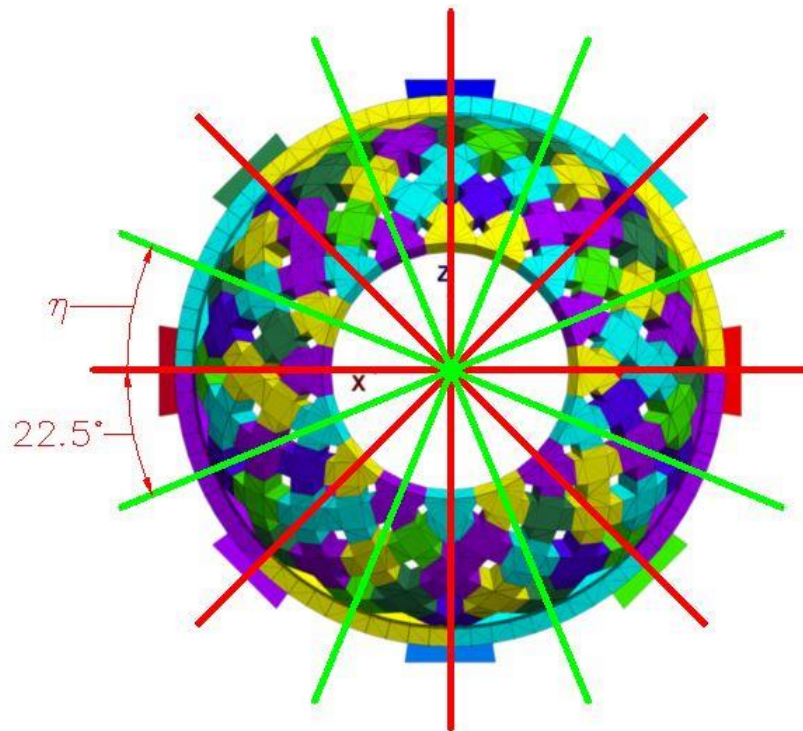
- kvázistatikus vizsgálattal: melynek keretében időben állandó nagyságú, vízszintes gyorsulást is működtettem a szerkezeten a függőleges gravitációs gyorsulás mellett.
- dinamikai vizsgálattal: melynek keretében a 5.3 fejezetben ismertetett módon felvett mesterséges rekordokat működtettem a szerkezet támaszain vízszintes irányban.

---

## 7.1. Kvázistatikus vizsgálat

Elsőként, mint egyszerűsített vizsgálat, a tönkremenetel bekövetkezéséhez minimálisan szükséges vízszintes gyorsulás értékét határoztam meg. A vizsgálat keretében a szerkezetet a saját önsúlya alatt egyensúlyba hoztam, majd szimulációnkként lépcsőzetesen növekvő, időben állandó, „vízszintes gravitációs” terhet alkalmazva kerestem azt a legnagyobb vízszintes gyorsulásértéket, amely mellett a szerkezet még egyensúlyban volt.

A szerkezet 8 szimmetriasíkkal rendelkezik (36. ábra), melyből 4 sík az oszlopok tengelyén halad át (ábrán pirossal), míg további 4 sík a peremgerendák felezőpontjain halad át (ábrán zölddel). Érdekes megvizsgálni, hogy két szomszédos szimmetriasík által kijelölt körcikkelyen belül melyik az az irány, amelyet tekintve a szerkezet a legkisebb ellenállást tanúsítja a vízszintes teherrel szemben.

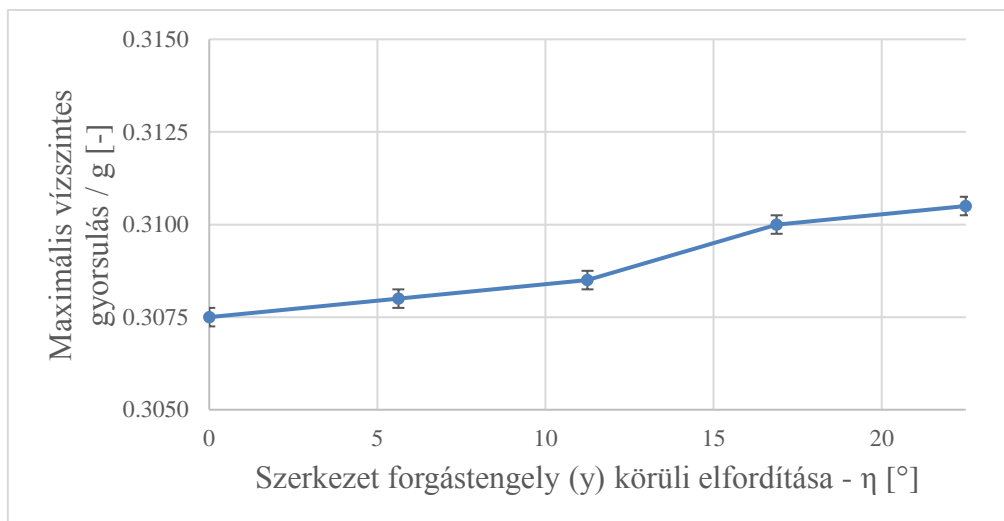


**36. ábra** – Forrásház szimmetriatengelyei felülnézetben

A vizsgálat eredményeit a 37. ábra mutatja.  $\eta=0^\circ$  esetén a földrengésterhet a pirossal jelölt irányban, míg  $\eta=22.5^\circ$  esetén a földrengésterhet a zölddel jelölt irányban működtetem.<sup>8</sup> A vizsgálat során a vízszintes gyorsulást 0.0005g lépésekben emeltem, míg a körcikkelye mentén 5 helyzetben végeztem el az érzékenységvizsgálatot.

---

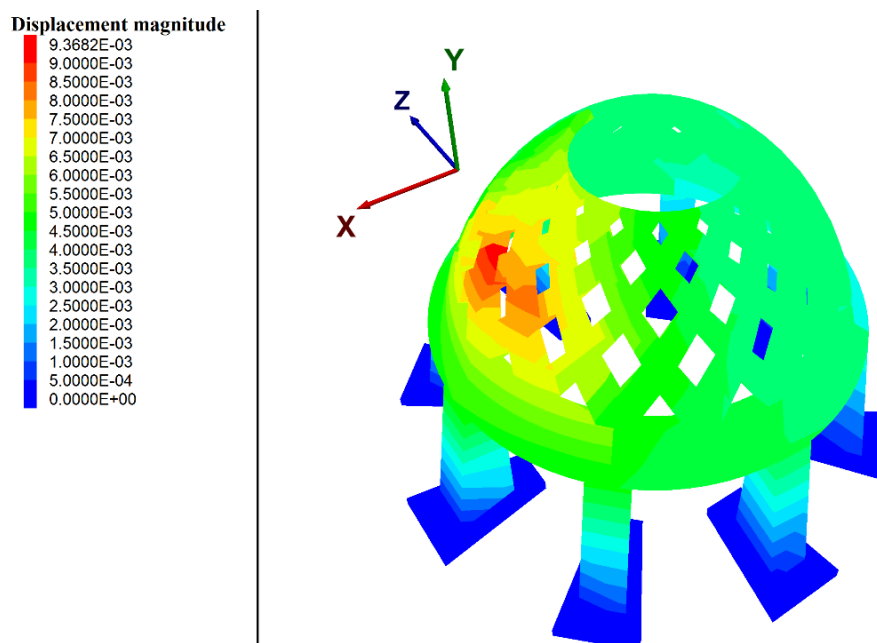
<sup>8</sup> Természetesen az, hogy a 4-4 zöld, illetve piros irány közül pontosan melyikben működik a földrengésterhet, az a szimmetriatulajdonságok miatt tetszőleges.



**37. ábra** – A szerkezet érzékenysége a földrengés irányára

A 37. ábra alapján megállapítható, hogy a szerkezet viselkedése a terhelés irányától csak kismértékben függ, hiszen az eredmények közti legnagyobb különbség mindösszesen 1%. A legkisebb ellenállást a szerkezet az oszloptengelyen átmenő szimmetriasíkban ható terhelés esetén mutatta, így a későbbi vizsgálatok során a földrengésterhet ebben a síkban működőnek tekintem.

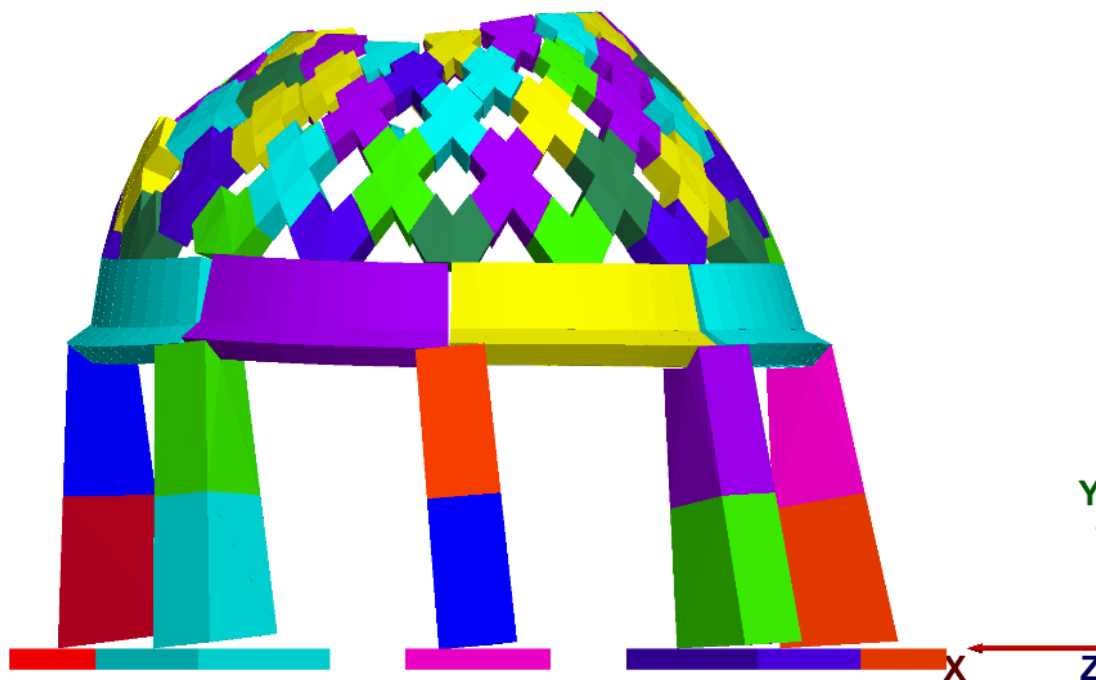
A tönkremenetel előtti utolsó stabil állapothoz ( $a_{x,max}=0.3075g$ ) tartozó elmozdulásokat mutatja a 38. ábra:



**38. ábra** – Tönkremenetel előtti utolsó egyensúlyi állapothoz tartozó elmozdulások méterben ( $\eta=0^\circ$  és  $a_{x,max}=0.3075g$ )

---

A tönkremeneteli módot az állandó nagyságú vízszintes gyorsulásból származó terhelésre a 39. ábra mutatja. A kupolára ható vízszintes teherből származó hajlítónyomatékokat az oszlopok nem tudták felvenni, ezért azok felbillentek.



*39. ábra – Tönkremenetelhez tartozó elmozdult alak*

---

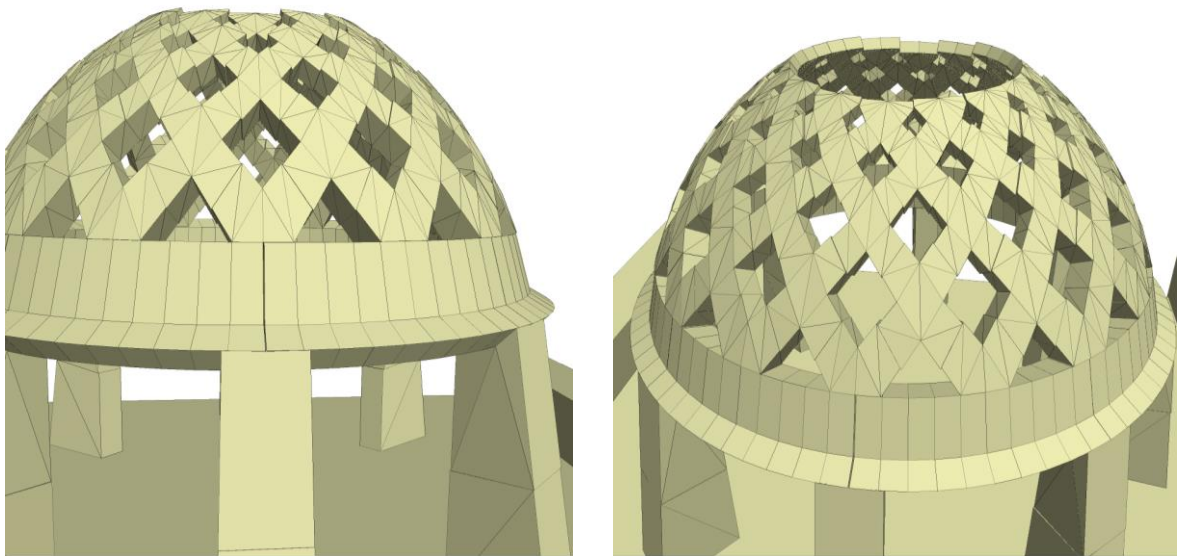
## 7.2. Időtörténet alapú analízis

A 5.4 fejezetben bemutattam a mesterséges földrengésrekordok elkészítésének algoritmusát. A módszerrel nyert rekordok segítségével a numerikus modellen időtörténet alapú vizsgálatot végeztem el. A vizsgálatok első részében mindig megvártam, míg a szerkezet egyensúlyba kerül szerkezeti önsúly hatására. Ahogy 7.1 fejezetben láttuk, a vízszintes teher iránya a szerkezet viselkedését csak kismértékben befolyásolja, a 37. ábra alapján a leggyengébb irányban a két szemközti oszlopot összekötő szakasz által meghatározott irány adódott. Ezután a szerkezet „terhelőlemezt” x irányban mozgatva szimuláltam a földrengést (24. ábra). A szimulációk során a vízszintes talajgyorsulás ( $a_{gR}$ ) értékét 0.025g-vel lépcsőzetesen növelve vizsgáltam a szerkezet viselkedését.

A szerkezet károsodását az alábbi két mérőszámmal jellemeztem:

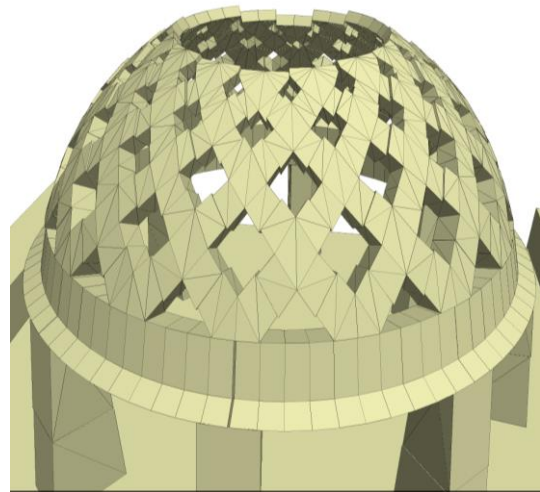
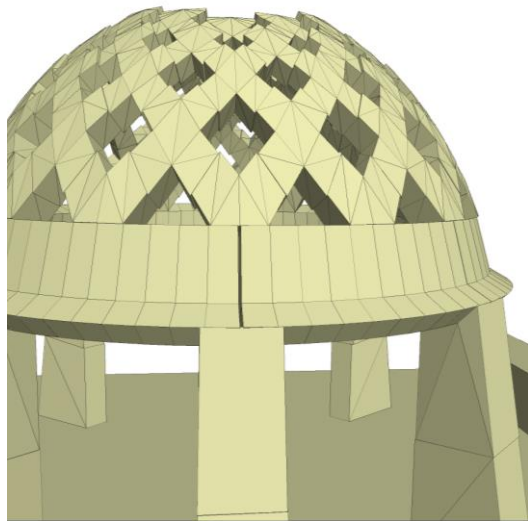
- az elemek között kialakuló maximális repedéstágassággal,
- az elemek egymáson történő megcsúszásának maximális értékével.

A 40. ábracsoport mutatja Jászapáti földrengés alapján nyert mesterséges rekord szerkezetre gyakorolt hatását különböző talajgyorsulás értékek mellett (0,300g-től tönkremenetelig).

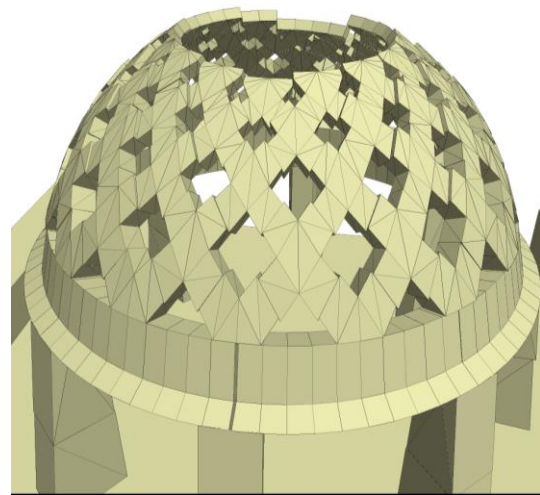
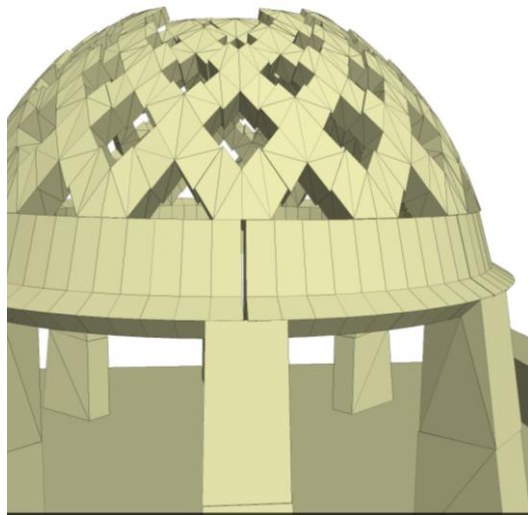


(a)  $a_{gR} = 0,300g$

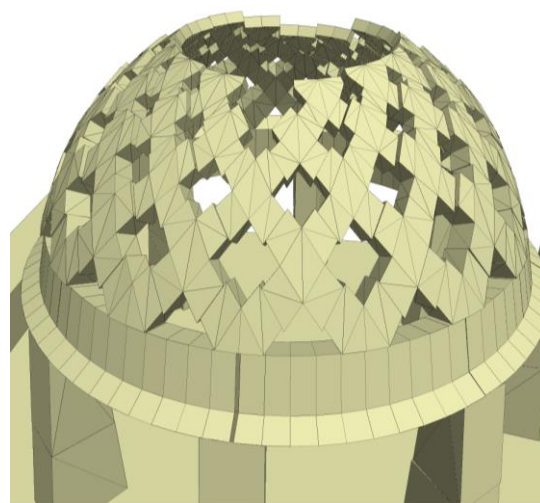
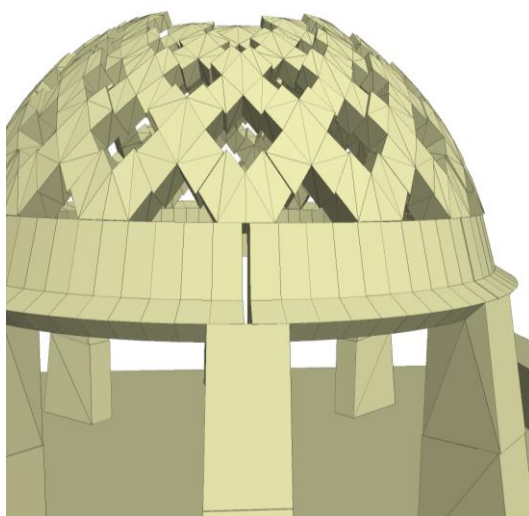




(b)  $a_{gR} = 0.325g$



(c)  $a_{gR} = 0.350g$



(d)  $a_{gR} = 0.375g$  – nem egyensúlyi állapot

**40. ábra- Szerkezet károsodása különböző  $a_{gR}$  értékek esetén:**

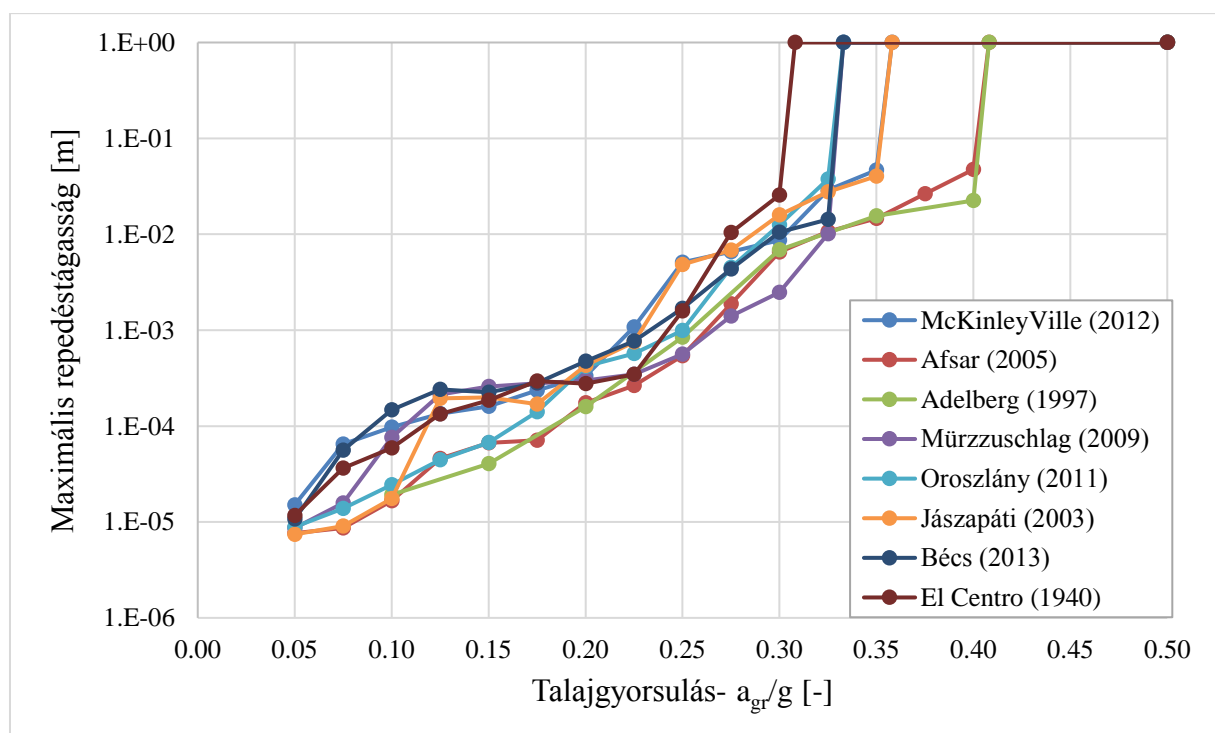


A fenti képek alapján a következő jelenségek állapíthatók meg:

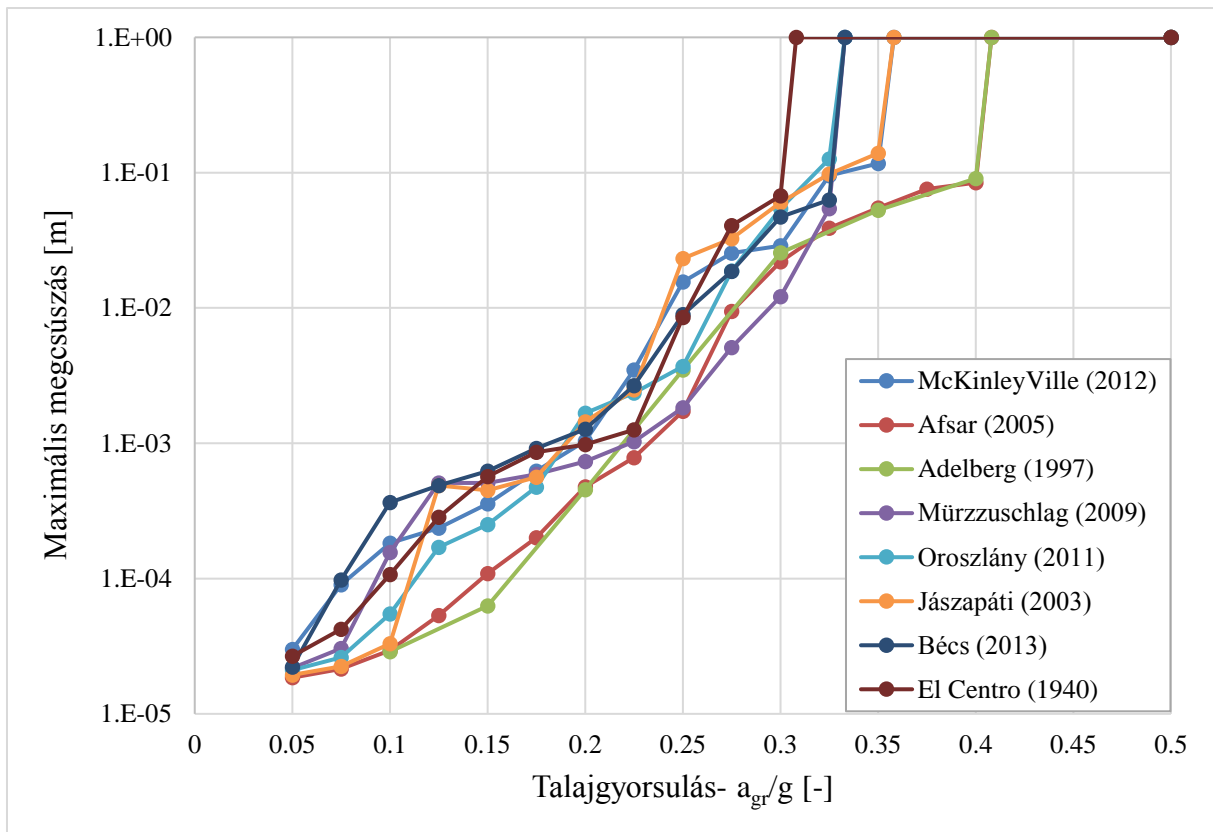
- A szerkezet peremgyűrűje a földrengés hatására kifelé mutató sugárirányú mozgást végzett. Ennek hatására a peremgyűrűt alkotó kögerendák között repedések jelentek meg.
- Mivel a peremgerenda nem tudott kellő mértékű megtámasztást biztosítani a kupolának, ezért az oculusnál a kupolaelemek sugárirányú megcsúszása következett be. Ez indokolható a megnövekedett kerület miatt lecsökkenő gyűrűirányú feszültséggel: hiszen a legfelső kupolaelemek közti normálfeszültség csökkenés egyben magában hordozza a kapcsolaton átadható maximális nyírófeszültség csökkenését is.

A tönkremenetelhez vezető mechanizmust tekintve hatékony megerősítési lehetőségnek tartom a kupola peremgyűrűjének abroncsozását. Alternatívaként javaslom a felső kősor elemeinek egymáson történő megcsúszását gátló szerkezeti elem kialakítását: pl. dübeleléssel rögzített körbefutó acél laposvas alkalmazása.

A különböző mesterséges rekordokhoz tartozó eredményeket mutatja a 41. és 42. ábra. A károsodást jellemző értékek a függőleges tengelyen logaritmikus skálán kerültek ábrázolásra. Megállapítható, hogy ilyen ábrázolásmód mellett az eredmények közelítőleg egy egyenesre illeszkednek, azaz mind a maximális repedéstágasság, mind a maximális megcsúszás a talajgyorsulás növekedésével exponenciálisan nő.

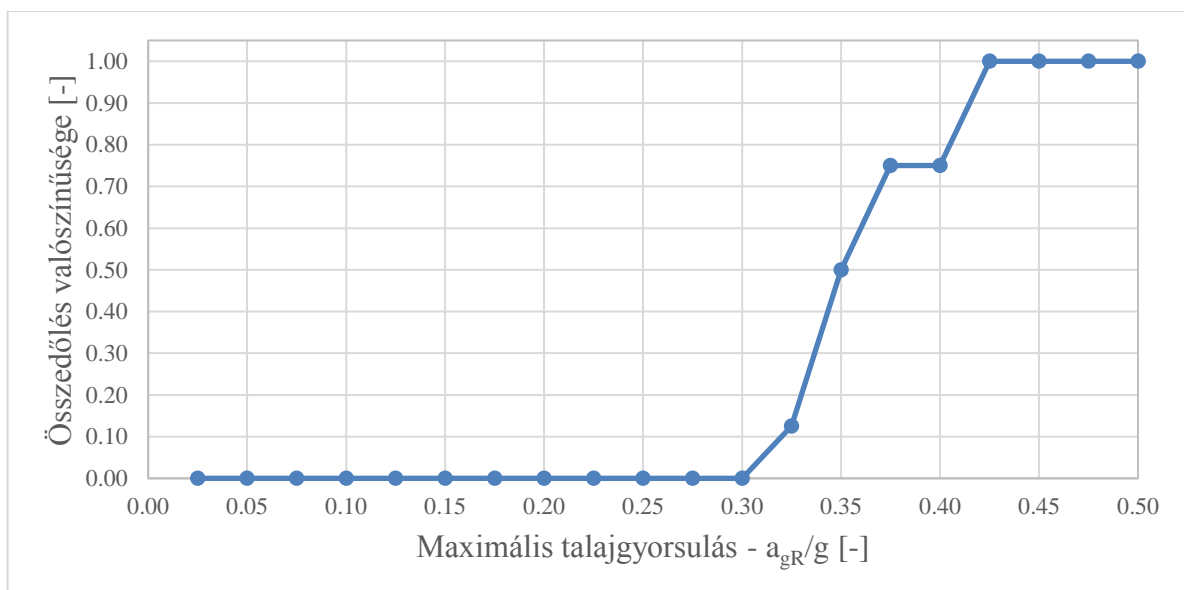


41. ábra – Maximális repedéstágasság a talajgyorsulás függvényében



**42. ábra** – Maximális megcsúszás a talajgyorsulás függvényében

A fenti ábráról továbbá az is leolvasható, hogy milyen maximális talajgyorsulásértékek vezettek a szerkezet összeomlásához. Megjegyzendő, hogy statisztikai kiértékeléshez az elvégzett vizsgálatok száma kevés, azonban a 43. ábra mutatja, hogy egyetlen egy esetben sem dőlt össze a szerkezet 0,300g maximális talajgyorsulás érték alatt, illetve minden esetben összedőlt, amennyiben maximális talajgyorsulás elérte, vagy meghaladta a 0,425g-t.



**43. ábra** – Összedőlés valószínűsége

---

## 8. Összefoglalás

Dolgozatomban áttekintettem a kőszerkezetek földrengésvizsgálatára alkalmazható végeeselemes, diszkrétélemes, illetve képlékenységtan tételein alapuló eljárásokat.

A TDK munka keretében elkészítettem a Szent Gellért téri forrásház diszkrétélemes numerikus modelljét a szerkezet eredeti tervei alapján. A modell felépítése parametrikus, így a geometriai méretek és egyes szerkezeti kialakítások (pl. oszlopok száma, kupola nyílásainak száma) könnyen módosíthatók. Az anyagjellemzőket szakirodalmi adatok, illetve saját mérések alapján vettem fel. A szerkezet földrengésvizsgálatát kvázistatikus vizsgálattal, illetve időtörténet alapú módszerrel végeztem el. Az időtörténet alapú vizsgálatokhoz mesterséges rekordokat alkalmaztam, melyeket valós földrengésadatok skálázásával nyertem oly módon, hogy a mesterséges rekordok illeszkedjenek az Eurocode 8 által definiált rugalmas válaszspektrumra.

A szimulációk elvégzése előtt különféle módszerekkel vizsgáltam a modell viselkedésének helyességét: statikai megfontolások alapján ellenőriztem a kialakuló kapcsolati feszültségeket; összehasonlítottam a deformálható és merev elemekkel definiált modell közti különbségeket, illetve konvergenciavizsgálatot végeztem az időlépés nagyságára vonatkozóan.

Az időtörténet alapú földrengésvizsgálat során növekvő talajgyorsulás értékek mellett vizsgáltam a szerkezetben kialakuló repedések nagyságát és megcsúszások mértékét. A szerkezet peremgyűrűje a földrengés hatására kifelé mutató sugárirányú mozgást végzett. Ennek hatására a peremgyűrűt alkotó kőgerendák között repedések jelentek meg. Mivel a peremgerenda nem tudott kellő mértékű megtámasztást biztosítani a kupolának, ezért az occlusnál a kupolaelemek sugárirányú megcsúszása következett be. Ez indokolható a megnövekedett terület miatt lecsökkenő gyűrűirányú feszültséggel: hiszen a legfelső kupolaelemek közti normálfeszültség csökkenés egyben magában hordozta a kapcsolaton átadható maximális nyírófeszültség csökkenését is. A szerkezet tönkremenetele a vizsgálatok során mindig a kupola legfelső sorában lévő elem kicsúszásával következett be. A kialakuló repedések és megcsúszások közel exponenciálisan növekedtek a maximális talajgyorsulás függvényében.

A vizsgált 8 mesterséges rekord között nem volt olyan, amely a szerkezet összedőlését eredményezte volna  $0,30g$  maximális talajgyorsulás érték alatt. Magyarország szeizmikus zónatérképe által Budapestre megadott maximális talajgyorsulás értéke  $0,14g$ , amely  $a_{gR}$

---

értékhez tartozó szimulációk mindösszesen tizedmilliméteres nagyságrendű repedéseket, illetve megcsúszásokat eredményeztek. Mindezek ismeretében a szerkezet összedőlése nem valószínűsíthető.

További vizsgálatokra érdemesnek találom az alábbiakat:

- A dolgozat korlátja, hogy a numerikus modell validációjára nem került sor. A 3D nyomtatási technikák és a rázóasztalok fejlődése remélhetőleg ezt a vizsgálatot a közeljövőben lehetővé teszi.
- A vizsgálatok során a földrengésnek csak a vízszintes komponensével foglalkoztam. Érdekes kérdést vet fel, hogy a rengés függőleges komponensét is működtetve hogyan változnak a kialakuló repedések, megcsúszások.
- Eltekintve attól, hogy a vizsgált szerkezet Budapesten található, földrengés szempontjából veszélyeztetettebb területeken felmerülhet hasonló szerkezetek megerősítésének igénye. Az elkészített numerikus modell alkalmas különböző helyeken elhelyezett abroncsolások figyelembe vételére, így vizsgálhatóvá válik a megerősített szerkezet teherbírása is.

## Köszönetnyilvánítás

Ezúton szeretném megköszönni Kamondy Tibornak és a Reneszánsz Kőfaragó Zrt.-nek a részemre biztosított terveket és mészkölapokat. Köszönet illeti Görög Pétert és Bögöly Gyulát az anyagjellemzők felvételéhez nyújtott segítségükért. A munkához a 3DEC 5.2 változatot az ITASCA IEP programja biztosította.

---

## Hivatkozások

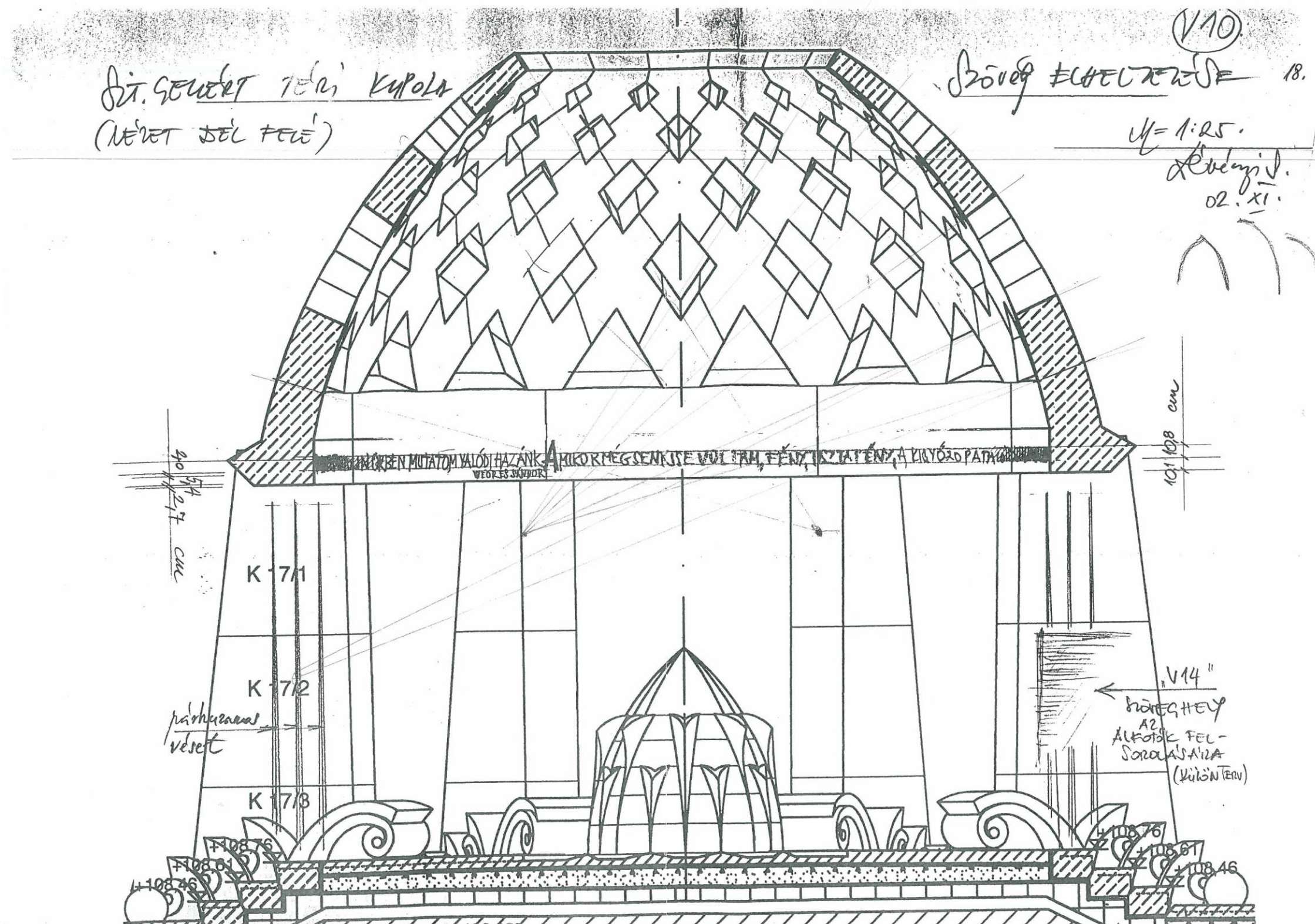
- [1] Kovács F. és Faur G., *Külfejtések művelése I.*, Budapest: Tankönyvkiadó, 1991.
- [2] Balázs L. G., *Építőanyagok és kémia*, Budapest: Műegyetemi Kiadó, 2005 .
- [3] Breton, „Breton - Machines and plants for processing marble,” [Online]. Available: <http://www.breton.it/marble/en/>. [Hozzáférés dátuma: 15. október 2017].
- [4] A. Anastas, „Stonematters project,” [Online]. Available: <http://aauanastas.com/stone-matters-prototype-01/>. [Hozzáférés dátuma: 9. október 2017.].
- [5] G. Fallacara, *Architectural stone elements. Research, design and fabrication*, Paris: Presses des Ponts, 2016.
- [6] Török Á., *Geológia mérnököknek*, Budapest: Műegyetemi Kiadó, 2007.
- [7] A. D'Altri, S. M. G. Castelazzi és A. Tralli, „area, Seismic-induced damage in historical masonry vaults: A case-study in the 2012 Emilia earthquake-stricken,” *Journal of Building Engineering*, pp. 224-243 (13), 2017.
- [8] Vigh L. G., Hortobágyi Zs., Pohl Á. és Joó A., *Szerkezetek szeizmikus analízise számítógéppel.*, Budapest: TERC, 2013.
- [9] I. Psycharis, J. Lemos, D. Papastamatiou, C. Zambas és C. Papantonopoulos, „Numerical study of the seismic behaviour of a part of the Parthenon Pronaos,” *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, pp. 2063-2084 (32), 2003.
- [10] M. Dejong és C. Vibert, „Seismic response of stone masonry spires: Computational and experimental modeling,” *Engineering structures*, pp. 566-574 (40), 2012.
- [11] E. Cakti, Ö. Saygili, J. Lemos és C. Oliveira, „Discrete element modeling of a scaled masonry structure,” *Engineering Structures*, pp. 224-236 (126), 2016.
- [12] A. Rafiee és M. Vinches, „Implicit Discrete Element Analysis of a Masonry Cupola Under Seismic Loads,” *International Journal of Civil Engineering*, pp. 357-367 (14), 2016.

- 
- [13] Z. Cagnan, „Numerical models for the seismic assessment of St. Nicholas Cathedral, Cyprus,” *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, pp. 50-60 (39), 2012.
- [14] G. Milani, „Lesson learned after the Emilia-Romagna, Italy, 20-29 May 2012 earthquakes: A limit analysis insight on three masonry churches,” *Engineering Failure Analysis*, pp. 761-778 (34), 2013.
- [15] Itasca, 3DEC - User's manual - Theory and Background, 2013.
- [16] Bagi K., Diszkrét elemek módszere, Egyetemi jegyzet, 2007.
- [17] K. Jiang és T. Esaki, „Quantitative evaluation of stability changes in historical stone bridges in Kagoshima, Japan, by weathering,” *Engineering Geology*, pp. 83-91 (63), 2002.
- [18] FEMA P695, Quantification of Building Seismic Performance Factors, California, 2009.
- [19] Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance - Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings, Brussel: European committee for standardization, 2004.
- [20] Görög P., Budai eocén és oligocén korú agyagtartalmú kőzetek mérnökgeológiai értékelése, Budapest: PhD disszertáció, 2008.
- [21] Y. Fahjan és Z. Ozdemir, „Scaling of earthquake accelorograms for non-linear dynamic analyses to match the earthquake design spectra,” *14th World Conference on Earthquake Engineering*, %1. szám Oct 12-17, 2008, Beijing, China, 2008.
- [22] Lengyel G., Donga- és keresztboltozatok kvázistatikus és dinamikai viselkedésének vizsgálata, Budapest: PhD disszertáció, 2017.
- [23] J. Heyman, *The Stone Skeleton: Structural Engineering to Masonry Architecture*, Cambridge: Cambridge University Press, 1995.



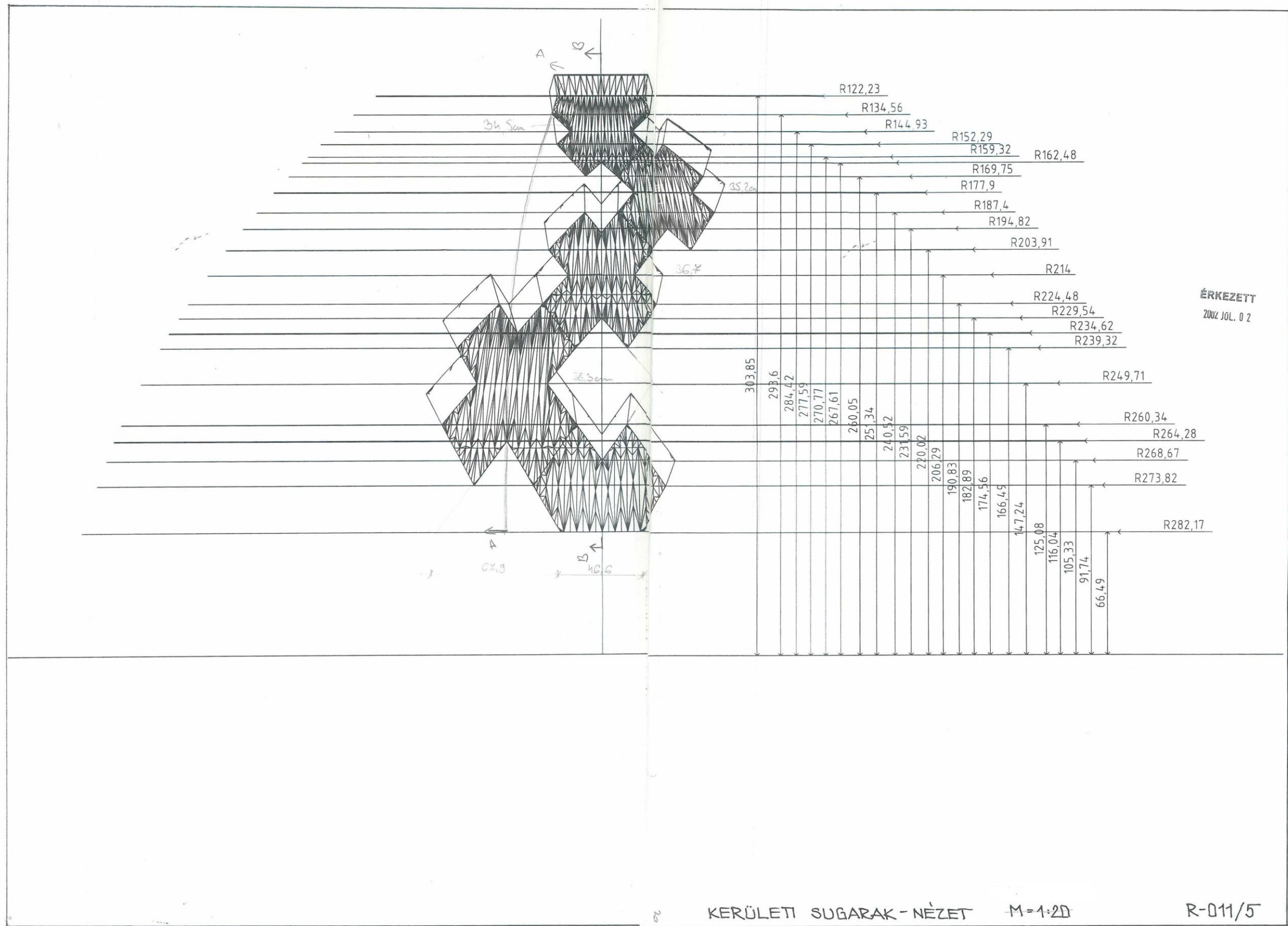
# Függelék

## A) Eredeti tervrészletek

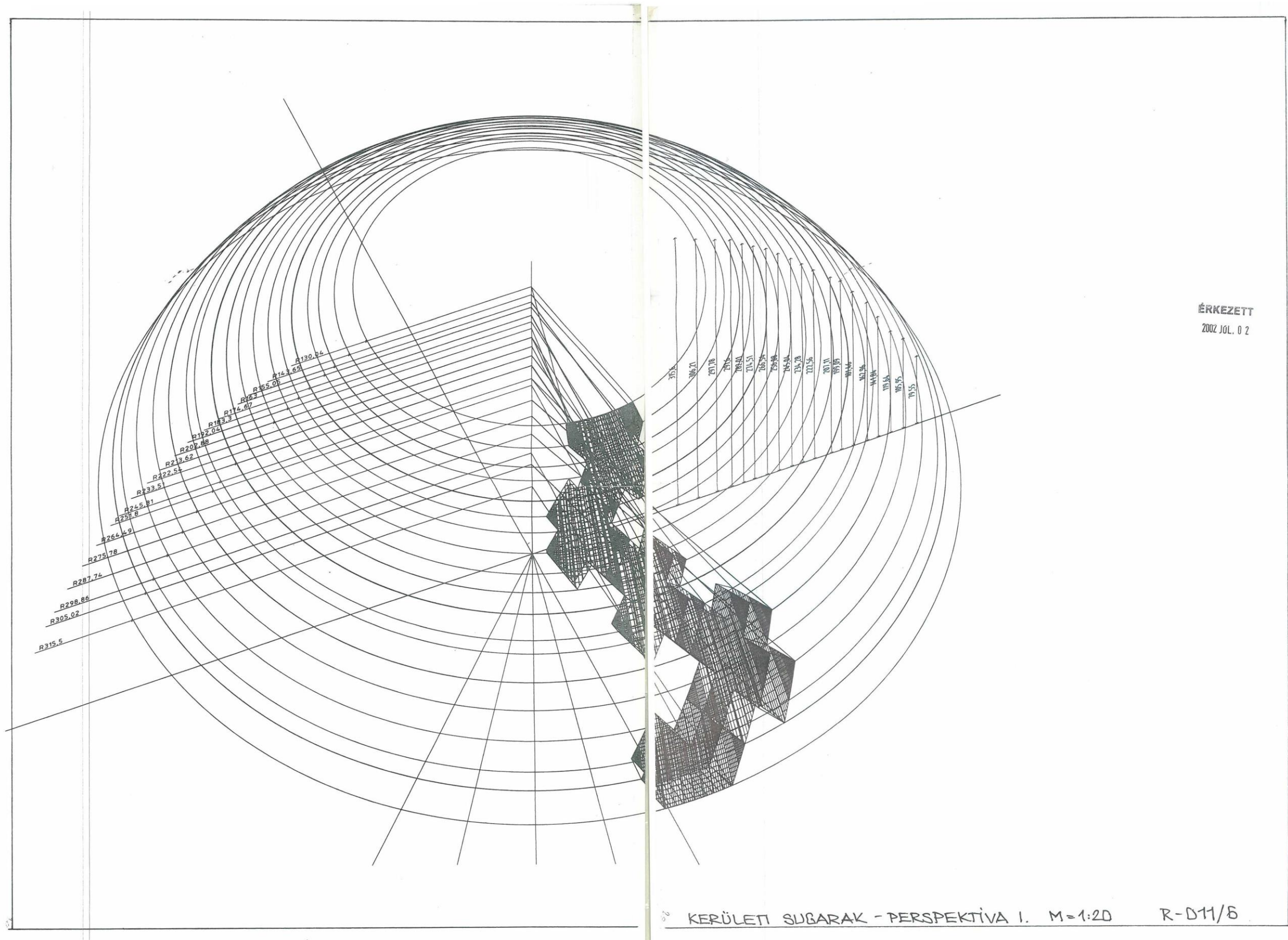


44. ábra – Eredeti terv – keresztmetszet, a peremgerendán Weöres Sándor versével





45. ábra – Kupolaelemekhez tartozó kerületi sugarak



46. ábra – Kupolaelemekhez tartozó kerületi sugarak



## B) Felhasznált földrengésrekordok

Az időtörténet alapú földrengésvizsgálathoz szükséges rekordokat az IRIS adatbázisból töltöttem le. Az IRIS (Incorporated Research Institutions for Seismology) egy 1984-ben a National Science Foundation által alapított nonprofit szervezet, amely több mint 100 amerikai egyetem közös munkájának eredményeképpen jött létre. Az IRIS program keretében földrengés adatokat gyűjtöttek és rendszereztek 1971-ig visszamenőleg. Az általuk működtetett online felületen (Wilber 3) bárki tölthet le földrengésekhez tartozó adatsorokat.

Mint ahogy azt a 47. ábra mutatja, lehetőségünk nyílik földrengésrekordokat keresni annak magnitúdója, epicentrumának térbeli helyzete és bekövetkezési idejének alapján.

### Wilber 3: Select Event

Wilber Support

Looking for previously requested data? [View recent requests.](#)

The screenshot displays the Wilber 3 web interface. On the left is a map of Hungary with a yellow box highlighting a specific earthquake event: Mw 4.3, 2.4km, 2011-01-29 17:41:37. The map includes various cities and geographical features. On the right, there are several search filters: a 'Custom Query' dropdown, a 'Date' range from 1990-01-02 to 2017-10-22, a 'Magnitude' slider set between 4.0 and 10, and a 'Location' grid with coordinates: W 16.08, N 48.70, E 22.65, S 45.73. A 'Get Events' button is located at the bottom right of the filter section.

**47. ábra** – IRIS Wilber 3 online felülete

Egy adott földrengés kiválasztása után választhatunk az adott eseményt regisztráló adatgyűjtő állomások közül (48. ábra). Az állomásokat szűrhetjük aszerint, hogy milyen típusú gyorsulásmérőt alkalmaznak. Az általam letöltött rekordok ún. szélessávú állomásokon kerültek regisztrálásra. A földrengésmérő állomás kiválasztásánál további szempont volt, hogy mindig az epicentrumhoz lehető legközelebbi állomás adatait használjam.

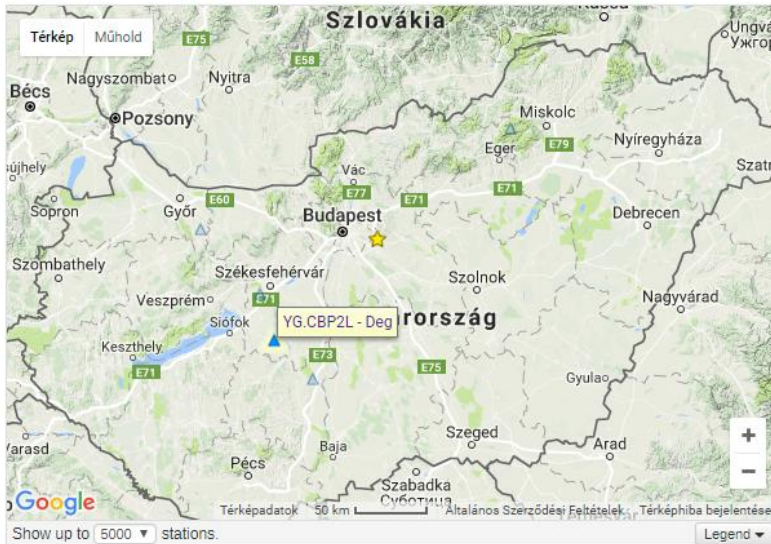
## Wilber 3: Select Stations

Wilber Support

2006-12-31 mb3.5 Hungary

Latitude	Longitude	Date	Depth	Magnitude	Description	Related Pages
47.4483° N	19.334° E	2006-12-31 13:39:24 UTC	11.4 km	mb3.5	Hungary	IRIS Event Page

The map below shows stations operational during this event, filtered by the criteria in the form to the right.



**Request Only**

Networks: All Networks

Channels: All Channels

Set default networks/channels

Distance Range: 0 - 180

Azimuth Range: -180 - 180 Invert

**Actions**

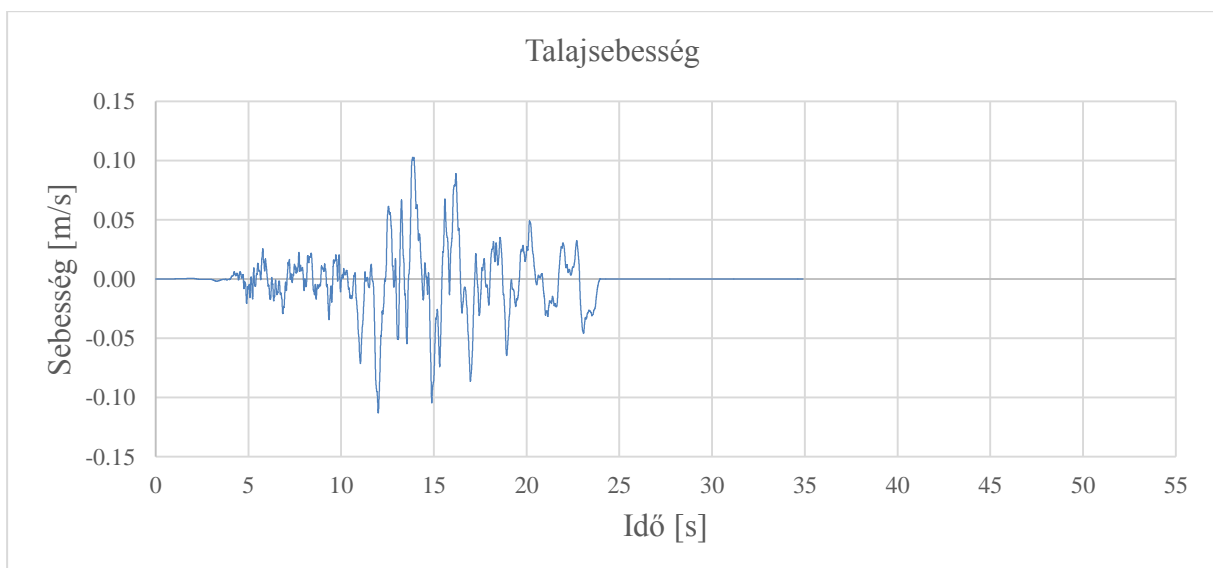
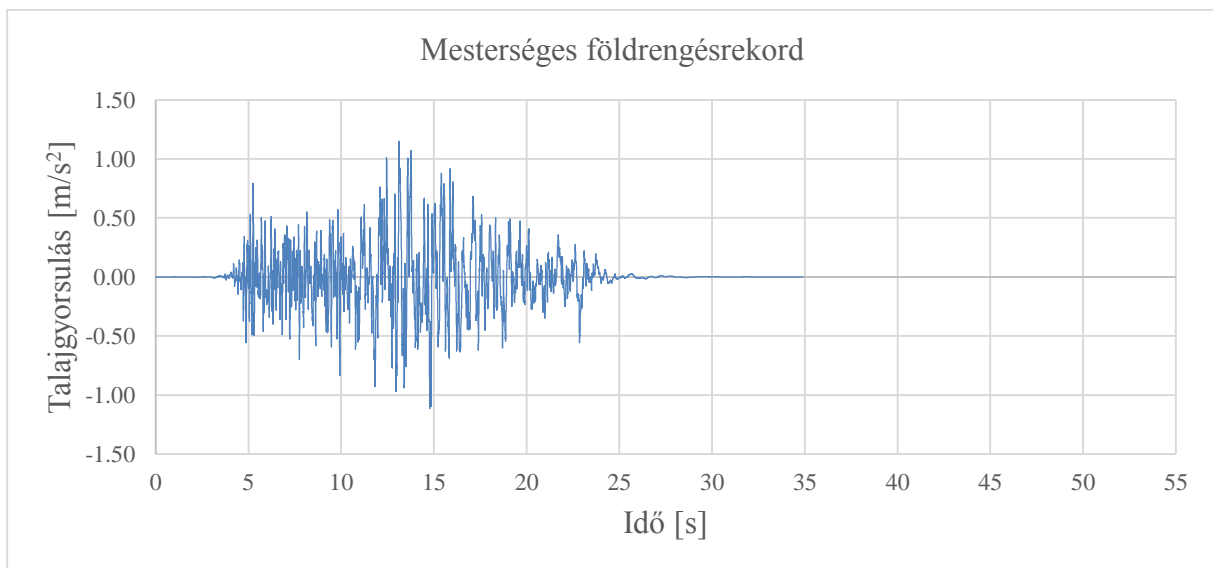
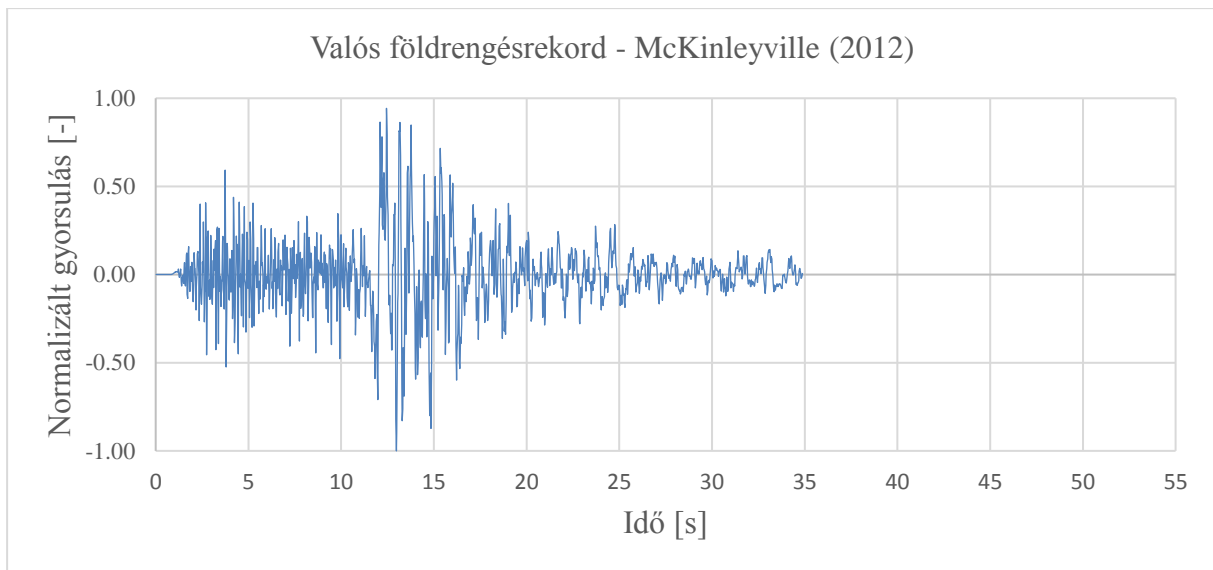
Show Record Section Request Data

Use the checkboxes below to add/remove individual stations from your request.

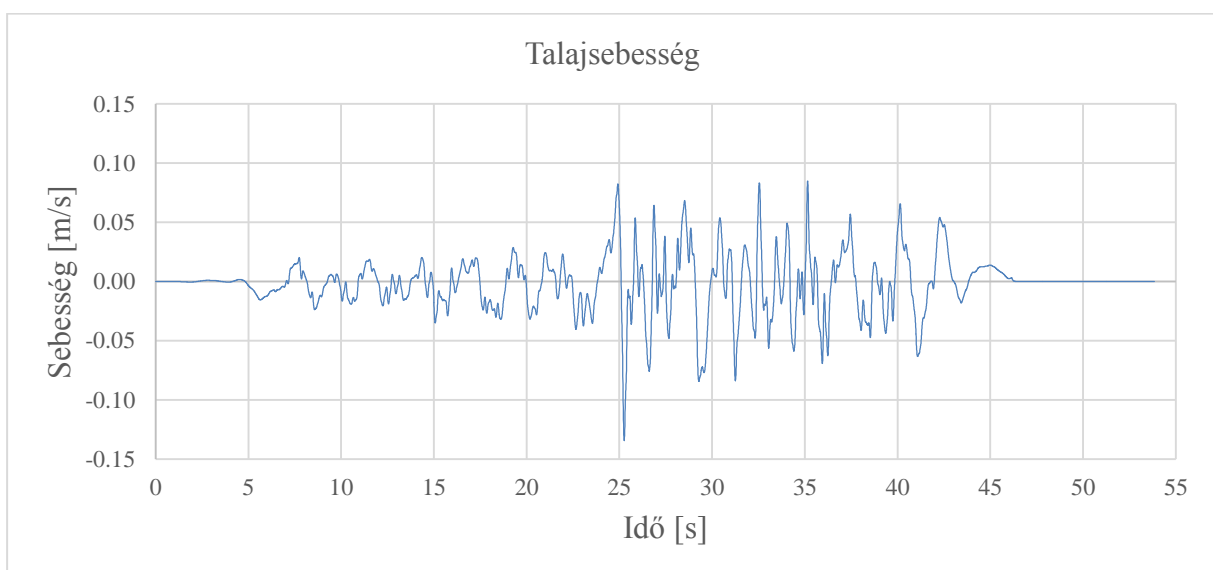
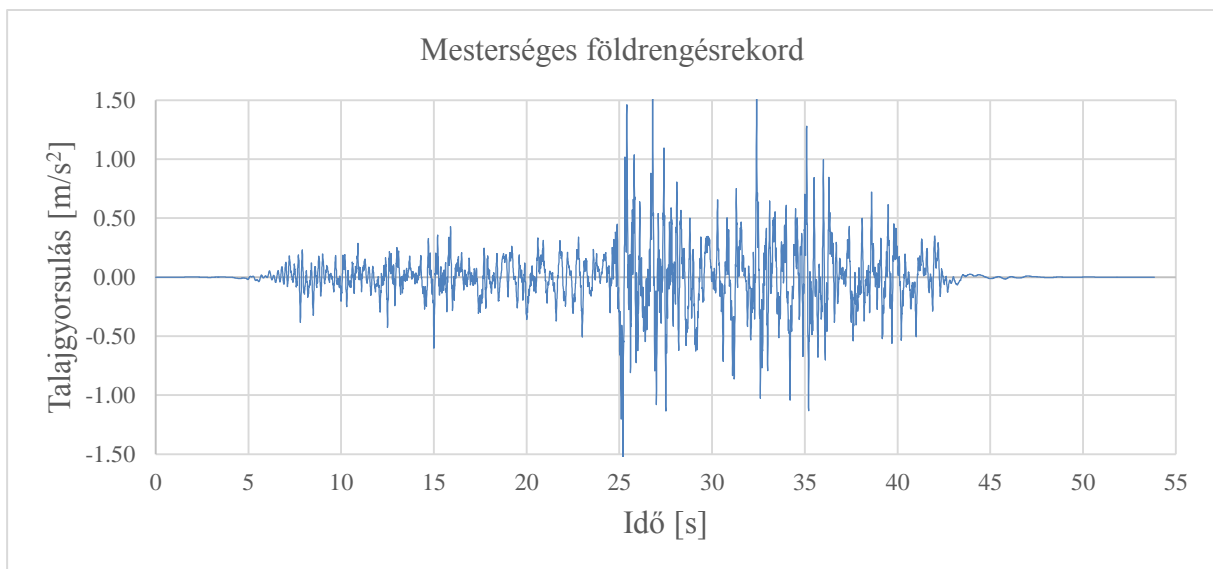
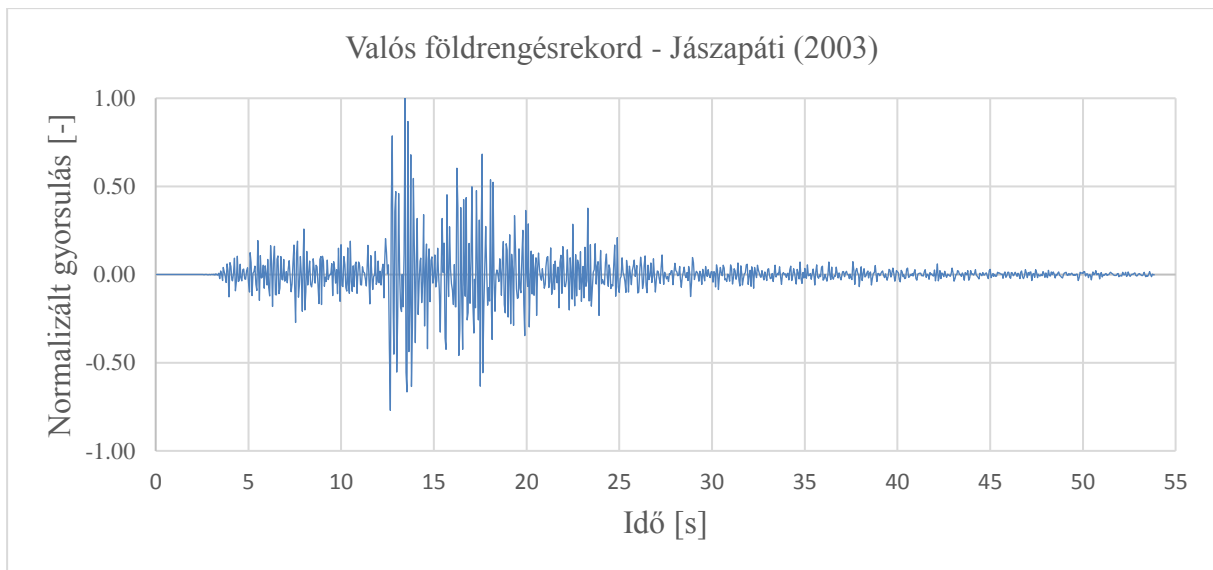
### 48. ábra – IRIS Wilber állomás választás

Az esemény és a mérőállomás kiválasztása után az IRIS URL Builder segítségével a mérőállomás által mért adatokat a földrengés bekövetkezésének idejében ASCII II. szöveges formátumban le tudtam tölteni. Itt lehetőség van a nyers, illetve korrigált rekordok letöltésére is. Továbbá a felületen lehetőség adódik nemcsak a gyorsulás-, hanem a sebesség- és elmozdulás-függvény letöltésére is.

A következő oldalakon az általam letöltött valós rekordok és azok átskálázásával nyert mesterségek gyorsulás-idő és sebesség-idő függvények láthatók.

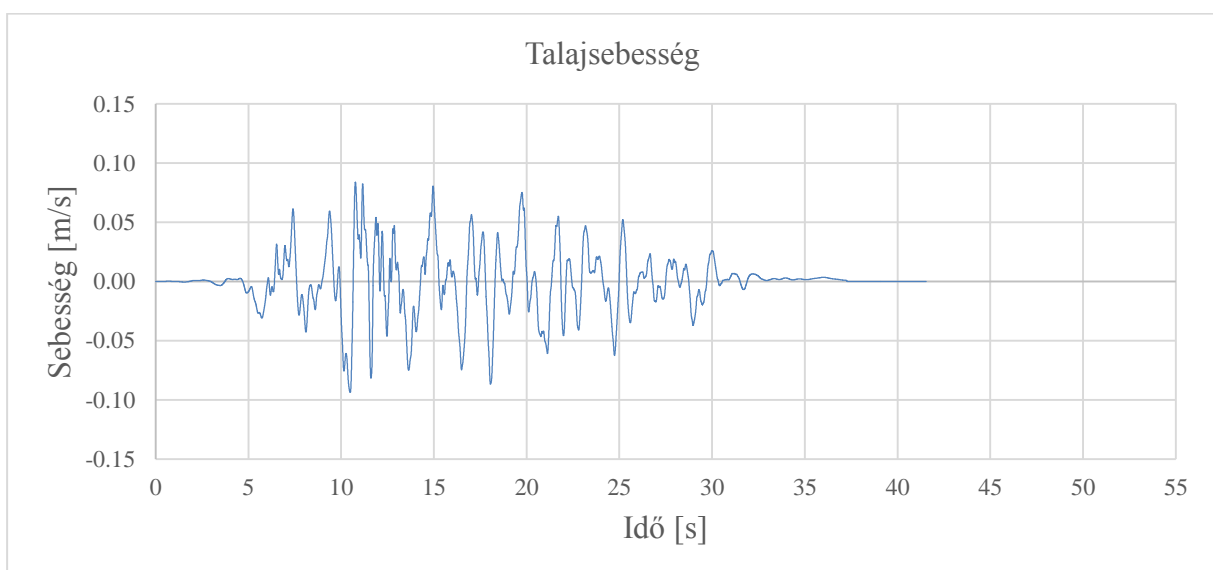
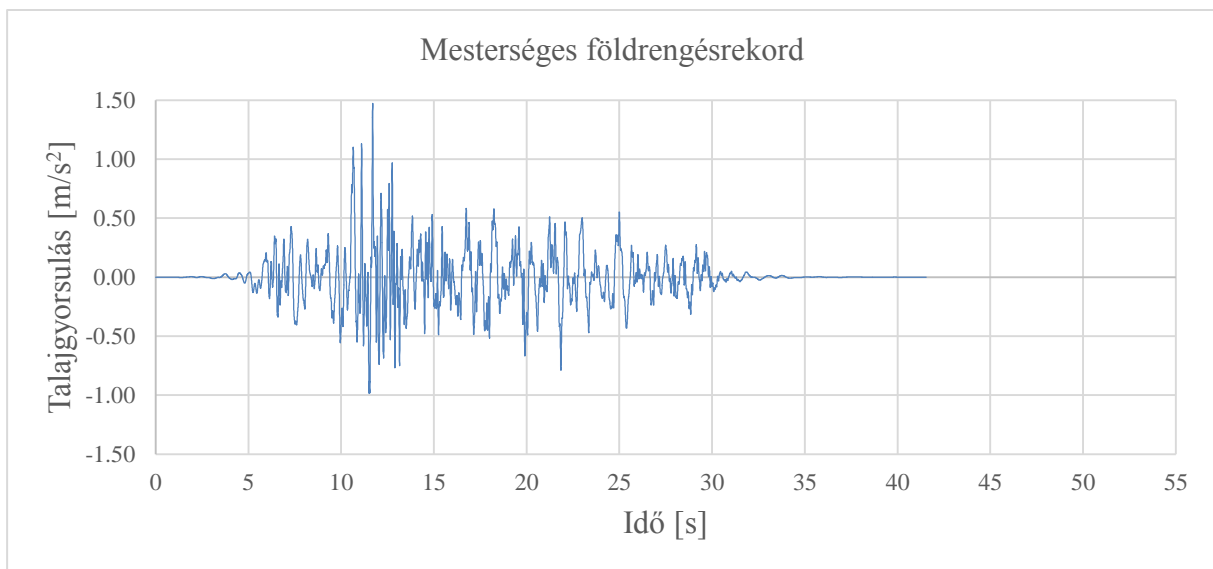
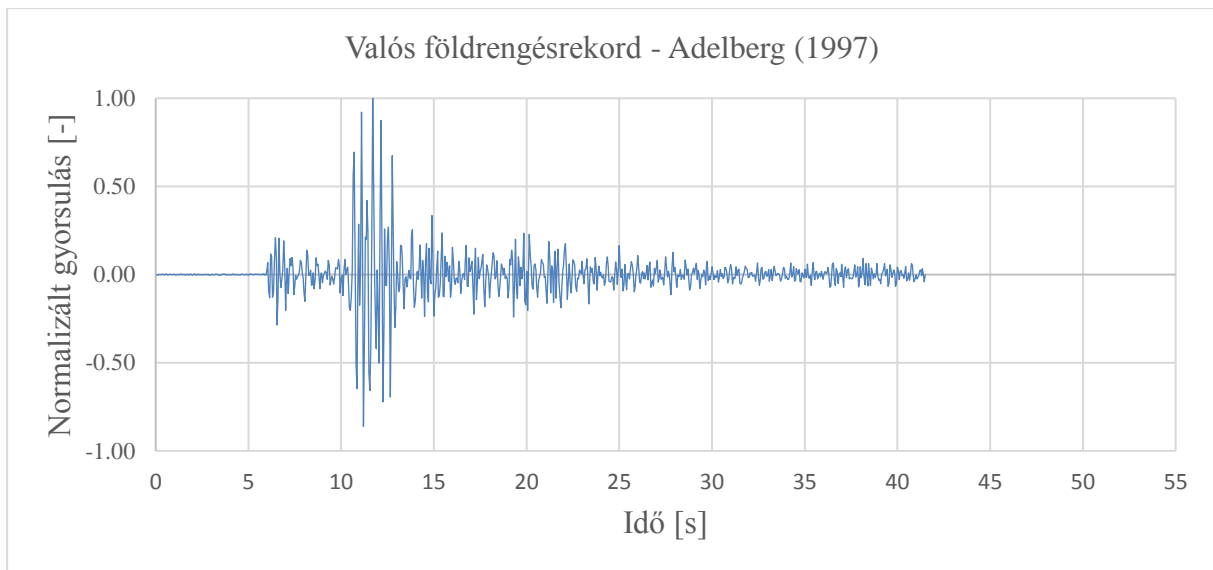


**49. ábra** – McKinleyville (2012) földrengésből származó mesterséges rekord

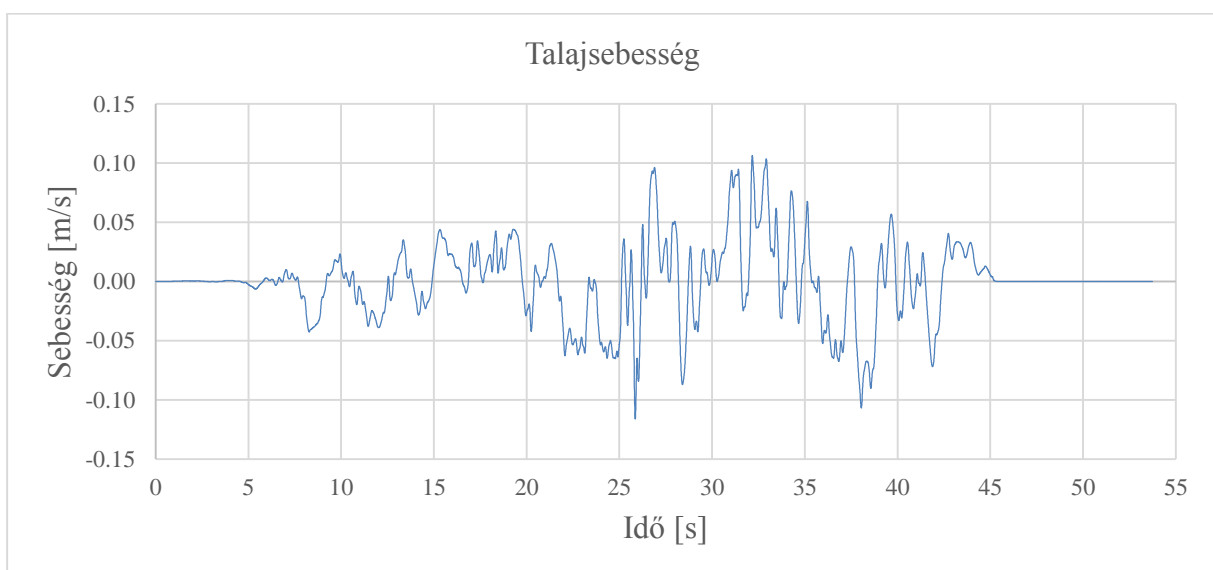
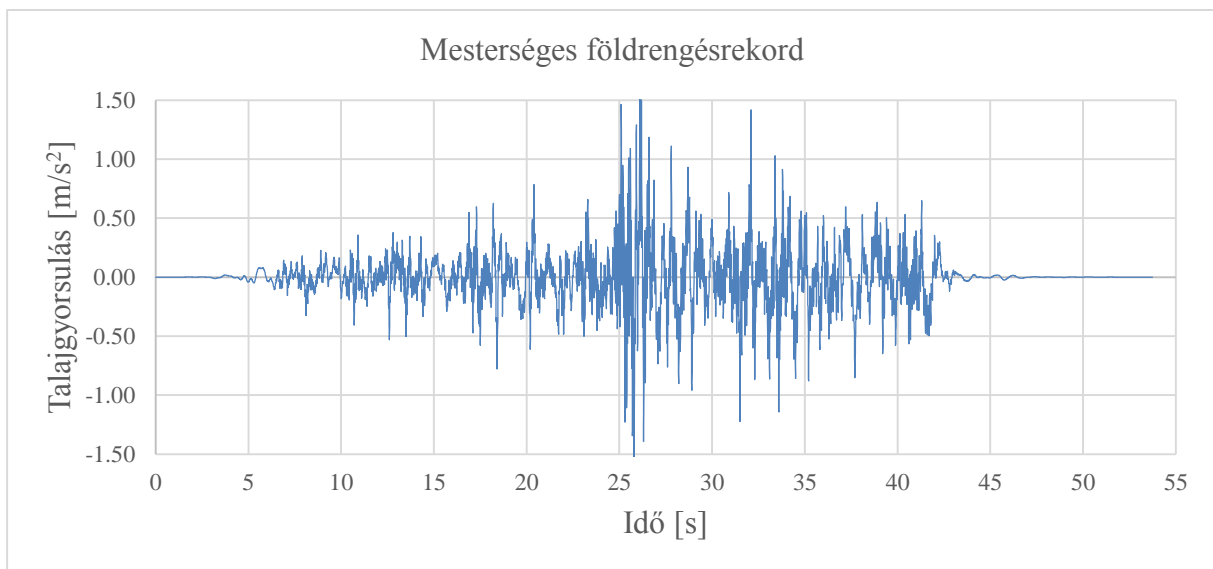
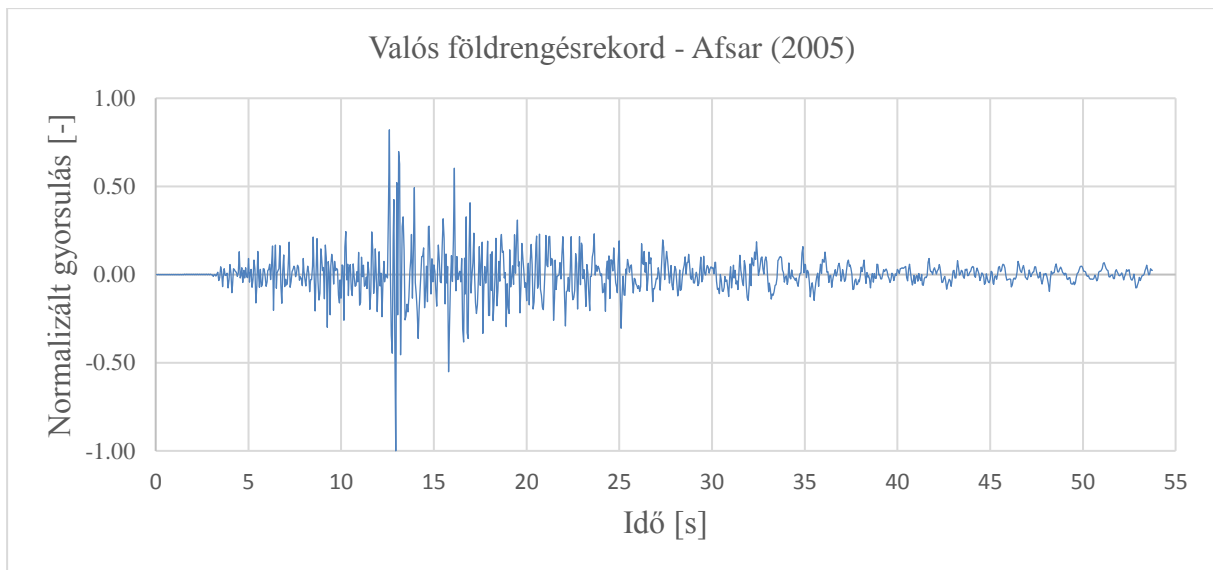


**50. ábra** – Jászapáti (2003) földrengésből származó mesterséges rekord

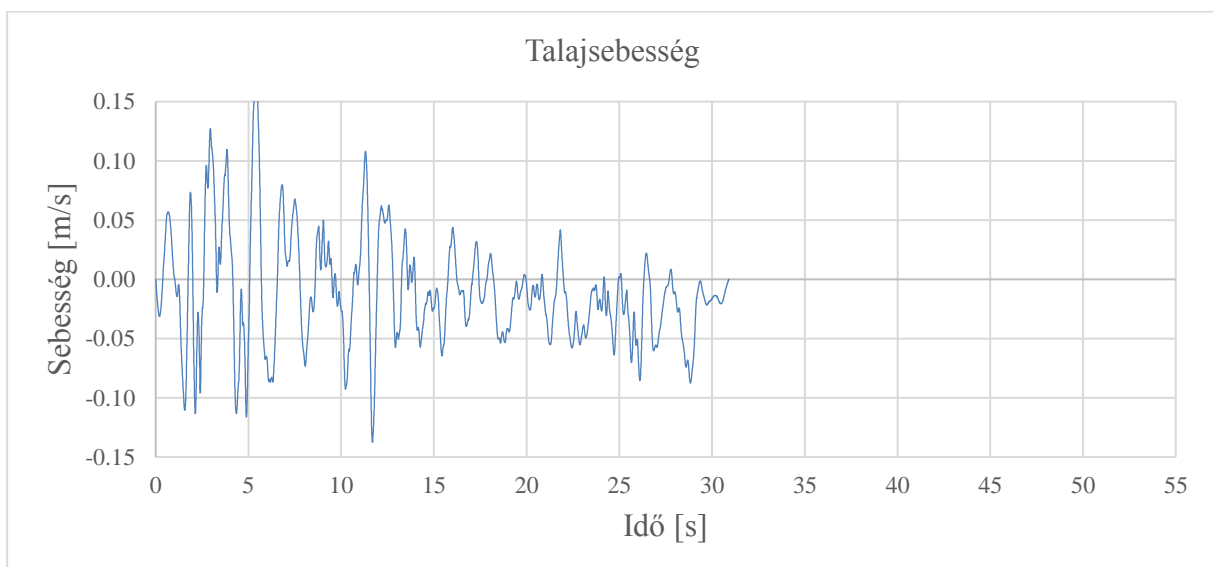
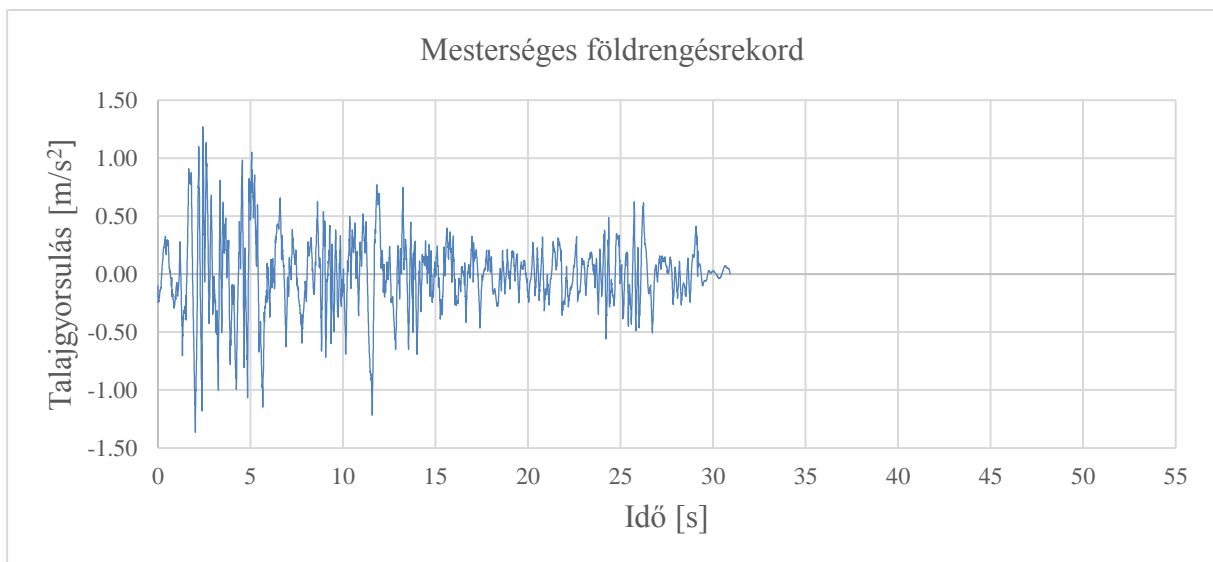
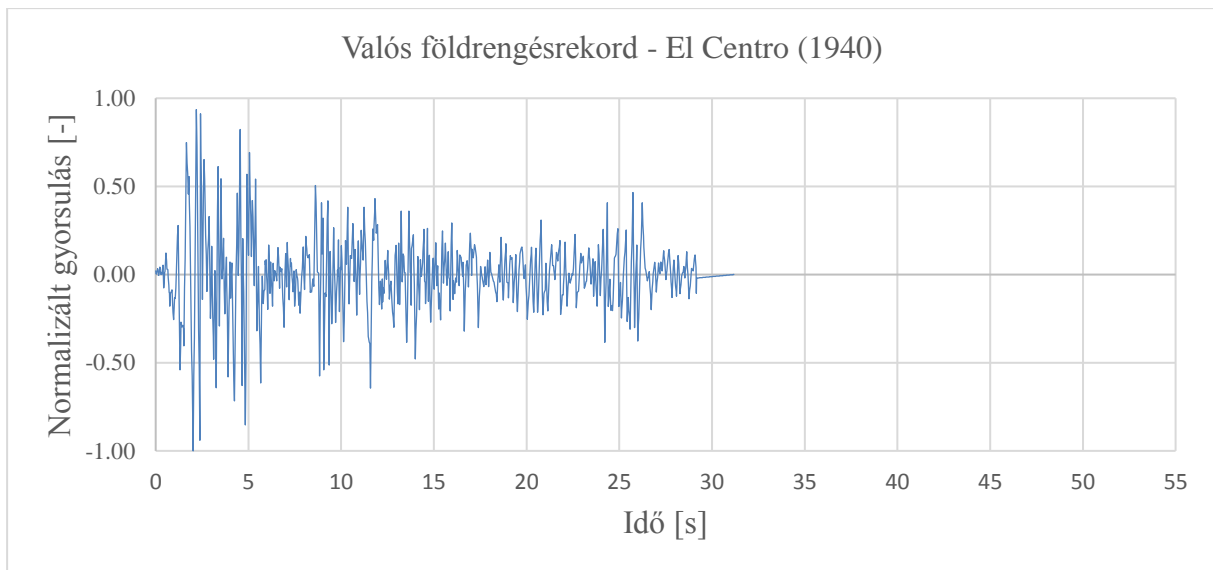




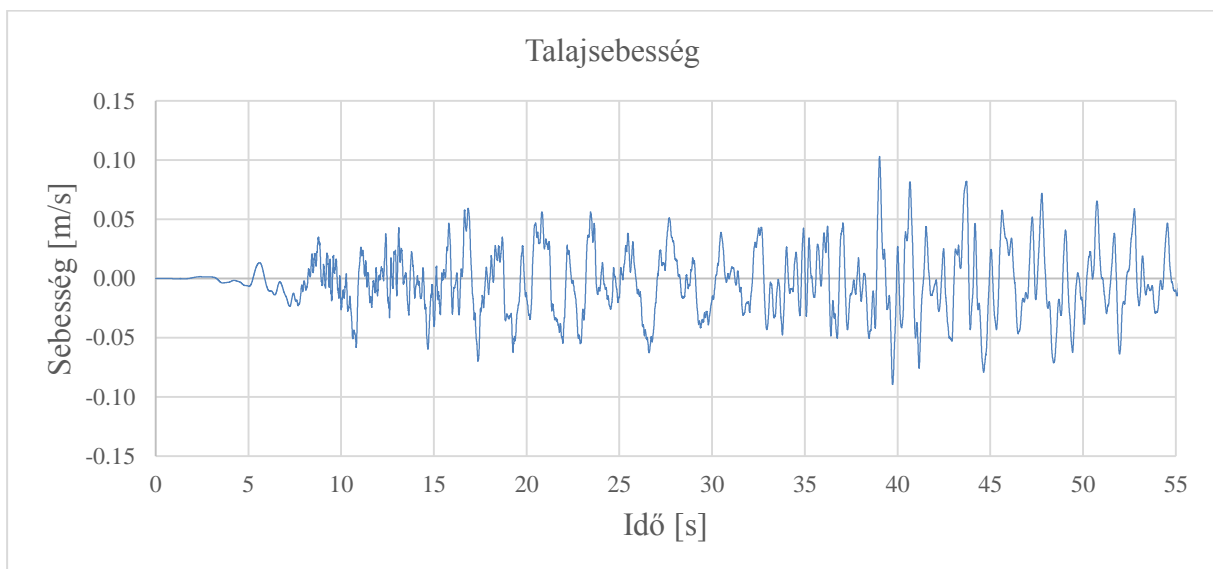
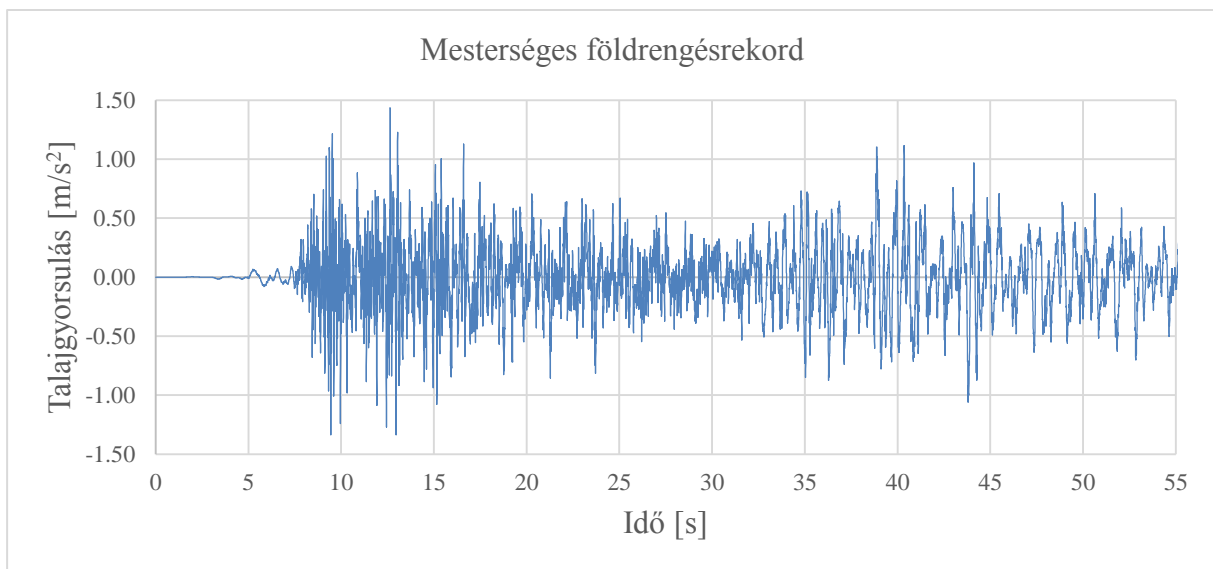
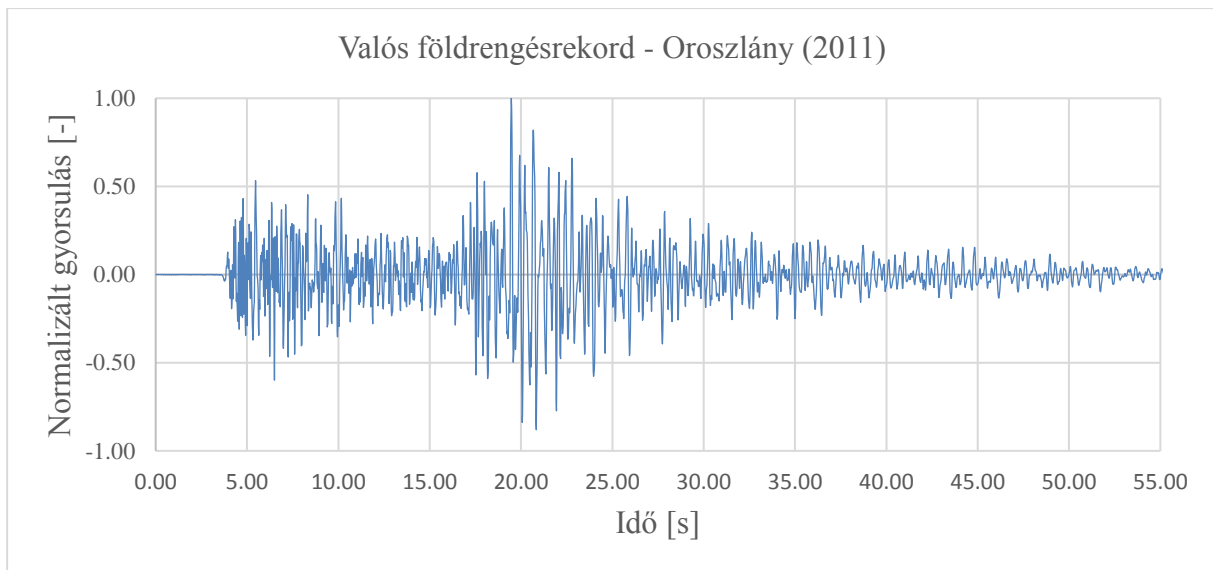
**51. ábra** – Adelberg (1997) földrengésből származó mesterséges rekord



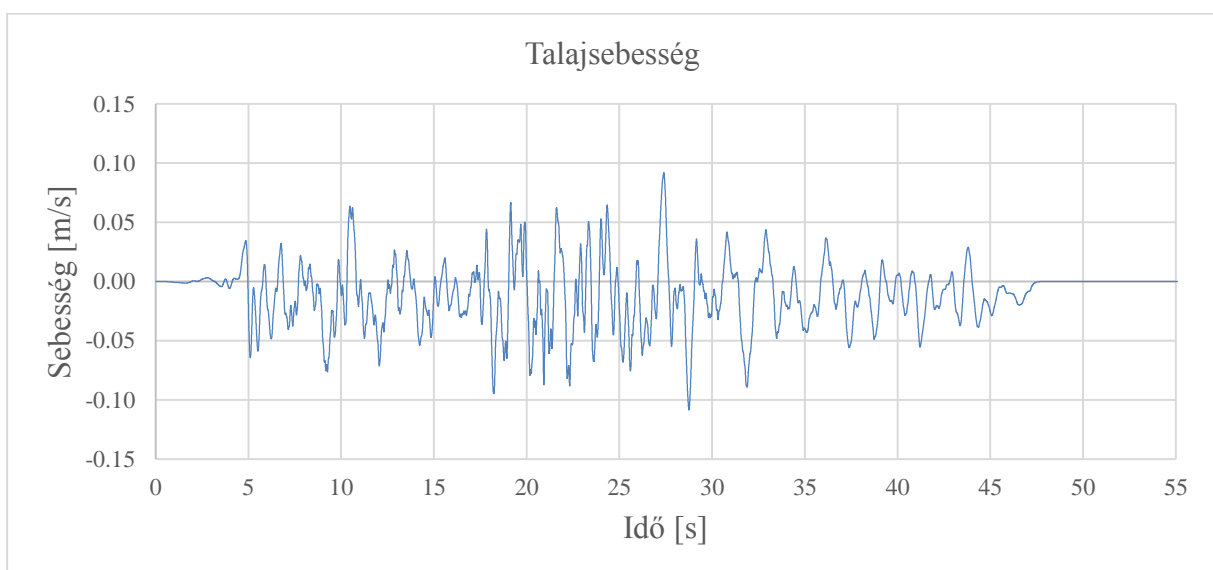
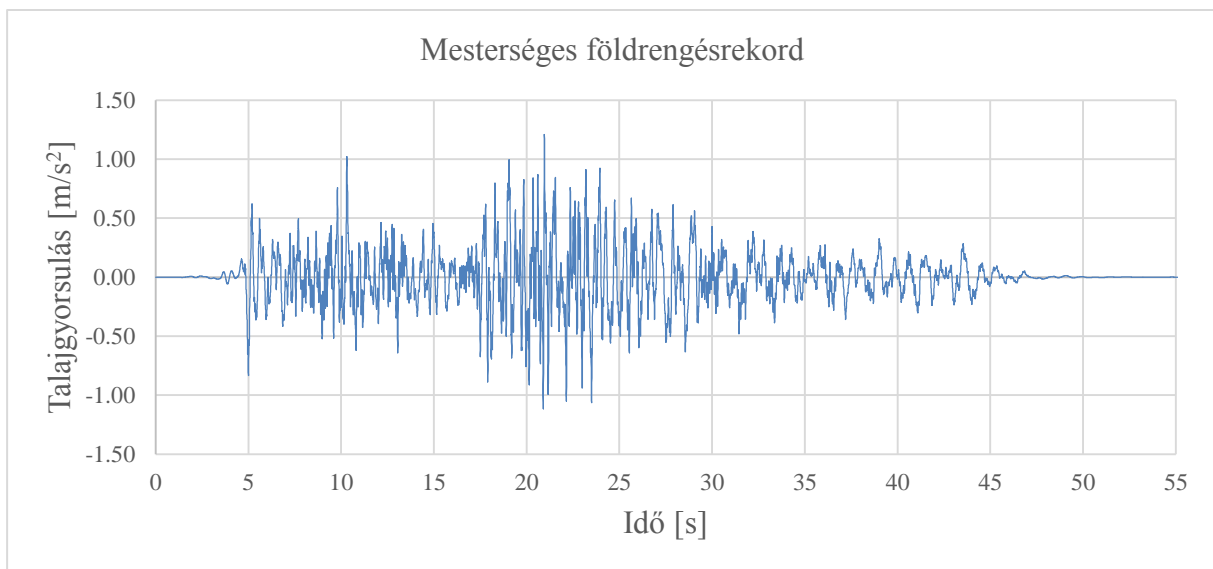
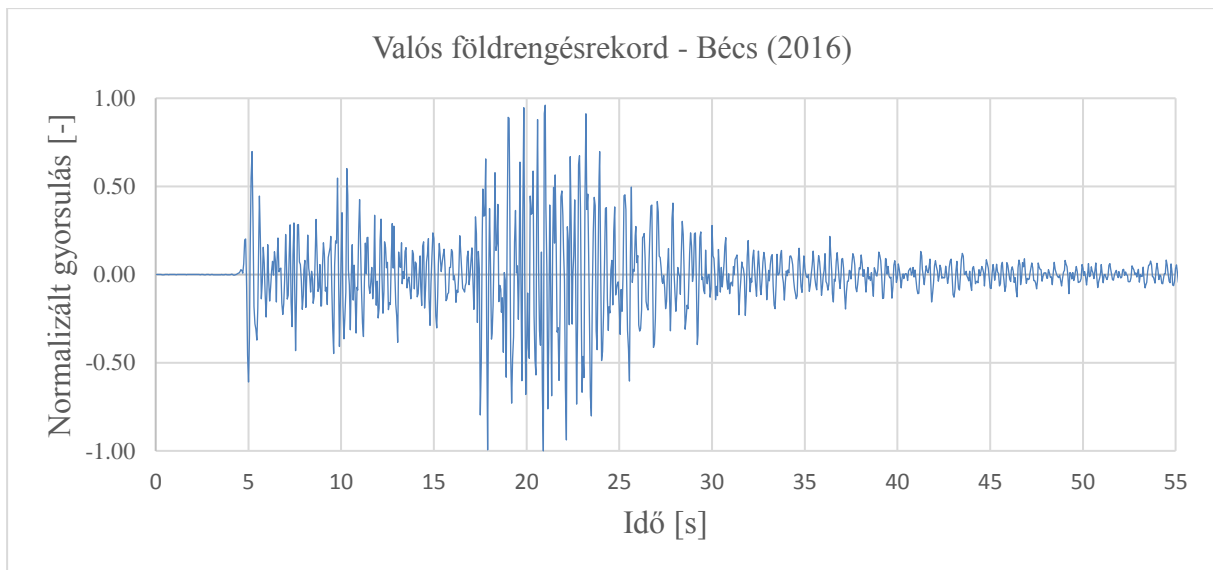
**52. ábra** – Afsar (2005) földrengésből származó mesterséges rekord



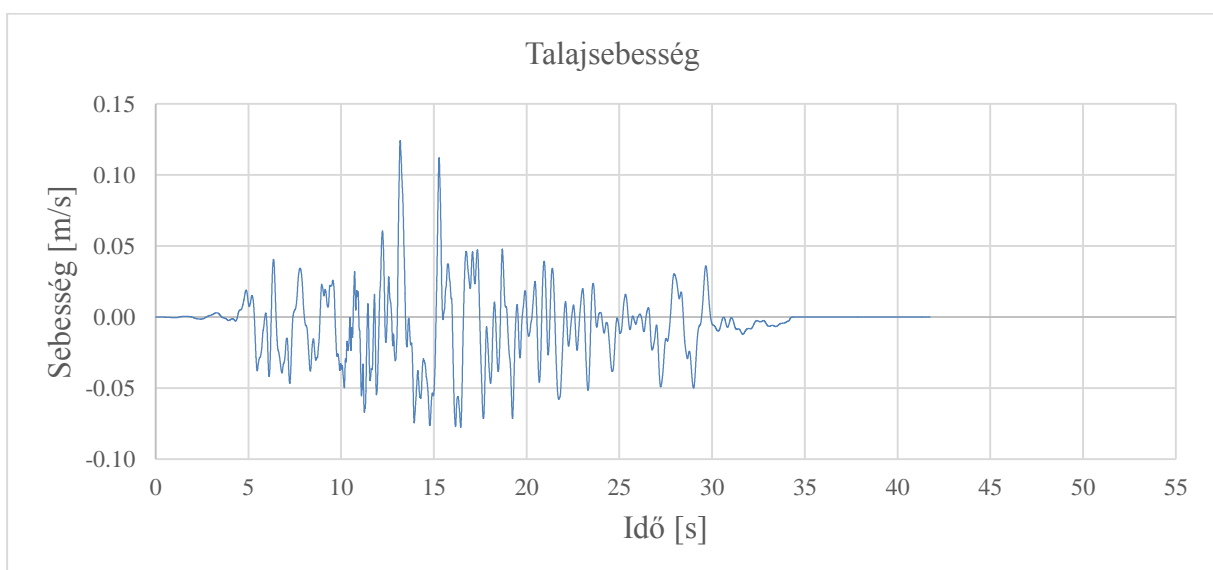
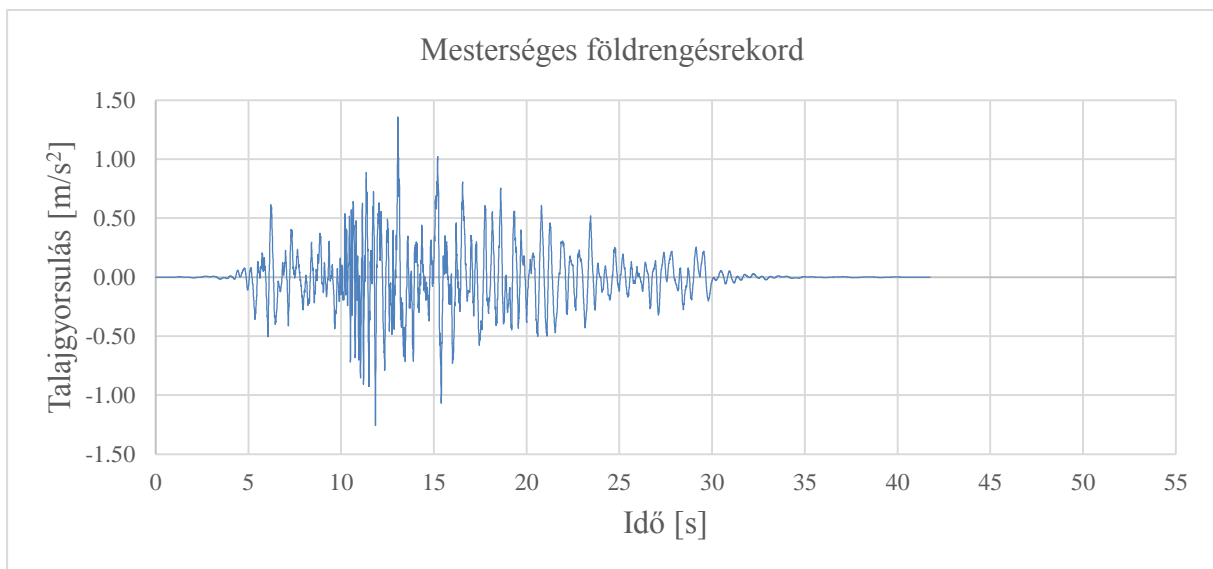
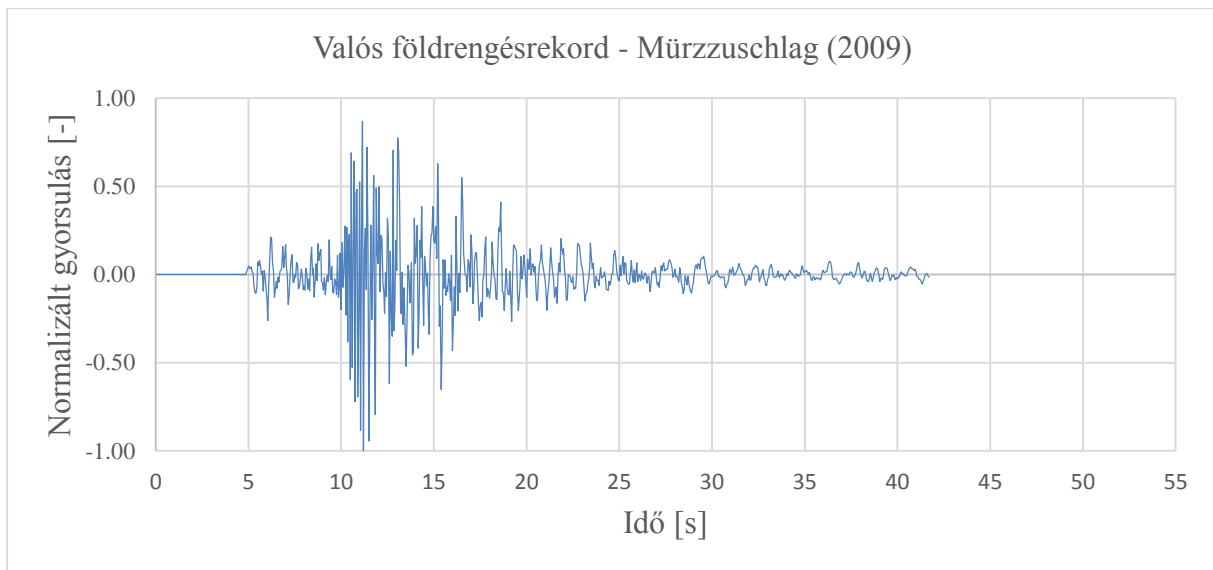
**53. ábra** – El Centro (1940) földrengésből származó mesterséges rekord



**54. ábra** – Oroszlány (2011) földrengésből származó mesterséges rekord



**55. ábra** – Bécs (2016) földrengésből származó mesterséges rekord



**56. ábra** – Mürzzuschlag (2009) földrengésből származó mesterséges rekord



---

### C) 3DEC input file

A 3DEC programozási nyelve (FISH) lehetővé teszi ciklusok definiálását (pl. loop, while, stb.), logikai műveletek megadását, melyek elősegítik, hogy tömör kódok segítségével generálható legyen a geometriai modell, illetve különböző szimulációkat ciklusokba szervezve automatikusan fussanak szimulációk.

Alábbiakban mellékelem az általam generált geometria egyszerűsített programkódját, mely paraméterek használata miatt lehetőséget biztosít egyszerű és gyors változtatásokra.

```
new  
config energy  
plot clear  
set ctol 0.1
```

```
def valtozo
```

```
record='3DEC_T_0_7b'
```

```
command  
    table 1 read @record  
endcommand
```

```
;ag indulóértéke m/s2-ben  
ag=0.05*9.81  
end  
@valtozo
```

```
def parameter
```

```
                ;_____GEOMETRIA_____  
                ; :::::::::::::::Paraméterek:::::::::::::  
;Sugár mérete az oszlopok középpontjáig  
rmid=3.25
```

```
;Oszlop szélessége  
b_oszlop=0.58
```

```
;Oszlop szélessége sugár irányban a tetején  
h=0.67
```

```
;oszlop plusz szélessége alul  
h2=0.48
```

```
;Oszlopok darabszáma  
n_oszlop=8.00
```

```
;Oszlop feletti gerenda felosztásának száma, az ívesség kialakítása miatt:  
n_osztas=10.00
```

---

;Oszlopok magassága  
m\_oszlop=2.67+0.22

;Egy sorban lévő rombusz alakú nyílások száma:  
n\_rombusz=16.0

;Ellipszoid alakú kupola esetén függőleges féltengely/vízszintes féltengely aránya:  
alfa=1

;Csúcsív esetén excentricitás vízszintes (ev) és függőleges irányban (eh):  
ev=1.326  
eh=0.802

;Rombusz alakú rések súlypontjának a függőlegessel bezárt szöge.  
rszog1=70.50\*Pi/180  
rszog2=59.26\*Pi/180  
rszog3=50.43\*Pi/180  
rszog4=43.1\*Pi/180  
rszog5=37.24\*Pi/180  
rszog6=34.0\*Pi/180

;Oszlopok közti nyílásszög:  
gamma1=2\*pi/n\_oszlop  
gamma2=b\_oszlop/(2\*rmid)

gamma2b=0.40/(2\*(rmid-h/2))  
gamma2k=0.76/(2\*(rmid+h/2+h2))

;Tömbök létrehozása a koordináták tárolására  
koor=get\_array(n\_oszlop,4,3)  
koor2=get\_array(n\_oszlop,4,3)  
koort=get\_array(n\_oszlop\*n\_osztas,7,3)

gammak=2\*pi/(n\_oszlop\*n\_osztas)  
koor=get\_array(n\_oszlop,8,3)  
koor6=get\_array(n\_oszlop,6,3)  
koort=get\_array(n\_oszlop\*n\_osztas,7,3)  
rombusz=get\_array(5,n\_rombusz,9,3)  
rombuszb=get\_array(5,n\_rombusz,9,3)  
zarok=get\_array(1,n\_rombusz,3,3)  
zarokb=get\_array(1,n\_rombusz,3,3)

; :::::::::::::::ANYAGJELLEMZOK:::::::::::::

;Elemtípus kiválasztása (Merev:1; Rugalmas:2)  
element\_type=1

; -----Blokkok anyagjellemzői-----

;Testsűrűség [kg/m3]:  
density=2500

---

```
;Rugalmassági modulus (deformálható elemek esetén) []:  
Emodulus=40e9
```

```
;Poisson-tényező (deformálható elemek esetén) [-]:  
poisson=0.25
```

```
; -----Kapcsolatok jellemzői-----
```

```
;Súrlódási szög:  
fric=38.0
```

```
;Dilatációs szög:  
dil=0.0
```

```
;Húzószilárdság:  
f_tensile=0.00e6
```

```
;Kohézió:  
cohesio=0.00e6
```

#### **command**

```
;Blokkok tulajdonságai  
prop mat=1 dens=@density ymod=@Emodulus pratio=@poisson  
;Kapcsolatok anyagjellemzői:  
prop jmat=1 jkn 24.2e9 jks 2.99e9 jfri @fric jte @f_tensile jco @cohesio jdi @dil  
res_friction @res_fric  
;Kapcsolati jellemzők a sín és a terhelőlemez között:  
prop jmat=2 jkn 24.2e9 jks 2.99e9 jfri 0.0 jte 0.0 jco 0.0 jdi 0
```

#### **endcommand**

**end**

**@parameter**

```
; _____ KOORDINÁTA-SZÁMÍTÁS _____
```

```
; teta1, dteta1 == függőlegessel bezárt szög (oldalnézet!)  
; beta, dbeta == x-tengellyel bezárt szög (felülnézet!)  
; k == hányadik sor  
; i == hányadik elem  
;rombusz(hányadik sor alulról, hányadik elem a sorban, rombusz csomópontjai, (x,y,z)  
koordináták)
```

#### **def altalanos**

```
; páros sorokhoz tartozik egy plusz fél-elemnyi elforgatás, itt választjuk ki a páros sorokat:
```

```
if (k/2.0-round(k/2.0))==0 then
```

```
l=0.0
```

```
else
```

```
l=1.0
```

```
endif
```

```
loop i(1,n_rombusz)
```

---

**;Külső felületen lévő rombuszok koordinátái:**

$$\text{rombusz}(k,i,1,1)=(\text{rmid}) * \sin(\text{teta}1) * \cos((i-1) * \text{beta}-\text{dbeta}+1 * \text{beta}/2)-\text{ev} * \cos((i-1) * \text{beta}-\text{dbeta}+1 * \text{beta}/2)$$

$$\text{rombusz}(k,i,3,1)=(\text{rmid}) * \sin(\text{teta}1) * \cos((i-1) * \text{beta}+\text{dbeta}+1 * \text{beta}/2)-\text{ev} * \cos((i-1) * \text{beta}+\text{dbeta}+1 * \text{beta}/2)$$

$$\text{rombusz}(k,i,2,1)=(\text{rmid}) * \sin(\text{teta}1+\text{dteta}1) * \cos((i-1) * \text{beta}+1 * \text{beta}/2)-\text{ev} * \cos((i-1) * \text{beta}+1 * \text{beta}/2)$$

$$\text{rombusz}(k,i,4,1)=(\text{rmid}) * \sin(\text{teta}1-\text{dteta}1) * \cos((i-1) * \text{beta}+1 * \text{beta}/2)-\text{ev} * \cos((i-1) * \text{beta}+1 * \text{beta}/2)$$

$$\text{rombusz}(k,i,5,1)=(\text{rombusz}(k,i,1,1)+\text{rombusz}(k,i,2,1))/2$$

$$\text{rombusz}(k,i,6,1)=(\text{rombusz}(k,i,2,1)+\text{rombusz}(k,i,3,1))/2$$

$$\text{rombusz}(k,i,7,1)=(\text{rombusz}(k,i,3,1)+\text{rombusz}(k,i,4,1))/2$$

$$\text{rombusz}(k,i,8,1)=(\text{rombusz}(k,i,1,1)+\text{rombusz}(k,i,4,1))/2$$

$$\text{rombusz}(k,i,9,1)=(\text{rmid}) * \sin(\text{teta}1) * \cos((i-1) * \text{beta}+0 * \text{beta}/2)-\text{ev} * \cos((i-1) * \text{beta}+0 * \text{beta}/2)$$

$$\text{rombusz}(k,i,1,2)=\text{alfa} * (\text{rmid}) * \cos(\text{teta}1)+\text{m\_oszlop-eh}$$

$$\text{rombusz}(k,i,3,2)=\text{alfa} * (\text{rmid}) * \cos(\text{teta}1)+\text{m\_oszlop-eh}$$

$$\text{rombusz}(k,i,2,2)=\text{alfa} * (\text{rmid}) * \cos(\text{teta}1+\text{dteta}1)+\text{m\_oszlop-eh}$$

$$\text{rombusz}(k,i,4,2)=\text{alfa} * (\text{rmid}) * \cos(\text{teta}1-\text{dteta}1)+\text{m\_oszlop-eh}$$

$$\text{rombusz}(k,i,5,2)=(\text{rombusz}(k,i,1,2)+\text{rombusz}(k,i,2,2))/2$$

$$\text{rombusz}(k,i,6,2)=(\text{rombusz}(k,i,2,2)+\text{rombusz}(k,i,3,2))/2$$

$$\text{rombusz}(k,i,7,2)=(\text{rombusz}(k,i,3,2)+\text{rombusz}(k,i,4,2))/2$$

$$\text{rombusz}(k,i,8,2)=(\text{rombusz}(k,i,1,2)+\text{rombusz}(k,i,4,2))/2$$

$$\text{rombusz}(k,i,9,2)=\text{alfa} * (\text{rmid}) * \cos(\text{teta}1)+\text{m\_oszlop-eh}$$

$$\text{rombusz}(k,i,1,3)=(\text{rmid}) * \sin(\text{teta}1) * \sin((i-1) * \text{beta}-\text{dbeta}+1 * \text{beta}/2)-\text{ev} * \sin((i-1) * \text{beta}-\text{dbeta}+1 * \text{beta}/2)$$

$$\text{rombusz}(k,i,3,3)=(\text{rmid}) * \sin(\text{teta}1) * \sin((i-1) * \text{beta}+\text{dbeta}+1 * \text{beta}/2)-\text{ev} * \sin((i-1) * \text{beta}+\text{dbeta}+1 * \text{beta}/2)$$

$$\text{rombusz}(k,i,2,3)=(\text{rmid}) * \sin(\text{teta}1+\text{dteta}1) * \sin((i-1) * \text{beta}+1 * \text{beta}/2)-\text{ev} * \sin((i-1) * \text{beta}+1 * \text{beta}/2)$$

$$\text{rombusz}(k,i,4,3)=(\text{rmid}) * \sin(\text{teta}1-\text{dteta}1) * \sin((i-1) * \text{beta}+1 * \text{beta}/2)-\text{ev} * \sin((i-1) * \text{beta}+1 * \text{beta}/2)$$

$$\text{rombusz}(k,i,5,3)=(\text{rombusz}(k,i,1,3)+\text{rombusz}(k,i,2,3))/2$$

$$\text{rombusz}(k,i,6,3)=(\text{rombusz}(k,i,2,3)+\text{rombusz}(k,i,3,3))/2$$

$$\text{rombusz}(k,i,7,3)=(\text{rombusz}(k,i,3,3)+\text{rombusz}(k,i,4,3))/2$$

$$\text{rombusz}(k,i,8,3)=(\text{rombusz}(k,i,1,3)+\text{rombusz}(k,i,4,3))/2$$

$$\text{rombusz}(k,i,9,3)=(\text{rmid}) * \sin(\text{teta}1) * \sin((i-1) * \text{beta}+0 * \text{beta}/2)-\text{ev} * \sin((i-1) * \text{beta}+0 * \text{beta}/2)$$

**;Belső felületen lévő rombuszok koordinátái:**

$$\text{rombuszb}(k,i,1,1)=(\text{rmid}-(0.34377 * \text{teta}1-0.054)) * \sin(\text{teta}1) * \cos((i-1) * \text{beta}-\text{dbeta}+1 * \text{beta}/2)-\text{ev} * \cos((i-1) * \text{beta}-\text{dbeta}+1 * \text{beta}/2)$$

$$\text{rombuszb}(k,i,3,1)=(\text{rmid}-(0.34377 * \text{teta}1-0.054)) * \sin(\text{teta}1) * \cos((i-1) * \text{beta}+\text{dbeta}+1 * \text{beta}/2)-\text{ev} * \cos((i-1) * \text{beta}+\text{dbeta}+1 * \text{beta}/2)$$

$$\text{rombuszb}(k,i,2,1)=(\text{rmid}-(0.34377 * (\text{teta}1+\text{dteta}1)-0.054)) * \sin(\text{teta}1+\text{dteta}1) * \cos((i-1) * \text{beta}+1 * \text{beta}/2)-\text{ev} * \cos((i-1) * \text{beta}+1 * \text{beta}/2)$$

$$\text{rombuszb}(k,i,4,1)=(\text{rmid}-(0.34377 * (\text{teta}1-\text{dteta}1)-0.054)) * \sin(\text{teta}1-\text{dteta}1) * \cos((i-1) * \text{beta}+1 * \text{beta}/2)-\text{ev} * \cos((i-1) * \text{beta}+1 * \text{beta}/2)$$

---

```

rombuszb(k,i,5,1)=(rombuszb(k,i,1,1)+rombuszb(k,i,2,1))/2
rombuszb(k,i,6,1)=(rombuszb(k,i,2,1)+rombuszb(k,i,3,1))/2
rombuszb(k,i,7,1)=(rombuszb(k,i,3,1)+rombuszb(k,i,4,1))/2
rombuszb(k,i,8,1)=(rombuszb(k,i,1,1)+rombuszb(k,i,4,1))/2
rombuszb(k,i,9,1)=(rmid-(0.34377*teta1-0.054))*sin(teta1)*cos((i-1)*beta+0*beta/2)-
ev*cos((i-1)*beta+0*beta/2)

rombuszb(k,i,1,2)=alfa*(rmid-(0.34377*teta1-0.054))*cos(teta1)+m_oszlop-eh
rombuszb(k,i,3,2)=alfa*(rmid-(0.34377*teta1-0.054))*cos(teta1)+m_oszlop-eh
rombuszb(k,i,2,2)=alfa*(rmid-(0.34377*(teta1+dteta1)-
0.054))*cos(teta1+dteta1)+m_oszlop-eh
rombuszb(k,i,4,2)=alfa*(rmid-(0.34377*(teta1-dteta1)-0.054))*cos(teta1-
dteta1)+m_oszlop-eh
rombuszb(k,i,5,2)=(rombuszb(k,i,1,2)+rombuszb(k,i,2,2))/2
rombuszb(k,i,6,2)=(rombuszb(k,i,2,2)+rombuszb(k,i,3,2))/2
rombuszb(k,i,7,2)=(rombuszb(k,i,3,2)+rombuszb(k,i,4,2))/2
rombuszb(k,i,8,2)=(rombuszb(k,i,1,2)+rombuszb(k,i,4,2))/2
rombuszb(k,i,9,2)=alfa*(rmid-(0.34377*teta1-0.054))*cos(teta1)+m_oszlop-eh

rombuszb(k,i,1,3)=(rmid-(0.34377*teta1-0.054))*sin(teta1)*sin((i-1)*beta-
dbeta+l*beta/2)-ev*sin((i-1)*beta-dbeta+l*beta/2)
rombuszb(k,i,3,3)=(rmid-(0.34377*teta1-0.054))*sin(teta1)*sin((i-
1)*beta+dbeta+l*beta/2)-ev*sin((i-1)*beta+dbeta+l*beta/2)
rombuszb(k,i,2,3)=(rmid-(0.34377*(teta1+dteta1)-0.054))*sin(teta1+dteta1)*sin((i-
1)*beta+l*beta/2)-ev*sin((i-1)*beta+l*beta/2)
rombuszb(k,i,4,3)=(rmid-(0.34377*(teta1-dteta1)-0.054))*sin(teta1-dteta1)*sin((i-
1)*beta+l*beta/2)-ev*sin((i-1)*beta+l*beta/2)
rombuszb(k,i,5,3)=(rombuszb(k,i,1,3)+rombuszb(k,i,2,3))/2
rombuszb(k,i,6,3)=(rombuszb(k,i,2,3)+rombuszb(k,i,3,3))/2
rombuszb(k,i,7,3)=(rombuszb(k,i,3,3)+rombuszb(k,i,4,3))/2
rombuszb(k,i,8,3)=(rombuszb(k,i,1,3)+rombuszb(k,i,4,3))/2
rombuszb(k,i,9,3)=(rmid-(0.34377*teta1-0.054))*sin(teta1)*sin((i-1)*beta+0*beta/2)-
ev*sin((i-1)*beta+0*beta/2)

```

;Az alábbi sorokat bekapcsolva a rombusz alakú nyílásokba is definiál diszkrét elemeket:

```

;command
    ;polyhedron prism a @rombusz ..... b @rombuszb.....
    ;join_contact on
    ;hide
;endcommand

```

```

endloop
end

```

; -----Első kősor koordinátáinak generálása-----

```

def elsosor
rmid=4.760
k=1
teta1=rszog1
beta=2*pi/n_rombusz
dbeta=0.118
dteta1=(0.530)/(rmid-0.36)

```

---

altalanos  
**end**  
**@elsosor**

; -----Második kősor koordinátáinak generálása -----

**def masodiksor**  
k=2  
teta1=rszog2  
beta=2\*pi/n\_rombusz  
dbeta=0.118  
dteta1=(0.87/2)/((rmid-0.32))  
altalanos  
**end**  
**@masodiksor**

; -----Harmadik kősor koordinátáinak generálása-----

**def harmadiksor**  
k=3  
teta1=rszog3  
beta=2\*pi/n\_rombusz  
dbeta=0.113  
dteta1=(0.693/2)/((rmid-0.25))  
altalanos  
**end**  
**@harmadiksor**

; -----Negyedik kősor koordinátáinak generálása -----

**def negyediksor**  
k=4  
teta1=rszog4  
beta=2\*pi/n\_rombusz  
dbeta=0.098  
dteta1=(0.487/2)/((rmid-0.25))  
altalanos  
**end**  
**@negyediksor**

; -----Ötödik kősor koordinátáinak generálása-----

**def ötödiksor**  
k=5  
teta1=rszog5  
beta=2\*pi/n\_rombusz  
dbeta=0.078  
dteta1=(0.33682/2)/((rmid-0.18))  
altalanos  
**end**  
**@ötödiksor**

**def szamitas**

; ::::::::::::::::::::KUPOLAZARÓSOR::::::::::::::::::



---

```

teta1=rszog6
beta=2*pi/n_rombusz
dbeta=(bk/2)/((rmid+h/4)*sin(teta1))
dteta1=(ak/2)/((rmid+h/4)*sin(teta1))

loop i(1,n_rombusz)
  zarok(1,i,1,1)=(rmid)*sin(teta1)*cos((i-1)*beta)-ev*cos((i-1)*beta)
  zarok(1,i,1,2)=alfa*(rmid)*cos(teta1)+m_oszlop-eh
  zarok(1,i,1,3)=(rmid)*sin(teta1)*sin((i-1)*beta)-ev*sin((i-1)*beta)

  zarok(1,i,2,1)=(rmid)*sin(teta1)*cos((i-1)*beta+beta/2)-ev*cos((i-1)*beta+beta/2)
  zarok(1,i,2,2)=alfa*(rmid)*cos(teta1)+m_oszlop-eh
  zarok(1,i,2,3)=(rmid)*sin(teta1)*sin((i-1)*beta+beta/2)-ev*sin((i-1)*beta+beta/2)

  zarok(1,i,3,1)=(rmid)*sin(teta1)*cos((i-1)*beta-beta/2)-ev*cos((i-1)*beta-beta/2)
  zarok(1,i,3,2)=alfa*(rmid)*cos(teta1)+m_oszlop-eh
  zarok(1,i,3,3)=(rmid)*sin(teta1)*sin((i-1)*beta-beta/2)-ev*sin((i-1)*beta-beta/2)

  zarokb(1,i,1,1)=(rmid-(0.34377*teta1-0.054))*sin(teta1)*cos((i-1)*beta)-ev*cos((i-1)*beta)
  zarokb(1,i,1,2)=alfa*(rmid-(0.34377*teta1-0.054))*cos(teta1)+m_oszlop-eh
  zarokb(1,i,1,3)=(rmid-(0.34377*teta1-0.054))*sin(teta1)*sin((i-1)*beta)-ev*sin((i-1)*beta)

  zarokb(1,i,2,1)=(rmid-(0.34377*teta1-0.054))*sin(teta1)*cos((i-1)*beta+beta/2)-ev*cos((i-1)*beta+beta/2)
  zarokb(1,i,2,2)=alfa*(rmid-(0.34377*teta1-0.054))*cos(teta1)+m_oszlop-eh
  zarokb(1,i,2,3)=(rmid-(0.34377*teta1-0.054))*sin(teta1)*sin((i-1)*beta+beta/2)-ev*sin((i-1)*beta+beta/2)

  zarokb(1,i,3,1)=(rmid-(0.34377*teta1-0.054))*sin(teta1)*cos((i-1)*beta-beta/2)-ev*cos((i-1)*beta-beta/2)
  zarokb(1,i,3,2)=alfa*(rmid-(0.34377*teta1-0.054))*cos(teta1)+m_oszlop-eh
  zarokb(1,i,3,3)=(rmid-(0.34377*teta1-0.054))*sin(teta1)*sin((i-1)*beta-beta/2)-ev*sin((i-1)*beta-beta/2)
endloop

rmid=3.25
rmid2=4.760
; :::::::::::::::OSZLOPOK ZÁRÓKÖRE:::::::::::::
teta1=rszog1
loop i(1,n_oszlop*n_osztas)
  koort(i,1,1)=(rmid2-0.45)*sin((81.98*Pi/180))*cos((i-1)*gammak)-ev*cos((i-1)*gammak)
  koort(i,1,2)=m_oszlop+alfa*(rmid2-0.45)*cos(81.98*Pi/180)-eh
  koort(i,1,3)=(rmid2-0.45)*sin(81.98*Pi/180)*sin((i-1)*gammak)-ev*sin((i-1)*gammak)

  koort(i,2,1)=(rmid2)*sin(82.74*Pi/180)*cos((i-1)*gammak)-ev*cos((i-1)*gammak)
  koort(i,2,2)=m_oszlop+alfa*(rmid2)*cos(82.74*Pi/180)-eh

```

---

---

```

koort(i,2,3)=(rmid2)*sin(82.74*Pi/180)*sin((i-1)*gammak)-ev*sin((i-1)*gammak)

koort(i,3,1)=(rmid2+0.227)*sin(80.75*Pi/180)*cos((i-1)*gammak)-ev*cos((i-1)*gammak)
koort(i,3,2)=m_oszlop+alfa*(rmid2+0.227)*cos(80.75*Pi/180)-eh
koort(i,3,3)=(rmid2+0.227)*sin(80.75*Pi/180)*sin((i-1)*gammak)-ev*sin((i-1)*gammak)

koort(i,4,1)=(rmid2)*sin(78.5*Pi/180)*cos((i-1)*gammak)-ev*cos((i-1)*gammak)
koort(i,4,2)=m_oszlop+alfa*(rmid2)*cos(78.5*Pi/180)-eh
koort(i,4,3)=(rmid2)*sin(78.5*Pi/180)*sin((i-1)*gammak)-ev*sin((i-1)*gammak)

koort(i,5,1)=(rmid2)*sin(teta1)*cos((i-1)*gammak)-ev*cos((i-1)*gammak)
koort(i,5,2)=m_oszlop+alfa*(rmid2)*cos(teta1)-eh
koort(i,5,3)=(rmid2)*sin(teta1)*sin((i-1)*gammak)-ev*sin((i-1)*gammak)
koort(i,6,1)=(rmid2-(0.34377*teta1-0.054))*sin(teta1)*cos((i-1)*gammak)-ev*cos((i-1)*gammak)
koort(i,6,2)=m_oszlop+alfa*(rmid2-(0.34377*teta1-0.054))*cos(teta1)-eh
koort(i,6,3)=(rmid2-(0.34377*teta1-0.054))*sin(teta1)*sin((i-1)*gammak)-ev*sin((i-1)*gammak)
endloop

szamlalo=0
loop i(1,n_oszlop*n_osztas)
    if i==n_oszlop*n_osztas then
        i2=1
    else
        i2=i+1
    endif

    command
        polyhedron prism a @koort .....b@koort
    endcommand

    szamlalo=szamlalo+1
    if szamlalo==n_osztas then
        szamlalo=0
        command
            join_contact on
            hide
        endcommand
    endif
endloop
; .....:OSZLOPOK DEFINIÁLÁSA .....:

rmid=3.25
loop i(1,n_oszlop)
    koor(i,5,1)=(rmid-h/2)*cos((i-1)*gamma1+gamma2b)
    koor(i,5,2)=0
    koor(i,5,3)=(rmid-h/2)*sin((i-1)*gamma1+gamma2b)

```

---

---

$koor(i,6,1)=(r_{mid}-h/2)*\cos((i-1)*\gamma_1-\gamma_2b)$   
 $koor(i,6,2)=0$   
 $koor(i,6,3)=(r_{mid}-h/2)*\sin((i-1)*\gamma_1-\gamma_2b)$

$koor(i,7,1)=(r_{mid}+h/2+h_2/1.00)*\cos((i-1)*\gamma_1-\gamma_2k)$   
 $koor(i,7,2)=0$   
 $koor(i,7,3)=(r_{mid}+h/2+h_2/1.00)*\sin((i-1)*\gamma_1-\gamma_2k)$

$koor(i,8,1)=(r_{mid}+h/2+h_2/1.00)*\cos((i-1)*\gamma_1+\gamma_2k)$   
 $koor(i,8,2)=0$   
 $koor(i,8,3)=(r_{mid}+h/2+h_2/1.00)*\sin((i-1)*\gamma_1+\gamma_2k)$   
 $koor_6(i,1,1)=(r_{mid2}-0.45)*\sin((81.98*\Pi/180))*\cos((i-1)*\gamma_1+\gamma_2b)-$   
 $ev*\cos((i-1)*\gamma_1+\gamma_2b)$   
 $koor_6(i,1,2)=m_{oszlop}+alfa*(r_{mid2}-0.45)*\cos((81.98*\Pi/180))-eh$   
 $koor_6(i,1,3)=(r_{mid2}-0.45)*\sin((81.98*\Pi/180))*\sin((i-1)*\gamma_1+\gamma_2b)-$   
 $ev*\sin((i-1)*\gamma_1+\gamma_2b)$

$koor_6(i,2,1)=(r_{mid2}-0.45)*\sin((81.98*\Pi/180))*\cos((i-1)*\gamma_1-\gamma_2b)-$   
 $ev*\cos((i-1)*\gamma_1-\gamma_2b)$   
 $koor_6(i,2,2)=m_{oszlop}+alfa*(r_{mid2}-0.45)*\cos((81.98*\Pi/180))-eh$   
 $koor_6(i,2,3)=(r_{mid2}-0.45)*\sin((81.98*\Pi/180))*\sin((i-1)*\gamma_1-\gamma_2b)-$   
 $ev*\sin((i-1)*\gamma_1-\gamma_2b)$

$koor_6(i,3,1)=(r_{mid2})*\sin((82.74*\Pi/180))*\cos((i-1)*\gamma_1-\gamma_2k)-ev*\cos((i-$   
 $1)*\gamma_1-\gamma_2k)$   
 $koor_6(i,3,2)=m_{oszlop}+alfa*(r_{mid2})*\cos((82.74*\Pi/180))-eh$   
 $koor_6(i,3,3)=(r_{mid2})*\sin((82.74*\Pi/180))*\sin((i-1)*\gamma_1-\gamma_2k)-ev*\sin((i-$   
 $1)*\gamma_1-\gamma_2k)$

$koor_6(i,4,1)=(r_{mid2})*\sin((82.74*\Pi/180))*\cos((i-1)*\gamma_1+\gamma_2k)-ev*\cos((i-$   
 $1)*\gamma_1+\gamma_2k)$   
 $koor_6(i,4,2)=m_{oszlop}+alfa*(r_{mid2})*\cos((82.74*\Pi/180))-eh$   
 $koor_6(i,4,3)=(r_{mid2})*\sin((82.74*\Pi/180))*\sin((i-1)*\gamma_1+\gamma_2k)-ev*\sin((i-$   
 $1)*\gamma_1+\gamma_2k)$

$koor_6(i,5,1)=(r_{mid2}+0.227)*\sin(80.75*\Pi/180)*\cos((i-1)*\gamma_1-\gamma_2k)-$   
 $ev*\cos((i-1)*\gamma_1-\gamma_2k)$   
 $koor_6(i,5,2)=m_{oszlop}+alfa*(r_{mid2}+0.227)*\cos(80.75*\Pi/180)-eh$   
 $koor_6(i,5,3)=(r_{mid2}+0.227)*\sin(80.75*\Pi/180)*\sin((i-1)*\gamma_1-\gamma_2k)-$   
 $ev*\sin((i-1)*\gamma_1-\gamma_2k)$

$koor_6(i,6,1)=(r_{mid2}+0.227)*\sin(80.75*\Pi/180)*\cos((i-1)*\gamma_1+\gamma_2k)-$   
 $ev*\cos((i-1)*\gamma_1+\gamma_2k)$   
 $koor_6(i,6,2)=m_{oszlop}+alfa*(r_{mid2}+0.227)*\cos(80.75*\Pi/180)-eh$   
 $koor_6(i,6,3)=(r_{mid2}+0.227)*\sin(80.75*\Pi/180)*\sin((i-1)*\gamma_1+\gamma_2k)-$   
 $ev*\sin((i-1)*\gamma_1+\gamma_2k)$

$koor(i,1,1)=(koor(i,5,1)+koor_6(i,1,1))*0.5$   
 $koor(i,1,2)=(koor(i,5,2)+koor_6(i,1,2))*0.5$   
 $koor(i,1,3)=(koor(i,5,3)+koor_6(i,1,3))*0.5$

---

---

```

    koor(i,2,1)=(koor(i,6,1)+koor6(i,2,1))*0.5
    koor(i,2,2)=(koor(i,6,2)+koor6(i,2,2))*0.5
    koor(i,2,3)=(koor(i,6,3)+koor6(i,2,3))*0.5
    koor(i,3,1)=(koor(i,7,1)+koor6(i,5,1))*0.5
    koor(i,3,2)=(koor(i,7,2)+koor6(i,5,2))*0.5
    koor(i,3,3)=(koor(i,7,3)+koor6(i,5,3))*0.5
    koor(i,4,1)=(koor(i,8,1)+koor6(i,6,1))*0.5
    koor(i,4,2)=(koor(i,8,2)+koor6(i,6,2))*0.5
    koor(i,4,3)=(koor(i,8,3)+koor6(i,6,3))*0.5
command
        polyhedron prism a @koor.....b @koor
        join_contact on
        hide
    endcommand
endloop

; -----Kupola X alakú testeinek létrehozása-----
k=1
loop while k<=3
    k1=(k+1)
    k2=(k+2)
    loop i(1,n_rombusz)
        if i==1 then
            i1=int(n_rombusz)
        else
            i1=(i-1)
        endif
;Kupolaelemek - második és negyedik kősor
;-----
        command
            polyhedron prism a @rombusz.....b @rombuszb.....
            join_contact on
            hide
        endcommand
    endloop
    k=k+2
endloop

loop i(1,n_rombusz)
    if i==1 then
        i1=int(n_rombusz)
    else
        i1=(i-1)
    endif
;Kupolaelemek - első kősor
;-----
    command

```

---

---

```
polyhedron prism a @rombusz.....b @rombuszb.....
join_contact on
hide
```

```
;Kupolaelemek – harmadik kősor
```

```
;
```

```
polyhedron prism a @rombusz.....b @rombuszb.....
join_contact on
hide
```

```
;Kupolaelemek - ötödik és zárósor
```

```
;
```

```
polyhedron prism a @rombusz.....b @rombuszb.....
polyhedron prism a @rombusz.....b @zarokb.....
join_contact on
hide
```

```
endcommand
```

```
endloop
```

```
; ::::::::::::::ALAPTESTEK ::::::::::::::
```

```
command
```

```
;Fix U-alakú lemez
```

```
poly brick -5 5 -1 1.0 -6 -5
```

```
poly brick -5 5 -1 1.0 5 6
```

```
poly brick -5 5 -1 -0.1 -5 5
```

```
join_contact on
```

```
mark reg 100
```

```
fix
```

```
hide
```

```
;Mozgó terhelőlemez
```

```
poly brick -5 5 -0.1 0.0 -5 5
```

```
fix
```

```
mark reg 200
```

```
hide
```

```
seek reg 100
```

```
seek reg 200
```

```
change jmat=2 range ri 100 200
```

```
seek
```

```
endcommand
```

```
; _____Megjelenítés és history beállítása_____
```

```
command
```

```
;Blokkok megjelenítése
```

```
plot block
```

```
;Koordinátarendszer megjelenítése az origóban
```

```
plot ad axes ac on position 0.0 0.0 0.0 size 1.5
```

```
;Eredő elmozdulásábra:
```

```
plot ad contour displacement
```

---

```

hist reset
hist time
hist unbal id=1
hist energy id=2
hist xvel -5 0.0 -5
hist xdisplacement -5 0.0 -5
hist xdisplacement 1.267 5.934 0.0
hist xvel 1.267 5.934 0.0
endcommand
; .....:VIZSGÁLATOK .....:
command
  gravity 0,-9.81,0
  mscale on
  damp auto
  solve rat 1e-5
  seek
  free reg 200
endcommand

command
  ;A kritikus időlépés hányadrésze legyen alkalmazva a számítás során (alapérték: 0.1)
  fraction 0.1
  apply xvel @ag hist table 1 range region 200
  apply yvel 0.0 range region 200
  apply zvel 0.0 range region 200
endcommand

deltat=xtable(1,2)
solvetime=deltat*table_size(1)

savename=string(record)+'_B_soil_'+string(ag/9.81)+'g_'+'15'+'.3dsav'

command
  seek
  mscale off
  damping 0,0

  ;Az adott rekord hossza másodpercben
  solve rat 1e-14 time @solvetime

  save @savename
endcommand

;Szerkezet kettémetszése
;metszoszög=beta*180/Pi

;command
  ;jset origin 0.0 0.0 0.0 dip @metszoszög dd 90
  ;delete range plane origin 0.0 0.0 0.0 dip @metszoszög dd 90 above

```

---



---

`;endcommand`

**end**

**@szamitas**

**def test3**

loop **while** `ag<0.5*9.81`

`ag=ag+0.025*9.81`

**command**

`delete range z -1000 1000`

`reset time`

`reset hist`

**endcommand**

`parameter`

`altalanos`

`elsosor`

`masodiksor`

`harmadiksor`

`negyediksor`

`ötödiksor`

`szamitas`

endloop

**end**

**@test3**