



M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

Kazettás mennyezet geometriai meghatározása egyenesillesztéssel

Készítette:

Vitányi Anna Kinga

Konzulens:

Dr. Tóth Gyula, egyetemi docens

Általános- és Felsőgeodézia Tanszék

Budapest

2014.

Tartalomjegyzék

Összefoglalás	2
Summary	3
Feladat	4
Megoldás a legkisebb négyzetek módszerével	5
Megoldás L_1 normával	9
Megoldás L_∞ normával	11
Eredmények.....	12
Kiegyenlítés a merőlegességi feltétel elhagyásával	14
Kiegyenlítés méretarány tényezővel	15
Kiegyenlítés két méretarány tényezővel	17
Felhasznált irodalom	21
Mellékletek.....	21
1. melléklet : A tervezett geometria	22
2. melléklet: Mérőállomással mért pontok.....	23
3. melléklet: Koordinátaalista	24
4. melléklet: Megoldás a legkisebb négyzetek módszerével	61
5. melléklet: Megoldás a merőlegességi feltétel elhagyásával.....	63
6. melléklet: Kiegyenlítés méretarány tényezővel.....	65
7. melléklet: Kiegyenlítés két méretarány tényezővel.....	67

Összefoglalás

Dolgozatomban az újonnan épült Kossuth téri látogatóközpontban található kazettás mennyezet gerendáin végzett ellenőrző méréseket dolgozom fel. A méréseket a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Általános- és Felsőgeodézia tanszéke végezte. A feldolgozás során arra szeretnék választ kapni, hogy a bemért paraméterek mennyire illeszkednek a tervezettre. Ehhez egyszerre több, párhuzamos és merőleges egyenest kellett illeszteni a lehető legjobban a mért pontokra úgy, hogy kiinduló geometriai feltételek ne sérüljenek, tehát az egyenesek megőrizték az egymástól való távolságukat, párhuzamosságukat és merőlegességüket, hogy az eltéréseket ne csak gerendánként, hanem egyben az egész szerkezetre lehessen vizsgálni.

Ennek lehetőségét több módszerrel is vizsgáltam: a legkisebb négyzetek módszerével, vagy L2 normával, ami a javítások négyzetösszegét minimalizálja, az L1 normával, ami a javítások abszolút értékeinek összegét minimalizálja és Csebisev módszerével, ami az abszolút értékben legnagyobb javítást minimalizálja.

Summary

In my study I process the control measurements of the coffered ceiling in the new visitor's centre at Kossuth square. The measurements were taken by the Department of Geodesy and Surveying at the Budapest University of Technology and Economics. During the process we would like to find out how much are the measured parameters fitting the original plans. For this, we need to fit several parallel and perpendicular lines on the measured points, without crossing the original geometrical parameters, so the lines will be still parallel, perpendicular and they will keep their distance from each other so we can see the differences for the whole structure.

I checked the possibilities with various methods: the method of least squares, or L2 norm, that minimises the sum of the squares of the errors, the L1 norm that minimises the sum of absolute errors and the Chebisev method that minimises the absolute of the biggest error.

Feladat

Az Általános- és Felsőgeodézia tanszék elkészítette a Kossuth téri látogatóközpont kazettás mennyezetének megvalósulás utáni állapot geodéziai felmérését. A méréseket Dr. Takács Bence végezte mérőállomással 447 pontban.

A mennyezet 2×7 , összesen 14 „kazettából” áll. Ismertek a „kazetták” mérőállomással bemért pontjai (koordinátajegyzék: 3. melléklet), a terv szerinti és a tényleges geometria AutoCAD állományban rendelkezésre áll (1. és 2. melléklet). A feladat, hogy meg kell határozni a terv szerinti geometria optimális, lehető legjobb illeszkedését a mért pontokra. illeszkedési eltérés alatt a pontnak a terv szerinti egyenestől vett merőleges távolságát értjük.

A kiegyenlítés során megőrizzük az egyenesek egymásra való merőlegességét és egymástól való terv szerinti, adott távolságukat.



1. A kazettás mennyezet szerelés közben

Ismert:

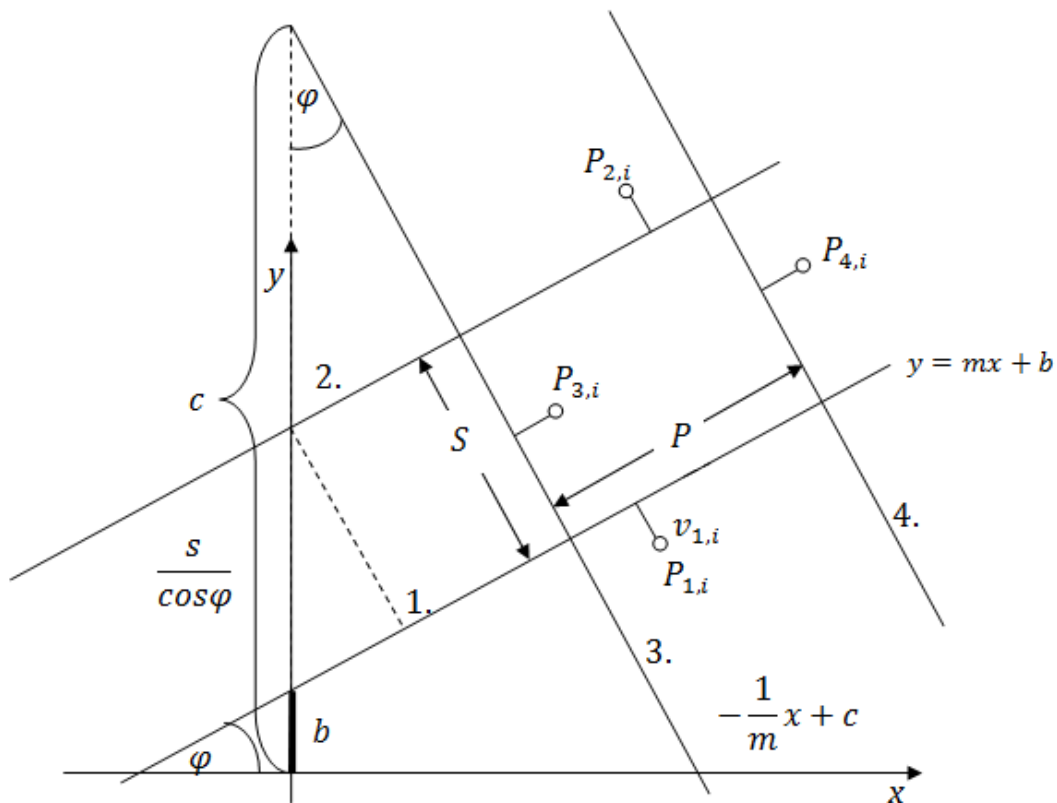
- geometria:
 - gerenda vastagság: 0.26 m (X és Y)
 - belső méret: 3.125 m (X) és 3.19 m (Y)
 - hálóméret: 3.385 m (X) és 3.45 m (Y)
 - külső teljes méret: 23.955 m (X), 10.61 m (Y)
- $P = 1$, a méréseket azonos súlyúnak tekintjük

Keressük:

- Az egyenesek metszéspontját a tengelyekkel: b, c
- Az egyenesek meredekségét $m = \operatorname{tg} \varphi$

Megoldás a legkisebb négyzetek módszerével

A legkisebb négyzetek módszerének, vagy más néven az L2 normának az alapelvét először Legendre publikálta 1806-ban és kisbolygók pályájának számolására használta, de a valószínűségelméleti megalapozását 1809-ben tette közzé Gauss, aki Besselrel együtt először alkalmazta geodéziai célra.



2. Az egyenesek geometriája

Detrekői (1991) a 11.3.3 szakaszban foglalkozik a kiegyenlítő egyenes meghatározásával. Mi az ott említett harmadik esettel foglalkozunk, amikor mindkét koordinátát hibával terheltnek tekintjük. A szakirodalomban nem talákoztunk olyan publikációval, amelyben egymással párhuzamos és merőleges, egymástól adott távolságra lévő egyenesek illesztésével foglalkoznak, ezért a mérésfeldolgozási eljárás funkcionális modelljét is nekünk kellett kidolgozni.

A 2. ábrán lévő egyenesek egyenletei:

$$1. \quad y = m \cdot x + b$$

$$2. \quad y = m \cdot x + b + \frac{s}{\cos\varphi}$$

$$3. \quad y = -\frac{1}{m}x$$

$$4. \quad y = -\frac{1}{m}x + c + \frac{p}{\sin\varphi}$$

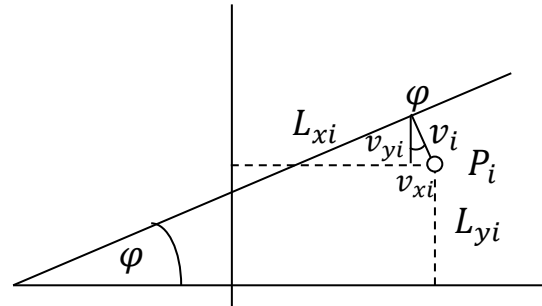
A feltételi egyenletek:

Azx irányú egyenesek feltételi egyenlete:

$$L_{yi} + v_{yi} = m \cdot (L_{xi} + v_{xi}) + b + \frac{s}{\cos\varphi}$$

ahol s értéke az 1. egyenes esetében 0, utána pedig az egyenesek terv szerinti távolsága folytatódólagosan

Ha az egyenletbe behelyettesítjük a következő összefüggéseket:



$$m = \operatorname{tg} \varphi, \quad v_{xi} = v_i \cdot \sin\varphi, v_{yi} = v_i \cdot \cos\varphi$$

A következő alakra jutunk:

$$L_{yi} + v_i \cdot \cos\varphi = L_{xi} \cdot \operatorname{tg}\varphi - v_i \cdot \operatorname{tg}\varphi \cdot \sin\varphi + b + \frac{s}{\cos\varphi}$$

Az egyenletet átrendezve és felhasználva a következő átalakítást:

$$\cos\varphi + \sin\varphi \cdot \operatorname{tg}\varphi = \cos\varphi + \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} \cdot \sin\varphi = \frac{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi}{\cos\varphi} = \frac{1}{\cos\varphi}$$

$$\frac{v_i}{\cos\varphi} = b + L_{xi} \cdot \operatorname{tg}\varphi - L_{yi}$$

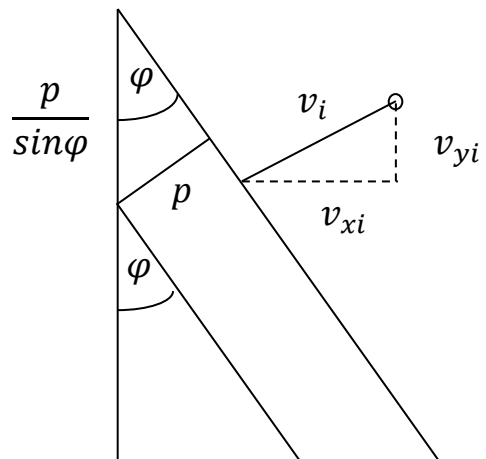
Így az x irányú egyenesek javítási egyenlete

$$v_i = L_{xi} \cdot \sin\varphi - L_{yi} \cdot \cos\varphi + b \cdot \cos\varphi + s$$

Az y irányú egyenesek feltételi egyenlete

A megoldás menete az x irányú egyenesek megoldásához hasonlóan:

Az y irányú egyenesek feltételi egyenlete:



$$L_{yi} + v_{yi} = -\frac{1}{m} * (L_{xi} + v_{xi}) + c + \frac{p}{\sin\varphi}$$

ahol p értéke az 1. egyenes esetében 0, utána pedig az egyenesek terv szerinti távolsága folytatód-
lagosan.

$$m = \operatorname{tg} \phi, \quad v_{xi} = v_i \cdot \cos\phi, \quad v_{yi} = v_i \cdot \sin\phi$$

$$L_{yi} + v_i \cdot \sin\varphi = -\frac{L_{xi}}{\operatorname{tg}\varphi} - \frac{v_i \cdot \cos\varphi}{\operatorname{tg}\varphi} + c + \frac{p}{\sin\varphi}$$

Átrendezve:

$$v_i \cdot \left(\sin\varphi + \frac{\cos\varphi}{\operatorname{tg}\varphi} \right) = c - \frac{L_{xi}}{\operatorname{tg}\varphi} - L_{yi} + \frac{p}{\sin\varphi}$$

$$\sin\varphi + \frac{\cos\varphi}{\operatorname{tg}\varphi} = \sin\varphi + \cos\varphi \cdot \frac{\cos\varphi}{\sin\varphi} = \frac{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi}{\cos\varphi} = \frac{1}{\cos\varphi}$$

Így az y irányú egyenesek javítási egyenlete:

$$v_i = -L_{xi} \cdot \cos\varphi - L_{yi} \cdot \sin\varphi + c \cdot \sin\varphi + p$$

Mivel a javítási egyenletek nem lineárisak, ezért linearizálni kell őket, tehát az alakmátrixba a javítási egyenletek ismeretlenek szerinti parciális deriváltjai kerülnek. Így az alakmátrix első oszlopa a javítási egyenletek φ szerinti deriváltját, második sora a b szerinti deriváltját és harmadik sora pedig a c szerinti deriváltját tartalmazza:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -b_0 \cdot \sin\varphi_0 + L_{xi} \cdot \cos\varphi_0 + L_{yi} \cdot \sin\varphi_0 & \cos\varphi_0 & 0 \\ -b_0 \cdot \sin\varphi_0 + L_{xi} \cdot \cos\varphi_0 + L_{yi} \cdot \sin\varphi_0 & \cos\varphi_0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -c_0 \cdot \cos\varphi_0 + L_{xi} \cdot \sin\varphi_0 - L_{yi} \cdot \cos\varphi_0 & 0 & \sin\varphi_0 \\ -c_0 \cdot \cos\varphi_0 + L_{xi} \cdot \sin\varphi_0 - L_{yi} \cdot \cos\varphi_0 & 0 & \sin\varphi_0 \end{bmatrix}$$

ahol φ_0, b_0, c_0 az ismeretlenek előzetes értékei.

$$\varphi_0 = 0.024$$

$$b_0 = 87.34 \text{ m}$$

$$c_0 = 41531.5 \text{ m}$$

Az l tiszttag vektor tartalmazza a mért adatok és a modell különbségét:

$$l = \begin{bmatrix} -b_0 \cdot \cos\varphi_0 - Lx_i \cdot \sin\varphi_0 + Ly_i \cdot \cos\varphi_0 \\ -b_0 \cdot \cos\varphi_0 - Lx_i \cdot \sin\varphi_0 + Ly_i \cdot \cos\varphi_0 - s \\ \vdots \\ -c_0 \cdot \sin\varphi_0 - Lx_i \cdot \cos\varphi_0 - Ly_i \cdot \sin\varphi_0 \\ -c_0 \cdot \sin\varphi_0 - Lx_i \cdot \cos\varphi_0 - Ly_i \cdot \sin\varphi_0 - p \end{bmatrix}$$

Így megoldható a normálegyenlet és a javítási egyenlet.

$$x = (A^* \cdot A)^{-1} \cdot A^* \cdot l = \begin{bmatrix} \Delta\varphi \\ \Delta b \\ \Delta c \end{bmatrix}$$

$$v = A \cdot x - l$$

A keresett paraméterek értéke:

$$X = X_0 + x$$

Detrekői Ákos, Kiegyenlítő számítások (1991), 595-598. oldal.

Megoldás L1 normával

Az L1 normával történő becslés Boscovich nevéhez köthető és régebbi, mint a legkisebb négyzetek módszere. Numerikus megoldása a lineáris programozásra vezethető vissza, így gyakorlati alkalmazása sokáig nehézségekbe ütközött, de a lineáris programozási feladatokra kidolgozott eljárások elterjedésével, robusztus jellege miatt teret nyert a geodéziában és a térinformatikában is.

A lineáris programozási feladatok során r számú változó értékét kell úgy meghatározni, hogy azok n darab feltétel kielégítése mellett minimalizálják, vagy maximalizálják a célfüggvény értékét.

L1 norma esetén a célfüggvény:

$$|v_1| + |v_2| + \dots + |v_n| = \sum_{i=1}^n |v_i| = \min$$

Mivel a lineáris programozásban kikötés a változók nem negatív volta, ezért az x_j és v_i értékeket két nem negatív szám különbségként írjuk fel.

$$x_j = x_j^+ - x_j^-$$

$$v_i = v_i^+ - v_i^-$$

Így a megoldandó egyenlet:

$$A \cdot x^+ - A \cdot x^- - v^+ + v^- - l = 0$$

Az eljárás részletes leírása: Detrekői Ákos – Kiegyenlítő számítások, 1991, 315.-318. oldal

Ez a gyakorlatban, Matlabban a linprog függvénnyel oldható meg.

```
x= linprog(f,A,b,Aeq,beq,lb,ub,x0)

% A méréseinket azonos súlyúnak tekintjük
P=eye(447);

% A mátrix megegyezik a legkisebb négyzetes kiegyenlítésben használt
% alakmátrixsal.
Aeq=[A,-A,-P,P];

% l a legkisebb négyzetes kiegyenlítésben is használt tisztatag vektor
beq=l;

% Az alsó határérték 0
lb=zeros(900,1);

fL1(7:900)=1;
[xL1,fval] = linprog(fL1,[],[],Aeq,beq,lb);

% Az x vektor értékeit különbségképzéssel állítjuk elő
xxL1=xL1(1:3)-xL1(4:6);

% Javítási egyenlet
vL1=A*xxL1-l

% kiegyenlített értékek
XL1=[fi0;b0;c0]+[xxL1(1)/rho;xxL1(2:3)]
vxL1=[-vL1(1:234)*sin(X(1));vL1(235:447)*cos(X(1))];
vyL1=[vL1(1:234)*cos(X(1));vL1(235:447)*sin(X(1))];
UxL1=[Lxv+vxL1(1:234);Lxf+vxL1(235:447)];
UyL1=[Lyv+vyL1(1:234);Lyf+vyL1(235:447)];
```

Megoldás L_∞ normával

Az L_∞ normát Csebisev-féle kiegyenlítésnek, vagy minimax módszernek is szokás nevezni. Az eljárás az L_1 normához hasonlóan robusztus jellegű lineáris programozásra vezethető vissza, de itt a legnagyobb abszolút értékű javítást minimalizáljuk.

A célfüggvény:

$$v \Rightarrow \min$$

A megoldandó egyenletrendszer:

$$v - P \cdot A \cdot x + P \cdot l \geq 0$$

$$v + P \cdot A \cdot x - P \cdot l \geq 0$$

Az eljárás részletes leírása: Detrekői Ákos – Kiegyenlítő számítások (1991), 320.-322. oldal

Megoldás Matlabban:

```
% A mátrix megegyezik a legkisebb négyzetes kiegyenlítésben használt
% alakmátrixsal.
As=[-A,A,ones(447,1);A,-A,ones(447,1)];

% l a legkisebb négyzetes kiegyenlítésben is használt tisztatag vektor
bs=[l,-l];

% Az alsó határérték 0
lbs=zeros(7,1);

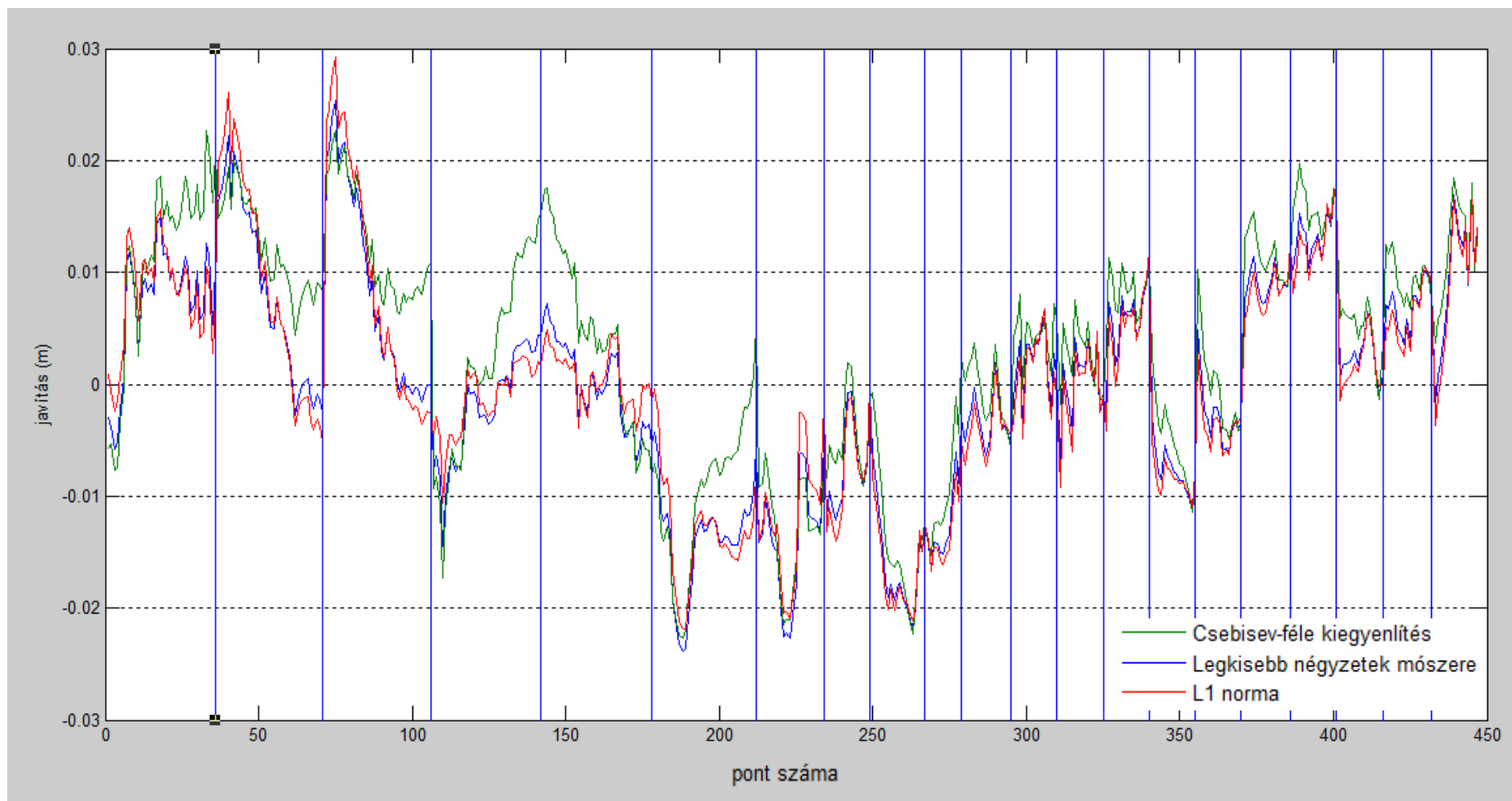
fs=zeros(7,1);
fs(end)=1;
[xs,fvals] = linprog(fs,-As,bs,[],[],lbs,[],[]);

% Az x vektor értékeit különbségképzéssel állítjuk elő
xcs=xs(1:3)-xs(4:6)
vs=A*xcs-l;

% A kiegyenlített értékek:
XCS=[fi0;b0;c0]+[xcs(1)/rho;xxcs(2:3)]
vxs=[-vs(1:234)*sin(XCS(1));vs(235:447)*cos(XCS(1))];
vys=[vs(1:234)*cos(XCS(1));vs(235:447)*sin(XCS(1))];
Uxs=[Lxv+vxs(1:234);Lxf+vxs(235:447)];
Uys=[Lyv+vys(1:234);Lyf+vys(235:447)];
```

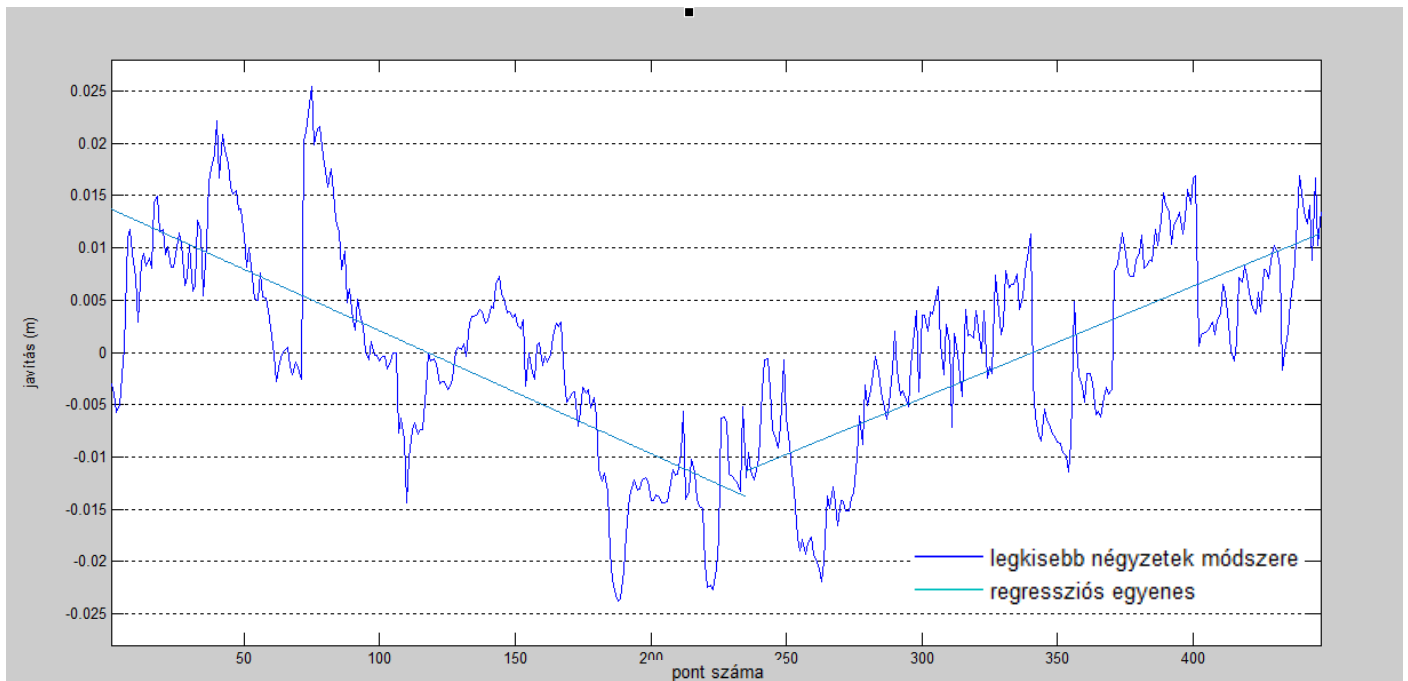
Eredmények

A javítás értékek alakulása látható a 3. ábrán. A kék vonala legkisebb négyzetek módszeréből, a piros az L1 normából, a zöld pedig az L_∞ normából származik. A kék függőleges vonalak az egyes egyenesekhez tartozó javításokat választják el egymástól, a hetedik, 236. ponttól induló egyenestől kezdődnek az y irányú egyenesek.



3. Javítások

A 3. (Javítások) ábrán látható, hogy az egyes egyenesek javításai nagyjából lineáris trendet követnek, ami arra utal, hogy kiegyenlített párhuzamosokhoz képest ferdén vannak beépítve (a legnagyobb ilyen eltérés 4 cm / 23m).



4. Regressziós egyenesek az L2 norma szerinti javításokhoz

Az ábrán látszik, hogy a javítások értékeiben való ugrások az egyenesek közti váltásoknál vannak. Továbbá megfigyelhető a trend, hogy az x irányú egyeneseknél a javítások értéke csökken, majd az y irányú egyenesekre való váltáskor elkezdi nőni. Ezt az x. ábrán láthatjuk, ahol a két kék egyenes a javítások értékeire illesztett regressziós egyenes.

Az y irányú egyenesek javításaira illesztett egyenes

$$y = -0.00012 \cdot x + 0.013$$

Az x irányú egyenesek javításaira illesztett egyenes

$$y = 0.00011 \cdot x - 0.366$$

A javítások ilyen alakulása valamilyen szabályos hibahatásra utalhat.

A legnagyobb javítás értéke a várakozásnak megfelelően a Csebisev-féle kiegyenlítéssel lett a legkisebb, a javítások abszolút értékének az összege az L1 normával, a javítások négyzetösszege pedig a legkisebb négyzetek módszerével. Arról, hogy ezek az értékek megfelelnek-e a szerkezettel szemben támasztott követelményeknek, nincs információ.

	$v_{\max}[\text{cm}]$	$\sum v [\text{m}]$	$\sum v^2 [\text{m}^2]$
LKN	2.54	3.55	0.043
L1	2.93	3.51	0.045
Csebisev	2.26	4.18	0.052

A mért pontok kiegyenlített koordinátái a módszertől függően akár jelentősen is megváltozhatnak. A legnagyobb eltérés az L1 norma és a legkisebb négyzetek módszere között 4 mm volt, az L_∞ norma és a legkisebb négyzetek módszere között 11 mm az L1 és az L_∞ normák között pedig 13 mm.

Kiegyenlítés a merőlegességi feltétel elhagyásával

Mivel a kiegyenlítés után felmerült, hogy a szerkezet kitűzése során valamilyen szabályos hibát követtek el, ezért kipróbáltam, hogy mi történik, ha az x és az y irányú egyenesek merőlegességi feltételét megszüntettem, tehát φ – t két különálló ismeretlenként kezelem a két irányban.

A kezdeti értékek: $\varphi_{x0}=0.024 \text{ rad}$ $\varphi_{y0}=0.024 \text{ rad}$ ($1^\circ 22' 33''$)

Javítási egyenlet:

az x irányú egyenesekre:

$$v_i = L_{xi} \cdot \sin\varphi_x - L_{yi} \cdot \cos\varphi_x + b \cdot \cos\varphi_x + s$$

az y irányú egyenesekre:

$$v_i = -L_{xi} \cdot \cos\varphi_y - L_{yi} \cdot \sin\varphi_y + c \cdot \sin\varphi_y + p$$

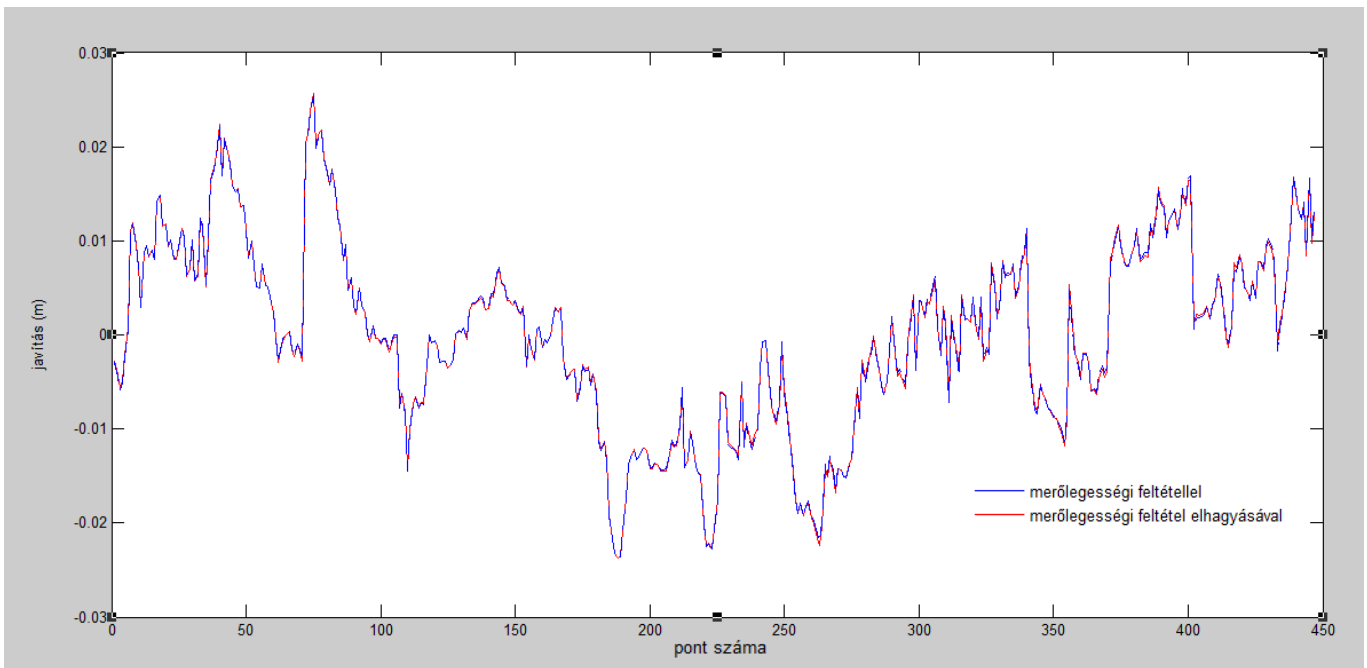
Alakmátrix:

$$A = \begin{bmatrix} -b_0 \cdot \sin\varphi_{x0} + L_{x1} \cdot \cos\varphi_{x0} + L_{y1} \cdot \sin\varphi_{x0} & 0 & \cos\varphi_{x0} & 0 \\ -b_0 \cdot \sin\varphi_{x0} + L_{x1} \cdot \cos\varphi_{x0} + L_{y1} \cdot \sin\varphi_{x0} & 0 & \cos\varphi_{x0} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & -c_0 \cdot \cos\varphi_{y0} + L_{x1} \cdot \sin\varphi_{y0} - L_{y1} \cdot \cos\varphi_{y0} & 0 & \sin\varphi_{y0} \\ 0 & -c_0 \cdot \cos\varphi_{y0} + L_{x1} \cdot \sin\varphi_{y0} - L_{y1} \cdot \cos\varphi_{y0} & 0 & \sin\varphi_{y0} \end{bmatrix}$$

Tisztatag vektor:

$$l = \begin{bmatrix} -b_0 \cdot \cos\varphi_x - L_{x1} \cdot \sin\varphi_x + L_{y1} \cdot \cos\varphi_x \\ -b_0 \cdot \cos\varphi_x - L_{x1} \cdot \sin\varphi_x + L_{y1} \cdot \cos\varphi_x - s \\ \vdots \\ -c_0 \cdot \sin\varphi_y - L_{x1} \cdot \cos\varphi_y - L_{y1} \cdot \sin\varphi_y \\ -c_0 \cdot \sin\varphi_y - L_{x1} \cdot \cos\varphi_y - L_{y1} \cdot \sin\varphi_y - p \end{bmatrix}$$

Eredmény:

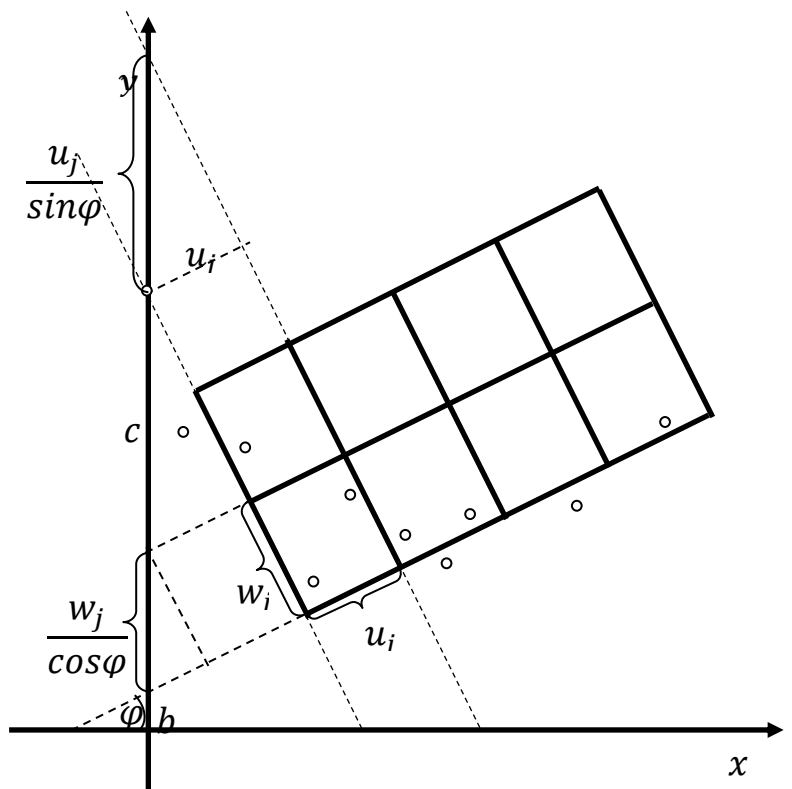


5. Javítások a merőlegességi feltétellel és annak elhagyásával

A kiegyenlítés elvégzése után kapott javítások értékei majdnem azonosak és $\varphi_x = 1^\circ 22' 29''$ és $\varphi_y = 1^\circ 22' 53''$, tehát a merőlegességi feltételt pontosan biztosították a kivitelezés során.

Kiegyenlítés méretarány tényezővel

Mivel a gerendák merőlessége igazolódott, egy κ méretarány különbségi tényezőt vettem bele a számításokba 0 kezdeti értékkel, ami az egyenleteket így változtatta meg:



Javítási egyenletek:

x irányú egyenesekre:

$$v_i = -L_{xi} \cdot \cos\varphi - L_{yi} \cdot \sin\varphi + c \cdot \sin\varphi + w_j \cdot (1 + \kappa)$$

y irányú egyenesekre:

$$v_i = L_{xi} \cdot \sin\varphi - L_{yi} \cdot \cos\varphi + b \cdot \cos\varphi + u_j \cdot (1 + \kappa)$$

az alakmátrix:

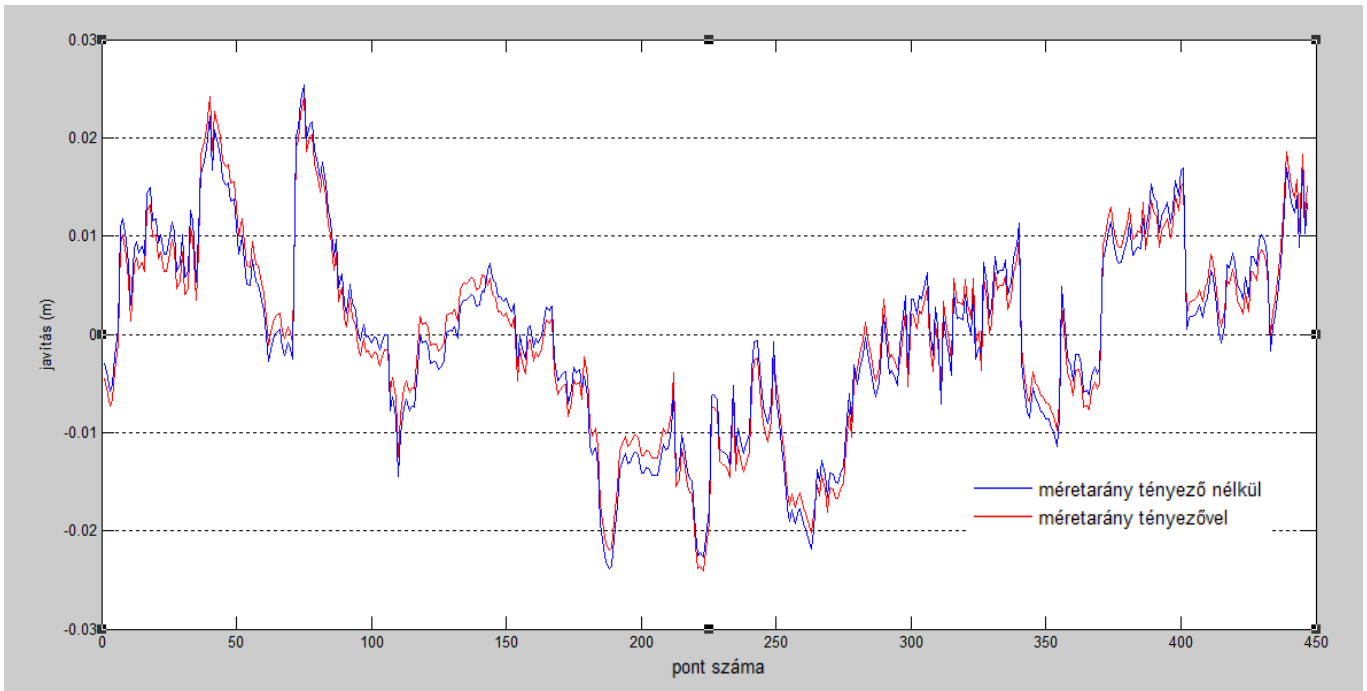
$$A = \begin{bmatrix} -b_0 \cdot \sin\varphi_0 + L_{xi} \cdot \cos\varphi_0 + L_{yi} \cdot \sin\varphi_0 & \cos\varphi_0 & 0 & w_j \\ -b_0 \cdot \sin\varphi_0 + L_{xi} \cdot \cos\varphi_0 + L_{yi} \cdot \sin\varphi_0 & \cos\varphi_0 & 0 & w_j \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -c_0 \cdot \cos\varphi_0 + L_{xi} \cdot \sin\varphi_0 - L_{yi} \cdot \cos\varphi_0 & 0 & \sin\varphi_0 & u_j \\ -c_0 \cdot \cos\varphi_0 + L_{xi} \cdot \sin\varphi_0 - L_{yi} \cdot \cos\varphi_0 & 0 & \sin\varphi_0 & u_j \end{bmatrix}$$

tisztatag vektor:

$$l = \begin{bmatrix} -b_0 \cdot \cos\varphi_0 - L_{xi} \cdot \sin\varphi_0 + L_{yi} \cdot \cos\varphi_0 \\ -b_0 \cdot \cos\varphi_0 - L_{xi} \cdot \sin\varphi_0 + L_{yi} \cdot \cos\varphi_0 - w_j(1 + \kappa_0) \\ \vdots \\ -c_0 \cdot \sin\varphi_0 - L_{xi} \cdot \cos\varphi_0 - L_{yi} \cdot \sin\varphi_0 \\ -c_0 \cdot \sin\varphi_0 - L_{xi} \cdot \cos\varphi_0 - L_{yi} \cdot \sin\varphi_0 - u_j(1 + \kappa_0) \end{bmatrix}$$

A kiegyenlítésből jelentős különbség nem adódott, a javítások értékében jelentős változás nem történt.

A 6. rajzon kék vonal az eredeti kiegyenlítés eredménye a piros pedig a méretarány tényező bevonásával történt kiegyenlítésből származik.



6. ábra L2 norma szerint végzett kiegyenlítés utáni javítások méretarány tényezővel és anélkül

Kiegyenlítés két méretarány tényezővel

Végül x és y irányban különböző κ_{x0} és κ_{y0} méretarány különbségi tényezőt vezettem be.

Így a javítási egyenletek:

az x irányú egyenesekre:

$$v_i = -L_{xi} \cdot \cos\varphi - L_{yi} \cdot \sin\varphi + c \cdot \sin\varphi + w_j \cdot (1 + \kappa_x)$$

az y irányú egyenesekre:

$$v_i = L_{xi} \cdot \sin\varphi - L_{yi} \cdot \cos\varphi + b \cdot \cos\varphi + u_j \cdot (1 + \kappa_y)$$

Alakmátrix:

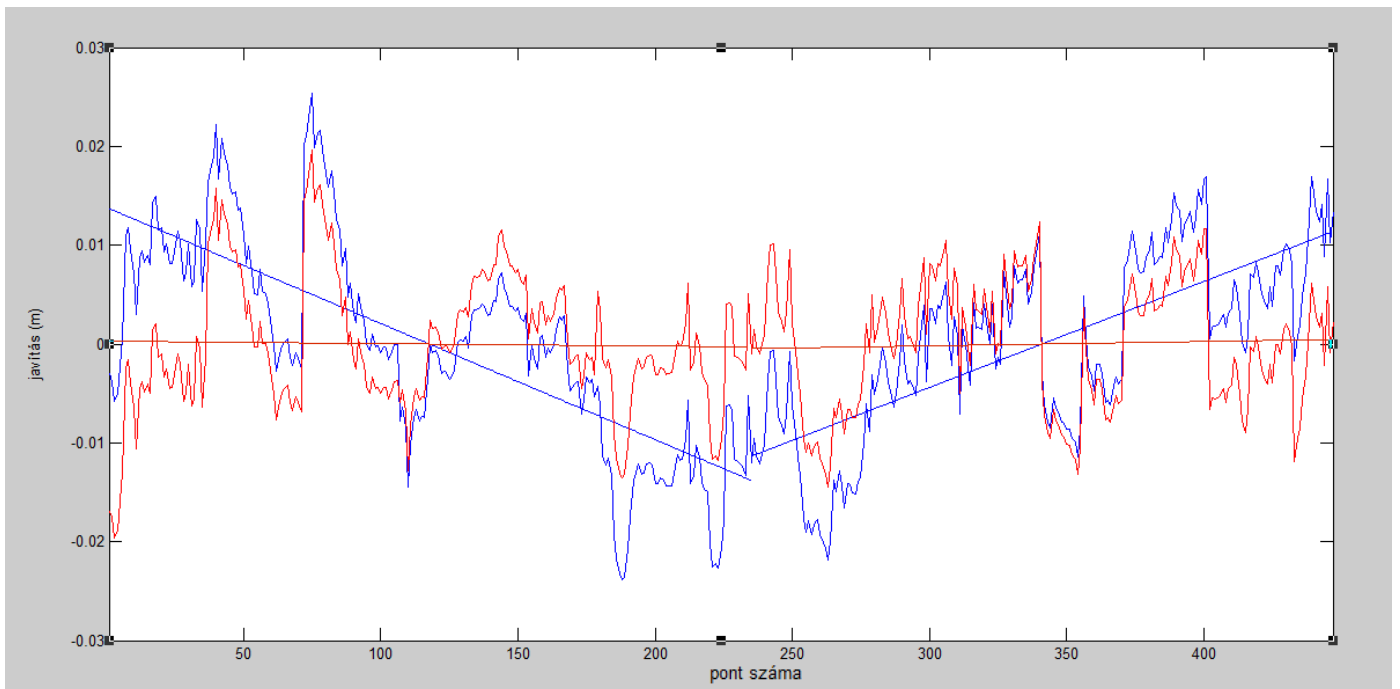
$$A = \begin{bmatrix} -b_0 \cdot \sin\varphi_0 + Lx_i \cdot \cos\varphi_0 + Ly_i \cdot \sin\varphi_0 & \cos\varphi_0 & 0 & w_j & 0 \\ -b_0 \cdot \sin\varphi_0 + Lx_i \cdot \cos\varphi_0 + Ly_i \cdot \sin\varphi_0 & \cos\varphi_0 & 0 & w_j & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -c_0 \cdot \cos\varphi_0 + Lx_i \cdot \sin\varphi_0 - Ly_i \cdot \cos\varphi_0 & 0 & \sin\varphi_0 & 0 & u_j \\ -c_0 \cdot \cos\varphi_0 + Lx_i \cdot \sin\varphi_0 - Ly_i \cdot \cos\varphi_0 & 0 & \sin\varphi_0 & 0 & u_j \end{bmatrix}$$

Tisztatag vektor:

$$l = \begin{bmatrix} -b_0 \cdot \cos\varphi_0 - Lx_i \cdot \sin\varphi_0 + Ly_i \cdot \cos\varphi_0 \\ -b_0 \cdot \cos\varphi_0 - Lx_i \cdot \sin\varphi_0 + Ly_i \cdot \cos\varphi_0 - w_j(1 + \kappa_{x0}) \\ \vdots \\ -c_0 \cdot \sin\varphi_0 - Lx_i \cdot \cos\varphi_0 - Ly_i \cdot \sin\varphi_0 \\ -c_0 \cdot \sin\varphi_0 - Lx_i \cdot \cos\varphi_0 - Ly_i \cdot \sin\varphi_0 - u_j(1 + \kappa_{y0}) \end{bmatrix}$$

Eredmények:

A rajzon a kék színű grafikon az eredeti legkisebb négyzetes kiegyenlítésből származik, a piros pedig a κ_x és κ_y bevezetése utáni eredményeket mutatja



7. L2 norma két méretarány tényezővel és méretarány tényező nélkül

Az y irányú egyenesek javításaira illesztett egyenes

$$y = -0.0000025 \cdot x + 0.00029$$

Az y irányú egyenesek javításaira illesztett egyenes

$$y = 0.0000044 \cdot x - 0.0015$$

A legnagyobb javítás 1,96 cm volt, a regressziós egyenesek meredeksége 2 nagyságrenddel csökkent, amivel megszűnt az eltérések szabályos jellege.

A méretarány különbségi tényező értéke:

$$\kappa_x = -9.2 \text{ mm} / 10 \text{ m}$$

$$\kappa_y = 23 \text{ mm} / 10 \text{ m}$$

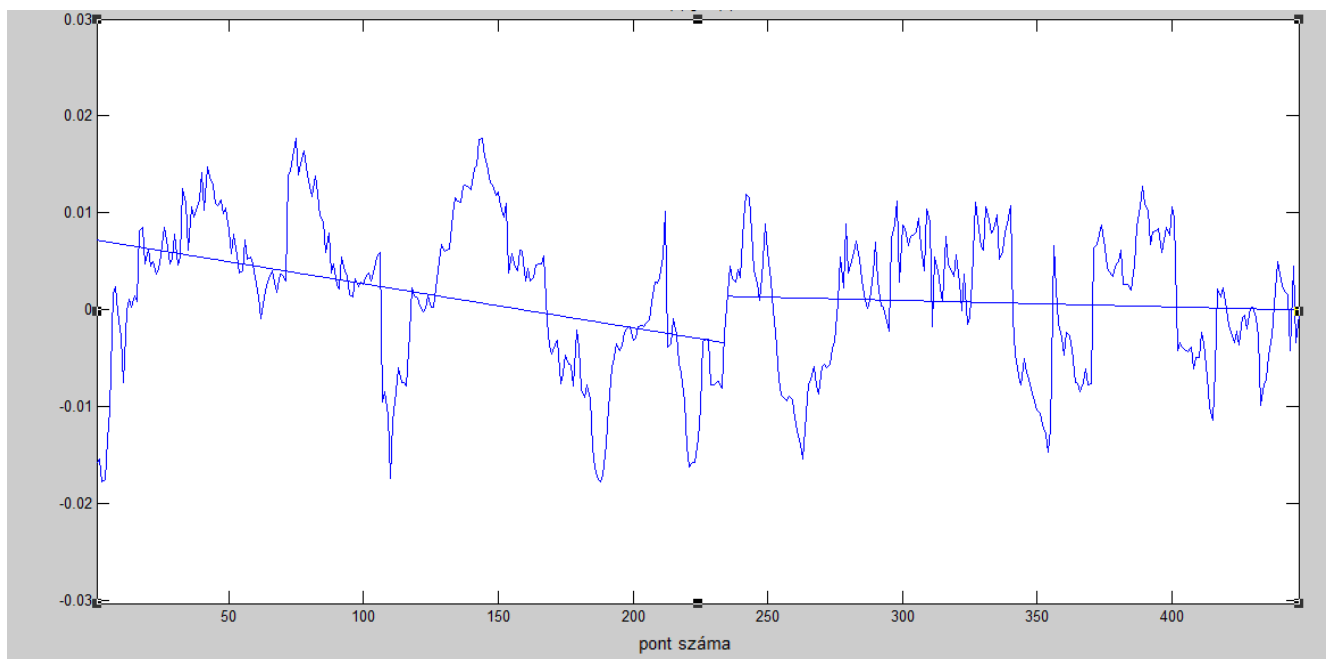
Ennek jelentése, hogy x irányban a szerkezet minden 10 métere 9,2 mm-rel rövidebb, y irányban pedig minden 10 méter 23 mm-rel hosszabb. Ez az eredménye azt mutatja, hogy a javítások szabályos jellege jórészt magyarázható a szerkezet két egymásra merőleges irányba mentén eltérő méretaránytal. Mivel a kivitelezés során alkalmazott kitűzési eljárásról nincs információnk, így nem tudjuk, hogy ez miből adódhat.

Az így kapott eredményeket az L_∞ normával ellenőriztem, hogy azzal is hasonló lesz-e az eredmény.

a legnagyobb javítás: 1,77 cm

$$\kappa_x = -10 \text{ mm} / 10 \text{ m}$$

$$\kappa_y = 15 \text{ mm} / 10 \text{ m}$$



Az L_∞ norma szerinti kiegyenlítés alkalmazása az x tengely mentén az L2 normához hasonló, az y tengely mentén kisebb méretarány különbségi tényezőt eredményezett. Az y irányú egyenesek szabályos hibája ez esetben is szinte teljesen eltűnt és az x irányban jelentősen csökkent. Ez alátámasztja azt a megállapítást, hogy a szerkezet kitűzése során az x és y tengelyek mentén kb. 2/1000-el eltérő volt a méretarány.

Felhasznált irodalom

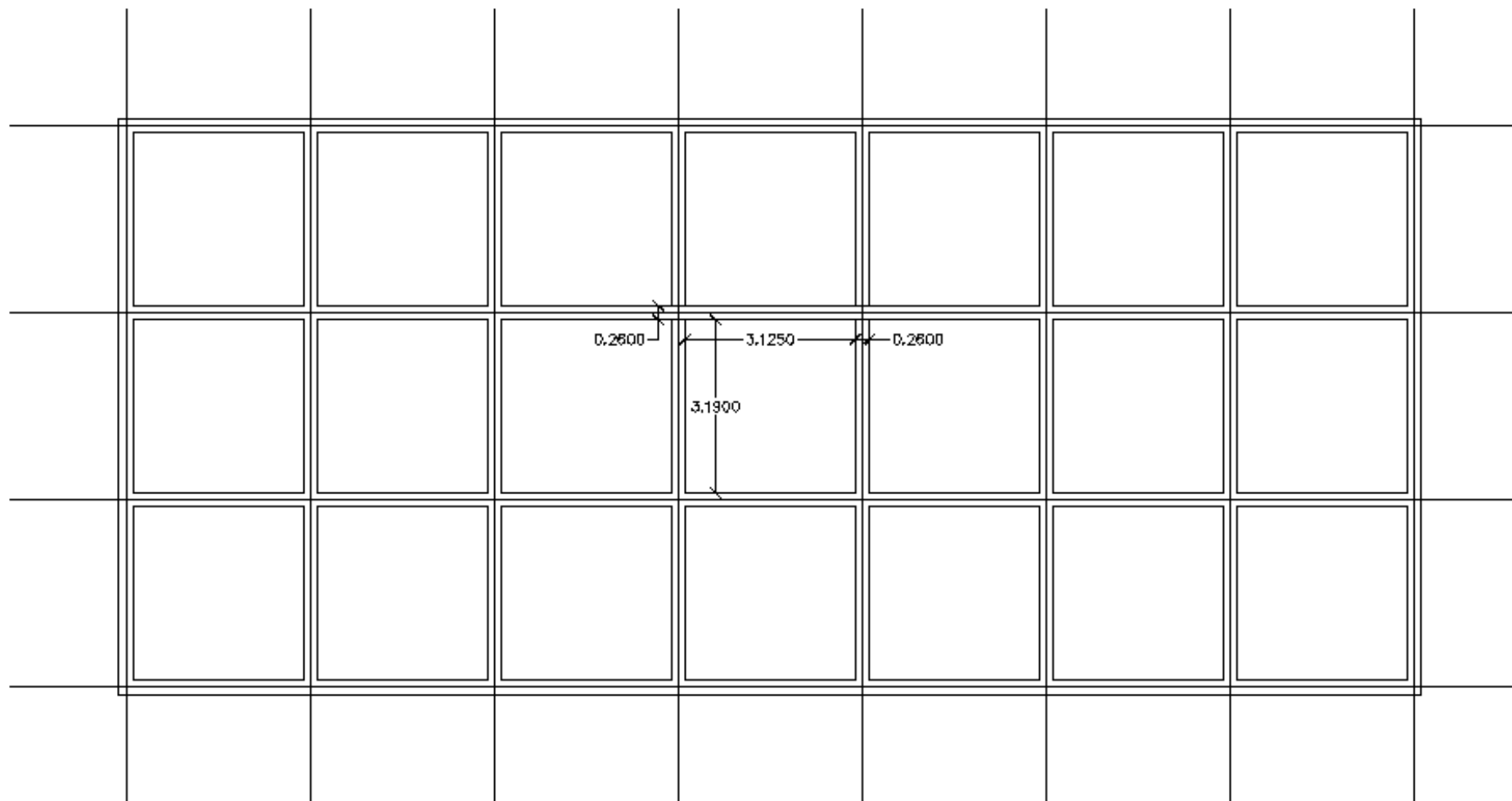
Matlab lineáris programozási eszköztár: <http://www.mathworks.com/help/optim/ug/linprog.html>

Detrekői Ákos – Kiegyenlítő számítások, Egyetemi tankönyv. Tankönyvkiadó, Budapest, 1991.

Mellékletek

1. melléklet: Tervezett geometria
2. melléklet: Bemért pontok
3. melléklet: Koordinátaalista
4. melléklet: Megoldás a legkisebb négyzetek módszerével
5. melléklet: Megoldás a merőlegességi feltétel elhagyásával
6. melléklet: Kiegyenlítés méretarány tényezővel
7. melléklet: Kiegyenlítés két méretarány tényezővel

1. melléklet : A tervezett geometria



2. melléklet: Mérőállomással mért pontok

	+1242	+1243	+1244	+1239	+1238	+1237	+1236	+1235	+1234	+1233	+1232	+1231	+1230	+1229	+1228	+1227	+1226	+1228	+1259	+1260	+1261	+1262	+1705	+1704	+1703	+1702	+1701	+1700	+1699	+1698	+1696	+1695	+1694	+1693	+1692	
	+1673	+1672	+1671	+1670	+1669	+1668	+1667	+1666	+1665	+1664	+1643	+1642	+1641	+1640	+1711	+1710	+1709	+1708	+1707	+1706	+1705	+1704	+1703	+1702	+1701	+1700	+1699	+1698	+1696	+1695	+1694	+1693	+1692			
+1342				+1146	+1145	+1144	+1143				+1151	+1152	+1153	+1154	+1155	+1156	+1157	+1158	+1159	+1160	+1161	+1162				+1171	+1170								+1176	
+1341				+1148	+1147	+1146	+1145				+1152	+1153	+1154	+1155	+1156	+1157	+1158	+1159	+1160	+1161	+1162	+1163				+1173	+1172								+1177	
+1340				+1148	+1147	+1146	+1145				+1153	+1154	+1155	+1156	+1157	+1158	+1159	+1160	+1161	+1162	+1163	+1164				+1173	+1172								+1178	
+1339	+1222	+1223	+1224	+1225	+1226	+1198	+1197	+1196	+1195	+1194	+1183	+1182	+1181	+1180	+1246	+1245	+1244	+1243	+1242	+1241	+1240	+1239	+1238	+1237	+1236	+1235	+1234	+1233	+1232	+1231	+1230	+1229	+1228	+1227	+1226	
+1675	+1676	+1677	+1678	+1679	+1680	+1662	+1663	+1664	+1665	+1666	+1646	+1647	+1648	+1649	+1713	+1714	+1715	+1716	+1717	+1718	+1719	+1720	+1721	+1722	+1723	+1724	+1725	+1726	+1727	+1728	+1729	+1730	+1731	+1732		
+1344				+1077	+1078	+1079	+1080	+1081	+1082	+1083	+1084	+1085	+1086	+1087	+1088	+1089	+1090	+1091	+1092	+1093	+1094	+1095	+1096	+1097	+1098	+1099	+1100	+1101	+1102	+1103	+1104	+1105	+1106	+1107	+1108	
+1345				+1077	+1078	+1079	+1080	+1081	+1082	+1083	+1084	+1085	+1086	+1087	+1088	+1089	+1090	+1091	+1092	+1093	+1094	+1095	+1096	+1097	+1098	+1099	+1100	+1101	+1102	+1103	+1104	+1105	+1106	+1107	+1108	
+1346				+1077	+1078	+1079	+1080	+1081	+1082	+1083	+1084	+1085	+1086	+1087	+1088	+1089	+1090	+1091	+1092	+1093	+1094	+1095	+1096	+1097	+1098	+1099	+1100	+1101	+1102	+1103	+1104	+1105	+1106	+1107	+1108	
+1347				+1077	+1078	+1079	+1080	+1081	+1082	+1083	+1084	+1085	+1086	+1087	+1088	+1089	+1090	+1091	+1092	+1093	+1094	+1095	+1096	+1097	+1098	+1099	+1100	+1101	+1102	+1103	+1104	+1105	+1106	+1107	+1108	
+1348	+1217	+1218	+1219	+1220	+1221	+1203	+1202	+1201	+1200	+1199	+1188	+1187	+1186	+1185	+1249	+1250	+1251	+1252	+1253	+1254	+1255	+1256	+1257	+1258	+1259	+1260	+1261	+1262	+1263	+1264	+1265	+1266	+1267	+1268	+1269	+1270
+1680	+1681	+1682	+1683	+1684	+1685	+1659	+1660	+1661	+1662	+1663	+1654	+1655	+1656	+1657	+1750	+1751	+1752	+1753	+1754	+1755	+1756	+1757	+1758	+1759	+1760	+1761	+1762	+1763	+1764	+1765	+1766	+1767	+1768	+1769	+1770	
+1382				+1141	+1142	+1143	+1144	+1145	+1146	+1147	+1137	+1138	+1139	+1140	+1139	+1138	+1137	+1136	+1135	+1134	+1133	+1132	+1131	+1130	+1129	+1128	+1127	+1126	+1125	+1124	+1123	+1122	+1121	+1120	+1119	
+1381				+1141	+1142	+1143	+1144	+1145	+1146	+1147	+1137	+1138	+1139	+1140	+1139	+1138	+1137	+1136	+1135	+1134	+1133	+1132	+1131	+1130	+1129	+1128	+1127	+1126	+1125	+1124	+1123	+1122	+1121	+1120	+1119	
+1380				+1141	+1142	+1143	+1144	+1145	+1146	+1147	+1137	+1138	+1139	+1140	+1139	+1138	+1137	+1136	+1135	+1134	+1133	+1132	+1131	+1130	+1129	+1128	+1127	+1126	+1125	+1124	+1123	+1122	+1121	+1120	+1119	
+1379	+1212	+1213	+1214	+1215	+1216	+1208	+1207	+1206	+1205	+1204	+1193	+1192	+1191	+1190	+1253	+1254	+1255	+1256	+1257	+1258	+1259	+1260	+1261	+1262	+1263	+1264	+1265	+1266	+1267	+1268	+1269	+1270	+1271	+1272	+1273	+1274
				+1141	+1142	+1143	+1144	+1145	+1146	+1147	+1137	+1138	+1139	+1140	+1139	+1138	+1137	+1136	+1135	+1134	+1133	+1132	+1131	+1130	+1129	+1128	+1127	+1126	+1125	+1124	+1123	+1122	+1121	+1120	+1119	

3. melléklet: Koordinátaalista

118	988.623	113.681	-5.705	-----	-----
110	1003.584	131.852	-8.717	-----	-----
119	991.318	107.630	-5.591	-----	-----
120	995.421	107.495	-5.906	-----	-----
121	1008.522	107.814	-6.239	-----	-----
122	1013.505	107.933	-6.237	-----	-----
123	1008.036	125.343	-7.402	-----	-----
1073	997.261	117.889	-7.756	GERENDA	
1074	997.300	116.288	-7.744	GERENDA	
1075	997.338	114.737	-7.761	GERENDA	
1076	997.321	115.456	-7.775	GERENDA	
1077	997.278	117.189	-7.780	GERENDA	
1078	1000.626	117.943	-7.765	GERENDA	
1079	1000.647	117.220	-7.768	GERENDA	
1080	1000.670	116.402	-7.759	GERENDA	
1081	1000.706	114.852	-7.760	GERENDA	
1082	1000.697	115.334	-7.752	GERENDA	
1083	1000.684	115.833	-7.757	GERENDA	

1084	1004.009	117.982	-7.770	GERENDA
1085	1004.027	117.341	-7.759	GERENDA
1086	1004.048	116.455	-7.749	GERENDA
1087	1004.068	115.625	-7.747	GERENDA
1088	1004.082	114.937	-7.745	GERENDA
1089	1007.405	118.091	-7.762	GERENDA
1090	1007.421	117.399	-7.750	GERENDA
1091	1007.441	116.560	-7.740	GERENDA
1092	1007.476	115.047	-7.749	GERENDA
1093	1010.847	115.097	-7.770	GERENDA
1094	1007.461	115.684	-7.753	GERENDA
1095	1010.770	118.136	-7.773	GERENDA
1096	1010.791	117.331	-7.766	GERENDA
1097	1010.827	115.929	-7.765	GERENDA
1098	1010.846	115.120	-7.764	GERENDA
1099	1010.807	116.699	-7.769	GERENDA
1100	1014.162	118.203	-7.786	GERENDA
1101	1014.182	117.390	-7.784	GERENDA
1102	1014.196	116.868	-7.741	GERENDA

1103	1014.221	115.861	-7.786	GERENDA
1104	1014.235	115.192	-7.776	GERENDA
1105	1017.611	115.284	-7.785	GERENDA
1106	1017.593	115.967	-7.785	GERENDA
1107	1017.575	116.670	-7.755	GERENDA
1108	1017.549	117.677	-7.759	GERENDA
1109	1017.532	118.314	-7.763	GERENDA
1110	1017.625	114.845	-7.772	GERENDA
1111	1017.643	114.194	-7.757	GERENDA
1112	1017.666	113.361	-7.759	GERENDA
1113	1017.689	112.452	-7.764	GERENDA
1114	1017.706	111.844	-7.763	GERENDA
1115	1014.246	114.764	-7.777	GERENDA
1116	1014.261	114.150	-7.777	GERENDA
1117	1014.282	113.284	-7.779	GERENDA
1118	1014.303	112.411	-7.781	GERENDA
1119	1014.319	111.793	-7.780	GERENDA
1120	1010.855	114.673	-7.774	GERENDA
1121	1010.871	113.925	-7.777	GERENDA

1122	1010.890	113.191	-7.782	GERENDA
1123	1010.914	112.256	-7.767	GERENDA
1124	1010.929	111.665	-7.774	GERENDA
1125	1007.487	114.543	-7.748	GERENDA
1126	1007.506	113.878	-7.752	GERENDA
1127	1007.524	113.107	-7.761	GERENDA
1128	1007.542	112.284	-7.774	GERENDA
1129	1007.556	111.565	-7.783	GERENDA
1130	1004.175	111.535	-7.792	GERENDA
1131	1004.156	112.204	-7.768	GERENDA
1132	1004.135	113.000	-7.746	GERENDA
1133	1004.113	113.823	-7.750	GERENDA
1134	1004.094	114.534	-7.743	GERENDA
1135	1000.714	114.441	-7.752	GERENDA
1136	1000.728	113.792	-7.766	GERENDA
1137	1000.750	112.947	-7.776	GERENDA
1138	1000.775	111.969	-7.778	GERENDA
1139	1000.790	111.409	-7.770	GERENDA
1140	997.346	114.349	-7.757	GERENDA

1141	997.358	113.665	-7.759	GERENDA
1142	997.375	112.879	-7.749	GERENDA
1143	997.394	111.986	-7.760	GERENDA
1144	997.407	111.331	-7.774	GERENDA
1145	997.184	121.269	-7.775	GERENDA
1146	997.199	120.595	-7.787	GERENDA
1147	997.218	119.763	-7.748	GERENDA
1148	997.234	119.109	-7.762	GERENDA
1149	997.252	118.330	-7.743	GERENDA
1150	1000.550	121.406	-7.780	GERENDA
1151	1000.567	120.672	-7.776	GERENDA
1152	1000.585	119.885	-7.751	GERENDA
1153	1000.606	119.027	-7.765	GERENDA
1154	1000.618	118.430	-7.746	GERENDA
1155	1003.925	121.478	-7.772	GERENDA
1156	1003.946	120.776	-7.764	GERENDA
1157	1003.967	119.953	-7.752	GERENDA
1158	1003.991	119.003	-7.755	GERENDA
1159	1004.000	118.462	-7.734	GERENDA

1160	1007.322	121.546	-7.792	GERENDA
1161	1007.343	120.788	-7.767	GERENDA
1162	1007.360	120.018	-7.752	GERENDA
1163	1007.380	119.169	-7.752	GERENDA
1164	1007.393	118.592	-7.748	GERENDA
1165	1010.686	121.611	-7.775	GERENDA
1166	1010.707	120.864	-7.781	GERENDA
1167	1010.725	120.112	-7.778	GERENDA
1168	1010.747	119.216	-7.765	GERENDA
1169	1010.760	118.687	-7.760	GERENDA
1170	1014.082	121.721	-7.792	GERENDA
1171	1014.099	120.971	-7.780	GERENDA
1172	1014.115	120.194	-7.776	GERENDA
1173	1014.132	119.364	-7.779	GERENDA
1174	1014.146	118.751	-7.757	GERENDA
1175	1017.453	121.748	-7.786	GERENDA
1176	1017.472	121.093	-7.778	GERENDA
1177	1017.494	120.235	-7.774	GERENDA
1178	1017.509	119.390	-7.766	GERENDA

1179	1017.520	118.824	-7.761	GERENDA
1180	1003.914	118.327	-7.764	GERENDA
1181	1003.056	118.305	-7.762	GERENDA
1182	1002.453	118.291	-7.758	GERENDA
1183	1001.844	118.276	-7.759	GERENDA
1184	1000.954	118.260	-7.765	GERENDA
1185	1004.012	114.872	-7.749	GERENDA
1186	1003.209	114.849	-7.751	GERENDA
1187	1002.543	114.832	-7.751	GERENDA
1188	1001.824	114.812	-7.753	GERENDA
1189	1001.041	114.791	-7.757	GERENDA
1190	1004.060	111.422	-7.781	GERENDA
1191	1003.351	111.404	-7.766	GERENDA
1192	1002.654	111.388	-7.766	GERENDA
1193	1001.912	111.369	-7.768	GERENDA
1194	1001.174	111.352	-7.770	GERENDA
1195	1000.403	118.249	-7.733	GERENDA
1196	999.572	118.228	-7.752	GERENDA
1197	999.065	118.216	-7.751	GERENDA

1198	998.380	118.200	-7.765	GERENDA
1199	997.602	118.184	-7.769	GERENDA
1200	1000.263	114.774	-7.753	GERENDA
1201	999.701	114.759	-7.757	GERENDA
1202	999.177	114.745	-7.762	GERENDA
1203	998.505	114.726	-7.767	GERENDA
1204	997.661	114.706	-7.774	GERENDA
1205	997.752	111.278	-7.754	GERENDA
1206	998.352	111.290	-7.754	GERENDA
1207	999.234	111.307	-7.776	GERENDA
1208	999.624	111.314	-7.763	GERENDA
1209	1000.177	111.325	-7.738	GERENDA
1210	1000.558	111.335	-7.742	GERENDA
1211	994.400	111.201	-7.789	GERENDA
1212	995.020	111.218	-7.782	GERENDA
1213	995.906	111.240	-7.772	GERENDA
1214	996.529	111.253	-7.766	GERENDA
1215	997.260	111.269	-7.727	GERENDA
1216	994.292	114.621	-7.769	GERENDA

1217	995.012	114.640	-7.757	GERENDA
1218	995.818	114.662	-7.763	GERENDA
1219	996.409	114.677	-7.754	GERENDA
1220	997.184	114.696	-7.727	GERENDA
1221	994.218	118.101	-7.767	GERENDA
1222	995.040	118.119	-7.767	GERENDA
1223	995.695	118.135	-7.755	GERENDA
1224	996.177	118.146	-7.752	GERENDA
1225	996.994	118.168	-7.730	GERENDA
1226	1003.820	121.792	-7.768	GERENDA
1227	1002.904	121.773	-7.761	GERENDA
1228	1002.367	121.763	-7.730	GERENDA
1229	1001.656	121.748	-7.743	GERENDA
1230	1000.926	121.730	-7.760	GERENDA
1231	1000.457	121.719	-7.756	GERENDA
1232	999.973	121.705	-7.750	GERENDA
1233	999.107	121.679	-7.753	GERENDA
1234	998.676	121.667	-7.756	GERENDA
1235	998.254	121.656	-7.770	GERENDA

1236	997.599	121.640	-7.760	GERENDA
1237	996.902	121.623	-7.770	GERENDA
1238	996.412	121.611	-7.768	GERENDA
1239	995.790	121.591	-7.760	GERENDA
1240	995.140	121.575	-7.777	GERENDA
1241	994.764	121.566	-7.763	GERENDA
1242	994.432	121.557	-7.750	GERENDA
1243	1007.302	118.409	-7.755	GERENDA
1244	1006.539	118.392	-7.742	GERENDA
1245	1005.837	118.376	-7.736	GERENDA
1246	1005.271	118.362	-7.736	GERENDA
1247	1004.387	118.340	-7.728	GERENDA
1248	1004.544	114.883	-7.732	GERENDA
1249	1005.187	114.902	-7.734	GERENDA
1250	1005.921	114.921	-7.735	GERENDA
1251	1007.397	114.959	-7.748	GERENDA
1252	1004.665	111.433	-7.759	GERENDA
1253	1005.387	111.447	-7.762	GERENDA
1254	1005.983	111.462	-7.734	GERENDA

1255	1006.923	111.487	-7.739	GERENDA
1256	1007.479	111.502	-7.749	GERENDA
1257	1006.519	114.937	-7.734	GERENDA
1258	1004.266	121.802	-7.770	GERENDA
1259	1005.039	121.818	-7.758	GERENDA
1260	1005.755	121.834	-7.728	GERENDA
1261	1006.503	121.855	-7.752	GERENDA
1262	1007.220	121.873	-7.770	GERENDA
1263	1010.710	118.495	-7.783	GERENDA
1264	1009.865	118.474	-7.755	GERENDA
1265	1009.204	118.457	-7.740	GERENDA
1266	1008.555	118.440	-7.735	GERENDA
1267	1008.000	118.426	-7.724	GERENDA
1268	1010.776	115.043	-7.758	GERENDA
1269	1009.933	115.022	-7.744	GERENDA
1270	1009.281	115.004	-7.736	GERENDA
1271	1008.646	114.988	-7.728	GERENDA
1272	1010.862	111.583	-7.763	GERENDA
1273	1010.068	111.565	-7.753	GERENDA

1274	1009.353	111.549	-7.746	GERENDA
1275	1008.768	111.535	-7.747	GERENDA
1276	1007.946	111.514	-7.727	GERENDA
1277	1007.976	114.970	-7.716	GERENDA
1278	1011.278	111.592	-7.782	GERENDA
1279	1012.102	111.613	-7.755	GERENDA
1280	1012.935	111.636	-7.761	GERENDA
1281	1013.526	111.651	-7.762	GERENDA
1282	1014.169	111.667	-7.753	GERENDA
1283	1014.121	115.123	-7.758	GERENDA
1284	1013.392	115.106	-7.749	GERENDA
1285	1012.668	115.088	-7.759	GERENDA
1286	1012.041	115.073	-7.754	GERENDA
1287	1011.179	115.051	-7.748	GERENDA
1288	1012.578	118.534	-7.751	GERENDA
1289	1013.204	118.548	-7.762	GERENDA
1290	1014.004	118.567	-7.768	GERENDA
1291	1012.017	118.520	-7.763	GERENDA
1292	1011.107	118.499	-7.754	GERENDA

1293	1013.231	118.549	-7.760	GERENDA
1294	1014.502	118.579	-7.778	GERENDA
1295	1015.311	118.597	-7.765	GERENDA
1296	1015.952	118.612	-7.756	GERENDA
1297	1016.518	118.624	-7.752	GERENDA
1298	1017.446	118.647	-7.769	GERENDA
1299	1017.548	115.205	-7.789	GERENDA
1300	1016.715	115.185	-7.772	GERENDA
1301	1016.059	115.170	-7.774	GERENDA
1302	1015.399	115.155	-7.772	GERENDA
1303	1014.576	115.134	-7.774	GERENDA
1304	1014.652	111.678	-7.774	GERENDA
1305	1015.451	111.692	-7.761	GERENDA
1306	1016.159	111.708	-7.761	GERENDA
1307	1016.813	111.726	-7.749	GERENDA
1308	1017.647	111.751	-7.756	GERENDA
1309	1014.333	121.724	-7.765	GERENDA
1310	1014.352	120.876	-7.765	GERENDA
1311	1014.368	120.182	-7.744	GERENDA

1312	1014.391	119.252	-7.757	GERENDA
1313	1014.409	118.606	-7.760	GERENDA
1314	1011.018	118.571	-7.771	GERENDA
1315	1010.997	119.289	-7.756	GERENDA
1316	1010.980	120.100	-7.750	GERENDA
1317	1010.957	120.997	-7.752	GERENDA
1318	1010.940	121.652	-7.749	GERENDA
1319	1007.652	118.532	-7.752	GERENDA
1320	1007.631	119.289	-7.752	GERENDA
1321	1007.614	120.038	-7.752	GERENDA
1322	1007.590	121.025	-7.764	GERENDA
1323	1007.577	121.547	-7.776	GERENDA
1324	1004.181	121.343	-7.790	GERENDA
1325	1004.198	120.732	-7.792	GERENDA
1326	1004.218	119.953	-7.777	GERENDA
1327	1004.242	119.057	-7.757	GERENDA
1328	1004.259	118.398	-7.745	GERENDA
1329	1000.877	118.318	-7.760	GERENDA
1330	1000.856	119.127	-7.748	GERENDA

1331	1000.838	119.864	-7.757	GERENDA
1332	1000.817	120.640	-7.767	GERENDA
1333	1000.800	121.391	-7.765	GERENDA
1334	997.435	121.308	-7.779	GERENDA
1335	997.453	120.584	-7.779	GERENDA
1336	997.471	119.773	-7.772	GERENDA
1337	997.494	118.899	-7.779	GERENDA
1338	997.511	118.262	-7.778	GERENDA
1339	994.118	118.170	-7.794	GERENDA
1340	994.103	118.831	-7.787	GERENDA
1341	994.081	119.699	-7.782	GERENDA
1342	994.066	120.408	-7.765	GERENDA
1343	994.038	121.224	-7.764	GERENDA
1344	994.128	117.597	-7.784	GERENDA
1345	994.144	116.806	-7.793	GERENDA
1346	994.166	115.897	-7.783	GERENDA
1347	994.185	115.227	-7.758	GERENDA
1348	994.204	114.703	-7.767	GERENDA
1349	997.592	114.779	-7.777	GERENDA

1350	997.576	115.497	-7.760	GERENDA
1351	997.557	116.285	-7.769	GERENDA
1352	997.536	117.123	-7.771	GERENDA
1353	997.521	117.744	-7.761	GERENDA
1354	1000.888	117.798	-7.742	GERENDA
1355	1000.902	117.212	-7.755	GERENDA
1356	1000.924	116.413	-7.752	GERENDA
1357	1000.949	115.496	-7.765	GERENDA
1358	1000.966	114.854	-7.785	GERENDA
1359	1004.340	114.940	-7.759	GERENDA
1360	1004.322	115.618	-7.745	GERENDA
1361	1004.302	116.465	-7.745	GERENDA
1362	1004.283	117.299	-7.752	GERENDA
1363	1004.268	117.922	-7.738	GERENDA
1364	1007.664	118.013	-7.746	GERENDA
1365	1007.679	117.398	-7.759	GERENDA
1366	1007.696	116.567	-7.736	GERENDA
1367	1007.714	115.780	-7.743	GERENDA
1368	1007.731	115.073	-7.753	GERENDA

1369	1011.031	118.096	-7.746	GERENDA
1370	1011.044	117.468	-7.757	GERENDA
1371	1011.064	116.662	-7.744	GERENDA
1372	1011.086	115.775	-7.752	GERENDA
1373	1011.104	115.095	-7.755	GERENDA
1374	1014.494	115.209	-7.771	GERENDA
1375	1014.477	115.907	-7.760	GERENDA
1376	1014.455	116.744	-7.763	GERENDA
1377	1014.433	117.572	-7.765	GERENDA
1378	1014.418	118.194	-7.760	GERENDA
1379	994.288	111.254	-7.786	GERENDA
1380	994.273	111.916	-7.770	GERENDA
1381	994.253	112.713	-7.774	GERENDA
1382	994.233	113.475	-7.757	GERENDA
1383	994.217	114.240	-7.736	GERENDA
1384	997.605	114.221	-7.739	GERENDA
1385	997.618	113.533	-7.757	GERENDA
1386	997.633	112.860	-7.776	GERENDA
1387	997.649	112.078	-7.760	GERENDA

1388	997.664	111.331	-7.774	GERENDA
1389	1001.046	111.418	-7.787	GERENDA
1390	1001.028	112.078	-7.774	GERENDA
1391	1001.006	112.918	-7.774	GERENDA
1392	1000.985	113.741	-7.761	GERENDA
1393	1000.973	114.325	-7.738	GERENDA
1394	1004.431	111.493	-7.784	GERENDA
1395	1004.410	112.211	-7.753	GERENDA
1396	1004.387	113.028	-7.757	GERENDA
1397	1004.364	113.890	-7.732	GERENDA
1398	1004.355	114.458	-7.721	GERENDA
1399	1007.748	114.476	-7.731	GERENDA
1400	1007.762	113.831	-7.769	GERENDA
1401	1007.778	113.125	-7.765	GERENDA
1402	1007.798	112.170	-7.784	GERENDA
1403	1007.808	111.578	-7.762	GERENDA
1404	1011.113	114.588	-7.738	GERENDA
1405	1011.125	114.068	-7.765	GERENDA
1406	1011.144	113.224	-7.755	GERENDA

1407	1011.168	112.336	-7.762	GERENDA
1408	1011.187	111.646	-7.777	GERENDA
1409	1014.506	114.650	-7.757	GERENDA
1410	1014.517	114.100	-7.769	GERENDA
1411	1014.534	113.351	-7.757	GERENDA
1412	1014.558	112.416	-7.775	GERENDA
1413	1014.573	111.773	-7.756	GERENDA
1414	1014.505	114.720	-7.752	GERENDA
1415	993.941	120.071	-7.725	LEMEZ
1416	993.948	119.719	-7.724	LEMEZ
1417	993.976	119.364	-7.724	LEMEZ
1418	993.994	118.342	-7.723	LEMEZ
1419	994.008	117.644	-7.723	LEMEZ
1420	994.031	115.912	-7.729	LEMEZ
1421	994.064	114.893	-7.722	LEMEZ
1422	994.092	114.178	-7.723	LEMEZ
1423	994.114	113.143	-7.727	LEMEZ
1424	994.143	112.463	-7.729	LEMEZ
1425	994.165	111.437	-7.726	LEMEZ

1426	994.658	111.071	-7.726	LEMEZ
1427	995.864	111.091	-7.724	LEMEZ
1428	997.056	111.133	-7.725	LEMEZ
1429	997.527	111.456	-7.728	LEMEZ
1430	997.513	112.482	-7.726	LEMEZ
1431	997.498	112.867	-7.728	LEMEZ
1432	997.501	113.188	-7.725	LEMEZ
1433	997.484	114.216	-7.723	LEMEZ
1434	996.985	114.556	-7.726	LEMEZ
1435	995.772	114.524	-7.725	LEMEZ
1436	994.595	114.511	-7.725	LEMEZ
1437	997.456	114.920	-7.723	LEMEZ
1438	997.442	115.942	-7.716	LEMEZ
1439	997.419	116.293	-7.715	LEMEZ
1440	997.411	116.650	-7.715	LEMEZ
1441	997.395	117.676	-7.720	LEMEZ
1442	996.883	118.036	-7.724	LEMEZ
1443	995.683	117.988	-7.725	LEMEZ
1444	994.494	117.978	-7.727	LEMEZ

1445	997.388	118.416	-7.719	LEMEZ
1446	997.360	119.428	-7.722	LEMEZ
1447	997.349	119.790	-7.722	LEMEZ
1448	997.335	120.129	-7.722	LEMEZ
1449	997.845	118.057	-7.719	LEMEZ
1450	999.037	118.083	-7.716	LEMEZ
1451	1000.246	118.106	-7.715	LEMEZ
1452	1000.714	120.215	-7.728	LEMEZ
1453	1000.728	119.864	-7.725	LEMEZ
1454	1000.726	119.507	-7.720	LEMEZ
1455	1000.766	118.482	-7.714	LEMEZ
1456	1000.776	117.768	-7.709	LEMEZ
1457	1000.799	116.754	-7.706	LEMEZ
1458	1000.805	116.402	-7.707	LEMEZ
1459	1000.820	116.061	-7.709	LEMEZ
1460	1000.837	115.025	-7.713	LEMEZ
1461	999.140	114.603	-7.718	LEMEZ
1462	997.939	114.576	-7.719	LEMEZ
1463	1000.344	114.640	-7.720	LEMEZ

1464	1000.859	114.306	-7.720	LEMEZ
1465	1000.884	113.291	-7.723	LEMEZ
1466	1000.892	112.952	-7.723	LEMEZ
1467	1000.901	112.580	-7.723	LEMEZ
1468	1000.924	111.563	-7.729	LEMEZ
1469	1000.404	111.206	-7.722	LEMEZ
1470	999.231	111.168	-7.724	LEMEZ
1471	998.047	111.151	-7.723	LEMEZ
1472	1001.428	111.220	-7.722	LEMEZ
1473	1002.625	111.250	-7.723	LEMEZ
1474	1003.811	111.274	-7.722	LEMEZ
1475	1004.303	111.642	-7.723	LEMEZ
1476	1004.283	112.665	-7.714	LEMEZ
1477	1004.269	113.006	-7.710	LEMEZ
1478	1004.262	113.373	-7.707	LEMEZ
1479	1004.235	114.395	-7.698	LEMEZ
1480	1003.693	114.737	-7.706	LEMEZ
1481	1002.527	114.697	-7.709	LEMEZ
1482	1001.344	114.673	-7.713	LEMEZ

1483	1004.218	115.091	-7.703	LEMEZ
1484	1004.196	116.125	-7.702	LEMEZ
1485	1004.186	116.473	-7.707	LEMEZ
1486	1004.165	116.818	-7.709	LEMEZ
1487	1004.145	117.852	-7.702	LEMEZ
1488	1003.642	118.190	-7.706	LEMEZ
1489	1002.448	118.160	-7.708	LEMEZ
1490	1001.243	118.122	-7.709	LEMEZ
1491	1004.150	118.559	-7.706	LEMEZ
1492	1004.098	119.588	-7.711	LEMEZ
1493	1004.086	119.945	-7.716	LEMEZ
1494	1004.086	120.276	-7.718	LEMEZ
1495	1004.817	111.304	-7.722	LEMEZ
1496	1006.009	111.329	-7.723	LEMEZ
1497	1007.199	111.356	-7.720	LEMEZ
1498	1007.674	111.740	-7.729	LEMEZ
1499	1007.659	112.754	-7.717	LEMEZ
1500	1007.644	113.110	-7.714	LEMEZ
1501	1007.639	113.459	-7.710	LEMEZ

1502	1007.613	114.479	-7.704	LEMEZ
1503	1007.106	114.820	-7.709	LEMEZ
1504	1005.913	114.804	-7.700	LEMEZ
1505	1004.713	114.769	-7.706	LEMEZ
1506	1007.616	115.194	-7.703	LEMEZ
1507	1007.554	116.228	-7.704	LEMEZ
1508	1007.569	116.560	-7.702	LEMEZ
1509	1007.567	116.912	-7.704	LEMEZ
1510	1007.532	117.943	-7.705	LEMEZ
1511	1007.032	118.280	-7.705	LEMEZ
1512	1005.829	118.247	-7.700	LEMEZ
1513	1004.645	118.207	-7.704	LEMEZ
1514	1007.522	118.642	-7.701	LEMEZ
1515	1007.497	119.680	-7.714	LEMEZ
1516	1007.485	120.025	-7.716	LEMEZ
1517	1007.480	120.369	-7.719	LEMEZ
1518	1008.224	111.392	-7.721	LEMEZ
1519	1009.373	111.417	-7.720	LEMEZ
1520	1010.581	111.445	-7.721	LEMEZ

1521	1011.058	111.819	-7.725	LEMEZ
1522	1011.040	112.838	-7.721	LEMEZ
1523	1011.019	113.194	-7.722	LEMEZ
1524	1011.012	113.541	-7.719	LEMEZ
1525	1010.981	114.566	-7.712	LEMEZ
1526	1010.501	114.894	-7.711	LEMEZ
1527	1009.296	114.882	-7.709	LEMEZ
1528	1008.110	114.857	-7.707	LEMEZ
1529	1010.972	115.282	-7.713	LEMEZ
1530	1010.929	116.309	-7.713	LEMEZ
1531	1010.938	116.657	-7.713	LEMEZ
1532	1010.923	117.010	-7.711	LEMEZ
1533	1010.903	118.025	-7.711	LEMEZ
1534	1010.389	118.352	-7.707	LEMEZ
1535	1009.198	118.331	-7.707	LEMEZ
1536	1007.996	118.294	-7.707	LEMEZ
1537	1010.888	118.721	-7.714	LEMEZ
1538	1010.868	119.760	-7.718	LEMEZ
1539	1010.860	120.104	-7.720	LEMEZ

1540	1010.843	120.452	-7.720	LEMEZ
1541	1011.581	111.462	-7.724	LEMEZ
1542	1012.937	111.502	-7.725	LEMEZ
1543	1013.954	111.519	-7.723	LEMEZ
1544	1014.449	111.919	-7.722	LEMEZ
1545	1014.429	112.936	-7.730	LEMEZ
1546	1014.409	113.290	-7.730	LEMEZ
1547	1014.395	113.648	-7.729	LEMEZ
1548	1014.380	114.673	-7.724	LEMEZ
1549	1013.865	114.990	-7.728	LEMEZ
1550	1012.664	114.960	-7.724	LEMEZ
1551	1011.486	114.927	-7.717	LEMEZ
1552	1014.355	115.374	-7.725	LEMEZ
1553	1014.326	116.400	-7.731	LEMEZ
1554	1014.320	116.726	-7.730	LEMEZ
1555	1014.319	117.083	-7.730	LEMEZ
1556	1014.292	118.120	-7.728	LEMEZ
1557	1013.769	118.431	-7.730	LEMEZ
1558	1012.579	118.414	-7.721	LEMEZ

1559	1011.376	118.382	-7.716	LEMEZ
1560	1014.273	118.802	-7.724	LEMEZ
1561	1014.252	119.841	-7.725	LEMEZ
1562	1014.239	120.170	-7.725	LEMEZ
1563	1014.240	120.530	-7.726	LEMEZ
1564	1014.960	111.560	-7.721	LEMEZ
1565	1016.168	111.584	-7.719	LEMEZ
1566	1017.344	111.600	-7.717	LEMEZ
1567	1017.828	111.998	-7.719	LEMEZ
1568	1017.807	113.002	-7.723	LEMEZ
1569	1017.802	113.361	-7.725	LEMEZ
1570	1017.792	113.713	-7.725	LEMEZ
1571	1017.756	114.743	-7.724	LEMEZ
1572	1017.253	115.065	-7.722	LEMEZ
1573	1016.050	115.048	-7.723	LEMEZ
1574	1014.865	115.020	-7.729	LEMEZ
1575	1017.729	115.427	-7.727	LEMEZ
1576	1017.711	116.464	-7.728	LEMEZ
1577	1017.697	116.792	-7.728	LEMEZ

1578	1017.693	117.169	-7.727	LEMEZ
1579	1017.675	118.179	-7.726	LEMEZ
1580	1017.157	118.507	-7.727	LEMEZ
1581	1017.656	118.522	-7.718	JEL
1582	1017.748	115.080	-7.725	JEL
1583	1017.838	111.626	-7.717	JEL
1584	1014.452	111.541	-7.720	JEL
1585	1011.061	111.457	-7.722	JEL
1586	1007.686	111.376	-7.717	JEL
1587	1004.310	111.295	-7.716	JEL
1588	1000.923	111.216	-7.720	JEL
1589	997.537	111.146	-7.719	JEL
1590	994.168	111.070	-7.724	JEL
1591	994.085	114.485	-7.728	JEL
1592	993.998	117.968	-7.720	JEL
1593	993.911	121.410	-7.716	JEL
1594	997.387	118.052	-7.716	JEL
1595	993.921	121.080	-7.724	LEMEZ
1596	995.582	121.441	-7.719	LEMEZ

1597	993.910	121.410	-7.716	LEMEZ
1598	996.793	121.492	-7.719	LEMEZ
1599	997.308	121.152	-7.725	LEMEZ
1600	997.308	121.499	-7.717	JEL
1601	997.792	121.503	-7.723	LEMEZ
1602	998.978	121.541	-7.722	LEMEZ
1603	1000.178	121.577	-7.723	LEMEZ
1604	1000.670	121.592	-7.721	JEL
1605	1001.171	121.605	-7.723	LEMEZ
1606	1002.354	121.623	-7.723	LEMEZ
1607	1003.543	121.651	-7.722	LEMEZ
1608	1004.053	121.667	-7.719	JEL
1609	1004.552	121.675	-7.723	LEMEZ
1610	1000.692	121.243	-7.730	LEMEZ
1611	1004.071	121.314	-7.726	LEMEZ
1612	1006.934	121.732	-7.721	LEMEZ
1613	1007.448	121.747	-7.720	JEL
1614	1007.459	121.402	-7.729	LEMEZ
1615	1007.930	121.751	-7.724	LEMEZ

1616	1009.136	121.781	-7.726	LEMEZ
1617	1010.312	121.817	-7.723	LEMEZ
1618	1010.809	121.829	-7.720	JEL
1619	1010.815	121.483	-7.723	LEMEZ
1620	1011.323	121.843	-7.722	LEMEZ
1621	1012.510	121.870	-7.722	LEMEZ
1622	1013.700	121.896	-7.722	LEMEZ
1623	1014.202	121.911	-7.721	JEL
1624	1014.217	121.564	-7.725	LEMEZ
1625	1014.691	121.921	-7.721	LEMEZ
1626	1015.950	118.495	-7.723	LEMEZ
1627	1014.760	118.453	-7.727	LEMEZ
1628	1014.282	118.442	-7.728	JEL
1629	1010.893	118.363	-7.714	JEL
1630	1007.529	118.289	-7.705	JEL
1631	1004.133	118.201	-7.705	JEL
1632	1000.751	118.127	-7.712	JEL
1633	997.385	118.052	-7.716	JEL
1634	997.467	114.571	-7.719	JEL

1635	1000.840	114.659	-7.715	JEL
1636	1004.216	114.747	-7.702	JEL
1637	1007.612	114.831	-7.706	JEL
1638	1010.978	114.917	-7.711	JEL
1639	1014.370	114.997	-7.726	JEL
1640	1003.781	121.530	-7.782	GERENDA
1641	1003.003	121.515	-7.784	GERENDA
1642	1002.361	121.503	-7.785	GERENDA
1643	1001.705	121.490	-7.775	GERENDA
1644	1000.863	121.470	-7.767	GERENDA
1645	1000.964	118.001	-7.755	GERENDA
1646	1001.850	118.020	-7.754	GERENDA
1647	1002.454	118.034	-7.737	GERENDA
1648	1003.110	118.050	-7.750	GERENDA
1649	1003.103	118.049	-7.753	GERENDA
1650	1003.938	118.072	-7.742	GERENDA
1651	1004.026	114.612	-7.730	GERENDA
1652	1003.150	114.588	-7.746	GERENDA
1653	1002.551	114.571	-7.730	GERENDA

1654	1001.879	114.555	-7.743	GERENDA
1655	1001.041	114.533	-7.756	GERENDA
1656	1000.572	114.522	-7.752	GERENDA
1657	999.767	114.502	-7.769	GERENDA
1658	999.155	114.485	-7.748	GERENDA
1659	998.578	114.470	-7.751	GERENDA
1660	997.683	114.447	-7.758	GERENDA
1661	997.591	117.924	-7.757	GERENDA
1662	998.465	117.945	-7.765	GERENDA
1663	999.009	117.958	-7.768	GERENDA
1664	999.699	117.975	-7.777	GERENDA
1665	1000.453	117.992	-7.744	GERENDA
1666	1000.303	121.456	-7.771	GERENDA
1667	999.535	121.436	-7.771	GERENDA
1668	998.972	121.420	-7.755	GERENDA
1669	997.511	121.379	-7.767	GERENDA
1670	996.797	121.360	-7.756	GERENDA
1671	996.014	121.342	-7.763	GERENDA
1672	995.599	121.331	-7.757	GERENDA

1673	994.560	121.301	-7.812	GERENDA
1674	994.099	121.288	-7.851	GERENDA
1675	994.176	117.849	-7.764	GERENDA
1676	995.010	117.863	-7.761	GERENDA
1677	995.679	117.877	-7.759	GERENDA
1678	996.328	117.894	-7.762	GERENDA
1679	996.977	117.912	-7.749	GERENDA
1680	994.327	114.365	-7.776	GERENDA
1681	995.109	114.387	-7.765	GERENDA
1682	995.758	114.404	-7.772	GERENDA
1683	996.417	114.421	-7.763	GERENDA
1684	997.138	114.438	-7.747	GERENDA
1685	1015.889	121.960	-7.724	LEMEZ
1686	1017.081	121.982	-7.723	LEMEZ
1687	1017.572	121.984	-7.721	JEL
1688	1017.584	121.633	-7.725	LEMEZ
1689	1017.602	120.618	-7.724	LEMEZ
1690	1017.624	120.271	-7.724	LEMEZ
1691	1017.617	119.910	-7.725	LEMEZ

1692	1017.359	121.848	-7.754	GERENDA
1693	1016.525	121.832	-7.764	GERENDA
1694	1015.861	121.818	-7.755	GERENDA
1695	1015.188	121.802	-7.767	GERENDA
1696	1014.586	121.787	-7.750	GERENDA
1697	1014.009	121.775	-7.771	GERENDA
1698	1013.168	121.756	-7.758	GERENDA
1699	1012.500	121.740	-7.771	GERENDA
1700	1011.875	121.725	-7.762	GERENDA
1701	1011.190	121.708	-7.751	GERENDA
1702	1010.617	121.694	-7.773	GERENDA
1703	1009.676	121.672	-7.777	GERENDA
1704	1009.136	121.659	-7.763	GERENDA
1705	1008.506	121.642	-7.753	GERENDA
1706	1007.725	121.623	-7.748	GERENDA
1707	1007.261	121.612	-7.763	GERENDA
1708	1006.475	121.594	-7.756	GERENDA
1709	1005.760	121.577	-7.750	GERENDA
1710	1005.097	121.560	-7.748	GERENDA

1711	1004.228	121.540	-7.754	GERENDA
1712	1004.320	118.081	-7.739	GERENDA
1713	1005.261	118.104	-7.745	GERENDA
1714	1005.829	118.118	-7.739	GERENDA
1715	1006.484	118.133	-7.742	GERENDA
1716	1007.327	118.153	-7.749	GERENDA
1717	1007.815	118.162	-7.745	GERENDA
1718	1008.508	118.178	-7.753	GERENDA
1719	1009.194	118.195	-7.743	GERENDA
1720	1009.951	118.213	-7.746	GERENDA
1721	1010.707	118.232	-7.742	GERENDA
1722	1011.300	118.243	-7.757	GERENDA
1723	1012.000	118.259	-7.764	GERENDA
1724	1012.573	118.273	-7.757	GERENDA
1725	1013.158	118.287	-7.757	GERENDA
1726	1014.058	118.308	-7.766	GERENDA
1727	1014.715	118.324	-7.752	GERENDA
1728	1015.346	118.340	-7.761	GERENDA
1729	1016.004	118.356	-7.760	GERENDA

1730	1016.694	118.371	-7.779	GERENDA
1731	1017.438	118.389	-7.766	GERENDA
1732	1017.446	114.945	-7.774	GERENDA
1733	1016.657	114.925	-7.764	GERENDA
1734	1016.056	114.910	-7.762	GERENDA
1735	1015.370	114.894	-7.757	GERENDA
1736	1014.797	114.881	-7.751	GERENDA
1737	1014.076	114.861	-7.751	GERENDA
1738	1013.229	114.841	-7.755	GERENDA
1739	1012.673	114.828	-7.766	GERENDA
1740	1011.975	114.812	-7.756	GERENDA
1741	1011.273	114.797	-7.732	GERENDA
1742	1010.798	114.783	-7.748	GERENDA
1743	1009.740	114.755	-7.749	GERENDA
1744	1009.268	114.742	-7.746	GERENDA
1745	1008.565	114.724	-7.733	GERENDA
1746	1007.863	114.707	-7.729	GERENDA
1747	1007.417	114.694	-7.727	GERENDA
1748	1006.478	114.674	-7.747	GERENDA

1749	1005.898	114.660	-7.730	GERENDA
1750	1005.241	114.642	-7.735	GERENDA
1751	1004.393	114.619	-7.726	GERENDA

4. melléklet: Megoldás a legkisebb négyzetek módszerével

```
loadgerendacsv.csv
loadf.csv
loadv.csv

% kezdőértékek
fi0=0.024;
b0=87.34;
c0=41531.5;
rho=206264.8062;

% mérési eredmények
Lxv=v(:,2);
Lyv=v(:,3);
Lxf=f(:,2);
Lyf=f(:,3);

% deriváltak
vfi=(-b0*sin(fi0)+Lxv*cos(fi0)+Lyv*sin(fi0))/rho;
vb=zeros(234,1);
vb(:,1)=cos(fi0);
ffi=(c0*cos(fi0)+Lxf*sin(fi0)-Lyf*cos(fi0))/rho;
fc=zeros(213,1);
fc(:,1)=sin(fi0);

%Alakmátrix feltöltése
A=zeros(447,3);
l=zeros(447,1);
A(1:234,1)=vfi;
A(235:447,1)=ffi;
A(1:234,2)=vb;
A(235:447,3)=fc;

%tisztatag vektor
vl=(-(b0*cos(fi0)+Lxv*sin(fi0)-Lyv*cos(fi0)));
fl=-((c0*sin(fi0)+Lxf*cos(fi0)-Lyf*sin(fi0)));
l(1:36,1)=vl(1:36);
l(37:71,1)=vl(37:71,1)-3.19;
l(72:106,1)=vl(72:106,1)-3.45;
l(107:142,1)=vl(107:142,1)-6.64;
l(143:178,1)=vl(143:178,1)-6.90;
l(179:212,1)=vl(179:212,1)-10.09;
l(213:234,1)=vl(213:234,1)-10.35;
l(235:249,1)=fl(1:15);
l(250:264,1)=fl(16:30)-3.125;
l(265:279,1)=fl(31:45)-3.385;
l(280:295,1)=fl(46:61)-6.51;
l(296:310,1)=fl(62:76)-6.77;
l(311:325,1)=fl(77:91)-9.895;
l(326:340,1)=fl(92:106)-10.155;
l(341:355,1)=fl(107:121)-13.28;
l(356:370,1)=fl(122:136)-13.54;
l(371:386,1)=fl(137:152)-16.665;
l(387:401,1)=fl(153:167)-16.925;
l(402:416,1)=fl(168:182)-20.05;
l(417:432,1)=fl(183:198)-20.31;
l(433:447,1)=fl(199:213)-23.435;
```

```
%normálgyenlet  
x=inv(A'*A)*(A'*I);
```

```
%javítások  
vv=A*x-I;
```

```
% a kiegyenlített értékek  
X=[fi0;b0;c0]+[x(1)/rho;x(2:3)]  
vx=[-vv(1:234)*sin(X(1));vv(235:447)*cos(X(1))];  
vy=[vv(1:234)*cos(X(1));vv(235:447)*sin(X(1))];  
Ux=[Lxv+vx(1:234);Lxf+vx(235:447)];  
Uy=[Lyv+vy(1:234);Lyf+vy(235:447)];
```

5. melléklet: Megoldás a merőlegességi feltétel elhagyásával

```
loadgerendacsv.csv
loadf.csv
loadv.csv

% kezdőértékek
fi0=0.024;
fi1=0.024;
b0=87.34;
c0=41531.5;
rho=206264.5062;

% mérési eredmények
Lxv=v(:,2);
Lyv=v(:,3);
Lxf=f(:,2);
Lyf=f(:,3);

% deriváltak
vfi=(-b0*sin(fi0)+Lxv*cos(fi0)+Lyv*sin(fi0))/rho;
vb=zeros(234,1);
vb(:,1)=cos(fi0);
ffi=(c0*cos(fi1)+Lxf*sin(fi1)-Lyf*cos(fi1))/rho;
fc=zeros(213,1);
fc(:,1)=sin(fi1);

%Alakmátrix feltöltése
A=zeros(447,3);
l=zeros(447,1);
A(1:234,1)=vfi;
A(235:447,2)=ffi;
A(1:234,2)=0;
A(235:447,1)=0;
A(1:234,3)=vb;
A(235:447,4)=fc;

%tiszttatag vektor
vl=-(b0*cos(fi0)+Lxv*sin(fi0)-Lyv*cos(fi0));
fl=-(c0*sin(fi1)-Lxf*cos(fi1)-Lyf*sin(fi1));
l(1:36,1)=vl(1:36);
l(37:71,1)=vl(37:71,1)-3.19;
l(72:106,1)=vl(72:106,1)-3.45;
l(107:142,1)=vl(107:142,1)-6.64;
l(143:178,1)=vl(143:178,1)-6.90;
l(179:212,1)=vl(179:212,1)-10.09;
l(213:234,1)=vl(213:234,1)-10.35;
l(235:249,1)=fl(1:15);
l(250:264,1)=fl(16:30)-3.125;
l(265:279,1)=fl(31:45)-3.385;
l(280:295,1)=fl(46:61)-6.51;
l(296:310,1)=fl(62:76)-6.77;
l(311:325,1)=fl(77:91)-9.895;
l(326:340,1)=fl(92:106)-10.155;
l(341:355,1)=fl(107:121)-13.28;
l(356:370,1)=fl(122:136)-13.54;
l(371:386,1)=fl(137:152)-16.665;
l(387:401,1)=fl(153:167)-16.925;
l(402:416,1)=fl(168:182)-20.05;
l(417:432,1)=fl(183:198)-20.31;
l(433:447,1)=fl(199:213)-23.435;
```



```
%normálegyenlet
```

```
x=inv(A'*A)*(A'*I);
```

```
%javítások
```

```
vv=A*x-I;
```

```
%kiegénylített értékek
```

```
X=[fi0;fi1;b0;c0]+[x(1)/rho;x(2)/rho;x(3:4)]
```

```
vx=[-vv(1:234)*sin(X(1));vv(235:447)*cos(X(1))];
```

```
vy=[vv(1:234)*cos(X(1));vv(235:447)*sin(X(1))];
```

```
Ux=[Lxv+vx(1:234);Lxf+vx(235:447)];
```

```
Uy=[Lyv+vy(1:234);Lyf+vy(235:447)];
```

6. melléklet: Kiegyenlítés méretarány tényezővel

```
loadgerendacsv.csv
loadf.csv
loadv.csv

% kezdőértékek
fi0=0.024;
b0=87.34;
c0=41531.5;
rho=206264.8062;
kappa0=0

% mérési eredmények
Lxv=v(:,2);
Lyv=v(:,3);
Lxf=f(:,2);
Lyf=f(:,3);

% deriváltak
vfi=(-b0*sin(fi0)+Lxv*cos(fi0)+Lyv*sin(fi0))/rho;
vb=zeros(234,1);
vb(:,1)=cos(fi0);
ffi=(c0*cos(fi0)+Lxf*sin(fi0)-Lyf*cos(fi0))/rho;
fc=zeros(213,1);
fc(:,1)=sin(fi0);

%Alakmátrix feltöltése
A=zeros(447,3);
A(1:234,1)=vfi;
A(235:447,1)=ffi;
A(1:234,2)=vb;
A(235:447,3)=fc;
wj=zeros(234,1);
wj(1:36)=0;
wj(37:71)=3.19;
wj(72:106)=0.26;
wj(107:142)=3.19;
wj(143:178)=0.26;
wj(179:212)=3.19;
wj(213:234)=0.26;
uj=zeros(213,1);
uj(1:15)=0;
uj(16:30)=3.125;
uj(31:45)=0.26;
uj(46:61)=3.125;
uj(62:76)=0.26;
uj(77:91)=3.125;
uj(92:106)=0.26;
uj(107:121)=3.125;
uj(122:136)=0.26;
uj(137:152)=3.125;
uj(153:167)=0.26;
uj(168:182)=3.125;
uj(183:198)=0.26;
uj(199:213)=3.125;
j=[wj;uj];
A=[A,j];
```

```

%tiszttatag vektor
l=zeros(447,1);
vl=-(b0*cos(fi0)+Lxv*sin(fi0)-Lyv*cos(fi0)+wj*(1+kappa0));
fl=-(c0*sin(fi0)-Lxf*cos(fi0)-Lyf*sin(fi0)+uj*(1+kappa0));
l(1:36)=vl(1:36);
l(37:71)=vl(37:71)-3.19;
l(72:106)=vl(72:106)-3.45;
l(107:142)=vl(107:142)-6.64;
l(143:178)=vl(143:178)-6.90;
l(179:212)=vl(179:212)-10.09;
l(213:234)=vl(213:234)-10.35;
l(235:249)=fl(1:15);
l(250:264)=fl(16:30)-3.125;
l(265:279)=fl(31:45)-3.385;
l(280:295)=fl(46:61)-6.51;
l(296:310)=fl(62:76)-6.77;
l(311:325)=fl(77:91)-9.895;
l(326:340)=fl(92:106)-10.155;
l(341:355)=fl(107:121)-13.28;
l(356:370)=fl(122:136)-13.54;
l(371:386)=fl(137:152)-16.665;
l(387:401)=fl(153:167)-16.925;
l(402:416)=fl(168:182)-20.05;
l(417:432)=fl(183:198)-20.31;
l(433:447)=fl(199:213)-23.435;

%normál egyenlet
x=inv(A*A)*(A*I);

%javítások
vv=A*x-l;

%kiegyenlített értékek
X=[fi0;b0;c0;kappa0]+[x(1)/rho;x(2:3);x(4)/rho];
vx=[-vv(1:234)*sin(X(1));vv(235:447)*cos(X(1))];
vy=[vv(1:234)*cos(X(1));vv(235:447)*sin(X(1))];
Ux=[Lxv+vx(1:234);Lxf+vx(235:447)];
Uy=[Lyv+vy(1:234);Lyf+vy(235:447)];

```

7. melléklet: Kiegyenlítés két méretarány tényezővel

```
loadgerendacsv.csv
loadf.csv
loadv.csv

% kezdőértékek
fi0=0.024;
b0=87.34;
c0=41531.5;
rho=206264.8062;
kappax0=0
kappay0=0
rho=206264.8062;

% mérési eredmények
Lxv=v(:,2);
Lyv=v(:,3);
Lxf=f(:,2);
Lyf=f(:,3);

% deriváltak
vfi=(-b0*sin(fi0)+Lxv*cos(fi0)+Lyv*sin(fi0))/rho;
ffi=(c0*cos(fi0)+Lxf*sin(fi0)-Lyf*cos(fi0))/rho;
vb=zeros(234,1); vb=cos(fi0);
vc=zeros(213,1); fc(:,1)=sin(fi0);

% Alakmátrix feltöltése, első 3 oszlop
A=zeros(447,3);
A(1:234,1)=vfi;
A(235:447,1)=ffi;
A(1:234,2)=vb;
A(235:447,3)=fc;

% 4. és 5. oszlop
wj=zeros(234,1);
wj(1:36)=0;
wj(37:71)=3.19;
wj(72:106)=3.45;
wj(107:142)=6.64;
wj(143:178)=6.90;
wj(179:212)=10.09;
wj(213:234)=10.35;
uj=zeros(213,1);
uj(1:15)=0;
uj(16:30)=3.125;
uj(31:45)=3.385;
uj(46:61)=6.51;
uj(62:76)=6.77;
uj(77:91)=9.895;
uj(92:106)=10.155;
uj(107:121)=13.28;
uj(122:136)=13.54;
uj(137:152)=16.665;
uj(153:167)=16.925;
uj(168:182)=20.05;
uj(183:198)=20.31;
uj(199:213)=23.435;
u=[zeros(234,1);uj];
w=[wj;zeros(213,1)];
A=[A,u,w];
```

```

%tisztatag vektor
vl=-(b0*cos(fi0)+Lxv*sin(fi0)-Lyv*cos(fi0)+wj*(1+kappax0));
fl=-(c0*sin(fi0)-Lxf*cos(fi0)-Lyf*sin(fi0)+uj*(1+kappay0));
l=[vl;fl]

```

```

% normálegyenlet

```

```

x=inv(A'*A)*(A'*l);

```

```

% mérési eredmények javításai

```

```

vv2=A*x-l;

```

```

% a kiegyenlített értékek

```

```

X=[fi0;b0;c0;kappax0;kappay0]+[x(1)/rho;x(2:3);x(4);x(5)];

```

```

vx=[-vv2(1:234)*sin(X(1));vv2(235:447)*cos(X(1))];

```

```

vy=[vv2(1:234)*cos(X(1));vv2(235:447)*sin(X(1))];

```

```

Ux=[Lxv+vx(1:234);Lxf+vx(235:447)];

```

```

Uy=[Lyv+vy(1:234);Lyf+vy(235:447)];

```