

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Gazdaság- és Társadalomtudományi Kar Általános és Felsőgeodézia Tanszék

Rövid bázistávolságú relatív statikus és kinematikus GPSes fázismérések eredményeinek elemzése UAV alkalmazásával

Készítette:

Farkas Márton BME Járműmérnök szakos hallgató

Konzulensek: Dr. Rózsa Szabolcs Egyetemi docens

Dr. Vanek Bálint Tudományos főmunkatárs, MTA SZTAKI

Tudományos Diákköri Konferencia Budapest, 2015

1		Bev	vezet	és	4
2		A re	elatív	v pozicionálás elméleti háttere	5
	2.	1	A G	PS rendszer felépítése	5
	2.2	2	Mér	ési elvek	5
		2.2.	1	Kódmérés	5
		2.2.	2	Fázismérés	7
	2.3	3	A m	éréseket terhelő hibaforrások	9
		2.3.	1	Műhold órahiba	9
		2.3.	2	Műhold pályahiba	9
		2.3.	3	A műhold geometria hatása1	0
		2.3.	4	Relativisztikus hatások1	0
		2.3.	5	Az ionoszféra hatása 1	0
		2.3.	6	A troposzféra hatása 1	0
		2.3.	7	Ciklusugrás1	1
	2.4	4	Mér	ési módszerek1	1
		2.4.	1	Abszolút helymeghatározás1	1
		2.4.	2	Relatív helymeghatározás 1	1
		2.4.	3	Differenciális GPS1	2
		2.4.	4	Valós idejű kinematikus (RTK – Real Time Kinematic) 1	2
		2.4.	5	Bázisállomások1	2
	2.:	5	Fázi	smérésen alapuló relatív helymeghatározás1	3
		2.5.	1	Relatív helymeghatározás rövid távolságokon1	4
		2.5.	2	Ciklustöbbértelműség feloldása 1	7
3		Saja	át fej	lesztésű algoritmus1	8
	3.	1	Pozi	icionálás folyamata1	9
4		Mé	rések	z ismertetése	5

	4.1	Stati	ikus mérések	25
	4.2	Dina	amikus mérések	26
5	Ve	vőóra	szinkronizálás (Clock steering)	27
6	Mé	érések	elemzése	31
	6.1	Jel-z	zaj viszony értékek	31
	6.2	Stati	ikus mérések kiértékelése	32
	6.2	.1	U-blox ANN-MS-005 patch antenna – U-blox LEA-5T vevő	32
	6.2	.2	Antcom 2G1215AJ2-XS-1 antenna – U-blox LEA-5T vevő	36
	6.2	.3	TOPCON HIPER PRO 2	40
	6.3	Dina	amikus mérések kiértékelése	44
	6.3	.1	ANN-MS-005 antenna – U-blox LEA-5T	45
	6.3	.2	Antcom 2G1215AJ2-XS-1 antenna – U-blox LEA-5T	49
7	Öss	szegz	és, fejlesztési irányok	53
Át	orajeg	yzék		55
Tá	blázat	tjegyz	zék	57
Iro	dalon	njegy	zék	58
Me	ellékle	et		59
	Műho	old po	zíció	59
,	Tropo	oszfér	a modell	54
	Ionos	zféra	modell	57

1 Bevezetés

Napjainkban egyre jobban növekszik a helymeghatározás és navigáció szerepe, amelyek megvalósítására manapság általában a műholdas helymeghatározást használjuk. Mára a működő rendszerek között van az amerikai GPS, az orosz GLONASS és a részlegesen működő európai GALILEO és a kínai BEIDOU. A ma leginkább elterjedt megoldások (mobiltelefonok, navigációs egységek) kódmérést alkalmaznak a pozicionáláshoz. Ennek előnye a kis számítási kapacitás, az egyszerű megvalósítás és így az elérhető ár. A polgári célokra felhasználható kódmérés elvének a hátránya a számítás pontatlansága. Ha nagyobb pontosságot szeretnénk elérni, akkor a rendszerek által szintén biztosított fázismérést kell alkalmazni.

A geodézia mindig is élenjárt a műholdas pozicionáló rendszerek használatában. A GPS rendszer folyamatos fejlődésével jöttek létre egyre jobb és jobb geodéziai műszerek és feldolgozó algoritmusok. A mai csúcskészülékekben elérhetőek a technológia legjobb megoldásai. Valós időben, jó minőségű antennákkal, több frekvencián, több műholdrendszert felhasználva, aktív internetkapcsolattal képesek ezek az eszközök a relatív kód- és fázisméréseket lebonyolítani. Az ilyen geodéziai eszközök pontossága elérheti a néhány millimétert, azonban emiatt az áruk is magas.

Dolgozatom témája a relatív fázismérés elmélete, megvalósítása és annak vizsgálata, hogy az alacsonyabb árú, egyfrekvenciás, alacsonyabb vételi minőségű antennákkal felszerelt vevőkkel mekkora pontosságot lehet elérni a relatív fázismérés során. Ehhez készítettem egy MATLAB algoritmust, mely utófeldolgozással, a GPS rendszer adatait felhasználva számolja pozíciót. A számított adatokat összehasonlítom az ingyenesen hozzáférhető RTKLIB szoftver által kalkulált eredményekkel. A számításokhoz statikus és dinamikus méréseket is végeztem több különböző antennával és vevővel.

Dolgozatom célja, hogy tapasztalatot gyűjtsek miként is lehet alkalmazni ezt a helymeghatározási megoldást UAV pilóta nélküli repülőgépek navigálásához. Ennél a felhasználásnál korlátozott a tömeg, tehát a felhasznált eszköz tömegét is minimalizálni kell annak érdekében, hogy a repülőgép hasznos terhelhetősége jobban kihasználható legyen. Azonban egy megbízhatóan működő szubméteres pozicionálás ezeken a gépeken is sok lehetőséget nyitna meg. Erre nagyon jó példa lehetne egy automatikus landolási rendszer, amely a relatív fázismérések segítségével tudná a leszállási folyamatot segíteni akár UAV-k, akár hagyományos repülőgépek esetén.

2 A relatív pozicionálás elméleti háttere

2.1 A GPS rendszer felépítése

Több működő műholdas rendszer található a világűrben (amerikai GPS, orosz GLONASS, európai GALILEO, kínai BEIDOU). A dolgozatomban egyelőre csak a GPS rendszert használtam fel a számításokhoz.

A GPS rendszer 32 darab műholdból épül fel, ezek közepes Föld körüli pályán megközelítően 20000 km magasságban 6 elosztott pályasíkon keringenek. A műholdak a pályákon úgy vannak elosztva, hogy egy időben a Föld bármely pontján legalább 4 műhold látszódjon, de általában 7-12 műhold látható. A műholdak három frekvencián sugározzák az adatokat:

- L1 1575,42 MHz
- L2 1227,6 MHz
- L5 1176,45 MHz

Két féle kódot sugároznak a műholdak:

- C/A ezredmásodpercenként 1023 jel, publikus felhasználás
 - A kódfrekvencia a műhold atomórájának frekvenciájának tizedével történik *fo*/10=1.023 MHz
 - A kód képlete műholdspecifikus
- P(Y) ezredmásodpercenként 10230 jel, precíziós jel, katonai felhasználás
 - A kód frekvencia f₀=10.23 MHz
 - a 266 napos periódusnak egyhetes szakaszait rendelték hozzá az egyes műholdakhoz (PRN szám) (1)

2.2 Mérési elvek

A műholdak kétféle jelet sugároznak, ezekhez pedig két külön mérési és adatfeldolgozási metódus tartozik.

2.2.1 Kódmérés

A műholdak a saját időrendszerük függvényeként sugároznak kódsorozatokat. A műholdvevők ezeknek a kódoknak ismerik az előállítási képletét, ebből és a saját órájukból képesek előállítani egy referencia kódsorozatot, amit modulálnak a műhold PRN (Pseudo

Random Noise) kódjával. A két jel keresztkorrelációjából megkapható a futási idő. Ez az idő a jel a vevőben észlelése és a műhold jelkisugárzása között telik el.



1. ábra Keresztkorreláció és a futási idő

Forrás: (1)
$$\Delta t = t_R - t^S = (t_R(GPS) - \delta_R) - (t^S(GPS) - \delta^S) = \Delta t(GPS) + \Delta \delta$$

ahol Δt észlelt terjedési idő; t_R, t^S észlelési-, kisugárzási időpont; δ_R, δ^S vevő órahiba és műhold órahiba; $\Delta \delta$ relatív órahiba

Ha ezt az időt megszorozzuk a terjedési sebességgel, ami megegyezik a fénysebességgel (*c*), akkor megkapjuk a pszeudotávolságot:

$$R = c\Delta t = c\Delta t (GPS) + c\Delta\delta = \rho + c\Delta\delta$$

Ahol ρ a terjedési időből számított valódi távolság. Azonban ez sem egyezik meg a műholdvevő geometriai távolsággal, mert a Föld forgása miatt pontosítani kell ezt az értéket. Amíg a jel leérkezik a műholdból a vevőbe, az idő alatt a Föld elforog, ha ezt elhanyagoljuk, akkor a pozícionálás során ez hibaként jelentkezik.

$$\rho = \rho(t^s, t_R) = \rho(t^s, t^s + \Delta t) = \rho(t^s) + \dot{\rho}(t^s) \Delta t$$

ahol $\rho(t^s)$ a műhold távolság a jelkibocsátáskor; $\dot{\rho}(t^s)$ pedig a műhold sebessége.

Tehát az ismert távolságokból a térbeli ívmetszés alapján történik a helymeghatározás.

A kódmérés gyakorlatban elterjedt pontossága: a chip frekvencia kb. 1%-a

- C/A kód (1,023 MHz,
$$l=300m$$
) \rightarrow kb. 3 m

- P kód (10,23 MHz,
$$l=30m$$
) \rightarrow kb. 0,3m

(1)



2. ábra Térbeli ívmetszés elve Forrás: www.ung.si

2.2.2 Fázismérés

Ez a mérési módszer a vivőjellel történő távolságmérésen alapul. Nagyobb pontosság érhető el, mint kódméréssel. A rádiójel fázisa a műholdtól ρ távolságra:

$$\varphi^{s}(t) = \omega^{s}t - \omega^{s}\frac{\rho}{c} - \varphi^{s}_{0}$$

ahol ω^s a műhold oszcillátorának körfrekvenciája; φ_0^s a műhold órahiba és egyéb hardverkésések okozta kezdőfázis

A vevőben generált jel fázisa:

$$\varphi_R(t) = \omega_R t - \varphi_{0R}$$

ahol ω_R a vevő oszcillátorának körfrekvenciája; φ_{0R} a vevő órahiba és egyéb vevőben található hardverkésések okozta kezdőfázis

Ha eltekintünk a hardverkésésektől és feltételezzük, hogy a kezdőfázisokat csak az órahibák okozzák, akkor azok értékét felírhatjuk az órahibák és a körfrekvenciák függvényeként:

$$\varphi_0^S = \omega^S \delta^S$$
, $\varphi_{0R} = \omega_R \delta_R$

A két jel fázisának összevetéséből előállíthatjuk a lekevert fázist:

$$\varphi_0^S = \varphi^S(t) - \varphi_R(t) = \omega^S t - \omega^S \frac{\rho}{c} - \omega^S \delta^S - \omega_R \delta_R$$

A vevő bekapcsolásakor (*t*0) a fázisnak csak tört részét tudjuk mérni, nem ismerjük a műhold és a vevő közötti egész ciklusok számát. Ez a fogalom a ciklustöbbértelműség. Folyamatos műholdkövetés során a beérkezett egész ciklusokat is meg tudjuk határozni.

Ezekből felírható a fázis értéke:

$$\varphi_R^S(t) = \Delta \varphi_R^S|_{t0}^t + 2\pi N = 2\pi N + 2\pi n + \Delta \varphi(t)$$

ahol $\Delta \varphi_R^S|_{t0}^t$ a teljes lekevert fázis értéke; N ciklustöbbértelműség; n az észlelés kezdete óta beérkezett teljes ciklusok száma



3. ábra Fázistávolság

Forrás: http://nptel.ac.in/courses/Webcourse-contents/IIT-KANPUR/ModernSurveyingTech/lecture4/images/10S.gif

A fázist leosztva 2π -vel megkapjuk a ciklusszámot:

$$\Psi_R^S(t) = \frac{\varphi_R^S(t)}{2\pi}$$

A mérhető ciklusszám és a műhold-vevő távolságok összefüggése

$$\Psi = -\Delta \Psi_R^S = f \frac{\rho}{c} + f \Delta \delta + N \qquad \Psi = \frac{1}{\lambda} \rho + \frac{c}{\lambda} \Delta \delta + N$$

ahol f a frekvencia; λ a hullámhossz

A ciklusszámot beszorozva a hullámhosszal ismét pszeudotávolsághoz jutunk, a pontosság néhány mm. (1)

2.3 A méréseket terhelő hibaforrások

A számításaim során a következő méréseket befolyásoló hibaforrásokkal találkoztam és foglalkoztam.

2.3.1 Műhold órahiba

A nagyszámú konkurens felhasználó miatt jellemzően egyutas rendszerekről van szó, tehát nincs aktív visszacsatolás a felhasználóktól a műholdrendszerekhez.

Nagyon fontos a műholdak és a vevőberendezések időszinkronja, mert a távolságszámítás az időkülönbségeken alapszik.

Egy egyszerű számítással, ha 1.5 m-nél nem lehet nagyobb az okozott távolsághiba. Ezt a távolságot elosztva a terjedési sebességgel megkapjuk a maximális órahiba mértékét:

$$\delta t = \frac{1.5m}{3 * 10^8 \frac{m}{s}} = 5 * 10^{-9} s = 5ns$$

6 órás óramodell frissítést használva relatív frekvenciastabilitás értéke:

$$\frac{\delta f}{f} = \frac{5ns}{6*3600s} = 2*10^{-13}$$

Ehhez a frekvenciastabilitáshoz atomórák szükségesek. A műhold órahibák hatása a valóságban is elérheti akár az 1,5-2 méteres hibát a távolságra vetítve. (1)

2.3.2 Műhold pályahiba

A mérés pillanatában meg kell tudnunk határozni a műholdak helyzetét. A pályameghatározás történhet:

- A műholdak által sugárzott fedélzeti pályaelemek alapján (broadcast pálya), ahol kb. 1 méteres a pontosság.
- Precíz pálya adatok alapján, ahol a pontosság elérheti az 1-2 centimétert is.

A Nemzetközi GNSS Szolgálat az alábbi pontos pályaadatokat teszi közzé:

- Ultra-Rapid (előzetes számítások alapján) 5 centiméteres pontosság
- Ultra-Rapid (utófeldolgozott adatok) 3 centiméteres pontosság
- Rapid 2.5 centiméteres pontosság
- Final 2.5 centiméteres pontosság, de pontosabb óramodell

2.3.3 A műhold geometria hatása

Ezt a DOP (Dilution of Precision/Pontossághígulás) értékkel jellemezzük. Mivel az ívmetszés elve alapján történik a pozícionálás, ezért nem mindegy, hogy milyen geometriában helyezkednek el a műholdak a térben a vevő felett.



4. ábra Műhold geometria hatása

Forrás: (1)

A baloldali geometria pontosabb vízszintes pozícionálást hoz, mint a jobboldali geometria, mert az ívmetszések vízszintes értelemben kisebb hibát eredményeznek.

2.3.4 Relativisztikus hatások

Mind a műholdak, mind pedig a vevő eltérő gravitációs mezőben halad, és folyamatos gyorsulásnak van kitéve. Emiatt figyelembe kell venni a speciális és az általános relativitáselmélet következményeit. A műholdóra járása a műhold sebessége miatt eltér a földi órák járásától. Ezt kompenzálva a műholdak oszcillátorainak alapfrekvenciáját csökkentik. (1)

2.3.5 Az ionoszféra hatása

Az ionoszféra a légkörben 50-1000 km magasságon található. A Nap ionizáló sugárzása miatt elektromos töltöttségű részecskéket tartalmaz ez a réteg. Ez egy diszperzív közeg, azaz a törésmutatója függ a sugárzás frekvenciájától.

A törésmutató függ a Nap ionizáló ultraibolya sugárzásának intenzitásától (napszak, évszak, napfolttevékenység, földrajzi szélesség). Ezekre a hatásokra különböző modelleket dolgoztak ki (pl.: Klobuchar-modell, NeQuick-modell). (1)

2.3.6 A troposzféra hatása

Itt található a légkör tömegének túlnyomó része. Nem diszperzív közeg (nincs külön fázis- és csoport-törésmutató), hatására hosszabb távolságokat mérünk, mind a kódméréssel, mind pedig fázisméréssel. A törésmutató függ a légnyomástól, a hőmérséklettől, a parciális páranyomástól. A refraktivitás pontbeli értékével számszerűsíthető a troposzféra hatása (pl:

Essen és Froome képlet alapján). Ezek alapján különböző troposzféra modelleket határoztak meg: Hopfield-modell, Black-modell, Saastamoinen-modell, stb. (1)

2.3.7 Ciklusugrás

A mért műhold fázismérés közben takaró tereptárgyak mögé kerül, majd azok mögül újra előbukkan. A helyreálló kapcsolat után a ciklusszámlálás újrakezdődik, emiatt új ciklustöbbértelműséget kell beiktatni. Ha ezt elmulasztjuk, hibás fázistávolsághoz jutunk. (1)

2.4 Mérési módszerek

2.4.1 Abszolút helymeghatározás

Egyetlen pont koordinátáinak meghatározása csupán ezen a ponton végzett észlelésekből, elsősorban kódmérés alapján hajtható végre, de bizonyos korlátokkal fázisméréssel is megvalósítható (precise point positioning – PPP). (1)



5. ábra Abszolút helymeghatározás

Forrás: (1)

2.4.2 Relatív helymeghatározás

Egy rögzített helyzetű ponthoz képest határozzuk meg a további pontok ΔX , ΔY és ΔZ koordinátakülönbségeit. A vektor mindkét végpontján ugyanazon műholdakat, ugyanabban az időpillanatban kell észlelnünk. Két féle megvalósítás létezik, az egyik a differenciális GPS, ami kódmérésen alapul, a másik pedig a relatív technika, ami fázisméréssel történik.



6. ábra Relatív helymeghatározás

Forrás: (1)

Tehát szükség van egy referenciaállomásra, ahol található egy GPS vevő és antenna, ha valós idejű mérést szeretnénk végrehajtani, akkor aktív adatkapcsolatra (URH vagy mobilinternet) és megfelelő szoftverre is. Mindemellett szükségünk van egy mozgó vevőre is, ahol szintén található GPS vevő és antenna, az aktív adatkapcsolat és szoftver. (1)

2.4.3 Differenciális GPS

Kódméréseken alapuló relatív technika, általában a kódtávolságok korrekciói kerülnek továbbításra, esetleg a koordináta javítások (ez pontatlanabb). 200-300 km-es távolságig használható, elérhető vele a szubméteres pontosság. (1)

2.4.4 Valós idejű kinematikus (RTK – Real Time Kinematic)

Fázisméréseken alapuló relatív technika. Használható rövid bázistávolságon (10-15 km), illetve nagy távolságokon is, ebben az esetben azonban különböző lineáris kombinációkat kell alkalmazni az adatok feldolgozásakor. (1)

2.4.5 Bázisállomások

Többféle megvalósítás létezik ehhez a kérdéshez. Lehet saját bázisállomást telepíteni, ez annyit jelent, hogy egy vagy több fix vevőt kell telepíteni az adott mérési terület környezetében. Az adatkapcsolat rádiós (URH) és interneten keresztül is történhet (NTRIP protokoll).

Szerte a világon léteznek telepített úgy nevezett permanens állomások (pl.: EUREF hálózat). Ezeknek az adatait internetkapcsolat segítségével lehet elérni, akár valós időben is, sok esetben ingyenesen. Mindemellett kialakult egy szolgáltatói szint is, amely egy jól kiépített állomáshálózat adatait adja a felhasználóknak díj ellenében. Magyarországon az egyik ilyen szolgáltató a gnssnet.hu. Lehetőség van valós idejű és utólagos adatlekérésre is, valamint adott földrajzi helyre virtuális bázisállomás is kérhető (a valós mérésekből számítva). Előnye az EUREF hálózattal szemben, hogy több állomás érhető el.



7. ábra gnssnet.hu hálózata Forrás: www.gnssnet.hu

2.5 Fázismérésen alapuló relatív helymeghatározás

A továbbiakban a fázismérésen alapuló relatív módszerrel foglalkozom. A relatív feldolgozásnak a nagy előnye, hogy a megfelelő különbségképzésekkel a szabályos hibák kiejthetők.

A közvetítőegyenlet linearizált alakja:

$$\begin{split} \Phi_{k,L1}^{j}(t_{i}) &- c\Delta t^{j} \big(t_{i} - \tau_{k}^{j}\big)_{0} - c\Delta t_{k}(t_{i})_{0} - \rho_{k}^{j} \big(t_{i} - \tau_{k}^{j}, t_{i}\big) - F_{k}^{j}(t_{i}) - T_{k}^{j}(t_{i}) + I_{k}^{j}(t_{i}) \\ &= -\frac{X^{j}(t_{0}) - X_{k}(t_{i})}{\rho_{k}^{j}(t_{0}, t_{i})} \delta x - \frac{Y^{j}(t_{0}) - Y_{k}(t_{i})}{\rho_{k}^{j}(t_{0}, t_{i})} \delta y - \frac{Z^{j}(t_{0}) - Z_{k}(t_{i})}{\rho_{k}^{j}(t_{0}, t_{i})} \delta z \\ &- c\delta t_{k}(t_{i}) + c\delta t^{j} \big(t_{i} - \tau_{k}^{j}\big) + \lambda_{L1}N_{k,L1}^{j} + v_{\Phi_{k}^{j},L1}(t_{i}) \end{split}$$

- $\Phi_{k,L1}^{j}(t_i)$ a *k* ponton elhelyezett vevő *j* műholdra végzett fázistávolság mérésének eredménye L1 frekvencián t_i időpontban
- $\rho_k^j(t_i \tau_k^j, t_i)$ a valódi távolság a műhold jel kibocsátásakor érvényes koordinátái és a földi pont jel észlelési közötti koordinátái között
- $-\tau_k^j$ a jel terjedési ideje a j műholdtól a k ponton elhelyezett vevőig

- $\delta t_k, \delta t^j$ a vevő és a műhold órahiba korrekció; $\Delta t_k, \Delta t^j$ a vevő és a műhold órahiba
- $N_{k,L1}^{j}$ az L1 frekvencián értelmezett ciklustöbbértelműség értéke a k pont és a j műhold között
- $-T_k^j$ a troposzféra okozta késleltető hatás
- $-I_k^j$ az ionoszféra hatása
- $v_{\Phi_{\mu,L1}^{j}}$ a fázistávolságokat terhelő véletlen jellegű hiba értéke
- F_k^j a k vevőantenna fáziscentrumának külpontossága a j műhold irányában az L1 frekvencián
- $-\delta x, \delta y, \delta z$ a koordináta korrekciók

2.5.1 Relatív helymeghatározás rövid távolságokon

Ez a módszer 10-15 km bázistávolságokon működik megfelelő pontossággal. A légkör hatása közel ugyanolyan mindkét vevőre, és a két vevő fázistávolságainak megfelelő különbségéből kiejthető az ionoszféra hatása, a műhold órahiba, a vevő órahiba. (1)

2.5.1.1 Egyszeres különbség

A relatív helymeghatározás esetén egy vektor két végpontján azonos időpontokban azonos műholdakra végeznek észleléseket a vevők, így kivonhatjuk egymásból a két vevőben ugyanabban az időpillanatban ugyanarra a műholdra végzett észleléseket.

A közvetítő egyenletek felírva A és B állomásokra:

$$\begin{split} \Phi_{A,L_{i}}^{j}(t_{i}) &- c\Delta t^{j}(t_{i} - \tau_{A}^{j})_{0}^{j} - c\Delta t_{A}(t_{i})_{0} - \rho_{A}^{j}(t_{i} - \tau_{A}^{j}, t_{i}) - F_{k}^{j}(t_{i}) - T_{A}(t_{i}) + I_{A}^{j}(t_{i}) = \\ &= -\frac{X^{j}(t_{0}) - X_{A}(t_{i})}{\rho_{A}^{j}(t_{0}, t_{i})} \delta x - \frac{Y^{j}(t_{0}) - Y_{A}(t_{i})}{\rho_{A}^{j}(t_{0}, t_{i})} \delta y - \frac{Z^{j}(t_{0}) - Z_{A}(t_{i})}{\rho_{A}^{j}(t_{0}, t_{i})} \delta z - \\ &- c\delta t_{A}(t_{i}) + c\delta t^{j}(t_{i} - \tau_{A}^{j}) + \lambda_{L_{i}}N_{A,L_{i}}^{j} + v_{\Phi_{A,L_{i}}^{j}}(t_{i}) \end{split}$$

$$\begin{split} \Phi_{B,L_{i}}^{j}(t_{i}) &- c\Delta t^{j}(t_{i} - \tau_{B}^{j})_{0} - c\Delta t_{B}(t_{i})_{0} - \rho_{B}^{j}(t_{i} - \tau_{B}^{j}, t_{i}) - F_{k}^{j}(t_{i}) - T_{B}(t_{i}) + I_{B}^{j}(t_{i}) = \\ &= -\frac{X^{j}(t_{0}) - X_{B}(t_{i})}{\rho_{B}^{j}(t_{0}, t_{i})} \delta x - \frac{Y^{j}(t_{0}) - Y_{B}(t_{i})}{\rho_{B}^{j}(t_{0}, t_{i})} \delta y - \frac{Z^{j}(t_{0}) - Z_{B}(t_{i})}{\rho_{B}^{j}(t_{0}, t_{i})} \delta z - \\ &- c\delta t_{B}(t_{i}) + c\delta t^{j}(t_{i} - \tau_{B}^{j}) + \lambda_{L_{i}} N_{B,L_{i}}^{j} + v_{\Phi_{B,L_{i}}^{j}}(t_{i}) \end{split}$$

Látható, hogy mindkét egyenletben megtalálható a műhold órahiba és az órahiba korrekció. Tehát ha képezzük a két egyenlet különbségét, akkor ezek a tagok ki fognak esni. Fontos megjegyezni, hogy a bázisállomás koordinátái X_B , Y_B , Z_B ismertek.

Az egyszeres különbség:

$$\begin{split} \Phi_{A,L_{1}}^{j}(t_{i}) &- \Phi_{B,L_{1}}^{j}(t_{i}) - c\Delta t_{A}(t_{i})_{0} + c\Delta t_{B}(t_{i})_{0} - \rho_{A}^{j}(t_{i} - \tau_{A}^{j}, t_{i}) + \rho_{B}^{j}(t_{i} - \tau_{B}^{j}, t_{i}) \\ &- F_{A}^{j}(t_{i}) + F_{B}^{j}(t_{i}) - T_{A}(t_{i}) + T_{B}(t_{i}) + I_{A}^{j}(t_{i}) - I_{B}^{j}(t_{i}) = \\ &= -\frac{X^{j}(t_{0}) - X_{A}(t_{i})}{\rho_{A}^{j}(t_{0}, t_{i})} \delta x - \frac{Y^{j}(t_{0}) - Y_{A}(t_{i})}{\rho_{A}^{j}(t_{0}, t_{i})} \delta y - \frac{Z^{j}(t_{0}) - Z_{A}(t_{i})}{\rho_{A}^{j}(t_{0}, t_{i})} \delta z - \\ &- c\delta t_{A}(t_{i}) + c\delta t_{B}(t_{i}) + \lambda_{L_{1}}N_{A,L_{1}}^{j} - \lambda_{L_{1}}N_{B,L_{1}}^{j} + v_{\Phi_{AB,L_{1}}^{j}}(t_{i}) \end{split}$$

Mivel a helymeghatározást rövid bázistávolságon számítjuk, ezért az ionoszférahatás egyenlőnek vehető, ezért $I_A^j(t_i) - I_B^j(t_i)$ különbség is kiesik. Ahogy a műholdóra korrekció és az órahiba is kiesik, úgy a műholdak hardverkésései is. (1)

2.5.1.2 Kétszeres különbség

Két ugyanabban az időpontban, de különböző műholdra meghatározott egyszeres különbség differenciájaként határozzuk meg a kétszeres különbséget. Ezzel a lépéssel kiejthetőek a vevő órahibák és a hardverkésések hatása is.

A kétszeres különbség felírva A és B pontra j és l műholdakra:

$$\begin{split} \Phi_{A,L_{1}}^{j}(t_{i}) & -\Phi_{B,L_{1}}^{j}(t_{i}) & -\Phi_{A,L_{1}}^{l}(t_{i}) & +\Phi_{B,L_{1}}^{l}(t_{i}) \\ -\rho_{A}^{j}(t_{0},t_{i}) & +\rho_{B}^{j}(t_{0},t_{i}) & +\rho_{A}^{l}(t_{0},t_{i}) & -\rho_{B}^{l}(t_{0},t_{i}) \\ -F_{A}^{j}(t_{i}) & +F_{B}^{j}(t_{i}) & +F_{A}^{l}(t_{i}) & -F_{B}^{l}(t_{i}) \\ -T_{A}^{j}(t_{i}) & +T_{B}^{j}(t_{i}) & +T_{A}^{l}(t_{i}) & -T_{B}^{l}(t_{i}) = \\ &= a_{k,1}\delta x_{A} + a_{k,2}\delta y_{A} + a_{k,3}\delta z_{A} + \\ & +\lambda_{L_{1}}N_{A,L_{1}}^{j} - \lambda_{L_{1}}N_{B,L_{1}}^{j} - \lambda_{L_{1}}N_{A,L_{1}}^{l} + \lambda_{L_{1}}N_{B,L_{1}}^{l} + v_{\Phi_{AB}^{j}L_{L}}(t_{i}) \end{split}$$

A ciklustöbbértelműségek már egész számok, azok nem tartalmazzák a vevők hardverkéséseinek hatását sem. Egy mérésben szereplő n db műholdra n-1 kettős különbség képezhető, tehát n-1 ciklustöbbértelműséget kell ismeretlenként meghatározni. Azonban a pont koordinátái ismeretlenek, így (n-1)+3=n+2 ismeretlent kell meghatározni. Mivel csak n-1 egyenletet tudunk felírni egyetlen mérési pillanatban (epochában), ezért a probléma határozatlan. A megoldás, hogy több epochában kell mérnünk és a méréseket együttesen kell feldolgoznunk.

Ha a műholdkövetés folyamatos, akkor az ismeretlenek száma mindkét epochában n+2, de 2(n-1) kettős különbséget képezhetünk, így már meg tudjuk oldani az egyenletrendszert. Gyakorlatban még ennél is több epocha mérését használják fel. (1)

2.5.1.3 Hármas különbség

Két eltérő időpontban meghatározott kettős különbség eltéréseként definiálható.

A és B pontokra és j és l műholdakra felírt kettős különbségeket két egymást követő epochában:

$$b_{AB}^{j,l}(t_{i}) = a_{k,1}(t_{i})\delta x_{A} + a_{k,2}(t_{i})\delta y_{A} + a_{k,3}(t_{i})\delta z_{A} + \lambda_{L_{1}}N_{A,L_{1}}^{j} - \lambda_{L_{1}}N_{B,L_{1}}^{j} - \lambda_{L_{1}}N_{A,L_{1}}^{l} + \lambda_{L_{1}}N_{B,L_{1}}^{l} + v_{\Phi_{AB,L_{1}}^{j,j}}(t_{i})$$

$$b_{AB}^{j,l}(t_{i+1}) = a_{k,1}(t_{i+1})\delta x_{A} + a_{k,2}(t_{i+1})\delta y_{A} + a_{k,3}(t_{i+1})\delta z_{A} + \lambda_{L_{1}}N_{A,L_{1}}^{j} - \lambda_{L_{1}}N_{B,L_{1}}^{j} - \lambda_{L_{1}}N_{A,L_{1}}^{l} + \lambda_{L_{1}}N_{B,L_{1}}^{l} + v_{\Phi_{AB,L_{1}}^{j,j}}(t_{i+1})$$

A hármas különbség felírható:

$$b_{AB}^{j,l}(t_i, t_{i+1}) = b_{AB}^{j,l}(t_i) - b_{AB}^{j,l}(t_{i+1}) = a_{k,1} \delta x_A + a_{k,2} \delta y_A + a_{k,3} \delta z_A + v_{\Phi_{AB,L_1}^{j,l}}(t_i, t_{i+1})$$

Hármas különbségekből kiejtettük a ciklustöbbértelműségek értékét is, az ismeretlenek csak a koordináták. Ciklusugrás mentes méréseknél a hármas különbségek lassan változó mennyiségek, azonban ha ciklusugrás következik be, akkor a kettős differenciákban szereplő ciklustöbbértelműségek már nem azonosak az egyik vagy a másik műholdra, ezáltal a hármas különbség kiugró értéket vesz fel. (1)



8. ábra Kettős és hármas különbségek összefüggése

Forrás: (1)

2.5.2 Ciklustöbbértelműség feloldása

A mérés megfelelő pontosságához elkerülhetetlen feladat, hogy a kezdeti és a ciklusugráskor változó vevő és műhold közötti egész fázisciklusokat ne számoljuk ki. Azonban itt jelentkezik számos probléma:

- A műholdak, a vevők hardverkésései, órahibái miatt a fázismérések esetében a ciklustöbbértelműség nem egész szám
- A fent említett hibahatásokat nem ismerjük, de különbségképzéssel ki tudjuk küszöbölni
- Ezt követően felhasználhatjuk a kettős különbségek közvetítő egyenleteit a ciklustöbbértelműségek (és a koordináták) megoldására
- Ha meghatároztuk a ciklustöbbértelműség értékeit (L1, L2), akkor ezeket felhasználva a ciklustöbbértelműségeket az egész számok halmazán kell megkeresnünk. Ezt hívják ciklustöbbértelműség feloldásnak

Erre számos technika áll rendelkezésre, közös bennük, hogy valamiféle keresési, optimalizálási eljáráson alapulnak. Az egyik ilyen a LAMDBA módszer. (1)

2.5.2.1 LAMBDA módszer

A legkisebb négyzetek módszerével határozza meg az egész számot adó legjobb megoldást, de figyelembe veszi a megoldásjelöltek variancia mátrixát.

Két lépésben oldja meg a feladatot:

- a valós típusú megoldás (lebegőpontos megoldás, float solution) meghatározása, amelyben mind a koordinátákat, mind a ciklustöbbértelműségeket valós számoknak feltételezzük
- A második lépésben használjuk fel annak az ismeretét, hogy a ciklustöbbértelműségek csak egész számok lehetnek. Miután ezeket mint egész számokat meghatároztuk, kiszámíthatjuk a koordináták végleges értékét. A második lépésben tehát a többértelműségeket egész számokként "rögzítjük", innen a "fix" típusú megoldás (fixed solution) elnevezés

Az eljárás egy (hiper)ellipszoiddal definiált sokdimenziós térben működik és keresi azt a metszéspontot, amely statisztikai szempontból a "legközelebb" van a valós típusú becsléshez. A keresés előtt egy transzformációt (ún. újraparaméterezést) alkalmaz.

A cél az, hogy a ciklustöbbértelműségek között fennálló korreláció minél erősebben csökkenjen. A korreláció csökkenését transzformációs mátrixok használatával érhetjük el, ezek feltételei:

- az elemek csak egész számok lehetnek
- a mátrixoknak legyen inverzük
- az ellipszis területe a transzformáció során nem változhat

A keresés gyors és hatékony még nagyon rövid mérési idő mellett is, a transzformáció nélküli számítási idő esetenként különböző: néhány másodperc, néhány perc, esetleg néhány óra is lehet, attól függően például, hogy milyen geometriában helyezkednek el a műholdak.

A transzformáció után a számítási idő 10-20 ezredmásodpercig tart, ennek a gyorsaságnak köszönhetően a többértelműség feloldása és az újrainicializálás a vevő mozgása közben is végrehajtható, innen származik a módszer "mozgás közbeni" (*On-The-Fly, OTF*) elnevezése. (2)



9. ábra LAMBDA módszer egyszerűsített kétdimenziós esetre, a kovariancia ellipszoidok transzformáció előtt és után

Forrás:

3 Saját fejlesztésű algoritmus

Az utófeldolgozásra képes saját algoritmust MATLAB környezetben készítettem el. A bemeneti fájlok RINEX, vevő független fájlformátumú navigációs és megfigyelési fájlok. Ezeknek az előfeldolgozásához a szintén MATLAB-os goGPS szoftverből használom a megfelelő függvényeket. Ennek a két függvénynek a feladata, hogy, az ephemeris

http://www.citg.tudelft.nl/fileadmin/Faculteit/LR/Organisatie/Afdelingen_en_Leerstoelen/Afdeling_RS/Mathemat ical_Geodesy_and_Positioning/Research/LAMBDA_method/img/decorrelate.jpg

adatstruktúrát és a bázis- és mozgó vevők (továbbiakban rover) méréseit (kódmérés, fázismérés, doppler értékek, jel-zaj viszonyok és a mérési időpontok) rendezi adott tömbökbe. Ezeket az adattömböket, melyekben a nyers mérések vannak rendszerbe rendezve, dolgozza fel a saját algoritmusom.

A saját fejlesztésű algoritmus Kálmán-szűrőt alkalmaz a pozíciók és a ciklustöbbértelműségek lebegőpontos (float) megoldására. Az állapotvektorban tehát szerepel a három ITRS vonatkoztatási rendszerben értelmezett bázistávolság és a műholdakhoz tartozó float egyszeres különbségek.

$$x(t) = \begin{bmatrix} b \ N_{float} \end{bmatrix}^{T}$$
$$b = pos_{R} - pos_{M}$$

Ahol pos_M bázisállomás koordinátái ismertek. A számítás epocháról epochára egy ciklusban folyik.

Első lépésként definiáltam a rover időpillanatát. Ehhez meg kell keresni a bázis mérései között azt az időpontot, ami egyenlő a mozgó vevő időpontjával. A relatív mérések egyik feltétele, hogy azonos epochához tartozó méréseket használunk fel, azonban ha ezt szigorúan vesszük, akkor a különböző mérési frekvenciájú adatoknál adatvesztés lép fel. Egy egyszerű példával leírva: a rover vevő 5 Hz-en képes mérni, amíg a bázis ezt 1 Hz-en teszi, akkor a rover mérései közül másodpercenként ötből négyet nem lehetne felhasználni. A dolgozatban azonos frekvenciájú mérések szerepelnek, tehát jelen esetben ez most nem jelent problémát. Azonban a kód további fejlesztésénél ezt a jelenséget szeretném kiküszöbölni.

3.1 Pozicionálás folyamata

Minden egyes epochában lefut a rover-re és a bázisra is egy kódméréses abszolút helymeghatározásra végzett legkisebb négyzetek módszerén alapuló kiegyenlítés. Ennek elméleti részét dolgozatomban nem ismertetem. A kódmérésből származó pozíciókat az inicializáláshoz használom. Az adott epochában mind a legkisebb négyzetek módszerénél, mind a relatív technikánál is szükség van a műholdhelyzetek számítására. Ezt a feladatot a mellékletben leírt lépések alapján végzem el.

Az algoritmus Kálmán-szűrős becslést alkalmaz az állapotvektorra, melyben a bázistávolság három koordinátája és a cikklustöbbértelműségek szerepelnek.

$$x(t) = \left[b \ N_{float}\right]^T$$

$$b = pos_R(t) - pos_M(t)$$

A ciklustöbbértelműségek az egyszeres különbségekből származó értékek. Egy másik megoldás lehetne, hogy a kettős különbségek értékei kerülnek be a vektorba, azonban az előbbi megoldás jobb, ha a számítás során a referencia műhold esetleg megváltozik.

Az állapotvektor kezdeti értékei az első epochában a bázistávolság a legkisebb négyzetes megoldásból származó rover és a bázis helyzetének különbsége. A ciklustöbbértelműségek becslései pedig a műholdakhoz tartozó kód és a fázismérés egyszeres különbségéből kapott értékei ciklusban kifejezve.

$$N_{float_j} = \frac{SD_c}{\lambda} - SD_{ph}$$

A kovariancia mátrix P_K főátlójában inicializáláskor a szűrő hangoláskor kapott kellően nagy érték van megadva. A zaj mátrix Q_K bázistávolsághoz tartozó főátlóbeli értékeket szintén egy megfelelően nagy számmal határozzuk meg, így csökkenthető a vevő dinamikai modellétől való függés, a ciklustöbbértelműségekhez tartozó értékek pedig nullák, mivel ezek időinvariáns értékek. *m* a mérésben szereplő műholdak száma. (3)

$$Q_K = \begin{bmatrix} \infty_{3\times3} & \\ & 0_{m\times m} \end{bmatrix}$$

A zaj és a kovariancia mátrix behangolása hosszadalmas folyamat. Ezeknek az értékeknek az arányai nagyban befolyásolják a számítás pontosságát és az algoritmus válaszát egy mérési változásra (pl.: műholdszám változás). Ha nem megfelelően vannak ezek az értékek beállítva, a számítás erősen torzulhat.

Az állapotvektor, a kovariancia és egyéb mátrixok mérete függ a műholdak számától. Ezt az értéket a legkisebb négyzetek módszerénél határozom meg. Itt dől el, hány műhold teljesíti a magassági-szög és a jel-zaj-viszony küszöbértékeket. Amikor belép egy műhold a mérésbe a vektorok és a mátrixok a megfelelő sorokban illetve oszlopokban bővülnek. Ekkor a kovariancia mátrix műholdhoz tartozó sora és oszlopa nulla értékű lesz, kivéve a főátlóbeli elem, ami az előre meghatározott értéket veszi fel. Ha ciklustöbbértelműséget észlel az algoritmus a hármas különbségekből, akkor szintén nullázódnak a sorok és az oszlopok, valamint a főátlóbeli elem is újra a kezdeti értéket veszi fel. Ez előbbi két esetben a koordinátákhoz tartozó elemek is a kezdeti értéket veszik fel, tehát az adott epochában a rovernél vett legkisebb négyzetek módszeréből számított koordináták és a bázis

koordinátáinak különbségét. Abban az esetben, amikor egy műhold kilép a mérésből, akkor a megfelelő sorok és oszlopok megszűnnek a mátrixokban és a vektorokban.

Az adott epochában végzett számítás a következő lépésekből áll. Az állapotvektor és a kovariancia mátrix az előző időpillanatról frissül az aktuálisra.

$$x(t) = F \cdot x(t-1)$$
$$P_K(t) = F \cdot P_K(t-1)F^T + Q_K$$

ahol F átmeneti mátrix a következő:

$$F = I_{3+m}$$

A mérési mátrix, melyben a műholdhoz tartozó láthatósági egységvektorok és a kód-, illetve fázisméréshez tartozó együtthatók szerepelnek a következő:

$$H_K = \begin{bmatrix} H & D \\ H & 0 \end{bmatrix}$$

H a koefficiens mátrix a bázisvonalra, mely így írható fel:

$$H = \begin{bmatrix} \lambda^{-1}(a_{1,r} - a_{i,r})^{T} \\ \vdots \\ \lambda^{-1}(a_{i-1,r} - a_{i,r})^{T} \\ \lambda^{-1}(a_{i+1,r} - a_{i,r})^{T} \\ \vdots \\ \lambda^{-1}(a_{m,r} - a_{i,r})^{T} \end{bmatrix}$$

 λ a frekvencia hullámhossza

A mérések során a legnagyobb magassági szöggel rendelkező műhold lesz a referencia műhold (*i*-edik műhold.) A *H* mátrixban a rover láthatósági egységvektorainak (egyre normált vevő-műhold távolságvektorainak) különbségei szerepelnek. Minden nem referencia műholdhoz tartozó láthatósági egységvektorból kivonjuk a referencia műholdhoz tartozó vektor értékeit. Az adott értéket ciklus egységben szeretnénk használni, ezért a különbségeket elosztjuk az adott frekvencia hullámhosszával.

D mátrix az egyszeres- és kettős különbségek közötti transzformáció mátrix. Erre azért van szükség, mert az állapotvektorban egyszeres különbségek szerepelnek, azonban a számításkor kétszeres különbségekre lesz szükség. A mátrix felépítése attól függően változik, hogy melyik műhold a referencia az adott epochában. (3)

$$D = \begin{bmatrix} 1 & & -1 & & \\ & 1 & -1 & & \\ & & \ddots & \vdots & \ddots & \\ & & & -1 & & 1 \\ & & & -1 & & & 1 \end{bmatrix}_{(m-1) \times m}$$

R mátrix az egyszeres különbségek fázis és kódméréseinek variancia mátrixa, a Kálmán-szűrő súlymátrixa:

$$R_{K} = \begin{bmatrix} \left(\sigma_{ph_{1,b}}\right)^{2} + \left(\sigma_{ph_{1,r}}\right)^{2} & & \\ & \ddots & \\ & & \left(\sigma_{ph_{m,b}}\right)^{2} + \left(\sigma_{ph_{m,r}}\right)^{2} & & \\ & & \left(\sigma_{c_{1,b}}\right)^{2} + \left(\sigma_{c_{1,r}}\right)^{2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \left(\sigma_{c_{m,b}}\right)^{2} + \left(\sigma_{c_{m,r}}\right)^{2} \end{bmatrix}$$

 σ a nem differenciált bázis és rover mérésekből számított varianciák a műholdhoz tartozó magassági szög(δ_s) alapján ciklusban kifejezve:

$$\sigma^2 = \frac{(a+b\cdot\sin\delta_S)^2}{\lambda^2}$$
$$a_{ph} = 0,003 \ m \ b_{ph} = 0,003 \ m$$
$$a_c = 0,3 \ m \ b_c = 0,3 \ m$$

Az *a* és *b* a méréshez tartozó feltételezett hiba értékek méterben, ezek különböző értékűek a kód- és a fázismérés esetére. Különböző mértékben kell súlyozni a pontatlanabb kódmérést és a pontosabb fázismérést. Ezeket az értékeket is érdemes hangolni, a súlymátrix aránya nagyban befolyásolja a Kálmán erősítési mátrix értékeit, melyek kihatnak a számítás pontosságára.

Bevezetjük a mérési vektort:

$$Z = \begin{bmatrix} \phi^T \\ \rho^T \end{bmatrix} \lambda^{-1}$$

ahol ρ^T és ϕ^T az adott epochában vett kód- és fázismérések kettős differenciái:

$$\phi_{j} = \left((X_{j}^{S} - pos_{R}) - (X_{i}^{S} - pos_{R}) \right) - \left((X_{j}^{S} - pos_{M}) - (X_{i}^{S} - pos_{M}) \right) + \left((TD_{R,j} - TD_{R,i}) - (TD_{M,j} - TD_{M,i}) \right) - \left((ID_{R,j} - ID_{R,i}) - (ID_{M,j} - ID_{M,i}) \right)$$

$$\rho_{j} = \left((X_{j}^{S} - pos_{R}) - (X_{i}^{S} - pos_{R}) \right) - \left((X_{j}^{S} - pos_{M}) - (X_{i}^{S} - pos_{M}) \right) + \left((TD_{R,j} - TD_{R,i}) - (TD_{M,j} - TD_{M,i}) \right) + \left((ID_{R,j} - ID_{R,i}) - (ID_{M,j} - ID_{M,i}) \right)$$

 pos_R a vevő pozíciója az állapotvektorban szereplő bázistávolságból és a rögzített pos_M pozícióból. *TD* és *ID* adott helyen és műholdhoz értelmezett troposzferikus és ionoszferikus késleltetések, kalkulációjuk a mellékletekben leírt modellek (Troposzféra modell, Ionoszféra modell) alapján történik. Azért elegendő csak ezekkel számolni, mert a kettős különbségeknél a vevő-, műhold órahibák és a hardverkésések kiesnek. Az elmélet alapján az ionoszferikus hibahatás is kiesik a rövid bázistávolság miatt, azonban a legtöbb szoftver mégis felhasználja ezeket az értékeket a pontosításra.

A *h* vektorba kerülnek a vevők által mért kód- és fázisértékek kettőskülönbségei. A fázismérésekhez hozzá kell adni az epochában frissített float ciklustöbbértelműségek kettőskülönbségeit, így kapunk teljes műhold-vevő távolságot ciklusokban kifejezve.

$$h(x) = \begin{bmatrix} \phi_{DD} + D \cdot N_{float} \\ \rho_{DD} \end{bmatrix}$$

Előálltak a mátrixok és a vektorok, melyeket felhasználva az epochában a Kálmán-szűrős számítás alkalmazható. A Kálmán erősítési mátrix a következő:

$$K = P_K H_K^T (H P_K H_K^T + R_K)^{-1}$$

Az állapotvektor frissítése az adott időpillanatban:

$$x(t)_{+} = x(t) + K(Z - h)$$

A kovariancia mátrix frissítése:

$$P_{K+} = (I - KH_K)P_K$$

(3)

A ciklustöbbértelműség feloldására a LAMBDA-módszert alkalmazom, melynek harmadik verziójának MATLAB-ba implementált függvényei szabadon hozzáférhetőek. A szűrési algoritmus állapotvektorában float ciklustöbbértelműségek szerepelnek, melyekhez természetesen rendelkezésre állnak a kovariancia értékek is. Azonban ezek a ciklustöbbértelműségek egyszeres különbségekre vonatkoznak. A LAMBDA-módszer kettős különbségekkel dolgozik, tehát szükség van egy transzformációra, melyhez ismét a *D*

mátrixot alkalmazzuk. A kovariancia mátrix az epochában frissített értékeit is át kell transzformálni, hogy a kétszeres különbségekhez tartozó értékek szerepeljenek benne.

$$N_{float}^{DD} = D \cdot N_{float}^{SD}$$
$$P_{K+}' = GP_{K+}G^{T} = \begin{bmatrix} Q_{R} & Q_{RN} \\ Q_{NR} & Q_{N} \end{bmatrix}$$
$$G = \begin{bmatrix} I_{3x3} \\ & D \end{bmatrix}$$

A LAMDA-függvény bemenete tehát a Q_N kettőskülönbségek kovariancia mátrixa és a N_{float}^{DD} kettős különbségekben vett ciklustöbbértelműség vektor. Ha a számítás elvégezhető, akkor kimenetként megkapjuk a N_{fixed}^{DD} fixed megoldást a két legjobb esetre, és az ezekhez tartozó súlyozott négyzetes fennmaradó értékeket, melyek az egész és a float megoldások különbségéből képezhetők. A második és az első megoldás ezen értékeinek aránya megadja az úgy nevezett ratio-factort. Ezt az arányt szokás alkalmazni a ciklustöbbértelműség feloldásának értékelésére. Ha ez a szám nagyobb, mint egy meghatározott küszöbérték, akkor a feloldás sikeres és fixed megoldáshoz jutunk. Ebben az esetben a következő egyenlet szerint pontosítható bázistávolság és így a pozíció is. Ezzel a lépéssel érhető el nagyobb pontosság akár egy frekvencián is. (4)

$$b_{fixed} = b - Q_{RN} \cdot Q_N \left(N_{float}^{DD} - N_{fixed}^{DD} \right)$$

A variancia mátrixok megfelelő tartományainak szorzatából és a kettőskülönbségben értelmezett ciklustöbbértelműség eltérések összeszorzásából jönnek létre a javító távolság értékek, melyeket az adott epochában vett állapotvektorban szereplő bázistávolság értékeiből kell levonni.

4 Mérések ismertetése

Az általam fejlesztett algoritmus tesztelésére és a mérésekhez használt vevők és antennák összehasonlítására statikus és dinamikus méréseket is folytattam.

4.1 Statikus mérések

Az Általános és Felsőgeodézia Tanszéktől és a BUTE permanens állomástól nem messze a BME K épülete előtt folytak a statikus mérések.



10. ábra Statikus mérések helyszíne

A mérési eszközök TOPCON HIPER PRO 2 típusú geodéziai vevő, U-BLOX LEA-5T egyfrekvenciás vevő, U-BLOX ANN-MS-0-005 típusú patch antenna és egy Antcom 2G1215AJ2-XS-1 típusú kétszeresen polarizált antenna voltak. A mérés időtartama közel két óra volt, melynek felénél a LEA-5T vevőn antenna csere történt, mely mérés természetesen egy új fájlba lett rögzítve. Ez idő alatt a TOPCON vevő folyamatosan rögzített. A párhuzamos mérés előnye, hogy összevethető az, hogy az egyes hatások hogyan befolyásolják a mérési pontosságot egy professzionális eszköznél és egy elérhetőbb árú vevőnél. Az adatok feldolgozásánál pedig a szoftverek különbségei is megfigyelhetők, felderíthetők. A referenciaállomás a tanszék által felügyelt BUTE permanens állomás volt, mely az EUREF permanensállomás-hálózat tagja. Mindhárom mérési pont 1 Hz-es mintavételi frekvencián rögzítette az adatokat. A bázistávolság pár száz méter volt

4.2 Dinamikus mérések

A dinamikus mérések az MTA SZTAKI Rendszer és Irányításelméleti Kutatólaboratóriuma által fejlesztett pilótanélküli UAV repülőgépen zajlottak. A repülésekre a Mátyásföldi modellreptéren került sor.



11. ábra Dinamikus mérések helyszíne

A felhasznált eszközök a U-BLOX LEA-5T egyfrekvenciás vevő, U-BLOX ANN-MS-0-005 típusú patch antenna és a Antcom 2G1215AJ2-XS-1 típusú kétszeresen polarizált antenna voltak. Az antennák és a vevő valamint az adatrögzítésre szánt eszköz a gép törzsében helyezkedtek el. A mintavételi frekvencia 1 Hz volt, a permanens állomás pedig ismét a BUTE állomás volt. A bázistávolság ebben az esetben 10,9 kilométer volt.



12. ábra A mérésben résztvevő UAV

A repülési mérések időtartama pár perc, az erőforrások igénybevétele miatt véges a rendelkezésre álló idő. Azonban ahogy a mérések elemzésénél is látszódni fog, ilyen viszonylag rövidebb adatsorokból is sok következtetést le lehet vonni a pozícionálást befolyásoló tényezőkre.

5 Vevőóra szinkronizálás (Clock steering)

A mérések kiértékelése előtt kitérnék egy problémára, mely az adatok előzetes futtatása során jelentkezett. A nagypontosságú vevőkben az egységben levő óra a saját órahibáját folyamatosan meghatározva az órát a GPS időhöz igazítja. Ez a clock steering, azaz a vevőóra folyamatos szinkronizálása, a BUTE permanens állomás is így működik. Tehát az óra nanoszekundumos pontossággal a GPS időt mutatja, így az órahiba is nanoszekundumos nagyságrendű lesz. Az elterjedtebb vevőkben azonban nincs ilyen funkció. Ebben az árszegmensben továbbá jellemzően kevésbé pontos kvarc eszközök szolgálják az órajelet. Az órahiba elérheti a mikro- és akár a milliszekundumos nagyságrendet is. Ezt az értéket felszorozva a fény terjedési sebességével akár a 300000 métert is kaphatunk, ami a távolsághibaként jelentkezik a mérésekben.



13. ábra Órahibák különböző vevőknél

Úgy oldották meg ezt a problémát a vevőkben, hogy ha a vevő órahiba elér egy adott szintet, akkor az óra ugrik egy adott értéket, ez a bizonyos vevőóra igazítás (clock jump). A különböző órajárásokat mutatja a 13. ábra. Látszódik a BUTE állomásnál teljesen véletlenszerűek az értékek és azok méteres nagyságrendűek. Meglepő módon a TOPCON vevőben nem így működött az óra. Ennél a műszernél is jelentkezik clock jump jelenség. Amikor a vevő eléri a körülbelül 0,0005 szekundum órahibát és az ábrán látható hozzátartozó távolsághibát, akkor ugrik nagyjából 0,001 másodpercet (~300000 métert). A U-blox vevő pedig amikor eléri a 0,001 szekundumos hibát akkor ugrik 0,001 másodpercet és az ennek megfelelő távolságértéket.

Clock jump esetén módosulhat a mérés időpontjának bélyege és a mért kód- és/vagy fázistávolságok értéke is. Az egyes eseteket jól foglalja össze a következő táblázat.

Típus	Kódmérés	Fázismérés	Mérési időpont
1	Ugrik	Ugrik	Nem ugrik
2	Ugrik	Nem ugrik	Nem Ugrik
3	Nem ugrik	Nem ugrik	Ugrik
4	Ugrik	Nem ugrik	Ugrik

1. táblázat Clock jump típusok

Forrás: (5)

A TOPCON vevő e táblázat alapján az egyes típushoz tartozik. Clock jump esetén ugrások jelentkeznek a kódmérésekben és a fázismérésekben. Ezt szemlélteti a 14. ábra, ahol egy műholdat kiválasztva mutatom meg azt, ahogyan a nyers mérések változnak a clock jump jelenségre.

Ezek az ugrások olyan nagyságrendűek, hogy a ciklusugrás vizsgálatkor a hármaskülönbségeknél is kimutathatóak. Tehát, ha ezt a hibát nem küszöböljük ki, akkor szabályos időközönként ciklusugrás lesz a mérésben, holott nem változik a vevő-műhold kapcsolat.



14. ábra Kód- és fázismérések az időben

Ez a jelenség végül úgy lett kiküszöbölve, hogy a kódmérések kiegyenlítésekor a vevő órahibával egy iteráción belül pontosítottam a kód- és a fázismérés értékét és a mérés időpontját is. A U-blox vevő a 4-es típusú clock jump-pal működik, azoknál a méréseknél pedig az óra és a kódmérés került pontosításra. A korrekciós egyenletek a következők:

$$t(i) = t(i) - clk_B$$
$$\rho_j(i) = \rho_j(i) - clk_B \cdot c$$
$$\phi_j(i) = \phi_j(i) - clk_B \cdot \frac{c}{\lambda}$$

Mivel a vevő órahiba (clk_B) minden mérésre ugyanúgy hat a műholdaktól függetlenül, ezért ezeket az összefüggéseket az összes mérésben szereplő műholdra lehet alkalmazni. Ezt a korrekciós eljárást alkalmazva ugyanarra a műholdra vett javított méréseket mutatja a 15. ábra. Ezzel az eljárással a clock jump jelenség kiküszöbölhető.



15. ábra Kód- és fázismérések korrigált értékei

6 Mérések elemzése

Minden felsorolt mérési konfigurációhoz tartozó fájlt feldolgoztam a saját algoritmusommal és az RTKLIB szoftverrel is. A beállítások azonosak:

- ugyanazok a bemeneti fájlok
- GPS holdak L1 frekvenciáján rögzített mérések használata
- 15° magassági szög alatti műholdak kizárása a számításból
- ciklustöbbértelműség feloldása minden epochában a Kálmán-szűrés utáni kiegyenlítésből vett float megoldásokból (RTKLIB-ben instantaneous ciklustöbbértelműségi beállítással)
- a ciklustöbbértelműség feloldása LAMBDA-módszerrel történik, mindkét szoftverben a ratio-factor küszöbszám 3

6.1 Jel-zaj viszony értékek

Mielőtt a konkrét mérésekre kitérnék, azelőtt szeretném bemutatni a jel-zaj viszony értékeket a statikus és a dinamikus méréseknél.



16. ábra Jel-zaj viszony értékek különböző mérések esetén

A diagramokon láthatóak az Antcom és a U-blox antennák jel-zaj viszony értékei a statikus és a dinamikus mérésekre. A statikus esetekben látszódik, hogy jelentős különbségek találhatóak az értékek között. Amíg az Antcom antenna 40-50 dB értékeket mutat többségében, a U-blox antenna a 30-50 dB tartományban mozog. A dinamikus méréseknél is stabilabb a jel az Antcom antennánál és magasabbak az értékek. Az olcsóbb U-blox patch antenna érzékenyebb a zajra és a többutas terjedésre. Ezekből az adatokból le lehet vonni a következtetést, hogy bármilyen jellegű is a mérési feladat az antenna megválasztása kardinális pont lehet a mérés minőségét illetően.

6.2 Statikus mérések kiértékelése

A következőekben a különböző antenna-vevő konfigurációjú statikus méréseket hasonlítom össze. Referencia pozícióként a TOPCON Tools szoftver statikus megoldásait használom fel. Ennek a számításnak is a bemeneti fájljai megegyeznek a többi futtatáséval. A statikus pozíció felhasználása a másik két algoritmus egzakt kiértékelésében hatalmas segítség. Ahhoz, hogy az adatok összevethetőek legyenek a bázis pozícióját mindegyik szoftverben ugyanarra az értékre állítottam be. A BUTE állomás ITRS vonatkoztatási rendszerben vett koordinátáit az EUREF permanens hálózat honlapján az állomás adatai alapján számítottam. Az ITRS koordináták használatára azért volt szükség, mert összehasonlításképpen a legkisebb négyzetek módszerével meghatározott kódméréssel végzett abszolút helymeghatározás eredményeit is bemutatom egy-egy diagramban.

6.2.1 U-blox ANN-MS-005 patch antenna – U-blox LEA-5T vevő

A legolcsóbb antenna az elérhető árú vevővel kombinálva egy viszonylag nagy szórású területet hozott ki végeredménynek a legkisebb négyzetek módszerénél (piros). Az RTKLIB instantaneous megoldása szintén nagy, több méter szóródású felületet kalkulált (zöld). A saját algoritmus ezekhez képest kisebb hibával működik és konvergál a TOPCON Tools megoldás felé. A magassági adatok eltérései is jelentősek a megoldások között. A saját algoritmus itt is a TOPCON Tools feldolgozás értékeihez konvergál, a másik két megoldás pedig többméteres ingadozással rendelkezik.



17. ábra Kelet-Észak koordináták és a tengerszint feletti magasságok 6.2.1

A saját megoldást kinagyítva látszódik a Kelet-Észak koordinátákon, hogy a TOPCON Tools által adott statikus pont felé haladnak a pontok. Egy-egy epochában fixed megoldás is létrejön, melyek egymástól körülbelül 30 cm-es eltérést mutatnak. A megoldások sokfélesége, azt mutatja, hogy ehhez hasonló patch antennák nagyon érzékenyek a környezeti hatásokra (többutas terjedés, zaj), ahogy ez a jel-zaj viszony elemzésekből is látható volt. Feltehetően ezért van eltolódás a legkisebb négyzetek, az RTKLIB és a TOPCON Tools-os illetve a saját megoldás között.



18. ábra Belső pontosság 6.2.1

A saját algoritmus és az RTKLIB logaritmikusan ábrázolt belső szórásain látszódik, hogy mekkora a hiba a számításban. A saját algoritmus konvergál a centiméteres pontossághoz, az RTKLIB pedig a méteres nagyságrendet közelíti minden irányban. A mérés utolsó harmadában látható egy növekedési tendencia, ekkor 8 műhold helyett, csak 7 volt számításban.

A következő diagramon pedig az adott időpontban vett ITRS koordináta eltérések láthatóak a TOPCON Tools statikus eredményei alapján. Bal oldalon az RTKLIB eltérései, jobb oldalon pedig a saját algoritmus ezen értékei. Külön színnel jelöltem a float és a fixed megoldásokat. Az RTKLIB a mérés alatt többméteres eltéréseket mutat. Néhány epochában fel tudja oldani a ciklustöbbértelműséget, de ezek nem konzekvensen egy tartományba esnek. A saját algoritmus kezdetben nagyobb eltéréseket mutat, de ahogyan a szűrő algoritmus beáll, úgy közeledik egy határértékhez. A saját algoritmus két időintervallumban képes volt több epochán keresztül feloldani a ciklustöbbértelműséget, azonban ezek a fix megoldások eltérései egymástól és a TOPCON Tools ponttól is több tíz centiméterre helyezkednek el.



19. ábra ITRS vonatkoztatási rendszerben értelmezett eltérések 6.2.1

	Alg. Float			RTKLIB Float			
	Х	γ	Z	Х	γ	Z	
Átlagos eltérés [m]	0,17	-0,29	0,08	-0,45	-2,69	-0,68	
Szórás [m]	0,16	0,28	0,29	2,43	1,59	2,62	
		Alg. Fixed		F	TKLIB Fixe	d	
Átlagos eltérés [m]	0,11	-0,28	-0,02	-1,39	-3,36	-1,60	
Szórás [m]	0,07	0,12	0,03	2,59	1,51	2,63	

2. táblázat Az átlagos koordináta eltérések és szórásaik 6.2.1

Az átlagos eltéréseket és az eltérések szórásait mutatja a 2. táblázat. Külön statisztika szerepel a fixed és a float megoldásokra. Ebből az olvasható le, hogy az RTKLIB átlagos eltérései több méteres nagyságrendűek és a szórások is hasonlóak. Az általam fejlesztett algoritmus néhány deciméteres pontossággal jellemezhető.



20. ábra A ciklustöbbértelműség ratio-factora 6.2.1

A ciklustöbbértelműségek feloldásának sikerességét mutató arányszámokon azt lehet észrevenni, hogy az RTKLIB szórt időpontokban, viszonylag kevés százalékban képes feloldani a ciklustöbbértelműséget. A saját algoritmus pedig a koordináták vizsgálatánál is megfigyelt két intervallumon talál fixed megoldásokat.

6.2.2 Antcom 2G1215AJ2-XS-1 antenna – U-blox LEA-5T vevő

Az Antcom antenna jelentősen jobb minőségű, mint a patch antenna, és ez látszódik is a pozíciók szórásán. Mindhárom feldolgozásnál kisebb a Kelet-Észak koordináták területi szóródása. A legkisebb négyzetek módszerével kapott eredmények is métereket javultak, az RTKLIB pedig szintén jobb eredményeket produkál a legkisebb négyzetek elve szerinti feldolgozással szemben is. A saját algoritmus ismét a TOPCON Tools által szolgáltatott statikus megoldás felé konvergál mind magasságban, mind a vízszintes koordinátákban. Az előbbi esetben látott elcsúszás itt nincs jelen. Közelítően a TOPCON Tools-os legmegbízhatóbb eredmény a többi feldolgozás közepén helyezkedik el. Ezt egyértelműen az antenna jobb minőségének tulajdonítom.



21. ábra Kelet-Észak koordináták és a tengerszint feletti magasságok 6.2.2

Látszódik a konvergencia a saját algoritmus kinagyított vízszintes koordinátáin. Kevés epochában sikerül a ciklustöbbértelműség feloldása, és azok eredményei is tíz centiméteres nagyságrendben térnek el.



22. ábra Belső pontosság 6.2.2

Az algoritmusok belső pontosságain látszódik, hogy kezdetben a saját algoritmus nagyobb hibával működik, de az eredmények a centiméteres nagyságrend felé tartanak. Az RTKLIB ennél a mérésnél is a különböző irányokban körülbelül egy méteres hibával működik.

A TOPCON Tools statikus számításától vett eltérésekről leolvasható, hogy az RTKLIB eltérések a mérés időtartama alatt 4-5 méteres sávokban mozognak. Néhány epochában fel tudja oldani a ciklustöbbértelműséget, de azok véletlenszerűek. A saját algoritmus jóval kisebb eltéréseket mutat, tehát ezek alapján és a belső pontosság alapján is jó eredményeket ad ebben a mérésben. A mérés körülbelül felénél látszódik egy szakadás, ekkor belépett egy műhold és a szűrőnek időre volt szüksége, hogy újra beálljon egy adott értékhez. Azonban a saját algoritmus ebben a mérésben elhanyagolható számú epochában tudta feloldani a ciklustöbbértelműséget.



23. ábra ITRS vonatkoztatási rendszerben értelmezett eltérések 6.2.2

	Alg. Float			RTKLIB Float			
	Х	γ	Z	Х	γ	Z	
Átlagos eltérés [m]	-0,45	0,23	-0,23	-0,06	-0,40	-0,20	
Szórás [m]	0,17	0,31	0,30	1,31	0,74	1,52	
		Alg. Fixed		F	TKLIB Fixe	d	
Átlagos eltérés [m]	-0,26	-0,13	-1,04	0,08	-0,57	-0,42	
Szórás [m]	0,48	0,18	0,61	1,42	0,57	1,71	

3. táblázat Az átlagos koordináta eltérések és szórásaik 6.2.2

A 3. táblázatról leolvashatóak a statisztikai adatok. Mindkét algoritmus átlagos eltérései javultak az előző esethez képest. Ahogy az eltérések diagramján látható is az RTKLIB nagy szórást mutat minden irányba. A fixed megoldások nagy szórása azt mutatja mindkét esetnél, hogy nem megfelelő bizonyossággal voltak képesek az algoritmusok a ciklustöbbértelműség feloldására.



24. ábra A ciklustöbbértelműség ratio-factora 6.2.2

A ratio-test eredményeken látszódik, hogy az algoritmusok szinte alig találtak fixed megoldásokat. Az RTKLIB kevéssel több időpontban volt képes feloldani a ciklustöbbértelműségeket, de ahogy az eltéréseken és a szórási adatokon látható volt, ezek a pontok véletlenszerűek voltak.

6.2.3 TOPCON HIPER PRO 2

Ahogy a mérések bemutatásánál is írtam, a TOPCON vevő folyamatosan mért a másik két vevő mellett, tehát így kétszer annyi nyers adathoz jutottam. Ez a vevő-antenna egység a legkomolyabb konfiguráció a három közül, ehhez a méréshez vártam a legjobb megoldásokat.

A legkisebb négyzetek módszere is a legpontosabb az eddigiek közül a vízszintes koordináták egy háromszor három méteres területbe esnek. Az RTKLIB méterekkel jobb megoldást ad a legkisebb négyzetek módszeréhez képest is. A magassági koordináták becslése nagyon jó alacsony ingadozással. A saját algoritmus pedig méter alatti pontossággal működik.



25. ábra Kelet-Észak koordináták és a tengerszint feletti magasságok 6.2.3

A saját algoritmus sok epochában talál fixed megoldást. Ekkor látszódik, hogy szinte egybeesnek ezek a pontok a TOPCON Tools statikus megoldásával. A magasságbecslés is rendkívül pontos az egész mérés alatt.



26. ábra Belső pontosság 6.2.3

A belső pontosság ábráról is az olvasható le, hogy ez a legmegbízhatóbb mérés a három statikus eset közül. Az RTKLIB és a saját algoritmus is alacsony hibával működik.

A TOPCON Tools statikus koordinátától vett eltérések grafikonjain látható, hogy az RTKLIB sok esetben talál fixed megoldást és ezek túlnyomó többsége nagyon alacsony eltérést mutat a statikus koordinátától. A float megoldások 1-2 méter hibával terheltek maximum, de az előző két esethez képest jelentős javulás. A saját algoritmus nagyon jó hatékonysággal működik. Szükség van egy konvergencia időre, ami után sok időpontban áll rendelkezésre fixed megoldás. Belépő műholdaknál elvész a fixed koordináta, de viszonylag rövid idő alatt sikerül újra feloldani a ciklustöbbértelműséget. A mérés utolsó harmadában folyamatosan fixed koordinátát adott az algoritmus.



27. ábra ITRS vonatkoztatási rendszerben értelmezett eltérések 6.2.3

Alg. Float			RTKLIB Float			
Х	Y	Z	Х	Y	Z	
-0,11	-0,03	-0,13	-0,01	-0,02	0,11	
0,11	0,07	0,13	0,51	0,33	0,69	
	Alg. Fixed		l	RTKLIB Fixe	ed	
-0,08	-0,03	-0,09	-0,02	-0,01	-0,004	
0,009	0,004	0,011	0,149	0,103	0,198	
	X -0,11 0,11 -0,08 0,009	Alg. Float X Y -0,11 -0,03 0,11 0,07 Alg. Fixed -0,08 -0,03 0,009 0,004	Alg. Float X Y Z -0,11 -0,03 -0,13 0,11 0,07 0,13 -0,28 Fixed -0,09 -0,009 0,004 0,011	Alg. Float X X Y Z X -0,11 -0,03 -0,13 -0,01 0,11 0,07 0,13 0,51 -0,08 -0,03 -0,09 -0,02 0,009 0,004 0,011 0,149	× ×	

4. táblázat Az átlagos koordináta eltérések és szórásaik 6.2.3

A 4. táblázatból olvashatóak ki a statisztika részletei. Az átlagos eltérések nagyon jó értékek, azonban float esetben a saját algoritmusnál a szórások deciméter körüli értékek. Ezek az együtthatók az RTKLIB-nél több deciméteres értékek. A fixed esetekben mindkét algoritmus centiméteres átlagos eltéréseket mutat, a szórások pedig ismét jobbak a saját algoritmusnál, ahol ezek az értékek már milliméteres nagyságrendűek. Mivel ennél a mérésnél rendelkezésre állt több konstelláció több frekvencián mért adata, természetesen ezek kerültek feldolgozásra a TOPCON Tools szoftverben. Ennek a figyelembevételével ezek az egyfrekvenciás GPS-es adatokból származó megoldások nagyon jónak számítanak.



28. ábra A ciklustöbbértelműség ratio-factora 6.2.3

A ratio-factor teszt ábráján látható, hogy a saját algoritmus a mérési pontok majdnem kétharmadában képes volt feloldani a ciklustöbbértelműségeket. Az RTKLIB közel 23%-ban tudott fixed megoldásokat adni. Az eltéréseket és a szórásokat figyelembe véve, pedig ezeknek a koordinátáknak a pontossága jelentős arányban nagyon jók.

6.3 Dinamikus mérések kiértékelése

A dinamikus, UAV-val végzett mérések az RTKLIB és a saját algoritmus által feldolgozott eredményeket fogom a következőekben összevetni. Ahogy a statikus méréseknél, itt is ugyanazokat a szoftverbeállításokat használtam. A statikus mérések kiértékelésénél rendelkezésemre állt a geodéziai TOPCON Tools szoftver, mely a nem alkalmaztam. Ezekben az összehasonlításokban csak a saját algoritmus és az RTKLIB eredményeit elemzem.

6.3.1 ANN-MS-005 antenna – U-blox LEA-5T



29. ábra Kelet-Észak koordináták és a tengerszint feletti magasságok 6.3.1

Már a Kelet-Észak koordinátákon és a magassági adatokon észrevehető, hogy egy repülős GPS-es mérés sokkal érzékenyebb egy statikus méréshez képest. A diagramból látható, hogy ki is maradtak mérési időpontok. Mindhárom feldolgozási módnál láthatóak kiugró értékek, melyek jellemzően a magassági értékekben jelentkeznek.

A belső szórások logaritmikus léptékben ábrázolt diagramokon láthatóak az előbb említett kiugró értékek is. Ezekben az időpontokban az RTKLIB-ben több esetben közel tízméteres szórások jelentkeznek. A saját algoritmusban három epochában jelentkeznek több tízméteres hibák. A mérési időpontokban jelentős részében a belső pontossági értékek azonos nagyságrendűek.



30. ábra Belső pontosság 6.3.1



31. ábra Műholdszám 6.3.1

A mérésben szereplő műholdak számánál a változások megmagyarázzák, hogy miért is jelentkeznek akkora szórások. Az alacsony műholdszám eleve rontja a becslés pontosságát. A folyamatosan változó műholdszám pedig azt idézi elő, hogy rengeteg időpontban inicializálja újra az algoritmus a szűrőt. Ez az inicializálás pedig a kódmérésekre épül, amelyek alapvetően pontatlanabbak, ráadásul az alacsony műholdszám itt is befolyásoló tényező.



32. ábra ITRS vonatkoztatási rendszerben értelmezett eltérések 6.3.1

A két algoritmus logaritmikusan ábrázolt abszolút értékben vett koordinátakülönbségein az látszódik, hogy a jelentős eltérések vannak a számítások között. A mérési sajátosságok miatt nagyon nehezen állapítható meg, hogy melyik a megbízhatóbb megoldás. A statikus méréseknél volt referencia megoldás, a dinamikus méréseknél ez nem állt rendelkezésre. Az átlagos eltérések az irányoknak megfelelően 3,48 m, 0,32 m, 1,85 m ezekhez pedig a következő szórások tartoztak 10,50 m, 5,94 m, 8,75 m. Ezek a mutatók is azt érzékeltetik, hogy határozottan van eltérés a két számítás között.



33. ábra A ciklustöbbértelműség ratio-factora 6.3.1

Ehhez a méréshez tartozó kalkulációk során sem a saját algoritmus, sem az RTKLIB nem tudta feloldani a ciklustöbbértelműségeket. Két fontos befolyásoló tényezőt emelnék ki, mely nagy hatással lehet erre a jelenségre. Először is az antenna minősége az, ami erősen meghatározhatja, hogy mit is érhet el a feldolgozó szoftver. A másik tényező a mérés sajátossága. Az alkalmazott UAV merevszárnyas repülőgép, melynek irányváltoztatásakor jelentősebb bedöntési szögek is létrejönnek. Ez egy fixen rögzített antennánál azt eredményezi, hogy folyamatosan a műhold geometriától és a repülési szögektől függően szakadoznak a műhold-vevő kapcsolatok. Kevés mérési pontban van állandó műholdszám.





34. ábra Kelet-Észak koordináták és a tengerszint feletti magasságok 6.3.2

Az Antcom antennás dinamikus mérés adatain is érzékelhető az előző adatsoron látottak. Az eredményeken látszódik, hogy a magassági értékekben vannak jelentősebb kiugrások. A vízszintes koordinátáknál is észrevehetőek eltérések a három feldolgozási módszer között.

Az algoritmusok belső szórásán is észrevehető, hogy a repülések alatt sokkal nagyobb a hiba mértéke. Mindkét algoritmusban előfordulnak irányonként 5-10 méteres hibák is. Ennél a mérésnél közel azonosak a belső pontossági értékek. Ez a mérés két repülésből épült fel. Amikor állt a vevő a repülések előtt, között és után, akkor látszódik a grafikonon, hogy a saját algoritmus elkezdett konvergálni. A műholdszám változási diagramról (36. ábra) leolvasható, hogy ismét folyamatosan változnak a mérésben szereplő műholdak, tehát a szűrőt ismét sok mérési pontban kell újra inicializálni. Erre a problémára egy megoldást jelenthet, hogy ha az előző epochában alacsony hibával (szórással) működik a számítás, akkor ne legyen újra inicializálás. Ebben az esetben megbízható koordinátákat és ciklustöbbértelműségeket hagyunk elveszni. A mérés két epochában csak 4 műhold látható, ami már a legkisebb négyzetek elvénél is matematikailag bizonytalan eredményt hoz csak.



35. ábra Belső pontosság 6.3.2



36. ábra Műholdszám 6.3.2



37. ábra ITRS vonatkoztatási rendszerben értelmezett eltérések 6.3.2

Az RTKLIB koordinátától abszolút értékben vett eltérésekről leolvasható, hogy ismét van néhány epocha, ahol pár 10 méteres az eltérés. A belső pontosságokat figyelembe véve itt sem lehet nagy bizonyossággal megállapítani a valós koordinátákat. Az átlagos eltérések a két algoritmus között 2,77 m, 1,45 m, 3,71 m, a szórások 7,83 m, 8,35 m, 10,62 m.

Ezzel az antennával, azonban az RTKLIB a mérési időpontok 14%-ában talált fixed megoldásokat. A saját algoritmus elenyésző arányban tudta feloldani a ciklustöbbértelműségeket.



38. ábra A ciklustöbbértelműség ratio-factora 6.3.2

7 Összegzés, fejlesztési irányok

A geodéziai vevők nagy előnye, hogy legtöbbször két frekvencián működnek. Ez eleve azt jelenti, hogy kétszer annyi adat van a pozicionáláshoz. A ciklustöbbértelműség feloldása két frekvenciás mérésnél szintén gyorsabban működik, mivel azonos műhold-vevő távolságokhoz tartoznak különböző hullámhosszúságú mért fázisok és az ionoszféra hatás kiejthető az egyenletekből. Ez az alacsonyabb árú vevőkből hiányzik, mert jellemzően csak egy frekvencián mérnek, tehát a ciklustöbbértelműség feloldása bizonytalanabb. Egyfajta megoldás a problémára, ha többféle műhold-konstellációt használ az adott vevő. Ma már egyre elterjedtebbek a GLONASS, BEIDOU és GALILEO rendszereket is használó alacsonyabb árfekvésű GNSS vevők. Természetesen а több műholdhoz több ciklustöbbértelműséget kell feloldani, de a kiegyenlítés több műhold esetén kisebb hibával működik, akár abszolút, akár relatív helymeghatározásnál. Tehát az első fő fejlesztési szempont, hogy ne csak GPS adatokat tudjon feldolgozni az algoritmusom és több frekvencia nyers méréseit is fel tudja használni.

Az antenna minősége a mérés során egyáltalán nem elhanyagolható. Ha csak a U-blox és az Antcom antenna adatait vizsgáljuk, akkor is látszik, hogy az olcsóbb antenna bizonytalanabb eredményeket hoz. De az is fontos, hogy milyen célra használjuk az adott antennát. A légi közlekedésben feltehetően elegendő a szubméteres pontosság elérése, amíg a geodéziában a centiméteres és milliméteres hiba a megengedhető.

Ahogy a statikus és dinamikus méréseket összevetjük, egyértelmű, hogy a mérési környezet és a mérési mód jelentős befolyásoló tényező a mérés minőségét illetően. A statikus méréseknél törekszünk a nyitott területekre telepíteni a műszereket. Alacsony valószínűséggel jelentkező többutas terjedés és alacsony mérési zaj mellett a mozdulatlan vevők jó pontosságot érhetnek el. A dinamikus méréseknél, jelen esetben az UAV-s méréseknél, erősen változik a helyzet. Gyakoribb a műholdszám-változás, a többutas terjedés, az árnyékolás. Ezekből pedig adódik, hogy gyakoribb a ciklusugrás is. Az előbb felsorolt tényezők pedig mind a helymeghatározás minőségét rontják. Erre a gondra szintén javulást hozhat, ha több műhold-konstellációt alkalmazunk a számítások során.

A másik nagy fejlesztési irány a ciklustöbbértelműség feloldására vonatkozik. Jelenleg az algoritmusom csak az epocháról epochára történő feloldással működik. Léteznek más elvek is, amelyekből az RTKLIB fejlesztője többet is beépített már a szoftverbe. Ilyenek a folyamatos

feloldás, és a fix and hold megoldás, mely, ha már sikerült feloldani a műholdakhoz tartozó ciklustöbbértelműségeket, akkor a következő epochaiban ezeket az értékeket köti.

A statikus mérésekre megbízható eredményeket hozott a saját algoritmus, a fenti fejlesztések beépítésének a célja az, hogy a dinamikus mérések esetén is stabilan működjön a szoftver.

Ábrajegyzék

1. ábra Keresztkorreláció és a futási idő	6
2. ábra Térbeli ívmetszés elve	7
3. ábra Fázistávolság	
4. ábra Műhold geometria hatása	10
5. ábra Abszolút helymeghatározás	11
6. ábra Relatív helymeghatározás	
7. ábra gnssnet.hu hálózata	13
8. ábra Kettős és hármas különbségek összefüggése	16
9. ábra LAMBDA módszer egyszerűsített kétdimenziós esetre, a kovariancia transzformáció előtt és után.	ellipszoidok 18
10. ábra Statikus mérések helyszíne	
11. ábra Dinamikus mérések helyszíne	
12. ábra A mérésben résztvevő UAV	
13. ábra Órahibák különböző vevőknél	
14. ábra Kód- és fázismérések az időben	
15. ábra Kód- és fázismérések korrigált értékei	
16. ábra Jel-zaj viszony értékek különböző mérések esetén	
17. ábra Kelet-Észak koordináták és a tengerszint feletti magasságok 6.2.1	
18. ábra Belső pontosság 6.2.1	
19. ábra ITRS vonatkoztatási rendszerben értelmezett eltérések 6.2.1	
20. ábra A ciklustöbbértelműség ratio-factora 6.2.1	
21. ábra Kelet-Észak koordináták és a tengerszint feletti magasságok 6.2.2	
22. ábra Belső pontosság 6.2.2	
23. ábra ITRS vonatkoztatási rendszerben értelmezett eltérések 6.2.2	
24. ábra A ciklustöbbértelműség ratio-factora 6.2.2	

25. ábra Kelet-Észak koordináták és a tengerszint feletti magasságok 6.2.3	
26. ábra Belső pontosság 6.2.3	
27. ábra ITRS vonatkoztatási rendszerben értelmezett eltérések 6.2.3	
28. ábra A ciklustöbbértelműség ratio-factora 6.2.3	
29. ábra Kelet-Észak koordináták és a tengerszint feletti magasságok 6.3.1	
30. ábra Belső pontosság 6.3.1	
31. ábra Műholdszám 6.3.1	
32. ábra ITRS vonatkoztatási rendszerben értelmezett eltérések 6.3.1	
33. ábra A ciklustöbbértelműség ratio-factora 6.3.1	
34. ábra Kelet-Észak koordináták és a tengerszint feletti magasságok 6.3.2	
35. ábra Belső pontosság 6.3.2	
36. ábra Műholdszám 6.3.2	
37. ábra ITRS vonatkoztatási rendszerben értelmezett eltérések 6.3.2	
38. ábra A ciklustöbbértelműség ratio-factora 6.3.2	

Táblázatjegyzék

1. táblázat Clock jump típusok	. 29
2. táblázat Az átlagos koordináta eltérések és szórásaik 6.2.1	.35
3. táblázat Az átlagos koordináta eltérések és szórásaik 6.2.2	. 39
4. táblázat Az átlagos koordináta eltérések és szórásaik 6.2.3	.43
5. táblázat Ephemeris adatok	. 59
6. táblázat Niell-leképzés együtthatói	. 65

Irodalomjegyzék

1. Ádám, J., Rózsa, Sz. és Takács, B. GNSS elmélete és alkalmazása. 2014. Egyetemi jegyzet, BME AGT.

2. **Busics, Gy.** *Műholdas helymeghatározás.* 2011. Egyetemi jegyzet, Nyugat-magyarországi Egyetem Geoinformatikai Kar.

3. **Zhao, S.; Cui, X.; Guan, F.; Lu, M.** A Kalman Filter-Based Short Baseline RTK Algorithm for Single-Frequency Combination of GPS and BDS. *Sensors*. 2014., 14, old.: 15415-15433.

4. **Tomoji, Takasu.** RTKLIB ver. 2.4.2 Manual. *www.rtklib.com.* [Online] 2013. 04 29. [Hivatkozva: 2015. 10 28.] http://www.rtklib.com/prog/manual_2.4.2.pdf.

5. **Kim, Hee-Sung és Lee, Hyung-Keun.** Elimination of Clock Jump Effects in Low-Quality Differential GPS Measurements. *Journal of Electrical Engineering and Technology*. 2012., 7. kötet, 4, old.: 626-635.

6. **Petrovski, Ivan G.** *GPS, GLONASS, Galileo and BeiDou for Mobile Devices*. Cambridge CB2 8BS, United Kingdom : Cambridge University Press, 2014. old.: 61-62.

Melléklet

Műhold pozíció

Az algoritmus több szakaszában is ki kell számítani a vevők által látott műholdak pozícióit az adott időpontban. Először is a GPS idő alapján az ephemeris struktúrában meg kell találni a műholdhoz megfelelő adatokat.

prn	műhold prn szám
a2	drift ráta
M_0	középanomália referenciaidőben
\sqrt{a}	fél nagytengely négyzetgyöke
∆n	középmozgás korrekció
е	pálya excentricitás
ω	perigeum argumentuma
Сис	pályamenti korrekció koszinuszos együtthatója
Cus	pályamenti korrekció szinuszos együtthatóját
Crc	radiális korrekció koszinuszos együtthatója
Crs	radiális korrekció szinuszos együtthatója
i0	inklináció értéke a referenciaepochában
i0 i	inklináció értéke a referenciaepochában inklináció időbeli változása
i0 i Cic	inklináció értéke a referenciaepochában inklináció időbeli változása pályasíkra merőleges korrekció koszinuszos együtthatója
i0 i Cic Cis	 inklináció értéke a referenciaepochában inklináció időbeli változása pályasíkra merőleges korrekció koszinuszos együtthatója pályasíkra merőleges korrekció szinuszos együtthatója
i0 i Cic Cis Ω	inklináció értéke a referenciaepochában inklináció időbeli változása pályasíkra merőleges korrekció koszinuszos együtthatója pályasíkra merőleges korrekció szinuszos együtthatója felszálló csomó hossza
i0 i Cic Cis Ω Ω	inklináció értéke a referenciaepochában inklináció időbeli változása pályasíkra merőleges korrekció koszinuszos együtthatója pályasíkra merőleges korrekció szinuszos együtthatója felszálló csomó hossza felszálló csomó hosszának driftje
 i0 i Cic Cis Ω Ω i i toe 	 inklináció értéke a referenciaepochában inklináció időbeli változása pályasíkra merőleges korrekció koszinuszos együtthatója pályasíkra merőleges korrekció szinuszos együtthatója felszálló csomó hossza felszálló csomó hosszának driftje referencia idő
 i0 i Cic Cis Ω Ω ά toe a0 	 inklináció értéke a referenciaepochában inklináció időbeli változása pályasíkra merőleges korrekció koszinuszos együtthatója pályasíkra merőleges korrekció szinuszos együtthatója felszálló csomó hossza felszálló csomó hosszának driftje referencia idő órahiba
 i0 i Cic Cis Ω Δ toe a0 a1 	 inklináció értéke a referenciaepochában inklináció időbeli változása pályasíkra merőleges korrekció koszinuszos együtthatója pályasíkra merőleges korrekció szinuszos együtthatója felszálló csomó hossza felszálló csomó hosszának driftje referencia idő órahiba drift
 i0 i Cic Cis Ω Ω i i toe a0 a1 toc 	 inklináció értéke a referenciaepochában inklináció időbeli változása pályasíkra merőleges korrekció koszinuszos együtthatója pályasíkra merőleges korrekció szinuszos együtthatója felszálló csomó hossza felszálló csomó hosszának driftje referencia idő órahiba drift óra idő

5. táblázat Ephemeris adatok

A középmozgás értéke a pályaellipszis fél nagytengelyéből:

$$n_0 = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \quad \left[\frac{1}{s}\right]$$

 $\mu = 398600,5 \frac{km^3}{s^2}$ a geocentrikus gravitációs állandó

WGS-84 vonatkozási rendszerben

A korrekciók érvényességi időtartama:

$$t_k = t - t_{oe} \quad [s]$$

A javított középmozgás:

$$n = n_0 + \Delta n \quad \left[\frac{1}{s}\right]$$

A számítási időpontban a középanomália:

$$M_k = M_0 + n \cdot t_k \quad [rad]$$

A középanomáliából iterálással meghatározott excentrikus anomália:

$$E_k = M_k + e * \sin E_k \qquad E_{k0} = M_k \quad [rad]$$

A valódi anomália értéke az excentrikus anomália felhasználásával:

$$v_k = 2 * \arctan\left(\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan{\frac{E}{2}}\right) \ [rad]$$

A valódi anomáliából és a perigeum argumentumából kiszámítható a felszálló csomóvonalhoz képesti pályasík helyzet:

$$\varphi_k = v_k + \omega \quad [rad]$$

A pályaelemek változása miatti korrekciók:

A pályamenti korrekció:

$$\delta u_k = Cuc \cdot \cos 2\varphi_k + Cus \cdot \sin 2\varphi_k \quad [rad]$$

A radiális korrekció:

$$\delta r_k = Crc \cdot \cos 2\varphi_k + Crs \cdot \sin 2\varphi_k \quad [rad]$$

A pályasíkra merőleges korrekció:

$$\delta i_k = Cic \cdot \cos 2\varphi_k + Cis \cdot \sin 2\varphi_k [rad]$$

A javított szöghelyzet a pályasíkban:

$$u_k = \varphi_k + \delta u_k \quad [rad]$$

A javított geocentrikus távolság

$$r_k = a(1 - e \cdot \cos E_k) + \delta r_k \quad [rad]$$

A javított inklináció:

$$i_k = i0 + i \cdot t_k + \delta i_k \quad [rad]$$

Ismerjük a szöghelyzetet és a geocentrikus távolság javított értékeit, így felírhatóak a pályasíkban értelmezett geocentrikus koordináták:

$$x_{k} = r_{k} \cdot \cos u_{k} \quad [m]$$
$$y_{k} = r_{k} \cdot \sin u_{k} \quad [m]$$
$$z_{k} = 0 \quad [m]$$

A WGS-84 rendszerben vett térbeli derékszögű koordinátákhoz meg kell határozni a felszálló csomópont javított hosszát:

$$\Omega_{k} = \Omega + (\dot{\Omega} - \omega_{E})t_{k} - \omega_{E} * t_{oe} \quad [rad] \qquad \omega_{E} = 7292115,1467 * 10^{-11} \left[\frac{rad}{s}\right]$$

Javított inklinációval és a javított felszálló csomó hosszával végzett forgatásokból megkapjuk a WGS-84 rendszerbeli koordinátákat:

$$X^{S} = x_{k} \cos \Omega_{k} - y_{k} \cos i_{k} \sin \Omega_{k} \quad [m]$$
$$Y^{S} = x_{k} \sin \Omega_{k} - y_{k} \cos i_{k} \cos \Omega_{k} \quad [m]$$
$$Z^{S} = y_{k} \sin i_{k} \quad [m]$$

Ezeket a koordinátákat azonban pontosítani kell a Föld forgása miatt. Ehhez kiszámoljuk a terjedési időt a kódmérés és a fénysebesség hányadosaként:

$$\tau = \frac{r_{code}}{c} \qquad c = 299792458 \left[\frac{m}{s}\right]$$

A koordinátákat pedig a következő forgatással kapjuk:

$$\begin{bmatrix} X^{S} \\ Y^{S} \\ Z^{S} \end{bmatrix}^{*} = \begin{bmatrix} \cos(\tau \cdot \omega_{E}) & \sin(\tau \cdot \omega_{E}) & 0 \\ -\sin(\tau \cdot \omega_{E}) & \cos(\tau \cdot \omega_{E}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} X^{S} \\ Y^{S} \\ Z^{S} \end{bmatrix} \quad [m]$$

Tehát a mérési időpontban ismert a műhold pozíció WGS-84 koordinátarendszerben.

A troposzféra és ionoszféra modellek felhasználják a műhold vevőhöz képes számított azimuth és magassági szögét, azaz a horizonti koordinátarendszerben vett helyzetet.

Első lépésben képezünk egy olyan koordinátarendszert, amely középpontja a vevő helyzete a tengelyek pedig a műhold helyzetére mutatnak.

$$S = \begin{bmatrix} S_x \\ S_y \\ S_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X^S - X_P \\ Y^S - Y_P \\ Z^S - Z_P \end{bmatrix} \quad [m]$$

A topocentrikus koordinátákat *S* vektor felhasználásával számítjuk ki. Ehhez szükség van a vevő ellipszoidi földrajzi koordinátáira, mely iterációs úton állítható elő, mivel láthatóan a földrajzi szélesség (φ_P) mindkét oldalon szerepel a második egyenletben:

$$\lambda_P = \arctan rac{Y_P}{X_P}$$
 $arphi_P = \arctan rac{Z_P + e^2 N_P \sin arphi_P}{\sqrt{X_P^2 + Y_P^2}}$

Az ellipszoid feletti magasság:

$$h_P = \frac{\sqrt{X_P^2 + Y_P^2}}{\cos \varphi_P} - N_P$$

Az ellipszoid harántgörbületi sugara:

$$N_{P} = \frac{a}{\sqrt{1 - e^{2} \sin^{2} \varphi_{P}}} [m]$$

$$ahol \ e = \sqrt{\frac{a^{2} - b^{2}}{a^{2}}}$$

$$a = 6378137 \ [m] \ b = 6356752,314 \ [m]$$

A földrajzi koordináták alapján felírható egy forgatási mátrix, mely segítségével az *S* vektorból felírható a műhold topocentrikus koordinátái:

$$R = \begin{bmatrix} -\sin\varphi_P\cos\lambda_P & -\sin\varphi_P\sin\lambda_P & \cos\varphi_P \\ -\sin\lambda_P & \cos\lambda_P & 0 \\ \cos\varphi_P\cos\lambda_P & \cos\varphi_P\sin\lambda_P & \sin\varphi_P \end{bmatrix}$$

A műhold helyzete a topocentrikus koordinátarendszerben:

$$\begin{bmatrix} X_{topo}^{S} \\ Y_{topo}^{S} \\ Z_{topo}^{S} \end{bmatrix} = R \times S \quad [m]$$

Ezek ismeretében pedig meghatározhatók a műholdak horizonti koordinátái a magassági szög és az azimuth szög:

$$\delta^{S} = \arctan \frac{Z_{topo}^{S}}{\sqrt{\left(X_{topo}^{S}\right)^{2} + \left(Z_{topo}^{S}\right)^{2}}} \quad [rad]$$
$$\alpha^{S} = \arctan \frac{Y_{topo}^{S}}{X_{topo}^{S}} \quad [rad]$$

(1)

Troposzféra modell

Az algoritmus a Niell-féle leképzési függvényt használja Saastamoinen-modellt alapul véve.

A Saastamoinen-modellel kiszámítjuk a troposzféra késleltetést zenit irányban (z=0).

A meteorológiai paraméterek a vevőnél, hőmérséklet, nyomás, relatív páratartalom:

$$T = 291,16 - 0,0065 \cdot h_P \quad [K]$$

$$p = 1013.25 \cdot (1 - 2,26 \cdot 10^{-5} \cdot h_P)^{5,225} \quad [hPa]$$

$$RH = 0,5 \cdot e^{-6,396 \cdot 10^{-4} \cdot h_P} \quad [\%]$$

A telített vízgőz parciális nyomása és ennek az értéke a vevőnél:

$$e_w = 6.112 \cdot e^{\frac{17,62 \cdot T}{243,12 + T}} [hPa]$$
$$e = \frac{RH}{100} \cdot e_w [hPa]$$

A zenitirányú (z=0) hidrosztatikus késleltetés:

$$ZTH = 0,0022768 \cdot \frac{p}{1 - 0,00266 \cdot \cos(2 \cdot \varphi_P) - 0.00028 \cdot \frac{h_P}{1000}} \frac{1}{\cos z} \quad [m]$$

A zenitirányú (z=0) nedves késleltetés:

$$ZTW = 0,002277 \cdot \left(\frac{1255,0}{T} + 0,05\right) \cdot \frac{e_w}{\cos z} \quad [m]$$

(1)

	Szélesség							
Együttható	Hidrosztatikus leképzés							
	15	30	45	60	75			
a _{avg}	1,2769934E-03	1,2683230E-03	1,2465397E-03	1,2196049E-03	1,2045996E-03			
b _{avg}	2,9153695E-03	2,9152299E-03	2,9288445E-03	2,9022565E-03	2,9024912E-03			
C _{avg}	6,2610505E-02	6,2837393E-02	6,3721774E-02	6,3824265E-02	6,4258455E-02			
a _{amp}	0,0000000E+00	1,2709626E-05	2,6523662E-05	3,4000452E-05	4,1202191E-05			
b_{amp}	0,0000000E+00	2,1414979E-05	3,0160779E-05	7,2562722E-05	1,1723375E-04			
C _{amp}	0,0000000E+00	9,0128400E-05	4,3497037E-05	8,4795348E-04	1,7037206E-03			
		١	Nedves leképzés					
а	5,8021897E-04	5,6794847E-04	5,8118019E-04	5,9727542E-04	6,1641693E-04			
b	1,4275268E-03	1,5138625E-03	1,4572752E-03	1,5007428E-03	1,7599082E-03			
С	4,3472961E-02	4,6729510E-02	4,3908931E-02	4,4626982E-02	5,4736038E-02			

A Niell-leképzéshez szükség van kiindulásként a következő táblázatra.

6. táblázat Niell-leképzés együtthatói

A vevő helyzetének megfelelő szélességi értékhez tartozó állandókat interpolációval lehet számítani.

A leképzéshez szükséges hidrosztatikus együtthatók a következőképpen számíthatóak, *b* és *c* értékre is hasonlóan:

$$a(\delta^{S}, t) = a_{avg}(\delta^{S}) + a_{amp}(\delta^{S}) \cdot \cos\left(2\pi \frac{\Delta t - \Delta t_{0}}{365, 25}\right)$$

Ahol a $\Delta t - \Delta t_0$ tag az év 28. napjától eltelt napok száma. A leképzési függvény a következő:

$$M(\delta^{s}) = \frac{\frac{1}{1 + \frac{a}{1 + \frac{b}{1 + c}}}}{\frac{1}{\sin \delta^{s} + \frac{a}{\sin \delta^{s} + \frac{b}{\sin \delta^{s} + c}}}}$$

Ezt kell alkalmazni mind a hidrosztatikus (*NMH*), mind a nedves (*NMW*) leképzéshez. Illetve szükség van a hidrosztatikus késleltetéshez egy magassági korrekcióra, melyet a hidrosztatikus értékhez kell adni:

$$dM(\delta^{S}) = \frac{\frac{1}{1 + \frac{a_{ht}}{1 + \frac{b_{ht}}{1 + c_{ht}}}}}{\frac{1}{\sin \delta^{S} + \frac{a_{ht}}{\sin \delta^{S} + \frac{b_{ht}}{\sin \delta^{S} + c_{ht}}}} \cdot \frac{h_{P}}{1000}$$
$$a_{ht} = 2,53 \cdot 10^{-5} \quad b_{ht} = 5,49 \cdot 10^{-3} \quad a_{ht} = 1,14 \cdot 10^{-3}$$

Tehát előáll a teljes troposzferikus késleltetés a Saastamoinen-modellből és a Niellleképzésből:

$$TD = ZTH \cdot (NMH + dM) + ZTW \cdot NMW \quad [m]$$

(6)

Ez a troposzféra hiba közelítés sokkal pontosabb becslést ad, mint a Saastamoinen-modell.

lonoszféra modell

Az ionoszféra hiba becslését Klobuchar-modell segítségével számolom. Ez az egyszerűbb, kisebb számítási igényű modell még ma is elterjedt az ionoszféra késleltetés közelítésére.

Az azimuth és a magassági szögeket át kell számítani félkör egységbe:

$$\alpha_{sc}^{S} = \frac{\alpha^{S}}{\pi} \qquad \delta_{sc}^{S} = \frac{\delta^{S}}{\pi} \quad [f\acute{e}lk\"{o}r]$$

A vevő és az ionoszferikus pont alapfelületi távolsága:

$$\Psi = \frac{0,0137}{\delta_{sc}^{S} + 0,11} - 0,022 \quad [f\acute{e}lk\"{o}r]$$

Az ionoszferikus pont földrajzi szélessége:

$$\varphi_{IP} = \frac{\varphi_P}{\pi} + \Psi \cdot \cos(\alpha^S) \quad [f\acute{e}lk\"{o}r]$$

Az ionoszferikus pont földrajzi hosszúsága:

$$\lambda_{IP} = \frac{\lambda_P}{\pi} + \Psi \cdot \frac{\sin(\alpha^S)}{\cos(\varphi_{IP} \cdot \pi)} \quad [f\acute{e}lk\"{o}r]$$

Az ionoszferikus pont geomágneses szélessége:

$$\varphi_{IP}^{m} = \varphi_{IP} + \frac{11.6}{180} \cos(\lambda_{IP} \pi - \frac{291}{180} \pi) \quad [f \acute{e} lk \ddot{o}r]$$

Az ionoszferikus pontban a helyi idő meghatározása:

$$t = 43200\lambda_{IP} + t_{UT} \quad [s]$$

ahol t_{UT} a helyi idő másodpercben

A modell alapértékei: $A1 = 5 \cdot 10^9$ [s], A3 = 50400 [s]

A2 és A4 értékét iterálással kaphatjuk meg:

$$A2 = \sum_{i=0}^{3} \alpha_i (\varphi_{IP}^m)^i \quad [s]$$
$$A4 = \sum_{i=0}^{3} \beta_i (\varphi_{IP}^m)^i \quad [s]$$

ahol α_i és β_i az ephemeris-szel sugárzott ionoszféra adatok. A4 értéke nem lehet kisebb 72000 másodpercnél, ha kisebb lenne akkor A4 = 72000. A késleltetés számításához szükséges fázis:

$$x = \frac{2\pi(t - A3)}{A4} \quad [rad]$$

Zenit irányú ionoszerikus késleltetés:

$$\Delta T_{v}^{Iono} = A1 + A2\cos x \quad [s]$$

A ferdeségi szorzótényező:

$$F = 1 + 16(0.53 - \delta_{sc}^S)^3$$

A műholdirányú késleltetés:

$$\Delta T^{Iono} = \Delta T_{\nu}^{Iono} \cdot F \quad [s]$$

Ezt az értéket megszorozva a fénysebességgel (c), megkapjuk az ionoszféra késleltetést hosszegységben:

$$ID = c \cdot \Delta T^{Iono} \quad [m]$$

(1)