

M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Építőmérnöki Kar  
Hidak és Szerkezetek Tanszék

TDK DOLGOZAT – 2021

**Előregyártott, előfeszített vasbeton gerenda  
numerikus és kísérleti vizsgálata**

<b>Készítette:</b>	Téglás Csaba (J7R2YE)
<b>Konzulensek:</b>	Dr. Haris István Roszevák Zsolt
<b>Félév:</b>	2021/22 ősz
<b>Dátum:</b>	2021. október 30.

# **Előregyártott, előfeszített vasbeton gerenda numerikus és kísérleti vizsgálata**

**Készítette:** Téglás Csaba (MSc, III. félév)

**Konzulensek:** Dr. Haris István (HSZ) és Roszevák Zsolt (HSZ)

Dolgozatom témája egy olyan végeselemes eljárás összeállítása, amely segítségével nagy pontossággal modellezhető egy előregyártott, előfeszített vasbeton gerenda valós viselkedése.

Feszített vasbeton tartók, gerendák alkalmazásának elsődleges célja a repedéstágasság, illetve a lehajlás mértékének csökkentése, ezáltal nagyobb fesztávok áthidalhatóságának biztosítása, vagy azonos fesztávon lágyvasalású gerendához képest kisebb szerkezeti magasság elérése. Az említett szempontok közül mind a lehajlás, mind a repedéstágasság pontos numerikus vizsgálatához mindenképpen nemlineáris analízis szükséges. Továbbá mivel az előfeszítés egy mesterségesen kialakított sajátfeszültségi állapotot eredményez, így annak hatása a feszültségek minél pontosabb modellezése révén vizsgálható a legjobban.

Ezen követelmények ismeretében belátható, hogy általános, kereskedelmi forgalomban kapható és a mindennapi gyakorló mérnökök körében elterjedt végeselemes szoftverek és eljárások esetében egy feszített vasbeton gerenda valós viselkedése csak körülményesen, bizonyos megkötésekkel, közelítésekkel vizsgálható.

TDK dolgozatomban egy rövid tanulmány keretében bemutatom a feszítés alapelvét, a feszített szerkezetek alkalmazásának lehetőségeit és előnyeit, az analízis fő kérdéseit, illetve a numerikus modellezés lehetőségeit. A dolgozat fő célja egy adott előregyártott, előfeszített vasbeton gerenda vizsgálatán keresztül olyan végeselemes modell készítése, mely segítségével a gerenda viselkedése pontosan lekövethető.

Ehhez egy speciális, kifejezetten vasbeton szerkezetek nemlineáris vizsgálatára fejlesztett végeselem szoftver kerül alkalmazásra, mely figyelembe tudja venni a pontos anyagmodellt, az előfeszítést és annak hatását, a szerkezet egyes pontjaiban ébredő feszültségeket, valamint a feszítőbetét, a beton és a kettő közti kapcsolat különböző jellemzőit. A feladat ezen paraméterek valósághoz legjobban hű értékeinek megtalálása, felvétele, hogy a későbbiekben a megfelelő bemenő adatok ismeretében részletesebb paramétervizsgálatra kerülhessen sor, vagy akár más, tetszőleges keresztmetszetű előfeszített vasbeton tartó is nagy pontossággal modellezhető, vizsgálható, méretezhető legyen.

A modellezett eredmények helyessége, megfelelősége egyetemi (BME) laborkísérletek eredményeinek a segítségével kerül igazolásra, összehasonlítva és értékelve a valós és a számított numerikus értékeket.

# **Numerical and experimental examination of prefabricated, prestressed concrete beam**

**Author:** Csaba Téglás (MSc, III. semester)

**Consultants:** István Haris, PhD (DSE) and Zsolt Roszevák (DSE)

The topic of my dissertation is to compile a finite element procedure in order to simulate the real behavior of a prefabricated, prestressed concrete beam with high precision.

The primary purpose of using prestressed beams is to reduce the amount and size of cracks and to minimize deflection, thereby reaching larger span or lowering the height of the structural element – compared to a simple reinforced beam. For the accurate numerical examination of both crack width and deflection, the use of a nonlinear analysis is needed by all means. Furthermore, since prestressing results in an artificially created (self) stress-state, its effect can be best examined by modeling the stresses as accurately as possible.

Knowing these requirements, it can be seen, that by the use of a commercially available finite element software and a common method the modelling of a prestressed concrete beam can be quite circumstantial, and a few restrictions must be accepted.

My dissertation includes a short study about the main idea of prestressing, about the opportunities and benefits of using prestressed concrete structures, about the main questions of examination and design and about the possible ways of numerical modelling of prestressed concrete. The aim of the dissertation is to create a finite element model and a numerical method in order to simulate the real behavior of a prestressed beam as well as possible.

To achieve the desired result, a special finite element software is used, which is designed especially to model and analyze reinforced concrete structures by nonlinear methods. This software is capable to take into account proper material models, prestressing, the stress-state in different points of the element and different parameters of concrete, strand and their contact. The main task is to find proper parameters to get back realistic results. Knowing the appropriate modelling method, later it will be possible to perform detailed parameter testing and to model, examine and design other prestressed beams with various cross sections.

The accuracy of the numerical results obtained will be verified by laboratory results, done by the University (BME).

# Tartalomjegyzék

1. Bevezetés, szakirodalmi áttekintés.....	1
1.1. Feszített szerkezetek.....	1
1.2. Vasbeton szerkezetek numerikus modellezése.....	3
1.3. Feszített szerkezetek számítása.....	7
1.4. Feszített szerkezetek numerikus modellezése.....	8
1.5. A vizsgált feszített gerenda.....	12
2. A kutatás célja, módszere.....	14
3. Laboratóriumi kísérletek.....	16
3.1. Kísérleti elrendezés.....	16
3.2. Kísérlet menete.....	18
3.3. Kísérleti eredmények.....	19
4. Numerikus modellezés.....	20
4.1. Geometria.....	20
4.2. Alkalmazott beton anyagmodell.....	22
4.2.1. Feszültségek a betonban.....	23
4.2.2. Repedésterjedési modellek.....	24
4.2.3. Anyagmodell paraméterek.....	25
4.3. Anyagok, anyagmodellek.....	26
4.3.1. Beton anyaga, anyagmodellje.....	27
4.3.2. Feszítőhuzalok anyaga, anyagmodellje.....	29
4.3.3. Teherelosztó lemezek anyaga, anyagmodellje.....	30
4.4. Megtámasztási viszonyok.....	30
4.5. Terhek, terhelés menete.....	32
4.6. Monitor pontok és végeelem háló.....	34
5. Numerikus vizsgálat eredményei, értékelés, összehasonlítás.....	36
5.1. Feszítés modellezése, feszítés hatása.....	36
5.2. Különböző anyagmodellek hatása.....	38
5.3. Teherlépcsők számának hatása.....	42
5.4. Végeelem háló sűrűségének hatása.....	45
5.5. Különböző repedésterjedési modellek hatása.....	48
5.6. Eredmények összevetése a kísérleti eredményekkel.....	51
6. Összefoglalás.....	55
7. Konklúzió.....	58
8. További kutatási lehetőségek.....	59
9. Irodalomjegyzék.....	60

## 1. Bevezetés, szakirodalmi áttekintés

### 1.1. Feszített szerkezetek

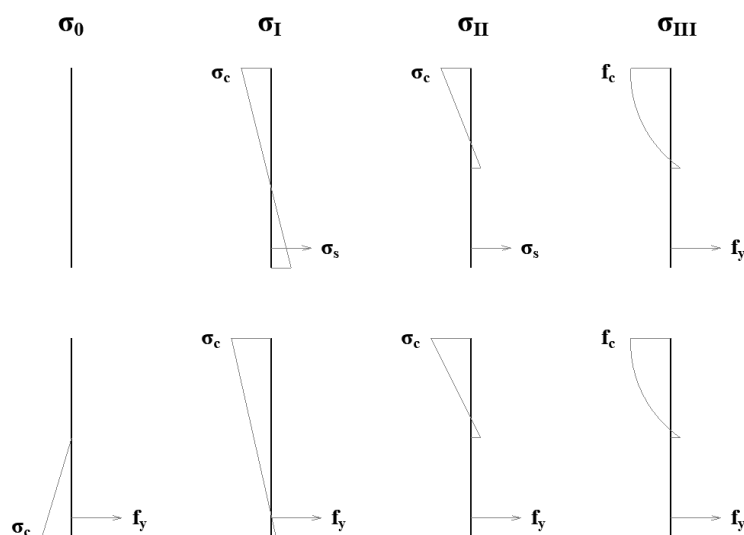
A beton, mint építőanyag egyértelműen napjaink építészetének és tartószerkezeti rendszereinek egyik legfontosabb alapanyaga. Előnyei közt tudhatjuk a jó formálhatóságot, a nagyfokú ellenállóképességet, tartósságot, tűzzel szembeni kedvező viselkedést, illetve építészeti szempontból a sokrétű felhasználás és a felület egyedi kialakításának lehetőségét. Tartószerkezeti szempontból azonban a beton kicsiny húzószilárdsága okán jellemzően vasbeton szerkezetekről beszélhetünk.

Egy lágyvasalású vasbeton keresztmetszet esetén a nyomóerőt a beton és a betonacélok együttesen viselik, nagyobb hajlító jellegű igénybevételek esetén viszont a beton keresztmetszet húzott oldala bereped és a berepedt részeken a betonacélok veszik fel a húzófeszültségeket. A repedések miatt a tartó merevsége csökken, ez pedig az alakváltozások megnövekedését is eredményezi egyúttal. A nagymértékű lehajlás viszont nem csupán esztétikailag és pszichikailag zavaró, de a repedések fokozatos megnyílásával növekszik a korrózió kockázata is, így csökkentve a szerkezet tartósságát, élettartamát. Ezen használhatósági problémák a feszítávolság növelésével egyre inkább előtérbe kerülnek, nagyfeszítávú szerkezetek esetén pedig mértékadóvá válhatnak.

A fenti, lágyvasalású szerkezetek esetén felmerülő problémák orvosolhatók feszítés segítségével. Feszítés révén lehetőségünk nyílik kihasználni mindkét anyag előnyös tulajdonságait; a magas húzószilárdsággal rendelkező acélbetéteket megfeszítve a szerkezetbe már a terhelés előtt feszültségeket viszünk be, ezáltal nyomófeszültséget ébresztve a betonban. Ennek megfelelően a feszítés alapelve szerint a célunk a tartószerkezetben olyan *sajátfeszültségi állapot* létrehozása, amely a használat során működő külső terhekből keletkező igénybevételekkel ellentett igénybevételeket eredményez. Vasbeton szerkezetek esetén ez praktikusán azt jelenti, hogy a feszítés hatására a teljes beton keresztmetszet minél nagyobb része legyen nyomott. Megfelelően méretezett feszítési rendszer alkalmazásával a tartószerkezetben használati terhek során egyáltalán nem, vagy csak minimális mértékű húzófeszültség ébred, ezáltal nem keletkeznek repedések, vagy a repedések mérete és a repedésterjedés mértéke korlátozott. [1]

Terhelés következtében a beton keresztmetszet feszítés hatására nyomott szélső szála húzottá válik és bereped (az első, repedésmentes feszültségi állapotból átlép a második feszültségi

állapotba), majd a terhelő erő növelésével a tartó tönkremegy (harmadik feszültségi állapot). Ekkor a nyomott betonöv és lágyvasalás esetén az acélbetétek is képlékeny állapotba kerülnek, a nagyszilárdságú feszítőbetéteknek viszont jellemzően nincs folyási szakasza (névleges, egyezményes folyáshatárral rendelkeznek), azok a szakítószilárdságot elérve hirtelen mennek tönkre. Az egyes állapotokra jellemző feszültségeloszlást lágyvasalású, illetve feszített vasbeton keresztmetszet esetére az 1. ábra szemlélteti. Az előzőek értelmében lágyvasalású keresztmetszethez képest a feszített keresztmetszet teherbírása nem növelhető. Ellenben mivel az acélbetétben a feszítés miatt már az első feszültségi állapotban is a névleges folyáshatárhoz közeli (de képlékenyedést nem okozó) feszültség található, így az erők egyensúlyához a betonban nagyobb nyomófeszültségek ébrednek, azaz nagyobb nyomaték egyensúlyozható a berepedés előtt, mint feszítetlen keresztmetszettel. Összességében tehát nagyobb nyomaték hatására reped csak be a keresztmetszet, így használati állapotban várhatóan csupán kisebb repedések jelennek meg. [2]

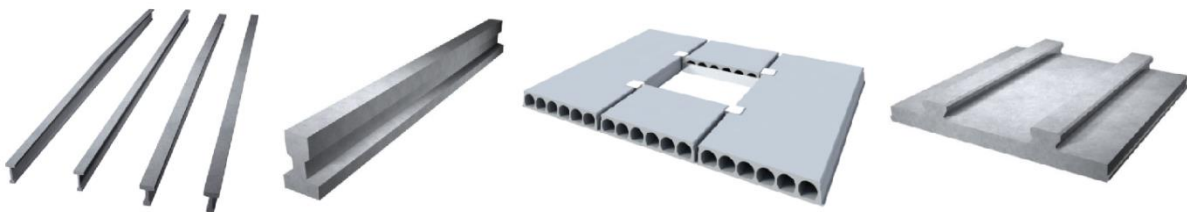


1. ábra – Feszültségek változása a terhelés növekedésével (a) lágyvasalású és (b) feszített vasbeton keresztmetszet esetén [2]

Kiemelendő, hogy a feszítés előnyeit jellemzően a szokásosnál jobb anyagminőségű (magasabb szilárdságú) anyagok esetén lehet kihasználni. Azonos keresztmetszeti kialakítás esetén a jobb anyagminőséget alkalmazó szerkezetek nagyobb teherbírást és merevséget eredményeznek, így a teljes szerkezet fajlagosan olcsóbb. A feszítés továbbá növeli a tartó nyírási teherbírását is.

A feszített szerkezetek csoportosíthatók a feszítés és betonozás ideje alapján (elő- és utófeszített szerkezetek), a feszítőbetét és a beton kapcsolata alapján (tapadóbetétes vagy csúszóbetétes), a feszítőbetét és a szerkezeti elem helyzete alapján (belső vagy külső feszítés), illetve a feszítőbetét típusa szerint (huzal, pászma, kábel, feszítőrúd).

Előfeszítést kizárólag üzemi körülmények között lehet alkalmazni, feszítőpad segítségével. Az előfeszítés folyamata az acélbetétek megfeszítésével kezdődik, ezután beszerelik a(z esetleg) szükséges lágyvasalást, bedolgozzák a betont, a szilárdulást követően pedig ráengedik a tartóra a feszítőerőt. A feszítőpados technológia adottságai okán általában egyenes vonalvezetésű feszítőbetéteket alkalmaznak, de szükség esetén speciális szerelvényekkel iránytörés is kialakítható. Az előfeszített vasbeton elemek felhasználási lehetőségeinek palettája igen sokszínű: családi és társasházak födémrendszere, ipari csarnokok, parkolóházak és mezőgazdasági létesítmények tartószerkezeti elemei készülnek így, további előregyártott, lágyvasalású elemekkel kiegészítve (2. ábra).



2. ábra – Előfeszített termékek: nagy fesztávolságú tartók, E jelű födémgerenda, körüreges födémpanelek és kéregpanelek<sup>a</sup>

Utófeszítést jellemzően a helyszínen, monolit szerkezetek (előre tervezett vagy utólagos) megerősítésére alkalmaznak. Az utófeszítés belső feszítéskor íves, külső feszítéskor pedig poligonális vonalvezetéssel illeszkedik a külső igénybevételekhez, így optimalizálva az erőjátékot. Előfeszítés esetén a huzalok vagy pászmák értelemszerűen mindig tapadással kapcsolódnak a betonhoz, utófeszítés esetén azonban megkülönböztethetünk tapadó- és csúszóbetétes rendszereket. Utófeszítést általában hidak vagy nagy fesztávolságú (síklemez) födémek, illetve meglévő szerkezetek megerősítése esetén alkalmaznak (3. ábra).



3. ábra – Utófeszített szerkezetek: külső kábeles feszítés, feszített síklemez födém és feszített körszimmetrikus szerkezetek [1]

## 1.2. Vasbeton szerkezetek numerikus modellezése

Napjaink tervezőmérnökei számára gyakorlatilag magától értetődő a tervezés során valamely konstruáló, számító, méretező szoftver alkalmazása. A szoftverekkel szemben támasztott

számos követelmény között szerepel a precíz modellépítés, a gyors analízis, a sokoldalú méretezés és az egyes programok közti átjárhatóság biztosításának igénye. A felhasználás céljai közt szerepel többek között az egyes munkafolyamatok gyorsítása, gördülékenyebbé tétele, a minél pontosabb számítás és méretezés biztosítása, valamint az átláthatóság, a dokumentáció és az ellenőrizhetőség egyszerűsítése.

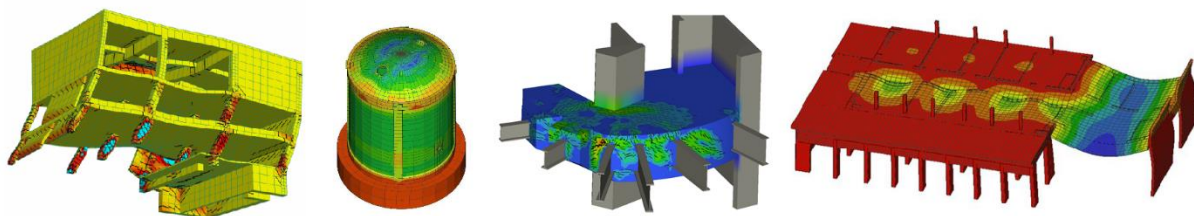
Ezen elvárásoknak megfelelően széleskörűen elterjedtek olyan komplex számító-méretező szoftverek (pl. AxisVM, FEM-Design), melyek alkalmasak a teljes tartószerkezet globális vizsgálatára és az így kapott mértékadó eredményekre történő lokális ellenőrzésre, elemenkénti méretezésre. Ezek a megoldások természetesen óriási segítséget jelentenek a tervezők számára, jelentősen gyorsítják, egyszerűsítik a tervezést, és teljesen indokoltak is az egyre monumentálisabb épületek, szerkezetek igénye okán. A rohamosan feltörekvő BIM-integrációnak, BIM-tervezésnek köszönhetően pedig lehetőség adódik arra is, hogy az első kattintástól kezdve, a tervezés minden lépésén át, egészen a kivitelezésig és az üzemeltetésig akár egyetlen multifunkciós szoftverkörnyezet legyen a segítségünkre. Szem előtt tartandó viszont, hogy az ilyen globális rendszerek működésének érdekében mindig szükség van különböző egyszerűsítésekre, közelítésekre.

Sok más szoftverhez hasonlóan a már megnevezett AxisVM felhasználói is három dimenzióban építhetik fel a szükséges modellt, de a modell részeit jellemzően egy- (rúd), illetve kétdimenziós (felület, héj) elemek alkotják. Nagyméretű, igen összetett globális modellek esetén a 3D végelemek alkalmazása nem feltétlenül célszerű, hiszen rendkívüli mértékben bonyolítja a modellezést, lassítja a számítást és/vagy növeli a szükséges számítási kapacitást. Ilyenkor az adott feladatra kifejlesztett megfelelő 1D vagy 2D végelem típusok használata kézenfekvő. Ennek eredményeképp a keresztmetszet különböző pontjaiban lejátszódó folyamatok ily módon nem vizsgálhatók pontosan. A végelem típusától függetlenül további megfontolást igényel, hogy alapértelmezésként lineáris vagy nemlineáris analízist folytatunk-e. Lineárisan rugalmas számítás esetén az igénybevételeket a biztonság oldaláról közelítjük, de az alakváltozást alábecsüljük. Természetesen vannak céleszközök az egyes feladatokra: például az AxisVM esetében számtalan kiválóan alkalmazható vasbeton méretező modult használhatunk; tud nemlineáris lehajlást és repedéstágasságot is számolni, valamint képes vasbeton keresztmetszet feszültséganalízisére is, de a keresztmetszet különböző pontjaiban kapott feszültségeket, igénybevételeket a program nem közvetlenül az analízis eredményéből kapja, hanem előre meghatározott Gauss-pontokban numerikus integrálással, ún. *fiber model* segítségével állítja elő.<sup>b</sup> Ennek értelmében előfeszített szerkezetek vizsgálatára például nem alkalmas.



Az ilyen különleges analízist igénylő kérdéseknél jöhetnek szóba olyan speciális célszoftverek, mint a jelen dolgozat során is alkalmazásra kerülő ATENA. Ez a háromdimenziós modellezésre alkalmas, grafikus felhasználói felülettel rendelkező, kifejezetten vasbeton szerkezetek nemlineáris vizsgálatára fejlesztett törésmechanikai elméleten és végelemanalízisen alapuló szoftver lehetőséget biztosít a beton és a betonban dolgozó vasalás (vagy feszítőbetét) nagy pontosságú, repedésképre, alakváltozásra és tönkremenetelre is kiterjedő vizsgálatára. Lényeges különbség, hogy nem csupán tengelyvonalakat, statikai vázat modellezünk, hanem a szerkezetet alkotó elemek tényleges testmodellje épül fel 3D végeelemekkel. A program célszerűen nem méretező szoftverként, hanem adott esetek részletekbe menő specifikus vizsgálatára alkalmazható. Az ATENA szoftver két fő eltérése a korábban említett általánosabb mérnöki végeelem programokhoz képest, hogy 3D végeelemeket és részletesen parametrizálható anyagmodelleket alkalmaz, azaz a modellezett szerkezetben minden a valós keresztmetszettel, geometriával és valóság-hű anyagi viselkedéssel építhető fel, ezáltal rendkívül pontos analízist lehetővé téve.

Az ATENA egyedi jellemzői közé tartozik a szerkezetek valós viselkedésének nagy pontosságú modellezhetősége, a repedésterjedés grafikus ábrázolása, valós idejű eredmények ábrázolása a nemlineáris analízis során is, különböző statikus, dinamikus, kúszási, hő-, nedvesség- és tűzterhelési analízisek futtatása, számos fejlett beton és betonacél anyagmodell alkalmazása, újfajta szálerősítéses betonok vizsgálhatósága, valamint a szerkezet tartósságának és a betonacélok korróziójának vizsgálata.<sup>c</sup> Jól látszik tehát, hogy egy igen sokrétű, de anyagspecifikus szoftvert kapunk (4. ábra), mely kiválóan alkalmazható szerkezeti elemek, csomópontok, részletek vizsgálatára, többletteleherbírás képességének igazolására, gazdaságosabb szerkezet kialakítására, különleges méretezési kérdések elbírálására vagy (jelen esetben) a valós szerkezeti viselkedés modell segítségével történő tanulmányozására.

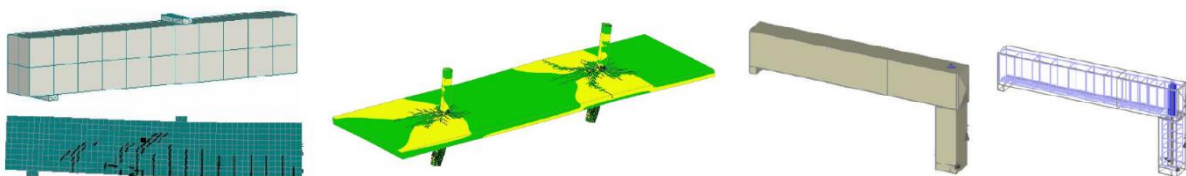


4. ábra – Az ATENA 3D végeelemes szoftver sokrétűen alkalmazható vasbeton szerkezetek nemlineáris analízisére<sup>d</sup>

Jelen dolgozattal egy a BME Hidak és Szerkezetek Tanszékén folyó, több évre visszanyúló kutatási programba csatlakozom be. A kutatás az eddigiekben lágyvasalású szerkezetek kifejezetten ATENA segítségével történő modellezésével, részletekbe menő vizsgálatával,

illetve az ezen feladatokhoz alkalmazható anyagmodellek tanulmányozásával és a modellezési eljárás validálásával foglalkozott. A témában konzulenseim támogatásával már több sikeres TDK dolgozat, tanulmány és cikk született, melyek eredményeit és következtetéseit alapul veszem jelen kutatás során.

A program során Roszevák Zsolt *Előregyártott vasbeton gerendák numerikus és kísérleti vizsgálata* [3], [4], Bodó Pál *Vasbeton síklemez egyenértékű kerettel történő helyettesítése vízszintes teherre, numerikus vizsgálatok alapján* [5], illetve Bogár Blanka és Blázsán Dániel *Különböző csomóponti numerikus modellek hatása egyszerű előregyártott vasbeton keretváz igénybevételeire* [6] című témával foglalkoztak (5. ábra). Az általuk elért eredményeket és tapasztalatokat felhasználva következő lépésként a kutatási program jelen dolgozattal kiterjesztésre kerül előregyártott, előfeszített szerkezetek, szerkezeti elemek vizsgálatára is. A kutatási program Roszevák Zsolt lágyvasalású gerendákat vizsgáló tanulmányaival [3], [4] analóg módon épül fel. Az általa írt tanulmányok célja a kutatáshoz alkalmazott, kifejezetten vasbeton szerkezetek modellezésére fejlesztett nemlineáris, háromdimenziós vége-selemes szoftver (ATENA) laboratóriumi kísérletek segítségével oly módon történő „kalibrálása” volt, hogy a megfelelő beton- és betonacél anyagmodellek alkalmazásával felépített, valódi próbatesteknek 1:1-es méretarányú másával történő testelemes analízis a valóságnak legjobban megfelelő eredményeket adjon. A tanulmány keretein belül végrehajtott kísérletsorozat célja volt, hogy különböző vasalású gerendákat, különböző, előre vagy manuálisan definiált anyagmodelleket és többféle vége-selemsűrűséget alkalmazva összességében a valósághoz legjobban igazodó vége-selemes eljárást sikerüljön kidolgozni.



5. ábra – A kutatási program során megvalósult ATENA projektek: (a) előregyártott lágyvasalású gerenda [3], (b) vasbeton síklemez [5] és (c) előregyártott vasbeton keretváz csomóponti vizsgálata [6]

Az előző bekezdés értelmében tehát jelen dolgozat fő célja a fentiekben röviden ismertetett tanulmány és kutatási program eredményeinek, tapasztalatainak és következtetéseinek felhasználásával, a felállított tematikát követve a kutatási program kiterjesztése feszített tartókra. A dolgozat keretein belül célokom egy hasonló, laborkísérleti eredményekre támaszkodó vége-selemes eljárás összeállítása ATENA segítségével, felhasználva a már rendelkezésre álló adatokat és tapasztalatokat, továbbfejlesztve a vizsgálati módszert *előregyártott, előfeszített*

*tartókra (gerendára)*. Cél egy olyan jól működő megoldás találása, mellyel a későbbiekben lehetőség nyílik részletesebb paramétervizsgálatok, részletvizsgálatok elvégzésére, valamint a módszer más keresztmetszetű, illetve kialakítású feszített tartókra történő kiterjesztésére.

### 1.3. Feszített szerkezetek számítása

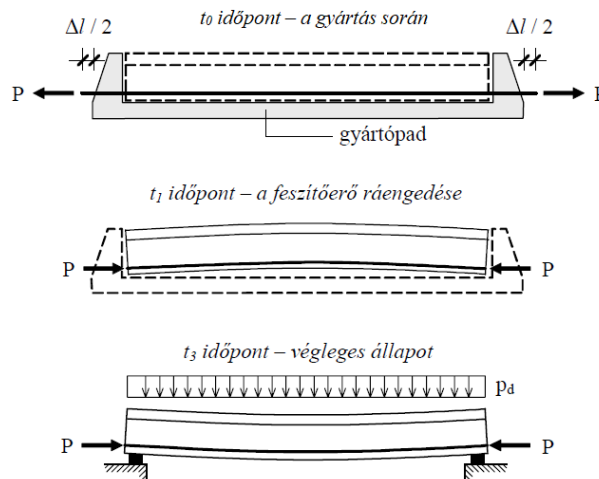
Előfeszített (és általában előregyártott) szerkezeti elemek statikai méretezése esetén a feszítés során előállított sajátfeszültségi állapot külső, a feszítőerő súlypontjában ható nyomóerővel vehető figyelembe. Az így értelmezett, feszítésből származó normálerő, illetve a méretezendő szerkezeti elemre ható külső terhek ismeretében a szélsőszálfeszültségek számíthatók és ellenőrizhetők. A statikai váz, az anyagjellemzők és a terhek időbeli változása miatt az ellenőrzés több különböző időpillanatban, állapotban végzendő el (6. ábra). Az előregyártott, előfeszített elemek jellemzően gerendaszerű viselkedésűek (például: feszített gerendák, födémpanellek, födémpanellek).

A *feszítőerő ráengedésének pillanatában* ( $t_1$ ) az adott elemet az önsúlyán kívül maximális feszítőerő terheli, miközben a beton szilárdsága és rugalmassági modulusa még nem éri el a 28 napos kort. Ilyenkor jellemző módon a végleges állapottal ellentétesen, a felső övben alakul ki húzás, az alsó övben nyomás. A szélsőszálfeszültségeket ennek megfelelően a beton pillanatnyi szilárdságát figyelembe véve szükséges ellenőrizni.

A *szállítás és szerelés* ( $t_2$ ) során ugyan a feszítőerő mértéke már valamelyest csökken a feszítési veszteségek miatt, de a megnevezett folyamatokból eredően különböző dinamikus hatásokkal, terhekkel kell számolni, a beépítéstől eltérő statikai váz figyelembevétele mellett. A beton ekkor még továbbra sem éri el a 28 napos kort.

A *használati állapot* ( $t_3$ ) során az adott elem már beépítésre került, a hatásos feszítőerő a kezdeti feszítőerő összes feszítési veszteséggel csökkentett értéke, a kúszás és zsugorodás lejátszódása után a beton szilárdsága és rugalmassági modulusa a szabványnak és betonosztálynak megfelelő. Az ellenőrzést az igénybevételek függvényében repedésmentes (I. feszültségállapot) és/vagy berepedt (II. feszültségállapot) keresztmetszet esetére kell végrehajtani. Használati határállapotban ellenőrizendő a lehajlási kritériummal szembeni megfelelés.

Végül a tartó teherbírása *teherbírasi határállapotban* ellenőrizendő. A megfelelés III. feszültségállapotot feltételezve a terhek szabvány szerinti szélsőértékével szembeni kellő biztonság garantálásával igazolható. [7]



6. ábra – Előfeszített szerkezetek számításának vizsgálati állapotai [7]

Utófeszített szerkezetekkel magasépítésben jellemzően (síklemez) födécek esetén találkozhatunk. Utófeszítés segítségével azonos feszítáv mellett csökkenthető a lemeztvastagság vagy azonos lemeztvastagság mellett növelhető a feszítáv, csökkenthető az alakváltozások és a repedések mértéke, valamint növelhető a fáradással szembeni ellenállás. Negatívum, hogy a számítás és a kivitelezés összetettsége, bonyolultsága nő.

Tapadóbetétes feszítés esetén a feszítést *külső egyenértékű teherrel* helyettesíthetjük. A módszer lényege, hogy egy feszítőkábel hatását a szerkezetre működő egyenértékű erőrendszerrel, a lehorgonyzási pontokon alkalmazott és a kábel irányváltozásából származó megoszló vagy koncentrált erőkből álló erőrendszerrel helyettesítjük. Így a feszítés hatására a kábelben és a betonszerkezetben egyensúlyban lévő, egymással egyenértékű, de ellenkező előjelű erőrendszer keletkezik. [8]

Csúszókábeles feszítés esetén a kábelben keletkező feszültség a födémlemez törési állapotában a folyási határnál kisebb, mivel a képlékeny csuklósorokban (törésvonalakban) keletkező alakváltozások a feszítőbetét hossza mentén megoszlanak. A méretezés során azt használjuk ki, hogy a törési állapotban a feszítőkábelekben számításba vehető feszültségnövekmény geometriai megfontolások alapján becsülhető a lemez maximális lehajlásainak és a feszítőbetét hosszának a függvényében. [8]

#### 1.4. Feszített szerkezetek numerikus modellezése

Az előző bekezdés alapján belátható, hogy míg egy csúszóbetétes rendszer a geometria és a terhek ismeretében egyszerűbben modellezhető, számolható erők (terhek) és elmozdulások (lehajlások) segítségével, addig egy előfeszített tartó ellenőrzéséhez elengedhetetlen a

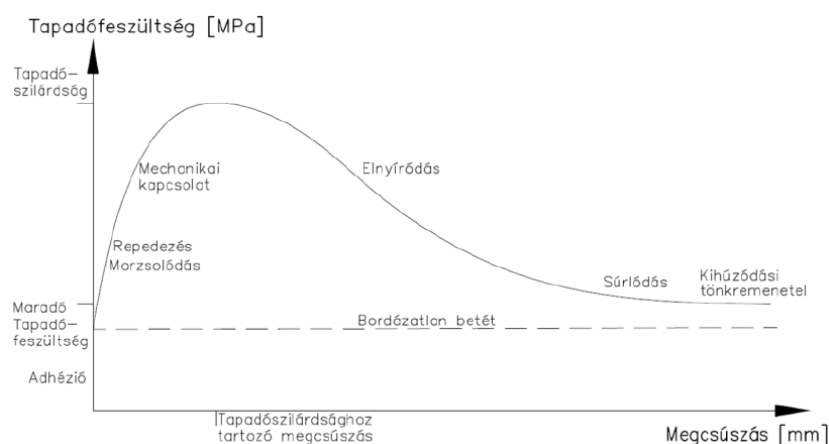
keresztmetszet szintű feszültséganalízis. Ez az oka annak, hogy kevés és nehézkes lehetőség áll csak rendelkezésre előfeszített elemek numerikus modellezésére, és hogy jellemzően a tervezés is inkább analitikus számítás alapján, iteratív módon történik. A hagyományos, mechanikai összefüggéseken alapuló számítási módszer esetén egy feszített gerenda feszültségei az 1.3. fejezet szerint a feszítés külső teherként történő modellezésével számíthatók. Ez a módszer ugyan kellően pontos gyakorlati tervezési célokra, de a tartó különböző építési és terhelési állapotaiban való vizsgálatára, keresztmetszetoptimalizálásra, tartóvégvizsgálatra, illetve bármilyen keresztmetszet szintű részletvizsgálatra egy megfelelően kalibrált numerikus modell célszerűbben alkalmazható. Ezen okok miatt koncentrálnál a tanulmányom az előfeszített elemek numerikus modellezésének és analízisének lehetőségeire egy egyszerű, kéttámaszú, előregyártott, előfeszített gerendát alapul véve.

Egy numerikus modellt akkor tekinthetünk megfelelőnek, ha az általunk vizsgálni kívánt esetekben valósághoz hű viselkedést tanúsít. Azaz egy feszített vasbeton gerenda vizsgálata során a gyártási, beépítési, használati és teherbírási állapotokat tekintve is reális eredményeket kell kapnunk. Ennek érdekében a megalkotott modell, valamint modellezési környezet a következő feltételeknek, elvárásoknak kell, hogy megfeleljen: Pontos háromdimenziós geometria a feszítőbetétek alakjának, keresztmetszetének, vonalvezetésének helyes modellezése mellett. Feszítés hatásának modellezhetősége. Parametrizálható nemlineáris beton anyagmodell a beton képlékenyedésének, morzsolódásának és tönkremenetelének valósághű modellezése érdekében. A betonacélok, feszítőbetétek és a beton közti tapadás leírása tapadás-megcsúszás diagramok segítségével. A megtámasztási viszonyok, csatlakozó szerkezetek megfelelő modellezhetősége. A különböző építési és terhelési állapotok vizsgálhatósága.

Egy numerikus modellhez a bemenő paraméterek értékeit meghatározhatjuk kísérletek segítségével vagy felvehetjük tapasztalati úton, illetve szakirodalmi források alapján. Előfeszített szerkezetekkel kapcsolatban mind a tapasztalaton alapuló ajánlások, mind a szakirodalmi források száma igen csekély, ezáltal is rámutatva a témával kapcsolatos további kutatási igény fontosságára. A témában publikált kutatások ( [9], [10], [11] ) jellemzően laboratóriumi kísérletek segítségével validált, illetve továbbfejlesztett modellezési eredményeket mutatnak be, kiemelve a célszerű alkalmazási területeket és az esetleges további kutatási lehetőségeket. Ezen elvet követve jelen tanulmány során is a fő cél egy kísérleti eredmények által alátámasztott valósághű viselkedésű modell megalkotása, mely a későbbiekben, részletes paramétervizsgálatot követően, lehetőséget biztosíthat további, feszített tartókkal kapcsolatos részletes vizsgálatokra.

Előfeszített vasbeton szerkezetek esetén az 1.1. fejezet szerint a beton és a feszítőbetétek közti együttműködést minden esetben a két anyag közti tapadás biztosítja. A feszített tartó tervek szerinti működéséhez, teherviseléséhez megfelelő erősségű kapcsolat, megfelelő tapadás szükséges. Tapadás alatt a beton és a betonba ágyazott acélbetét határfelületén kialakuló tapadást értjük. Az együttdolgozás hatékonyságának mérőszáma a tapadási szilárdság. A teljes kihúzóerő ellenállás a tapadási mechanizmusok kombinációjából áll össze. Feszített betétek esetén ezek a következők: adhézió az acél (betonacél, feszítőbetét) és a beton (cement) között, mechanikus tapadás a betét geometriai és felületi kialakításának függvényében, súrlódás a betonacél/feszítőbetét és a beton felületi érdessége miatt, valamint a Hoyer-hatás<sup>1</sup> a feszítőerő átadásának környezetében. Tartószerkezeti célokra a mechanikai tapadás erősítése érdekében jellemzően nem sima felületű acélbetéteket alkalmaznak. A mechanikai tapadás mértékét többek között befolyásolja az acélbetét felületi kialakítása (bordázás tulajdonságai), az acélbetét anyagi jellemzői, a beton tulajdonságai (összetétel, szilárdság), a tapadás környezetében a beton feszültségállapota és a terhelés jellege (terhelés sebessége, tartóssága, ciklikussága). [12]

A tapadási viselkedés általában tapadófeszültség-megcsúszás (*bond-slip*) diagram segítségével írható le, ahol tapadófeszültség alatt a betét és a beton felülete közti nyírófeszültséget, megcsúszás alatt pedig a betét relatív elmozdulását értjük. E diagram értékei kísérleti úton, úgynevezett kihúzó kísérlet alapján határozzák meg. A kísérletek mellett, illetve azok alapján rendelkezésre állnak különböző analitikus megoldások is.



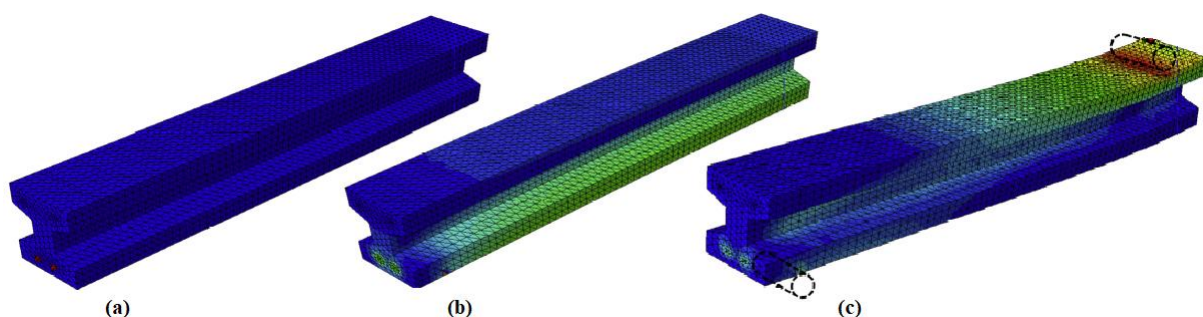
7. ábra – Általános tapadófeszültség-megcsúszás diagram jellemző pontjai [12]

<sup>1</sup> Hoyer-hatás: Feszítés hatására a huzal átmérője a Poisson-hatás következtében lecsökken, a feszítést követően azonban igyekszik visszanyerni eredeti keresztmetszetét. A szabadon maradt rész visszanyeri az átmérőjét, a hasznos feszítőerő szakaszán azonban a feszítés során kialakult átmérő marad. E két pont között a feszítőerő csökkenésével a huzalátmérő és így a sugárirányú erők megnőnek, ezzel kedvező hatást gyakorolva a tapadásra.

Az analitikus megoldások esetén a tapadófeszültség-megcsúszás görbe egyes szakaszaira, nevezetes pontjaira próbálnak felírni valamilyen összefüggést adott bemenő adatok (betét átmérője, keresztmetszeti területe, rugalmassági modulusa, relatív elmozdulása) függvényében. A különböző analitikus módszerek jellemzően melegen hengerelt betonacélokra lettek kidolgozva, esetleg további kihúzó kísérleteken alapuló ajánlásokkal kiegészítve feszítőhuzalok, feszítőpázmák esetére.

A pontos eredmények érdekében feszítés esetén inkább a vizsgálat céljából végrehajtott kihúzó kísérletek közvetlen eredményére, esetleg megfelelően kalibrált és validált, a kísérletet helyettesíteni tudó numerikus modellre érdemes támaszkodni. Jelen esetben ilyen jellegű kísérleti eredmények sajnos nem állnak rendelkezésre, a betétek viselkedésének numerikus modellezése pedig olyan összetettségű, hogy külön kutatás alapját szolgáltatja [12], így a modellfejlesztés során alapértelmezésként tökéletes tapadást feltételeztek a beton és a feszítőhuzalok között.

Előfeszített szerkezetek vége-selemes modellezésének különböző gyakorlati vagy elméleti jellegű célja lehet: egy pontos modell segítségével sokrétűen tanulmányozható a szerkezet viselkedése különböző bemeneti adatok és peremfeltételek mellett; összevethető és továbbfejleszthető a numerikus és analitikus módszerek, illetve a feszítés modellezésének lehetőségei [9]; összetett, nehezen számítható problémák válnak egyszerűbbé, szemléletesebbé (pl. károsodott előfeszített tartó kompozit anyaggal történő megerősítése és ellenőrzése [10]); valamint nem utolsósorban a kapott kutatási eredmények és a fejlesztett modellezési módszerek a későbbiekben további numerikus vizsgálatok alapját képezhetik [11], ezáltal gyakorlati tervezési feladatokban is nagy segítséget nyújtva.



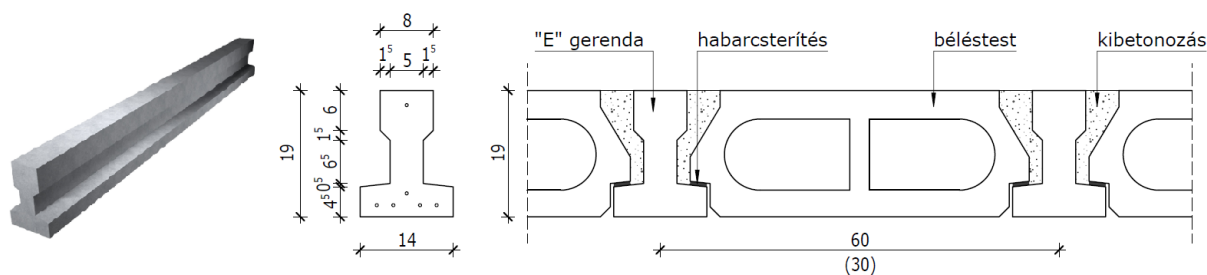
8. ábra – Feszített gerenda modellezése más szoftverrel és eltérő módszerrel [10]: (a) pázmák tapadásmentes megfeszítése, (b) pázmák elengedése (tapadás aktiválása), (c) a megfeszített gerenda terhelése



## 1.5. A vizsgált feszített gerenda

A kutatás célja a végeelemes analízis paramétereinek megfelelő kalibrálása, így kézenfekvő a vizsgálat tárgyaként egy olyan gerendát választani, mely késztermékként kapható, azaz a főbb jellemzői pontosan ismertek. Ezen szempontot, valamint a laboratóriumi kísérlet lehetőségeit figyelembe véve a választás egy általános előfeszített E jelű födémgerendára esett.

A gerenda járatos nyílásmérete 240-660 centiméter, 60 centiméteres lépcsőkben. A minimálisan előírt feltámaszkodási hossz 480 centiméterig 10, felette 12 centiméter. A vizsgálathoz E-36 jelű, azaz 360 centiméteres falköz áthidalására alkalmas, 380 centiméter hosszúságú gerendát választottam. Az alkalmazott betonszilárdsági osztály C35/45, az egyedi feszítőhuzalok pedig 6 mm átmérőjűek, szakítószilárdságuk 1770 MPa és a 9. ábra szerinti 1+1+4 keresztmetszeti elrendezést követnek.



9. ábra – E jelű feszített gerenda nézete, keresztmetszete és beépítése

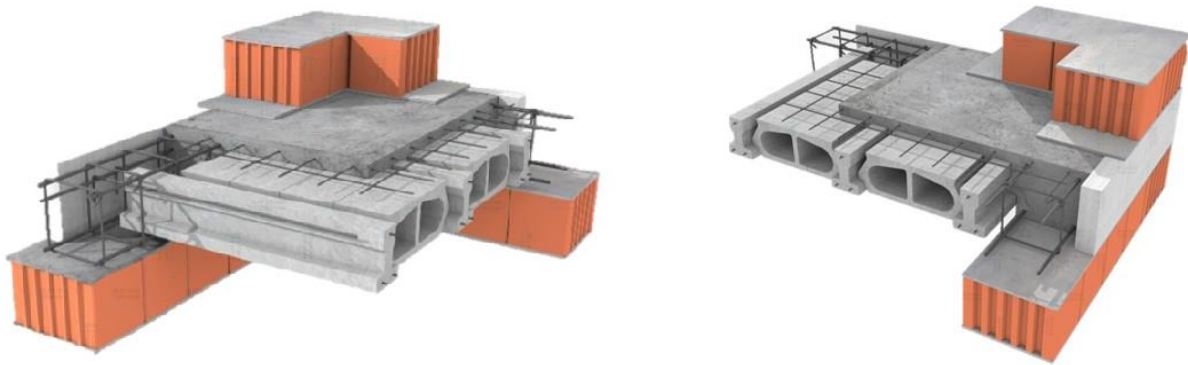
Az elsősorban családi és társasházak födémjeként alkalmazott E gerendás rendszer előnye, hogy azonos szerkezeti magasság mellett egy monolit födémhez képest lényegesen kevesebb helyszíni betonozást igényel; nincs szükség zsaluzatra; nincs szükség méretezett födémvasalásra; a kivitelezés gyors, szerelő jellegű, tervezhető, időjárástól független és különösebb szaktudást nem igényel; méretre gyártott gerendákkal nem tökéletes téglalap alakzat is lefedhető; az elkészített födémszakasz 1-3 nap szilárdulási időt követően teherbíró; valamint nem utolsó sorban a teljes födémrendszer más födémekhez viszonyítva olcsóbb. Napjainkban az egyre bonyolultabb alaprajzi kialakítások, a nagyobb fesztávok és az egyre összetettebb építészeti igények okán egyre kevésbé elterjedt, de kisebb, egyszerűbb alaprajzú házak esetén – különösen, ha figyelembe vesszük a jelenlegi élőmunka és a beton árakat – szerkezeti és anyagi szempontból is megfelelő alternatívát nyújt egy monolit vasbeton födémrendszerrel szemben.

A födémrendszer beépített állapotban a 30, vagy 60 centiméteres tengelytávra elhelyezett gerendákon felül közéjük helyezett megfelelő béléstestekből és hézagkitöltő betonozásból áll.



Nagyobb fesztávolság esetén 4-6 centiméter felbeton alkalmazása, illetve gerendakettőzés is szükséges. Az előregyártott, feszített gerendák minden esetben kéttámaszú tartóként kerülnek méretezésre (csak pozitív nyomatékra) és ennek megfelelően, szigorúan kéttámaszú tartóként építendő is be, folytatólagosság, konzolos kinyúlás nem megengedett. Az önállóan meglehetősen rideg gerendák tényleges viselkedését viszont statikai szempontból alapvetően meghatározza a feltámaszkodás környezetében található bekötő koszorúk, valamint az elhelyezett lágyvasalás és a teljes födémszerkezet kialakításának módja és minősége.

Jelen tanulmány során az elsődleges feladat egy különálló, csuklós-csuklós statikai vázzal feltételezett gerenda adott terhelés mellett történő vizsgálata. A kutatás során elért eredményekre alapozva később a beépített gerenda, vagy akár a teljes födémrendszer egy szakaszának tényleges viselkedése is vizsgálhatóvá válik.



10. ábra – E gerendás födémszerkezet szakszerű kialakításának 3D modellje<sup>e</sup>

## 2. A kutatás célja, módszere

Az 1.3. fejezetben már röviden ismertetett *kutatási program* alapvető célja olyan, széleskörűen kidolgozott és megfelelően megalapozott numerikus modellezési eljárás(ok) fejlesztése, megalapozása, mely(ek) segítségével adott szoftverkörnyezetben különböző vasbeton szerkezetek, szerkezeti elemek, illetve csomópontok viselkedését a valóságnak legmegfelelőbb módon lehessen vizsgálni. A kutatási program tudatosan felépített modellfejlesztési folyamatot követ [13], mely az eddigiekben kifejezetten lágyvasalású szerkezetekre koncentrált, de az elért eredmények és tapasztalatok immáron lehetővé teszik a modellezési eljárás kiterjesztését előfeszített szerkezeti elemek vizsgálatára is.

Ennek megfelelően a *dolgozat* elsődleges célja egy magasépítésben használatos előregyártott, előfeszített E jelű födémgerenda (1.5.) hajlítási viselkedésének részletes numerikus vizsgálata, és az adott gerendához tartozó kísérletsorozat kiértékelése, illetve a kísérleti eredmények alapján a numerikus modell validálása.

A modellezés a már ismertetett ATENA szoftverkörnyezetben, a valós geometriát és a feszítés hatását pontosan reprezentáló háromdimenziós testelemes modellként valósul meg. A modellezés során a hivatkozott kutatási program publikált eredményei és megállapításai kiindulási alapként felhasználásra kerülnek.

Az előfeszített gerenda valós viselkedését minél pontosabban leíró modellezési lehetőségeken túl vizsgálom az előfeszítés numerikus modellezhetőségét, a feszítés paramétereinek, valamint a repedéskép modellezésének a gerenda viselkedésére gyakorolt hatását. A tanulmány eredményeképp a numerikus modellezés és a tényleges viselkedés szempontjából legjobbnak talált paramétereket adom meg.

Összességében a tanulmány célkitűzése szerint a végeredmény egy olyan kísérletekkel validált paraméterhalmaz meghatározása, mely a különböző anyagmodelleket, tapadási, törési és képlékenyedési jellemzőket, terhelési sémákat és hálózási lehetőségeket figyelembe véve az adott szoftverkörnyezetben pontos (jelen esetben a kísérlettel egyező) eredményeket ad előfeszített szerkezeti elemek analízise során.

A modellezett eredmények helyessége, megfelelősége az évek óta BSc tantárgyi keretek között, a *BME Szerkezet- és Anyagvizsgáló Laboratóriumában* folytatott kísérletek eredményeinek

segítségével kerül igazolásra, összehasonlítva a mért valós és a számított, numerikus analízis során kapott értékeket.

Az elért eredmények tükrében hosszútávú célkitűzés az összeállított modellezési eljárás felhasználása összetettebb modellezési feladatokhoz; specifikus paramétervizsgálatokhoz, részletvizsgálatokhoz, valamint az eljárás általánosítása és a modellezés kiterjesztése további előfeszített keresztmetszetekre, például nagy fesztávolságú T vagy I tartókra.

Jelen dolgozat kutatási része felépítését tekintve négy fő részre tagolható: először a valós mérési eredményeket és a numerikus modell validálására szolgáló laboratóriumi kísérleteket mutatom be (3. fejezet), majd a numerikus modellépítés és modellfejlesztés főbb lépéseit (4. fejezet), ezt követően a numerikus vizsgálat eredményeinek bemutatása, kiértékelése és összehasonlítása következik (5. fejezet), végül pedig a kutatás során elérték összefoglalása (6. fejezet) és a következtetések levonása (7. fejezet).

### 3. Laboratóriumi kísérletek

A kutatás során fejlesztett numerikus modell viszonyítási alapját, és a kapott eredmények validálását laboratóriumi kísérletek biztosították. A mérések évek óta, a *Szerkezet és anyagvizsgáló laborgyakorlat (BSc)* tantárgy keretei között, a BME Szerkezet- és Anyagvizsgáló Laboratóriumában folynak.

Az elérhető adatsorok közül egy régebbi, *BVM* gyártmányú, E-36 jelű előregyártott, előfeszített födémgerenda három egymást követő mérési eredményére esett a választás. Minimálisan három különböző mérés már elfogadható viszonyítási alapot ad a numerikus eredményekkel való összehasonlíthatósághoz. Az E-36 jelölés értelmében a gerendával áthidalható nyílás maximális mérete 360 centiméter, a peremeken 10-10 centiméter minimális feltámaszkodást előírva, azaz a gerenda teljes szerkezeti mérete 380 centiméter (részletesebben lásd az 1.5. fejezetben).

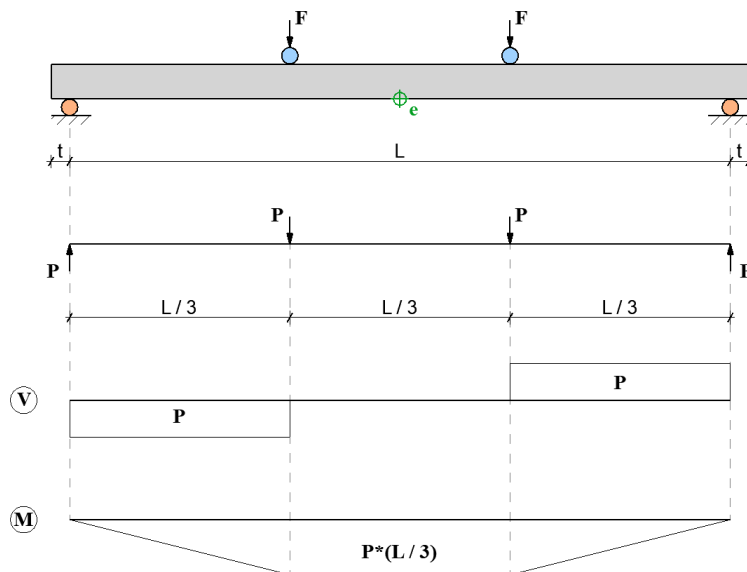
A numerikus vizsgálat során ugyanezen E-36 jelű gerenda modellezendő a gyártói adatok szerint, és cél a modell bemenő paramétereinek oly módon való megválasztása, hogy az analízis, illetve a kísérletek során tanúsított viselkedés a lehető legjobban egyezzen.

#### 3.1. Kísérleti elrendezés

A kísérletek során négyponthoz hajlítóvizsgálatot hajtottak végre. Az elnevezés értelmében a vizsgált gerendára négy ponton adódik át egy-egy koncentrált jellegű teher: a kéttámaszú statikai váznak megfelelően feltámaszkodások, illetve a támaszköz harmadolópontjaiban elhelyezett erőbevezetési helyek környezetében. A vizsgálat során feltételezett-felvett statikai váz csuklós-csuklós. Ennek megfelelően a megtámasztásoknál a tökéletes csuklós viselkedést kör keresztmetszetű acélszelvények biztosítják. A terhelés kör keresztmetszetű hidraulikus sajtók révén történik. Egy külső erő bevezetése a valóságban természetesen sosem lehet egy pontba koncentrálni, de a sajtófejek kis keresztmetszete okán a mérési eredmények szempontjából annak tekinthető.

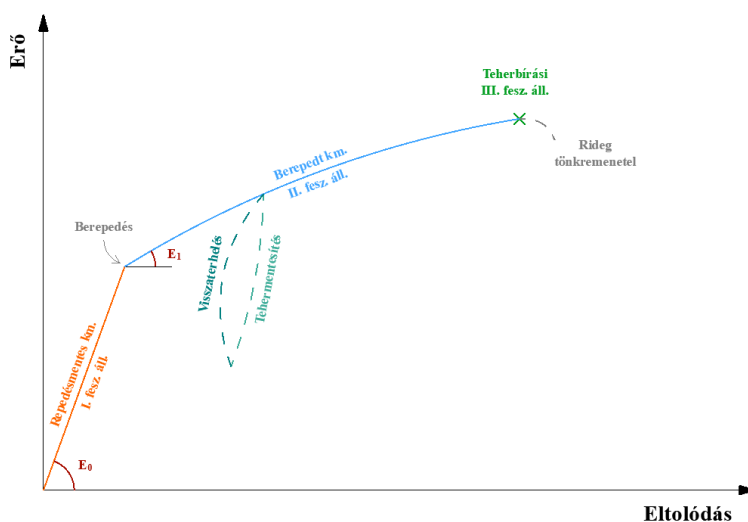
A négyponthoz hajlítóvizsgálat előnye a háromponthoz hajlítóvizsgálattal szemben, hogy a két erőbevezetési pont között nem ébred nyíróerő, hanem egy tisztán hajlított szakasz alakul ki (lásd 11. ábra). A módszer ezért különösen jól alkalmazható rideg anyagok, rideg viselkedésű szerkezeti elemek esetén, melyek kevésbé ellenállóak nyírófeszültségekkel szemben. Mivel a vizsgálni kívánt feszített gerenda nem beépített állapotban való viselkedése ridegnek tekinthető,

és mivel a vizsgálat célja a gerenda hajlítási viselkedésének tanulmányozása, ezért a kísérleti elrendezés szempontjából a négypontos hajlítóvizsgálat alkalmazása a legcélszerűbb.



11. ábra – Kísérleti elrendezés, statikai váz és igénybevételi ábrák

A kísérlet során mérhető a bevitt erő ( $F$  [kN]) nagysága a hidraulikus sajtóknál, valamint a gerenda lehajlásának ( $e$  [mm]) mértéke a mezőközepén. A mérési eredmények alapján a vizsgált gerendára és terhelési elrendezésre jellemző erő-elmozdulás, vagy pontosabban erő-eltolódás diagram közvetlenül előállítható. Az egyes görbeszakaszok érintőjének a meredeksége az adott szakaszra vonatkozó merevséget (rugalmassági modulus,  $E$  [MPa]) adja meg.



12. ábra – Kísérletből származó erő-eltolódás diagram jellemző alakja és értelmezése [14]

A kísérletből származó erő-eltolódás (terhelő erő – lehajlás mezőközepén) diagram jellemző alakját a 12. ábra szemlélteti. A feszített gerenda elméleti, várható viselkedése az ábra szerint a következő: Alacsony teherszint esetén a keresztmetszet repedésmentes, a viselkedés közel

lineárisan rugalmas. A repesztőnyomaték<sup>2</sup> elérését követően megjelennek az első repedések és a gerenda merevsége csökken. A merevségcsökkenés és a repedések a kezdeti lineáris szakaszhoz képest egy kisebb meredekségű görbeszakaszt és nemlineáris viselkedést eredményeznek. Abban az esetben, ha a berepedést követően tehermentesítjük a gerendát, akkor azt tapasztalhatjuk, hogy a tehermentesítés görbeszakaszának meredeksége közel a lineáris szakasz meredekségével azonos, és a dekompressziós nyomaték<sup>3</sup> elérését követően a repedések záródnak. Újbóli terhelés, visszaterhelés során a viselkedés nemlineáris: a görbe érintőjének meredeksége, azaz a merevség fokozatosan csökken le a berepedt keresztmetszet merevségére. Végül a teherszintet teherbírasi határállapotig növelve hirtelen, rideg tönkremenetel következik be, a feszített gerendának maradó teherbírása gyakorlatilag nincsen.

### 3.2. Kísérlet menete

A tényleges kísérleti elrendezés annyiban tér el az előző pontban bemutatotthoz képest, hogy a terhelő berendezés kialakítása miatt a vizsgált gerenda fejjel lefelé kerül elhelyezésre. Emiatt a mért eltolódások közvetlenül a gerenda terheléséből adódnak, az önsúly miatti lehajlást nem kell figyelembe venni. A mérés számítógép és erő-vezérelt: a hidraulikus sajtókban minden egyes teherlépcső során adott értékkel növeljük a bevitt erő nagyságát, a gerenda középső keresztmetszetének függőleges elmozdulását pedig induktív elmozdulásmérő rögzíti.



13. ábra – Valós kísérleti elrendezés és tönkrement gerenda képe<sup>4</sup>

A gerendát fokozatosan terhelve a teherbírás 55-60%-át elérve mezőközépen hajszálvékony, szemmel alig kivehető hajlítási repedések jelennek meg, ezt követően látványosan megnő a

<sup>2</sup> Repesztőnyomaték: Az a nyomaték érték, amely hatására a húzott betonöv bereped (I. feszültségi állapot vége).

<sup>3</sup> Dekompressziós nyomaték: Az a nyomaték érték, amely hatására a (korábban már megnyílt) repedések záródnak, azaz a rugalmas-berepedt km. feltételezésével számított tartón az alsó-szélsőszál feszültség értéke éppen zérus.

<sup>4</sup> A szemléltetés céljából mellékelt ábrán egy újabb, más méretű gerendával végzett kísérlet látható.

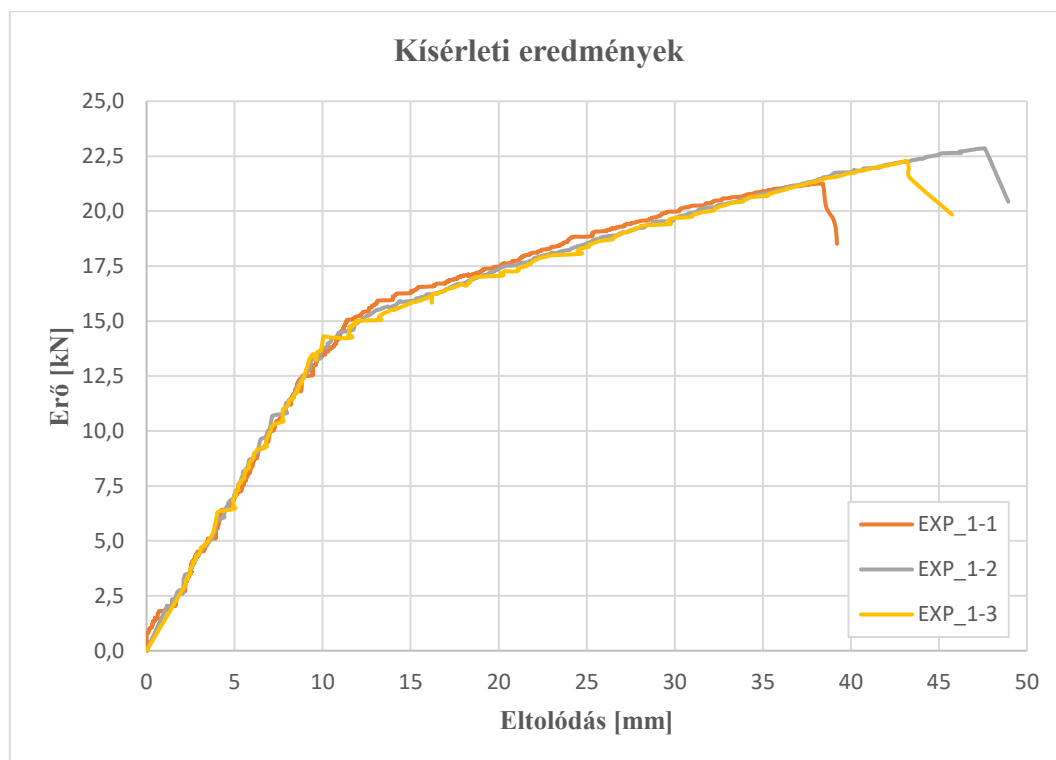
lehajlás (ez esetben felhajlás), majd a teherbírást elérve a gerenda a nyomott betonzóna összemorzsolódásával, a 13. ábra szerint robbanásszerűen tönkremegy.

### 3.3. Kísérleti eredmények

Az előzőekben ismertetettek szerint a kísérleti eredmények korábbi egyetemi laboratóriumi mérési eredményekből származnak. A kiválasztott gerendához három, egymást követően elvégzett kísérlet nyers mérési adatai álltak rendelkezésre. A mérésekből kapott értékpárokat kiértékelve a 14. ábra által szemléltetett erő-eltolódás diagramok rajzolhatók fel. A mellékelt ábrákon a kísérleti eredményekre vonatkozó adatsorok rendre EXP jelöléssel szerepelnek.

A II. feszültségi állapothoz tartozó görbeszakasz viszonylag kis meredeksége okán a tönkremenetelhez tartozó erő értéke kis, míg a tönkremenetelhez tartozó lehajlás (középső keresztmetszetben mért eltolódás) mértéke valamivel nagyobb relatív szórást mutat. Számszerűsítve a tönkremenetelhez tartozó erő átlagosan 22,13 kN ( $\pm 1$  kN), a tönkremenetelhez tartozó lehajlás pedig 42 mm ( $\pm 5$  mm).

A kapott diagramok és a mérés során tapasztaltak alapján megállapítható, hogy a feszített gerenda valós viselkedése a várakozásoknak (12. ábra) megfelelő; az elméleti és a mérés során kapott görbék alakja, jellege, nevezetes pontjai egyezők.



14. ábra – Erő-eltolódás diagram: Kísérleti eredmények

## 4. Numerikus modellezés

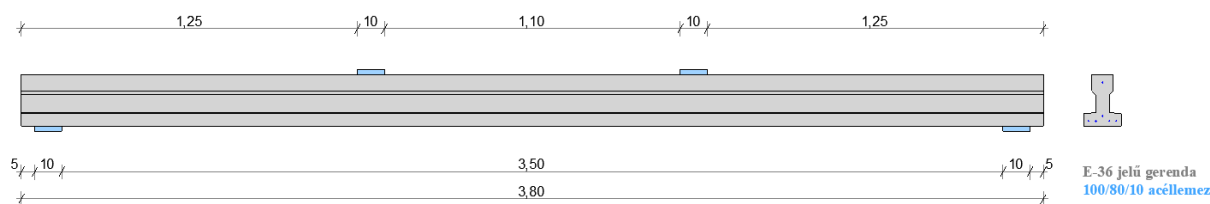
A numerikus modellfejlesztés GiD-ATENA szoftverkörnyezetben valósult meg, a nemlineáris analízis futtatása és kiértékelése pedig az ATENA Studio v5 segítségével történt meg. Az említett szoftverek közül a GiD<sup>f</sup> egy általános, univerzális, grafikus felülettel rendelkező Pre- és Post-Processor<sup>5</sup> tudományos és mérnöki jellegű végesselemben modellezéshez fejlesztve, az ATENA programcsomag pedig az előzőekben már röviden bemutatásra került.

A modellfejlesztés során természetesen számos, valamely paraméterében vagy bemenő adatában eltérő modell készült. A különböző modellekkel folytatott vizsgálatokat és az így kapott eredményeket az 5. fejezet megfelelő alpontjai részletezik.

Jelen fejezet további alpontjai a vizsgálatok során legjobbnak talált modell beállításain keresztül szemléltetve mutatják be a numerikus modellalkotás főbb lépéseit.

### 4.1. Geometria

A dolgozat keretein belül egy különálló, ideálisan megtámasztott gerenda hajlítási viselkedésének tanulmányozása a cél, így a geometriai modell felépítése meglehetősen egyszerű: a geometriai méretek (15. ábra) a kísérlet során alkalmazott gerenda méreteivel és kísérleti elrendezésével egyezők, a keresztmetszet (16. ábra) kialakítása, a feszítőhuzalok elhelyezése pedig a gyártói adatoknak megfelelő.



15. ábra – Geometria: oldalnézet

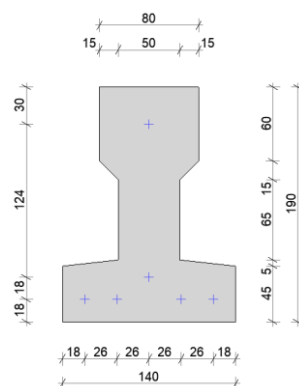
Nemlineáris analízis során különösen törekedni kell arra, hogy az irreális feszültség koncentrációkat, feszültségcsúcsokat elkerüljük, ezek ugyanis berepedést, nem valós repedésképet, valamint idő előtti tönkremenetelt okozhatnak. Továbbá bármilyen numerikus analízis során szem előtt tartandó, hogy a valóságban – ahogyan jelen esetben a kísérletek során – a támaszok és a terhek is valamekkora kiterjedésű felület mentén közvetítik az átadódó erőket.

<sup>5</sup> Pre-Processor: A számításhoz szükséges (bemeneti) adatok megadására szolgáló előkészítő programrész.  
Post-Processor: A számított eredmények (kimenet) visszakonvertálása (grafikusan) értelmezhető adatokká.



Az előzőekben ismertettek szerint jelen vizsgálat során a gerendára ható külső terheket koncentrált jellegű erőknek tekintjük, azaz a modellezés során is egy pontban ható koncentrált erőként kell, hogy megjelenjenek. Emiatt a teherátadás pontjában irreális feszültségcsúcsok alakulhatnak ki. Ezen feszültségcsúcsok kialakulása a numerikus analízis során az erőbevezetés pontja és a vasbeton gerenda közé elhelyezett teherelosztó acéllapok segítségével elkerülhető. Mivel az acél anyagi jellemzőihez viszonyítva a bevezetett erőből származó feszültségek viszonylag kicsik, így rugalmas közegként képes az erő továbbítására. A teherelosztó acéllapok alkalmazásának előnye tehát, hogy az erőbevezetés ténylegesen egy pontban történik, de a vasbeton gerendára már felületen megoszló teherként továbbítódik, ezzel elkerülve a numerikus analízis szempontjából problémás feszültség koncentrációt, de mégis a kísérleti elrendezéssel analóg viselkedésű modellt biztosítva.

Az alkalmazott acéllemezek szélessége 100 mm, magassága a gerendához igazodva 80 mm, vastagsága pedig 10 mm. Egy-egy acéllemez kerül központosan elhelyezésre a felső övön a gerenda által áthidalni képes szabad nyílás (360 cm) harmadolópontjaiba, illetve az alsó övön az alátámasztás pontjaihoz (15. ábra).



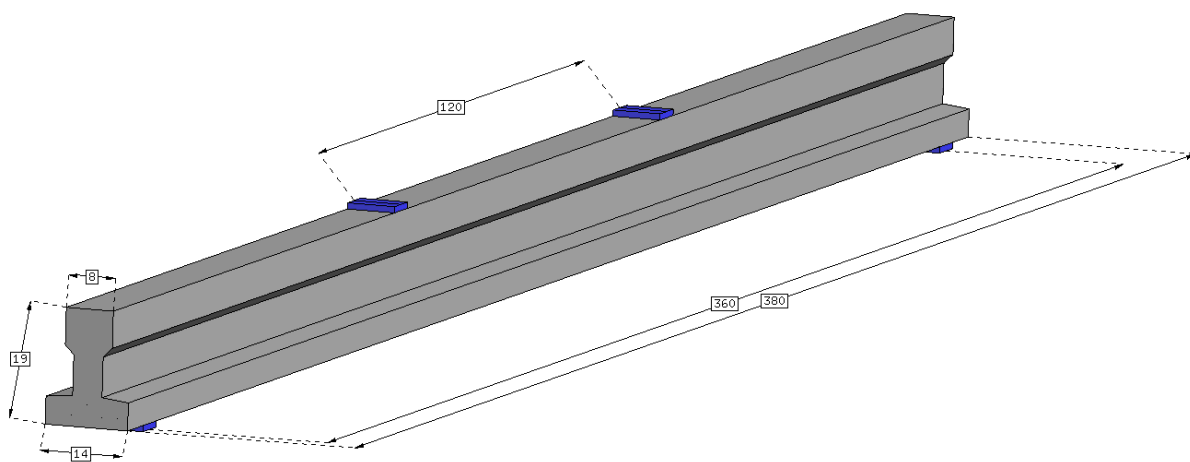
16. ábra – Geometria: keresztmetszet

A keresztmetszet kialakítása, a feszítőhuzalok elhelyezése egy régebbi, hagyományos E jelű gerendákra jellemző elrendezést követ. A keresztmetszet 16. ábra szerint összesen 6 darab, 1+1+4 elrendezést követő, 6 mm névleges átmérővel rendelkező nagyszilárdságú feszített huzalt tartalmaz, lágyvasalást, kengyelezést viszont nem. Előfeszített tartóknál szokásos módon a feszítőhuzalok a gerenda teljes hossza mentén egyenes vonalvezetést követnek.

Korábban kiemeltem, hogy az ATENA-ban való modellezés egyik sajátossága, előnye, hogy minden elem valós, háromdimenziós geometriával rendelkező térfogatelemként modellezhető. Ezen kijelentés alól kivételt képeznek a beton elemeken belül elhelyezésre kerülő lágyvasak,

feszítőbetétek. Abban az esetben ugyanis, ha egy már korábban definiált térfogatelemen belül kerül kialakításra valamilyen vasalási geometria, akkor alkalmazható a szoftver kifejezetten *egydimenziós vonalelemekre* fejlesztett betonacél anyagmodellje. Egydimenziós vonalelem kifejezés alatt a szoftverkörnyezet nyelvhasználata azt érti, hogy a betonban elhelyezendő vasalás vagy feszítőbetétek geometriáját (minden más, 3D-ben definiálható elemmel ellentétben) elegendő a tengelyvonallal megadni, az átmérő pedig az anyagmodellen keresztül rendelhető az egyes vonalelemekhez.

A geometria modell tehát a vasbeton gerendát és a teherelosztó acéllemezeket reprezentáló térfogatelemekből, valamint a feszítőhuzalokat tengelyvonallal definiáló vonalelemekből áll.



17. ábra – Geometria modellezése

## 4.2. Alkalmazott beton anyagmodell

A jelen tanulmány során alkalmazni kívánt ATENA szoftver számos előnye kiemelésre került az előzőekben, de mind közül a legfontosabb talán, hogy a programban több különböző, részletekbe menően parametrizálható beton anyagmodell definiálható. Az egyes paraméterek jellemzően kísérleti és tapasztalati úton definiált, meglehetősen jó eredményeket adó alapértékekkel és ajánlott értéktartománnyal rendelkeznek, de a szoftverhez tartozó hivatalos dokumentációt [15], [16] segítségül hívva az egyes anyagmodellek elméleti háttéréről és az egyes értékek beállítási lehetőségeiről is részletes tájékoztatást kaphatunk.

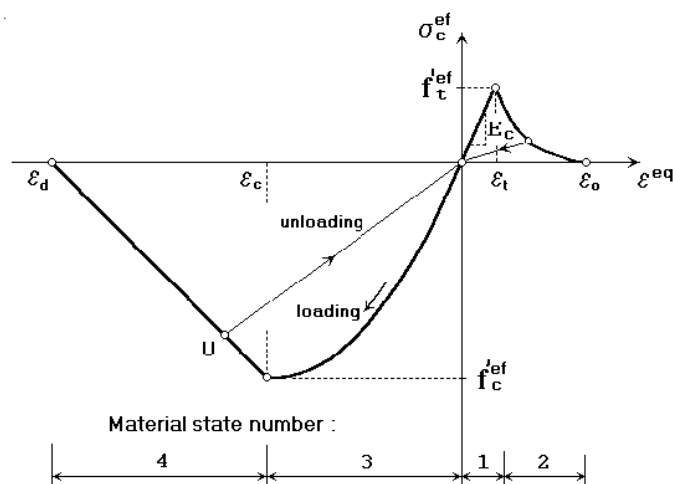
Az alkalmazott beton anyagmodell főbb jellemzői közé tartozik többek között a beton nyomás hatására bekövetkező képlékenyedéséből, illetve húzás hatására való repedéséből fakadó nemlineáris viselkedést leíró, kéttengelyű törési feltétel használata, a nyomószilárdság és a nyírószilárdság csökkenésének figyelembevétele a keresztmetszet berepedése után, a húzott

zóna merevítő hatásának modellezhetősége, valamint két féle (fix és elforduló) repedésterjedési modell alkalmazásának lehetősége.

#### 4.2.1. Feszültségek a betonban

Az anyagmodell a beton nemlineáris viselkedésének pontos követése érdekében kombinálja a húzásra (törés) és nyomásra (képlékenyedés) megalkotott modelleket. A törési modell klasszikus ortotróp elkent repedésmodellen<sup>6</sup> (*smearred crack model*), valamint Rankine-féle törési feltételen<sup>7</sup> alapszik. Figyelembe veszi a berepedést követő szilárdságcsökkenést és lehetőséget biztosít fix, vagy elfordulni képes repedések modellezésére is. A nyomás esetén alkalmazott, felkeményedést és fellazulást (morzsolódást) figyelembe vevő modell a Menétrey-William-féle tönkremeneteli felületet<sup>8</sup> veszi alapul.

A beton nemlineáris viselkedését a kéttengelyű feszültségállapotban az úgynevezett *effektív feszültség* ( $\sigma_c^{ef}$ ) és az *egyenértékű egytengelyű nyúlás* ( $\varepsilon^{eq}$ ) fejezi ki, ahol az effektív feszültség jellemzően valamely főfeszültség. A beton ekvivalens egytengelyű feszültség-alakváltozás diagramját a 18. ábra szemlélteti.



18. ábra – A beton ekvivalens egytengelyű feszültség-alakváltozás ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) diagramja [15]

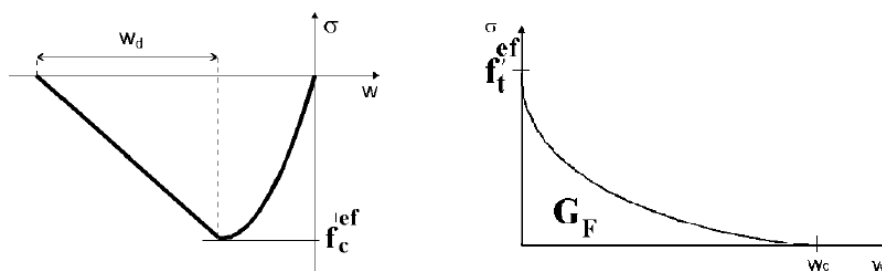
Az ábrán a beton különböző állapotait számozott szakaszok jelölik: (1) Húzás a berepedés előtt. Ezen a szakaszon az anyagi viselkedés lineárisan-rugalmas, a merekség megegyezik a kezdeti rugalmassági modulussal. (2) Húzás a berepedés után. A repedések okozta nemlinearitás a 19. ábra (b) része szerinti, törési energián alapuló exponenciális repedésmegnyílás függvény

<sup>6</sup> Elkent (repedés)modell: Az anyag egy pontjához rendelt jellemzők egy bizonyos térfogatrészen (pl. az adott végelem) belül érvényesek. Így modellezve egy berepedt térfogatelem továbbra is kontinuumként kezelhető.

<sup>7</sup> Rankine-féle törési feltétel (maximális normálfeszültségek elve):  $\max(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = f_t$ .

<sup>8</sup> Menétrey-William-féle tönkremeneteli felület: a Prager-Drucker-modellhez hasonló háromparaméteres modell.

alján modellezhető. Az ábrán a vízszintes tengelyen a repedésmegnyílás, a függőleges tengelyen a feszültség szerepel. Ez a módszer jól alkalmazható hagyományos betonban ébredő repedések vizsgálatához, de más anyagi jellemzők (pl. acél szálerősítéses beton) esetén, vagy egyéb speciális esetekben alkalmazhatók eltérő elveken és görbéken alapuló modellek is. (3) Nyomás a nyomószilárdság elérése előtt. Az ezen szakaszt leíró képlet a *CEB-FIP Model Code 90* ajánlásán alapul. A képlet nagy szabadságot ad a felszálló szakasz alakjának (rugalmas viselkedést feltételezve lineáris, a valós képlékeny viselkedést figyelembe véve íves) megválasztásában, és megfelelően alkalmazható mind normál, mind pedig nagyszilárdságú betonok esetére. (4) Nyomás a nyomószilárdság elérése után. Ez a lineáris szakasz (19. ábra, a) a beton tönkremenetele utáni viselkedést írja le; a beton fellazulásával vagy más néven morzsolódásával arányosan csökkennek a feszültségek. Ennél a modellenél feltételezzük, hogy a tönkremenetel egy a nyomó főfeszültséggel párhuzamos normálisú síkra lokalizálható, és hogy az elmozdulás független a szerkezet méretétől. A mellékelt ábrán a szakasz (eltolódás) végpontját  $w_d$  jelöli, értéke kísérlet vagy tapasztalatok, ajánlások alapján vehető fel.



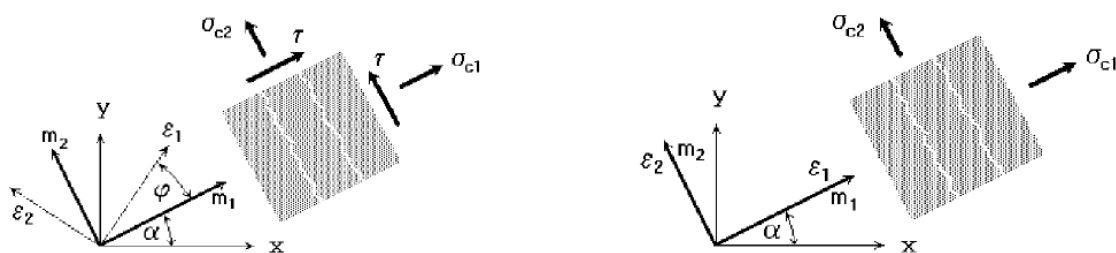
19. ábra – Részletek: (a) fellazulás (morzsolódás) függvénye és (b) exponenciális repedésmegnyílás függvény [15]

#### 4.2.2. Repedésterjedési modellek

Az anyagmodell a repedésterjedés leírásához úgynevezett elkent repedésmodell (*smearred crack model*) alkalmaz. Az *elkent* megnevezés azt jelenti, hogy az anyag egy pontjához rendelt anyagi jellemzők egy bizonyos térfogatrészen (pl. az adott végelem) belül érvényesek. Azaz így modellezve egy berepedt térfogatelem továbbra is kontinuumként kezelhető. Az elkent repedésmodell két alcsoporttal rendelkezik: használhatunk fix, vagy elfordulni képes repedésterjedési modellt. A repedés mindkét modell esetén akkor nyílik meg, amikor főfeszültség túllépi a húzószilárdságot. Fontos alapfeltételezés továbbá, hogy a repedések egyenletesen oszlanak meg az adott térfogatelemen belül, ezért a berepedést követően ortotrop anyagjellemzők kerülnek bevezetésre.

Ha rögzített irányú (*fix crack model*, 20. ábra, a) repedéseket alkalmazunk, akkor a repedés irányultságát a főfeszültségek berepedés pillanatában vett iránya határozza meg és a repedés a későbbiekben csak ebben az irányban terjed tovább, vagy új, más irányú repedések nyílnak meg. Repedésmentes beton esetén a főfeszültségek ( $\sigma_i$ ) és a főnyúlások ( $\varepsilon_i$ ) iránya az izotrópia miatt egybeesik, viszont a berepedést követően az ortotrópia bevezetése miatt a főnyúlások tengelyei elfordulnak, nem esnek egybe a főfeszültségi irányokkal, ez pedig nyírófeszültséget ( $\tau$ ) eredményez a repedés felületén. Továbbá a nyírófeszültség megjelenése miatt a repedéssel párhuzamos és repedésre merőleges feszültségkomponensek ( $\sigma_{ci}$ ) nem lesznek főfeszültségek.

Elfordulni képes repedésmodell (*rotated crack model*, 20. ábra, b) esetén – a fix repedésmodellel szemben – a főnyúlások iránya minden teherlépcsőben követi a főfeszültségek pillanatnyi irányultságát, így nem ébrednek nyírófeszültségek. Mivel a főnyúlások iránya a terhelés során folyamatosan elfordul, ezért a repedések iránya is terhelési lépcsőnként változik.



20. ábra – Repedésmodellek: (a) rögzített irányú (*fix*) és (b) elforduló (*rotated*) modell [15]

### 4.2.3. Anyagmodell paraméterek

Az ATENA-ban a vizsgált probléma függvényében több különböző beton anyagmodell prototípus közül választhatunk. Az ezen prototípusok közötti kisebb-nagyobb eltérések érdemileg befolyásolják a modell képességeit, viselkedését. Más-más prototípus alkalmazandó, ha figyelembe akarjuk venni a felkeményedést, ha kúszást is szeretnénk modellezni, ha az anyagi jellemzők megváltoznak az analízis során, a fáradás, illetve kompozit és szálerősített anyagok modellezéséhez. A kiválasztott anyagmodell – prototípustól, azaz a feladat jellegétől függően – több, mint 20 paraméter segítségével igazítható az elvárt, megkövetelt viselkedéshez. A legjobb eredmények természetesen kísérletek által felvett anyagjellemzők alkalmazásával érhetők el, de abban az esetben, ha ilyen eredmények nem állnak rendelkezésre, akkor a program lehetőséget biztosít az egyes paraméterek értékeinek generálására (adott képlet szerinti felvételére) is. Ezt az opciót választva csupán a beton kockán mért nyomószilárdságát szükséges megadni, a többi érték pedig *CEB-FIP Model Code 90* és más szakirodalmi források

alapján meghatározott képletek szerint kerül kiszámításra, így egészen jó eredményeket adó alapadatokat szolgáltatva.

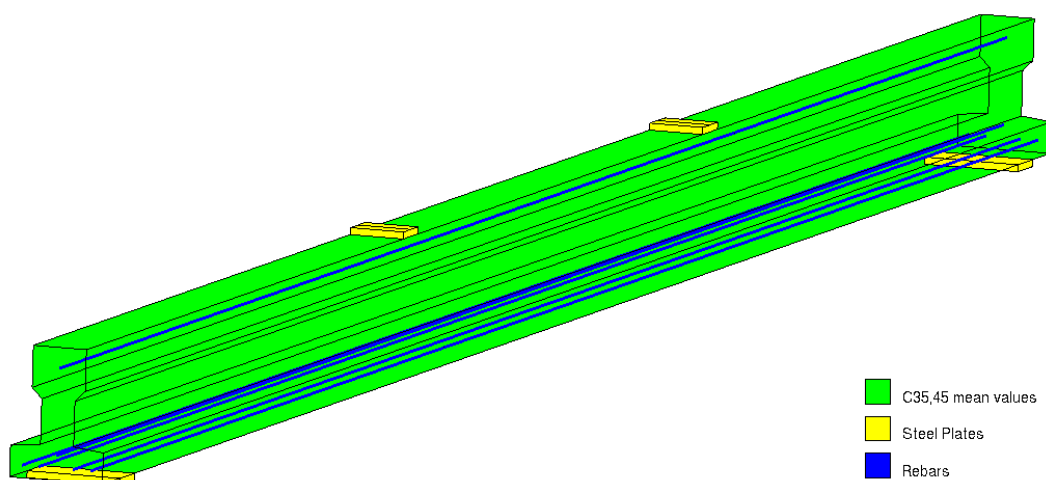
A valós viselkedés minél jobb leképzése érdekében a különböző paraméterek segítségével többek között befolyásolható a beton nemlineáris viselkedése, a tönkremenetel utáni viselkedés, a repedéskép és repedésterjedés modellezésének módja, figyelembe vehető a berepedést követő szilárdságcsökkenés, a húzott zóna merevítő hatása, az adalékanyag nyírószilárdságra gyakorolt hatása, vagy éppen a tehermentesítés és újrateherelés módja.

Annak megfelelően, hogy a modellezés célja tervezés, szimuláció vagy egy adott viselkedés tanulmányozása, megválaszthatjuk, hogy az anyagjellemzők tervezési, karakterisztikus, vagy várható (átlagos) értékekkel legyenek figyelembe véve. Tervezés esetén természetesen a szabványos előírások szerint kell eljárni, de kutatási és szimulációs feladatoknál célszerű az anyagjellemzőket a valós értékekhez legjobban közelíteni. Ez az említettek szerint kísérleti eredmények alapján felvett paraméterek segítségével, vagy mérés híján az anyagjellemzők várható értékének figyelembevételével történhet.

A dolgozatban céлом egy a prototípus anyagmodellekre támaszkodó, de paramétervizsgálat eredményeképp kapott, feszített betonhoz jól használható egyéni anyagmodell létrehozása.

### 4.3. Anyagok, anyagmodellek

A geometriai modell értelmében alapvetően három különböző anyagmodell definiálása szükséges: a gerenda beton, illetve a feszítőhuzalok és a teherelosztó lemezek acél anyagának jellemzőit kell megadni, a következő alpontokban részletezettek szerint.



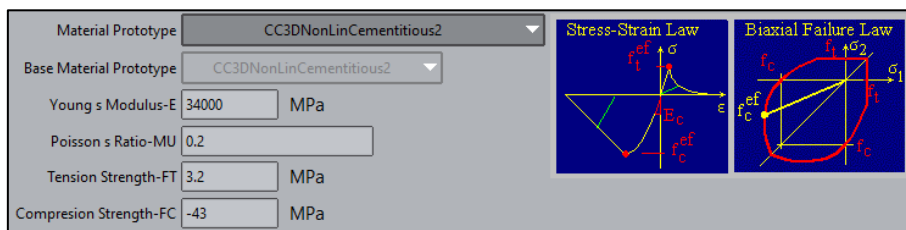
21. ábra – Anyagmodellek definiálása

### 4.3.1. Beton anyaga, anyagmodellje

Az analízishez használható beton anyagmodell(ek) főbb jellemzőit, képességeit az előző (4.2.) fejezet részletezi. Az alábbiakban a ténylegesen alkalmazott, egyéni beton anyagmodell beállításai, paramétereit kerülnék bemutatásra.

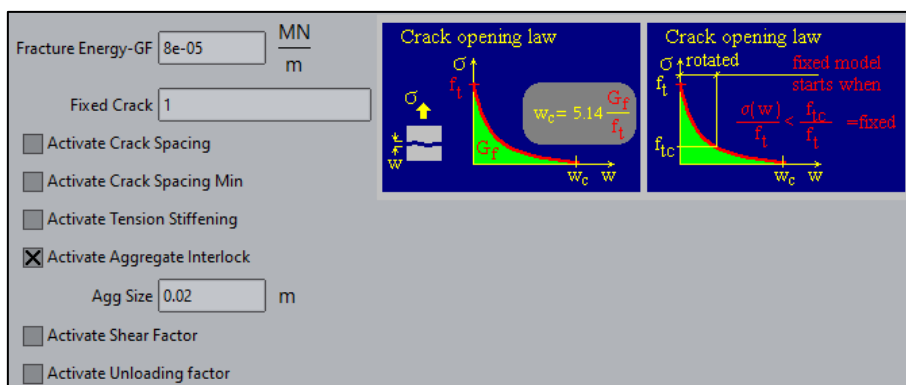
A modellezéshez a *CC3DNonLinCementitious2* elnevezésű beton anyagmodell prototípust használtam fel. A prototípus megnevezése igen árulkodó: kifejezetten háromdimenziós, nemlineáris, cementes anyag modellezésre lett fejlesztve. Figyelembe veszi a berepedést követő nemlineáris viselkedést és a tönkremenetel előtti felkeményedést. Továbbá a megnevezésben a 2 jel arra utal, hogy ez már egy továbbfejlesztett prototípus; alkalmas a kúszás, illetve az anyagi jellemzők futás közbeni megváltozásának modellezésére is.

A kísérletekhez használt gerenda C35/45 betonszilárdsági osztályú. Szabványos szilárdsági osztály esetén a beton anyagmodell kiindulási adatai katalógusból választhatók. Szintén előre definiált alapértékek segítségével adható meg, hogy *karakterisztikus*, *várható (átlagos)* vagy *tervezési* értékeket szeretnénk-e figyelembe venni. Korábbi tapasztalatok alapján [3], [4] a *várható* értékeket tartalmazó anyagmodell adja a kísérletekhez legjobban igazodó eredményt.



22. ábra – Beton anyagmodell: Alapadatok

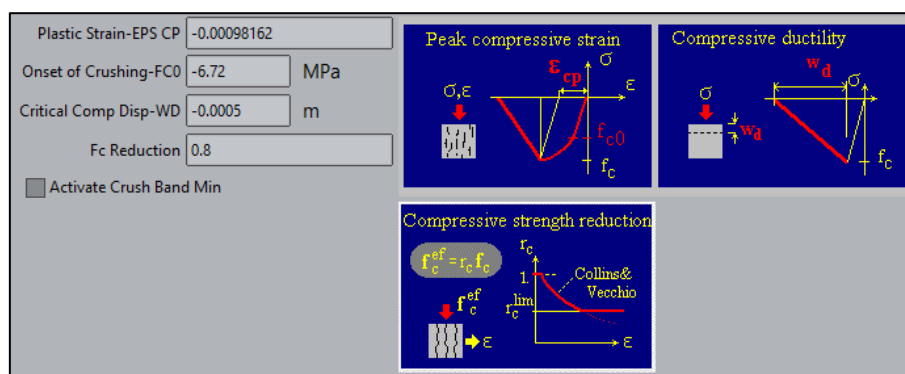
Beton esetén az alapadatok (22. ábra) között megadható a rugalmassági modulus ( $E_c$ ), a Poisson-tényező ( $\mu$ ), a húzószilárdság ( $f_t$ ) és a nyomószilárdság ( $f_c$ ) értéke.



23. ábra – Beton anyagmodell: Viselkedés húzásra

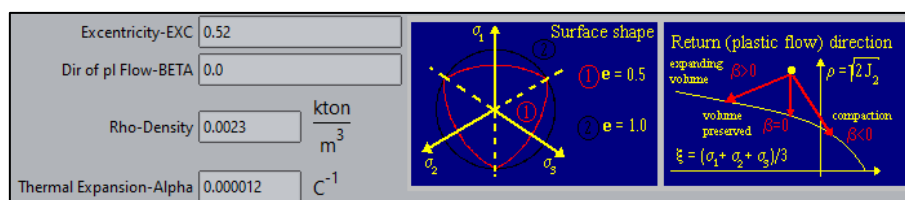


A húzott beton viselkedését (23. ábra) alapvetően meghatározza az alkalmazott repedésmegnyílás függvény (19. ábra, b) és repedésmodell (4.2.2. fejezet). A törési energia ( $G_f$ ) az az energia, amely egy egységnyi területű feszültségmentes repedés megnyílásához szükséges. Értéke a görbe alatti területtel arányos. A repedésmodellre vonatkozó paraméter segítségével adható meg, hogy mekkora maximális maradó húzófeszültség elérése (a kezdeti húzófeszültség repedésmegnyílás függvény szerinti adott százalékra csökkenése) esetén legyen rögzítve a repedés iránya. A repedésmodell tehát ennek megfelelően lehet teljesen fix vagy elforduló (20. ábra), illetve köztes érték esetén adott feszültség szintig elforduló. Figyelembe vehető továbbá a húzott zóna merevítő hatása (*Tension Stiffening*), illetve további paraméterek segítségével megadható a nyírószilárdság számításának módja.



24. ábra – Beton anyagmodell: Viselkedés nyomásra

A nyomott beton viselkedése (24. ábra) négy fő paraméter segítségével írható le: A tönkremenetelhez tartozó maximális nyúlás ( $\epsilon_{cp}$ ) a nyomószilárdság ( $f_c$ ) és a rugalmassági modulus ( $E_c$ ) ismeretében adott. A nemlineáris viselkedés kezdetéhez tartozó feszültség ( $f_{c0}$ ) a többi paraméter függvényében generálható vagy manuálisan megadható. A fellazulás (morzsolódás) végpontját megadó eltolódás ( $w_d$ ) értéke, valamint a beton berepedés hatására végbemenő szilárdságcsökkenését ( $f_c$  Reduction) leíró tényező kísérleti vagy szakirodalmi adatok szerint vehető fel, de a szoftver segédlete [16] mindkettőre ajánlott értéket ad meg.



25. ábra – Beton anyagmodell: Speciális paraméterek

Beton anyagmodell esetén két további, speciális paraméter (25. ábra) segítségével alakítható az adott feladathoz a képlékeny viselkedés. A törési felület külpontossága ( $e$ ) a törési felület alakját

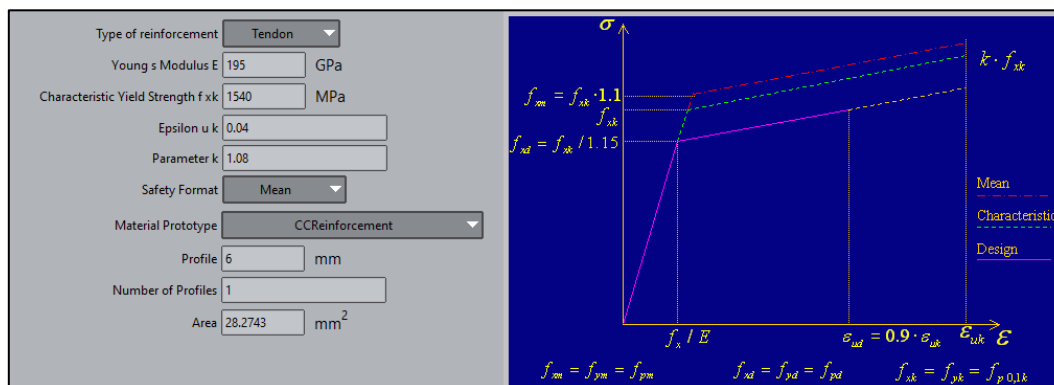


befolyásolja, a képlékeny áram irányát szorzó ( $\beta$ ) tényező pedig megadja a tönkremenetel utáni tágulás vagy összenyomódás mértékét. A térfogatsűrűség ( $\rho$ ) és a hővezetési tényező ( $\alpha$ ) anyagmodelltől független alapvető anyagi jellemzők.

#### 4.3.2. Feszítőhuzalok anyaga, anyagmodellje

Vasalás és feszítőbetétek modellezésére két féle lehetőség áll rendelkezésre: alkalmazható *elkent* vagy *diszkrét* modell. Előbbi esetben a vasalást tartalmazó beton a vasalás tulajdonságait figyelembe vevő kompozit anyagmodellel definiálható, utóbbi esetben pedig külön adható meg a betont leíró 3D geometria és anyagmodell, valamint az abban elhelyezésre kerülő vasalást leíró 1D (tengelyvonallal megadott) geometria és az ehhez tartozó speciális anyagmodell. Mindkét modellezési megoldás egytengelyű feszültségállapotot feltételez. Jelen esetben diszkrét modellt (*ID Reinforcement*) és *CCReinforcement* anyagmodell prototípust használtam.

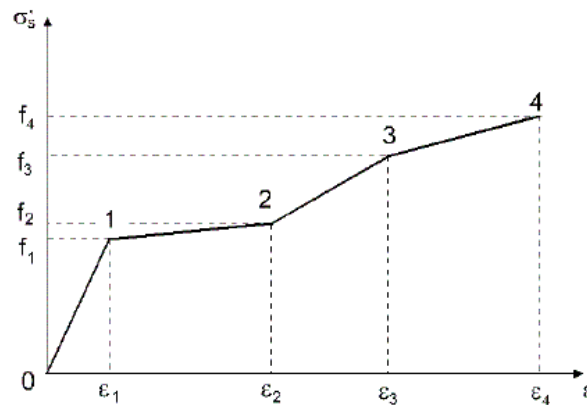
A kísérleti gerenda esetén a feszítőhuzalok 1770/1540 jelű nagyszilárdságú acélból készültek. Előbbi szám a feszítőhuzal karakterisztikus szakítószilárdságát, utóbbi pedig az 1%-es maradó megnyúláshoz tartozó egyezményes folyáshatár karakterisztikus értékét jelöli MPa-ban. Az anyagmodell definiálása során a betonhoz hasonlóan itt is *várható* értékeket vettem figyelembe.



26. ábra – Feszítőhuzal anyagmodell: Alapadatok

Az alkalmazott anyagmodell lineárisan rugalmas, a megfolyást követően (egyezményes folyáshatár elérése után) lineárisan felkeményedő viselkedésű. Az alapadatok (26. ábra) között feszítőbetét esetén megadható a rugalmassági modulus ( $E$ ), a karakterisztikus folyáshatár ( $f_{p0,1k}$ ) vagy a szakítószilárdság karakterisztikus értéke ( $f_{pk}$ ), a szakadó nyúlás karakterisztikus értéke ( $\epsilon_{uk}$ ), valamint a felkeményedés mértékét meghatározó ( $k$ ) tényező.

Mivel diszkrét modellezés esetén a vasalás geometriája vonalelemekkel, tengelyvonalakkal kerül megadásra, így az acélbetétek keresztmetszeti mérete az anyagmodellben belül vehető fel.



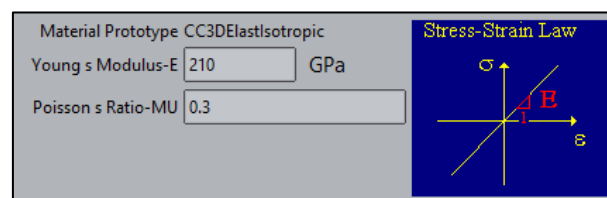
27. ábra – Feszítőhuzal anyagmodell: Feszültség-megnyúlás ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) diagram

A vasalás modellezett viselkedése feszültség-megnyúlás (27. ábra) és tapadófeszültség-megcsúszás karakterisztikák segítségével pontosítható. Az alkalmazott többpontos feszültség-megnyúlás diagram lehetőséget biztosít az acél anyagi viselkedését leíró szakaszok pontjainak megadására, így modellezve a rugalmas viselkedés, a folyási plató, a felkeményedés és a tönkremenetel szakaszát. Nagyszilárdságú feszítópáasmák, feszítőhuzalok esetén jellemzően nincs jól elkülöníthető folyáshatár, ezért jelen esetben elegendő két szakasz definiálása.

A valós viselkedés a legpontosabban természetesen megfelelő tapadófeszültség-megcsúszás diagramok figyelembevételével közelíthető. Jelen tanulmány keretein belül azonban az 1.4. pont szerint a feszítőhuzalok és a beton között alapértékként tökéletes kapcsolatot feltételezek.

#### 4.3.3. Teherelosztó lemezek anyaga, anyagmodellje

A modellezés során az erőbevezetési pontok környezetében, a 21. ábra szerint, az irreális feszültségcsúcsok elkerülése érdekében (lásd 4.1. fejezetben) vékony acéllemezek kerülnek elhelyezésre. E célnak egy egyszerű, lineárisan rugalmas (acél) anyagmodell (*CC3DElasIsotropic*) megfelelő (28. ábra).

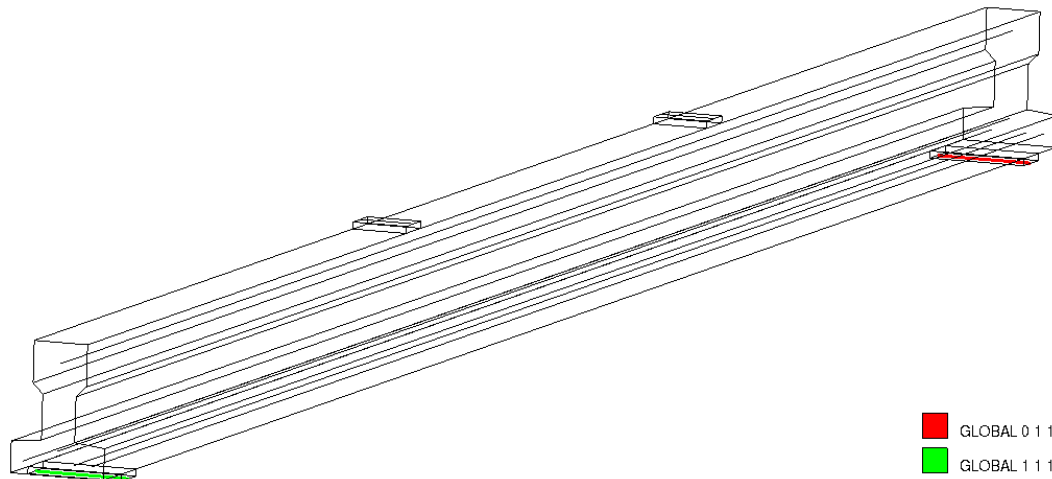


28. ábra – Teherelosztó acéllemezek anyagmodellje

#### 4.4. Megtámasztási viszonyok

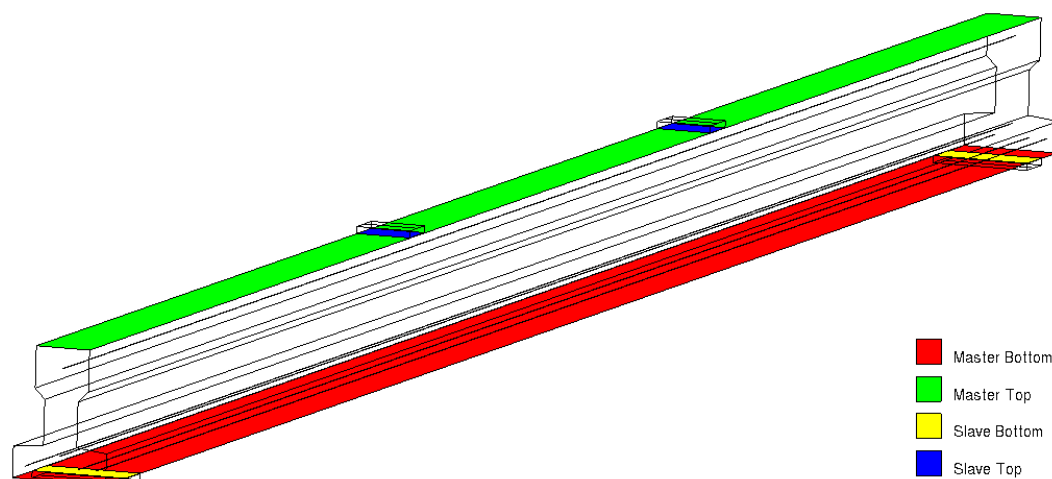
A kísérleti elrendezés szerint a gerenda az alsó övön acél hengerekkel kerül megtámasztásra, ezáltal biztosítva az idealizált csuklós-csuklós megtámasztást. Ennek megfelelően a modellben

a 29. ábra szerint egy-egy vonalmenti támasz definiálása szükséges az alsó teherelosztó acéllemezek tengelyvonalában. A felvett statikai váz értelmében az egyik támasznál a gerenda tengelyirányú elmozdulását meg kell engedni.



29. ábra – Támaszok modellezése

ATENA-ban történő modellezés során szem előtt kell tartani, hogy a csatlakozó (összeérő, összemetsződő) elemeket a szoftver nem kapcsolja automatikusan össze. A kapcsolat a viselkedés függvényében két módon definiálható: teljesen együttműködő elemek esetén alkalmazhatunk *tökéletes kapcsolatot*, vagy *kontaktelem* és hozzá tartozó *CC3DInterface* anyagmodell segítségével megadhatók az adott kapcsolat viselkedését leíró paraméterek.



30. ábra – Kapcsolatok modellezése

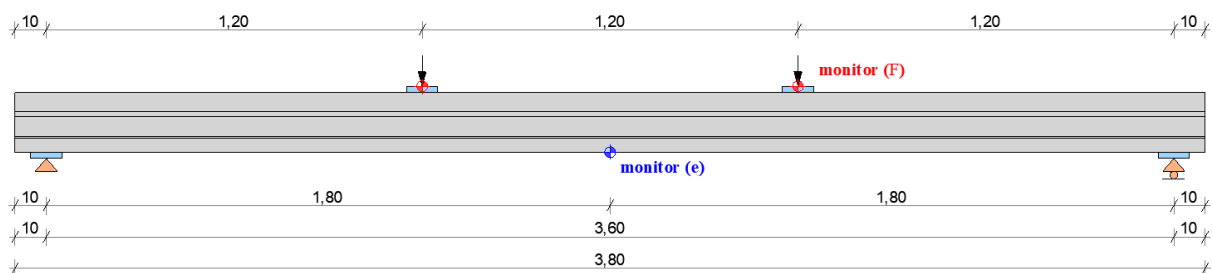
Előbbi megoldás alkalmazható, ha két ugyanolyan anyagú elemet kapcsolunk össze folytonosan, vagy ha a két elem közti kapcsolat nem (szabad, hogy) befolyásolja a modell viselkedését. Utóbbi megoldás pedig akkor alkalmazandó, ha különböző anyagú, különböző anyagi jellemzőkkel rendelkező anyagmodellű elemeket szükséges összekapcsolni. Mivel jelen

esetben a teherelosztó acéllemezeknek csupán numerikus szempontból van jelentősége, így a gerenda-lemez kapcsolat tökéletesnek tekinthető.

Tökéletes kapcsolat úgynevezett *Master-Slave* reláció definiálásával adható meg. Ez azt jelenti, hogy egy *főlérendelt* elem (jelen esetben felület) a hozzá tartozó *alárendelt* elemekkel (felületekkel) kapcsolódik (30. ábra). A kapcsolat definiálása hatással van a hálózásra is: egy alárendelt elemnek minden esetben sűrűbb végelemhálóval kell rendelkeznie, mint egy főlérendelt elemnek. Az így kialakított kapcsolatokon keresztül az erőátadás zavartalan.

#### 4.5. Terhek, terhelés menete

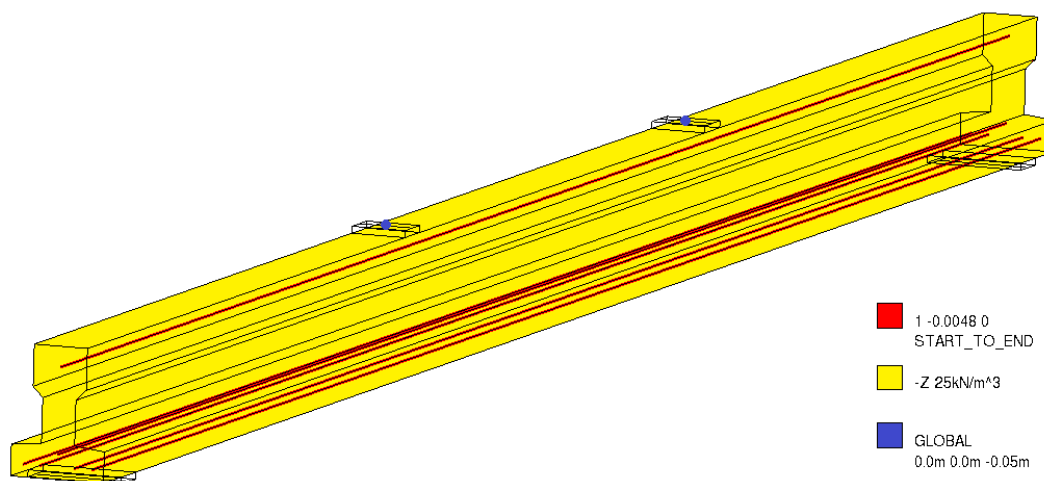
A numerikus modell teherelrendezése (31. ábra) értelemszerűen a valós kísérleti elrendezést követi: a támaszok a gerenda szélétől 10-10 centiméterre, az erőbevezetési helyek pedig a szabad nyílás harmadolópontjaiban találhatók. Figyelembe veendő különbség, hogy a kísérlet során a gerenda fejjel lefelé fekszik fel a hidraulikus sajtókra, emiatt a terhelés során a gerendát önsúly nem terheli, a mért eltolódás pedig kizárólag a terhelő erőből származik.



31. ábra – Terhelési elrendezés és monitor pontok

Egy ATENA analízis során lehetőség van megadni különböző, időben egymást követő, de időben változó terhekkel és jellemzőkkel rendelkező *terhelési eseteket*, valamint ezeken belül különböző időpillanatokot leíró *teherlépcsőket*. A terhelési esetek alapvetően hosszabb-rövidebb folyamatok vizsgálhatóságát teszik lehetővé (pl. gyártás és építés folyamata, kúszás és zsugorodás, ciklikus terhek), a teherlépcsők pedig a folyamatok egyes szakaszaihoz rendelnek időbeliséget. Az időbeliség már csak a másodrendű analízis miatt is szükséges; a valós repedéskép, a valós viselkedés közelítése érdekében a terheket a tartó csak egy bizonyos idő (bizonyos teherlépcső) alatt kaphatja meg.

Jelen modellben két terhelési eset alkalmazása szükséges. Az *első* a gerenda (még üzemben történő) megfeszítésének, a *második* pedig a kísérleti elrendezésnek megfelelő terhelés folyamatát írja le. A gerendára ható modellezett terheket a 32. ábra szemlélteti.



32. ábra – Terhek modellezése

Az *első* terhelési esetben tehát az előfeszítést (32. ábra, piros) és az ekkor még működő önsúlyt (32. ábra, sárga) kell definiálni. GiD-ATENA szoftverkörnyezetben az előfeszítés *kezdeti megnyúlásként* ( $\epsilon_{ini}$ ) adható meg. A kezdeti feszítési feszültség ( $\sigma_{p0}$ ) vagy feszítési erő ( $F_{p0}$ ), valamint a feszítőhuzal rugalmassági modulusának ( $E$ ) ismeretében a kezdeti megnyúlás értéke Hooke-törvény<sup>9</sup> szerint számítható. Mivel az előfeszítés hatására a gerendában nyomás ébred, így ügyelni kell rá, hogy az értéket negatív előjellel adjuk meg.

Bármilyen feszített szerkezet esetén figyelembe kell venni a feszítési veszteségek hatását. Időtől függő feszítési veszteség származik a feszítőelem relaxációjából, a beton zsugorodásából és a beton kúszásából. Azonnal kialakuló feszültségveszteség származik előfeszítés esetén a rugalmas sajátfeszültségi alakváltozásból és esetlegesen a hőérlelésből, illetve utófeszítés esetén a súrlódásból, az ékcsúszásból és szintén az alakváltozásból. Ezen veszteségek a modellezés során a következőképp vehetők figyelembe: A feszítőelem relaxációja viszonylag gyors folyamat, előzetes számítás alapján érdemes figyelembe venni. A zsugorodás és kúszás hatása több módon is figyelembe vehető, de a legegyszerűbb esetben, megfelelő beton anyagmodell esetén, a deformációkba a szoftver automatikusan beleszámítja. A rugalmas alakváltozást a feszítés alatt, a feszítést követően a szoftver automatikusan számítja. Csúszóbetétes utófeszítés esetén a súrlódás a kábel elemek megfelelő beállításával vehető figyelembe. Az ékcsúszás legegyszerűbben a kezdeti feszítőerő értékének csökkentésével vehető számításba. Előfeszítés esetén a feszítőerő megváltozása a veszteségek ismeretében függvény segítségével is megadható. [17]

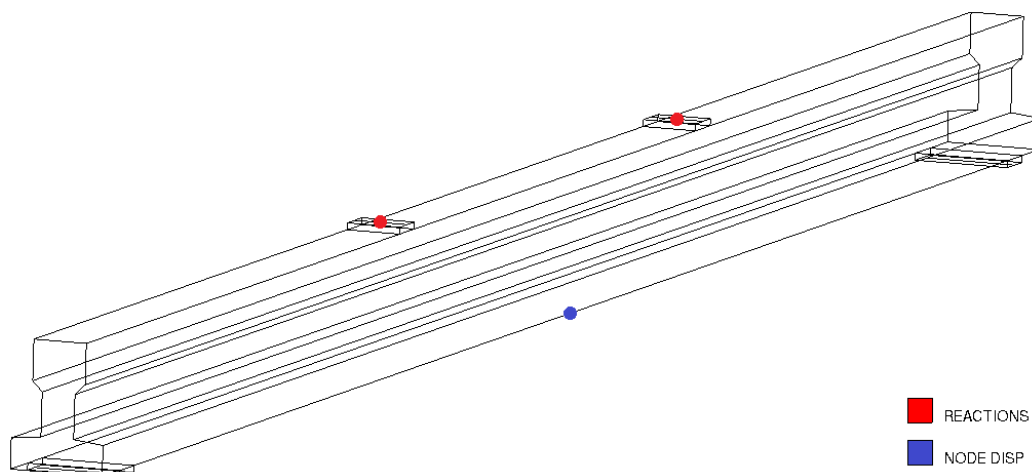
<sup>9</sup> Hooke-törvény: Lineárisan rugalmas anyag esetén az anyag fajlagos megnyúlása ( $\epsilon$ ) egyenesen arányos a benne ébredő mechanikai feszültséggel ( $\sigma$ ), az arányossági tényező a rugalmassági modulus ( $E$ ):  $\sigma = E \cdot \epsilon$

A *második* terhelési esetben történik maga a terhelés, a gerenda szabad nyílásának harmadolópontjaiban elhelyezett koncentrált terhek (32. ábra, kék) révén. A numerikus analízis során jobban követhető a számított értékek alakulása, ha a valós kísérlettel ellentétben *elmozdulás-vezérelt* vizsgálatot hajtunk végre. Ez azt jelenti, hogy az erőbevezetési pontokban valójában nem valamekkora értékű koncentrált terhek hatnak, hanem adott nagyságú *előírt elmozdulások* kerülnek bevezetésre az egyes teherlépcsőkben. Az erőbevezetési pontokban elhelyezett úgynevezett monitor pontok (lásd: 31. ábra és 4.6. alpont) segítségével az előírt elmozdulás hatására ébredő reakcióerő mérhető, így a numerikus analízis végeredményeként a kísérleti eredményekhez (3.3. fejezet) hasonló erő-eltolódás diagramot kapunk.

Az egyes terhelési esetekhez tartozó teherlépcsők számát az aktuálisan ható terhek, illetve az analízis részletességének (a vizsgálni kívánt időpillanatok számának) függvényében érdemes meghatározni. Az első esetben, a feszítés során a feszültségek és alakváltozások, kicsik, a gerenda viselkedése rugalmas. Ennek megfelelően a feszítés hatásának vizsgálatához kevés számú teherlépcső elegendő. A második esetben, mikor a terhelés történik, és amikor a gerenda tényleges viselkedését vizsgálni szeretnénk, természetesen több teherlépcső szükséges. A kísérleti eredmények (3.3.) alapján a vizsgált gerenda tönkremenetele 37-47 milliméteres lehajlást (középső keresztmetszetben mért eltolódást) követően várható. Ezen értékekhez a numerikus analízis során 0,5-1 milliméteres lépésköz (lásd 5.3. pontban) megfelelő.

#### 4.6. Monitor pontok és végeelem háló

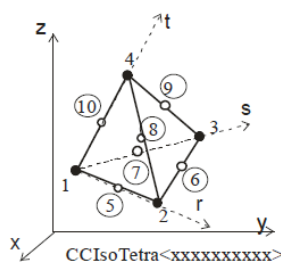
Előre definiált monitor pontok segítségével gyakorlatilag minden, a futtatás során mérhető számszerű érték rögzíthető, illetve az összetartozó értékpárok alapján felrajzolt grafikonok segítségével már a futtatás közben is nyomon követhető a vizsgált szerkezet viselkedése.



33. ábra – Monitor pontok

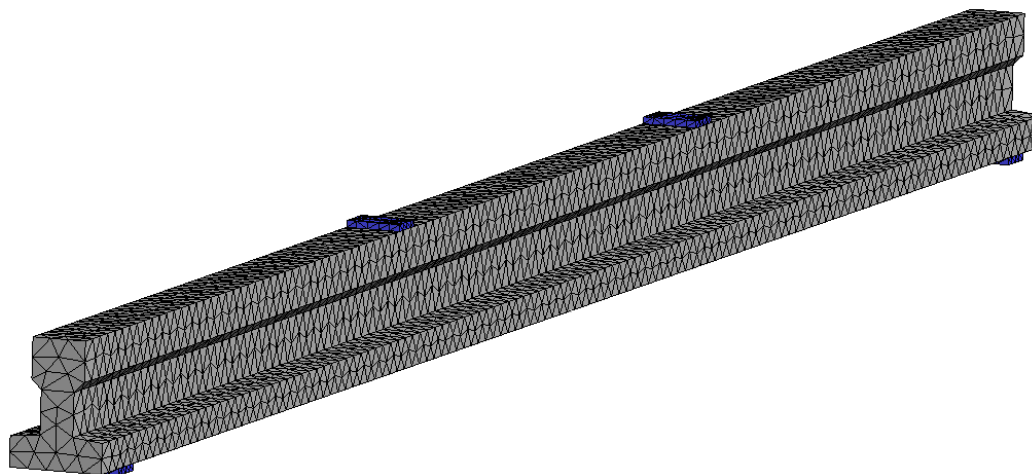
Jelen esetben elsődleges cél, hogy a numerikus analízis eredményeképp a kísérleti eredményekkel (14. ábra) közvetlenül összevethető erő-eltolódás diagramot kapjunk. Ennek megfelelően a monitor pontokat a kísérleti elrendezéssel megegyező helyeken kell felvenni: monitorozni szükséges a reakcióerőket az erőbevezetési pontokban (33. ábra, piros), valamint a középső keresztmetszet függőleges eltolódását (33. ábra, kék).

Minden numerikus vizsgálat során kritikus a végelem háló méretének megfelelő megválasztása. A hálózásnak kellően sűrűnek kell lennie ahhoz, hogy megfelelően pontos eredményeket kapjunk, ugyanakkor mégsem túl sűrűnek, hogy elkerüljük a különböző numerikus problémákat. ATENA analízis esetén a kellően pontos számításhoz elegendő a vizsgálat szempontjából fontos legkisebb geometriai méret mentén 4-5 integrálási pontot alkalmazni [4], [15]. Ez 10 csomópontú tetraéder elemek (34. ábra) alkalmazása esetén azt jelenti, hogy a megengedhető legnagyobb végelem oldalhossz 4-5 centiméter (35. ábra).



34. ábra – Tetraéder végelem [15]

A megfelelő hálóméret az elvárt pontosság és a futásidő függvényében, a hálózás módjának, illetve a különböző hálóméreteknél a futtatásra, viselkedésre és eredményekre gyakorolt hatására vonatkozó érzékenységvizsgálatok (lásd 5.4. pontban) alapján vehető fel.



35. ábra – Végelem háló

## 5. Numerikus vizsgálat eredményei, értékelés, összehasonlítás

Jelen numerikus vizsgálat fő célja a feszített gerenda valós viselkedését legjobban közelítő végeelemes modell létrehozása, a szükséges bemenő paraméterek legjobb értékének megtalálása. *Valós viselkedés* alatt értve a numerikus analízis eredményeként kapott feszültségeloszlás, repedéskép, erő-eltolódás diagram és tönkremeneteli mód tényleges viselkedéssel, a kísérletből származó eredményekkel való minél pontosabb egyezését.

Jelen fejezetben, a modellfejlesztés logikai struktúráját követve, bemutatom a kutatás során elért egyes részeredményeket, paramétervizsgálatokat, illetve a végeredmény tekintetében legjobbnak ítélt modellt és paramétereit. Részletesebben vizsgáltam a feszítés modellezésének lehetőségeit és a feszítés hatását (5.1.), a különböző anyagmodellek viselkedését és az anyagjellemzőknél figyelembe vett biztonság (várható, karakterisztikus vagy tervezési értékek) hatását (5.2.), az alkalmazott teherlépcsők számának hatását (5.3.), a végeelem háló sűrűségének hatását (5.4.), valamint az egyes repedésmodellek viselkedésre gyakorolt hatását (5.5.). A részeredmények, valamint a kísérleti eredményekkel való egyezés alapján legjobbnak ítélt modellt az 5.6. fejezetben ismertetem.

Grafikusan (erő-eltolódás diagrammal) megadott eredmények esetén a számított numerikus eredmények minden esetben a kísérletből származó eredményekkel együtt kerülnek ábrázolásra, a kísérleti eredmények (EXP) görbéinek jelölése következetesen teli, a numerikus eredmények jelölése következetesen szaggatott vonal. Számszerűen (táblázatosan) megadott eredmények esetén jellemzően feltüntetésre kerül a tönkremenetelhez tartozó erő ( $F_{\max}$  [kN]) és a tönkremenetelhez tartozó eltolódás ( $e(F_{\max})$  [mm]), valamint az egyes modellek esetén adott lehajlási értékekhez ( $e$ ) tartozóan a terhelő erő ( $F$ ) nagysága. A százalékos összehasonlítás alapját alapesetben a kísérleti eredmény(ek átlaga) adja.

### 5.1. Feszítés modellezése, feszítés hatása

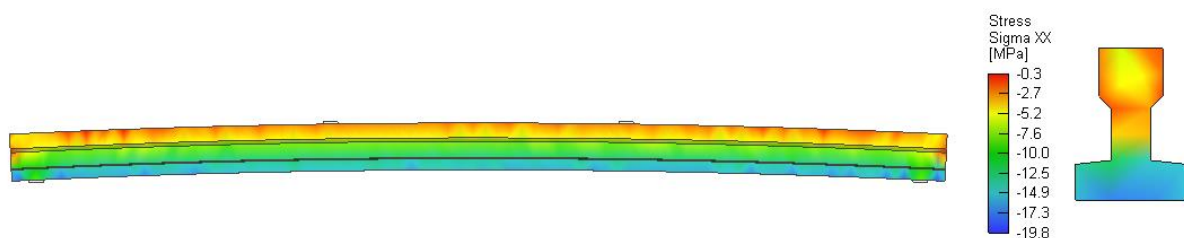
Jelen dolgozat esetében a korábban ismertetett, lágyvasalású vasbeton szerkezetekre vonatkozó tanulmányokhoz képest ( [3], [4], [5], [6], [13] ) a legnagyobb különbség, illetve a modellfejlesztés szempontjából legnagyobb előrelépés, a feszítés modellezési lehetőségeinek, valamint a modellezett feszítés hatásának, helyességének vizsgálata.

Az ATENA szoftver a feszítés módja szerint alapvetően két fő lehetőséget biztosít a feszítés modellezésére: (tapadásos) előfeszítés esetén a feszítés kezdeti megnyúlás (*Initial Strain*)



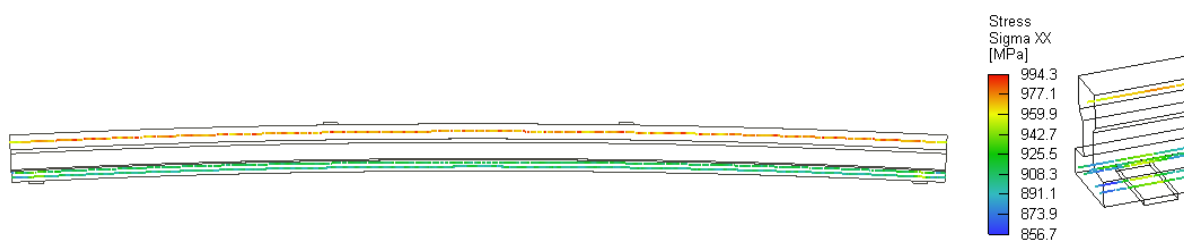
megadásával definiálható, utófeszítés esetén pedig közvetlenül megadható a kezdeti feszítőerő nagysága (*Prestressing for Reinf. Line*). A két eset a feszítőbetét modellezése szempontjából is eltérő eljárást igényel: előfeszített huzal vagy pászma a lágyvasaláshoz hasonlóan a beton elemen belüli vonalelemként hozható létre, a beton és a feszítőbetét közti tökéletes vagy valamilyen tapadás-megcsúszás függvény által leírt kapcsolatot feltételezve, utófeszítés viszont kizárólag *kábel* elemre adható meg. A definiálni kívánt kábel a kialakítás szempontjából lehet külső vagy belső vezetésű, a kapcsolat szempontjából pedig tapadásos vagy tapadásmentes.

Jelen esetben tehát az előfeszítés a feszítőhuzalok *kezdeti megnyúlásának* megadásával definiálható. Ez azt jelenti, hogy (például)  $\sigma = 1000 \text{ MPa}$  kezdeti feszítőerő, a rugalmassági modulus ismeretében ( $E = 195 \text{ GPa}$ ), átszámítva  $\varepsilon = 0,0051$  kezdeti megnyúlásként adható meg.



36. ábra – Feszítés hatása: Gerenda alakváltozása és betonban ébredő feszültségek

A feszítés hatására a 36. ábra szerint, a várakozásoknak megfelelően, a gerenda alsó övében nyomás ébred és ennek következtében felhajlik. A gerenda üzemeltetési állapotához képest ellentétes alakváltozás miatt a felső övben húzás keletkezik. Ezen húzófeszültségek a felső övben elhelyezett feszített huzal segítségével egyensúlyozhatók. Jelen esetben, a megadott kezdeti feszítőerő mellett a teljes beton keresztmetszet nyomás alatt marad.



37. ábra – Feszítés hatása: Feszítőhuzalban ébredő feszültségek és erőátadás

A 37. ábra a feszítési folyamat modellezésének végén, a számított feszítési veszteségek figyelembevételét követően ábrázolja az egyes feszítőhuzalokban maradó, úgynevezett hatásos feszítési feszültséget. Az ábra szerint jelen példa esetén az alsó övben elhelyezett feszítőhuzalokban a veszteségekkel csökkentett feszültségérték 900-920 MPa, azaz a számított feszítési veszteség 8-10%.

A 37. ábra alapján megfigyelhető továbbá a feszítőbetétek tartó végi erőátadásának módja. Az ábra szerint a modellezett megtámasztás felett az alsó feszítőhuzalok feszültségeloszlásában ugrás tapasztalható. Ennek oka a gerenda és a támasz, illetve a beton és a feszítőbetét között figyelembe vett tökéletes kapcsolat. Ez az – alkalmazott modellezési megoldásokból eredő – eltérés a zavart zóna viselkedését ugyan némiképp módosítja, de a gerenda globális viselkedése a várakozásoknak megfelelő.

## 5.2. Különböző anyagmodellek hatása

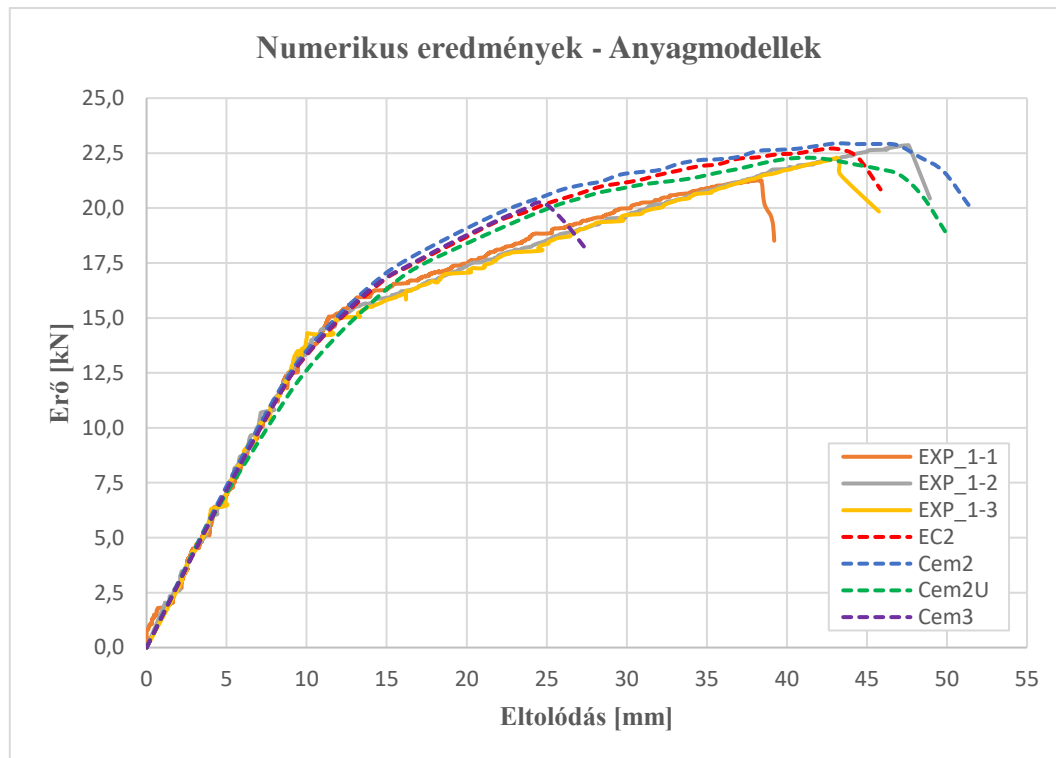
Az előzőekben már több ízben kiemelésre került, hogy az ATENA-ban való vasbeton modellezés egyik legnagyobb előnye, hogy több különböző, sokrétűen parametrizálható anyagmodell prototípus (4.2.3.), illetve ezeken belül is több különböző típusú, funkciójú beton anyagmodell közül választhatunk. Az egyes anyagmodell típusok alapvető jellemzői mind a 4.2. fejezetben leírtakat követik, de más-más paraméterek segítségével, illetve eltérő módon definiálható a viselkedés, ezáltal befolyásolva a számított eredményeket.

A feszített gerenda vizsgálatához megfelelő kiindulási anyagmodell típus kiválasztása érdekében egy-egy futtatás segítségével összevettem a *CC3DNonLinCementitious2* beton anyagmodell prototípuson alapuló *EC2*, *Cem2*, *Cem2User* elnevezésű, illetve a *Cementitious3* (*Cem3*) prototípusú anyagmodell verziókat.

A *Cementitious2* megnevezésű prototípus egy fejlett beton anyagmodell takar, mely a 4.2. fejezetben leírt minden előnnyel és jellemzővel rendelkezik. A szoftver segédlete [15] alapján alapvetően ez a prototípus alkalmazandó általános esetben minden beton és vasbeton szerkezet modellezéséhez. A hozzá tartozó, megnevezett három altípus (*EC2*, *Cem2*, *Cem2User*) főbb jellemzőiben nem különbözik egymástól, csupán a beton egyes anyagi jellemzőinek és viselkedési módjainak definiálási lehetősége tér el némiképp.

A *Cementitious3* megnevezésű prototípus már egy speciálisabb alkalmazásra; keresztirányú megerősítéssel rendelkező vasbeton (*confined reinforced concrete*), illetve háromtengelyű nyomás alatt lévő beton analízisére lett kifejlesztve. Értelemszerűen tehát jelen esetben nem alkalmazható, csupán a képlékenyedés eltérő modellezéséből eredő eltérő viselkedés szemléltetése céljából mutatom be.

A különböző anyagmodellekkel kapott numerikus eredményeket grafikusán a 38. ábra, számszerűleg pedig az 1. táblázat szemlélteti.



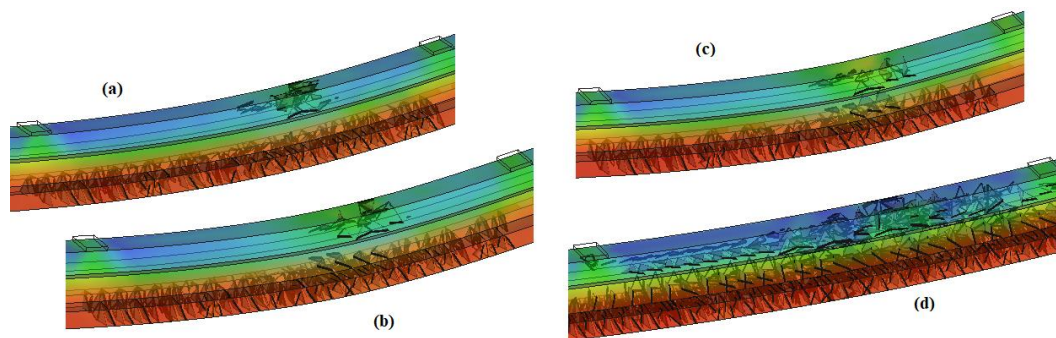
38. ábra – Erő-eltolódás diagram: Anyagmodellek hatása

	EXP	EC2	Cem2	Cem2U	Cem3
<b>F<sub>max</sub> [kN]</b>	22,13 -	22,70 103%	22,94 104%	22,28 101%	20,25 92%
<b>e(F<sub>max</sub>) [mm]</b>	41,87 -	43,08 103%	43,14 103%	41,81 100%	24,72 59%
	<b>F(e) [kN] ↓</b>				
<b>e = 5 mm</b>	6,97 -	7,22 104%	7,34 105%	7,02 101%	7,16 103%
<b>e = 10 mm</b>	13,77 -	13,29 96%	13,49 98%	12,60 91%	13,31 97%
<b>e = 15 mm</b>	16,00 -	16,80 105%	17,06 107%	16,31 102%	16,84 105%
<b>e = 20 mm</b>	17,29 -	18,69 108%	19,08 110%	18,39 106%	18,77 109%
<b>e = 25 mm</b>	18,57 -	20,20 109%	20,58 111%	19,95 107%	- -
<b>e = 30 mm</b>	19,78 -	21,18 107%	21,56 109%	20,94 106%	- -
<b>e = 35 mm</b>	20,79 -	21,94 106%	22,20 107%	21,50 103%	- -
<b>e = 40 mm</b>	21,76 -	22,46 103%	22,67 104%	22,23 102%	- -

1. táblázat – Számszerű eredmények: Anyagmodellek hatása

A kapott erő-eltolódás diagramokat a kísérleti eredményekkel összevetve a 38. ábra és az 1. táblázat alapján a következő megállapítások tehetők: A lineáris görbeszakaszt és a berepedést alapvetően mindegyik anyagmodell jól, 3-5% eltérés alatt közelíti, kivéve a Cem2U jelölésűt; az némiképp kisebb merevséget vesz figyelembe, és hamarabb, ~10 kN környékén elkezd repedezni. A II. feszültségi állapothoz tartozó görbeszakaszt mind a négy anyagmodell verzió fentről közelíti, 7-11% eltéréssel. Az ábra jól szemlélteti a Cementitious2 és Cementitious3 anyagmodell prototípusok közti eltérést is; utóbbi az előbbieken alapján felrajzolt görbét jól követi, de az eltérő tönkremeneteli feltételek miatt jóval hamarabb, 20kN elérését követően

tönkremegy, így jelen feladathoz egyértelműen nem alkalmas. A többi három anyagmodell az 1. táblázat értékei alapján a tönkremenetelhez tartozó erőt és eltolódást egészen pontosan, 4% eltérésen belül közelíti, a tönkremenetel módját (hirtelen, rideg tönkremenetel, maradó teherbírás nincs) viszont a 38. ábra szerint csak az *EC2* jelű beton anyagmodellel futtatott modell adja vissza megfelelően. *Cem2* és *Cem3* anyagmodellek esetén a tönkremenetel módja a várthoz képest jóval lassabb, elnyújtottabb, képlékeny jellegű.

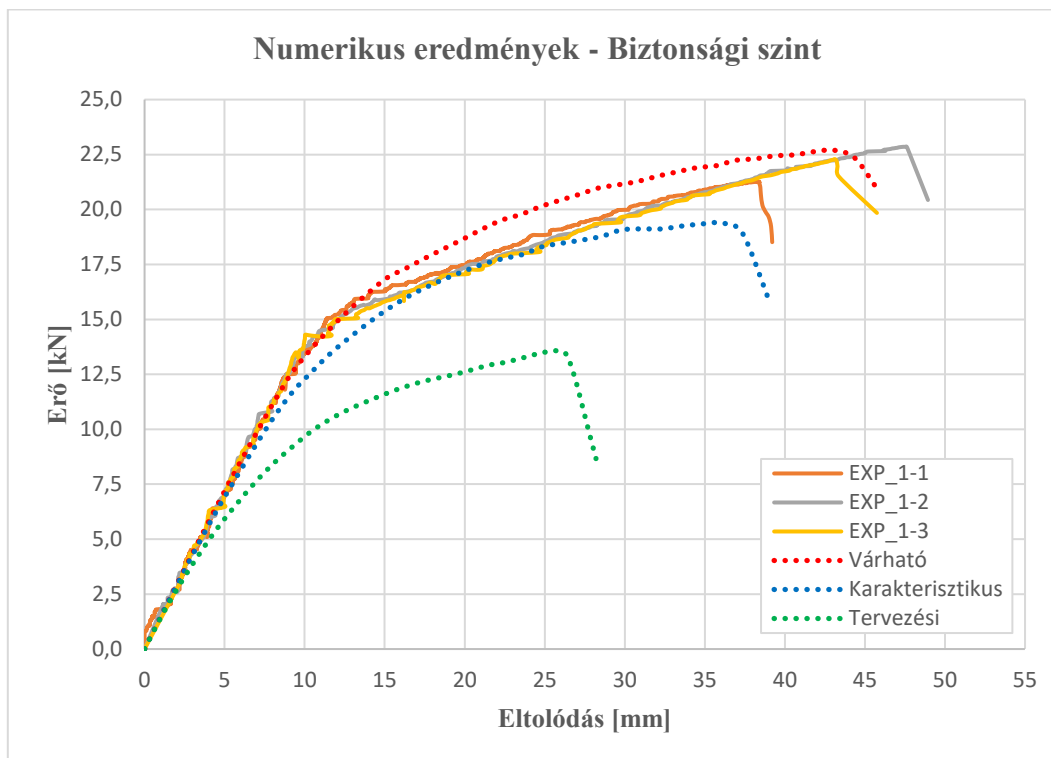


39. ábra – Tönkremenetelhez tartozó repedéskép (a) *EC2*, (b) *Cem2*, (c) *Cem2 User* és (d) *Cem3* beton anyagmodell esetén

A 39. ábra az egyes modellek esetén a tönkremenetelhez tartozó repedésképet szemlélteti. Az (a), (b) és (c) esetben a kapott repedéskép a várakozásoknak megfelelő: a teher növelésével az alsó övben a két erőbeviteli pont között hajlítási repedések jelennek meg, a tönkremenetel pedig a felső nyomott öv összemorzsolódásával megy végbe. A nyomott betonövben megjelenő repedések megnyílása (és ezáltal a tönkremenetel) jellemzően 2-4 teherlépcső alatt megy végbe. A *Cementitious3* anyagmodell prototípus eltérő viselkedése a repedésképek alapján is megfigyelhető; ez esetben (d) a feszültségek növekedésével a gerenda irreális mértékben összeroppedezik, majd hirtelen, egyetlen teherlépcső alatt tönkremegy.

Az anyagmodellek definiálása során tekintettel kell lenni az alkalmazni kívánt biztonsági szintre is: más-más anyagi paramétereket kell figyelembe venni *várható* (átlagos), *karakterisztikus* vagy *tervezési* értékek esetén. A különböző biztonsági szintnek megfelelő értékeket figyelembe vevő numerikus eredmények (40. ábra) ugyan látványosak, de pontosan azt adják vissza, amit az Eurocode parciális biztonsági tényezős módszerének koncepciója szerint elvárunk, miszerint az ellenállás (anyagjellemző) karakterisztikus értékét a tényleges értéknek 95%-ban, a tervezési értékét pedig 99,9%-ban túl kell lépnie. Azaz a valós viselkedést *várható* értékekkel közelíthetjük a legjobban, *karakterisztikus* értékek esetén a biztonság javára alulról közelítünk, *tervezési* értéként pedig a ténylegesnél csak jóval kisebb ellenállást vehetünk csak számításba. A modell viselkedését a 2. táblázat számszerű eredményei alapján vizsgálva az előző megállapítás megerősíthető; a numerikus eredmények görbéje az egyes

pontokban a kísérleti eredményeket *várható* értékek esetén 3-9%-kal fentről, *karakterisztikus* értékek esetén 1-14%-kal alulról, *tervezési* értékek esetén pedig 15-40%-kal alulról közelíti.



40. ábra – Erő-eltolódás diagram: Anyagmodellnél figyelembe vett biztonsági megfontolás hatása

	EXP	Várható	Karakt.	Tervezési
<b>F<sub>max</sub> [kN]</b>	22,13 -	22,70 103%	19,39 88%	13,51 61%
<b>e(F<sub>max</sub>) [mm]</b>	41,87 -	43,08 103%	36,01 86%	25,13 60%
	<b>F(e) [kN] ↓</b>			
<b>e = 5 mm</b>	6,97 -	7,22 104%	6,91 99%	5,91 85%
<b>e = 10 mm</b>	13,77 -	13,29 96%	12,27 89%	9,65 70%
<b>e = 15 mm</b>	16,00 -	16,80 105%	15,37 96%	11,59 72%
<b>e = 20 mm</b>	17,29 -	18,69 108%	17,20 99%	12,61 73%
<b>e = 25 mm</b>	18,57 -	20,20 109%	18,33 99%	13,49 73%
<b>e = 30 mm</b>	19,78 -	21,18 107%	19,08 96%	- -
<b>e = 35 mm</b>	20,79 -	21,94 106%	19,35 93%	- -
<b>e = 40 mm</b>	21,76 -	22,46 103%	- -	- -

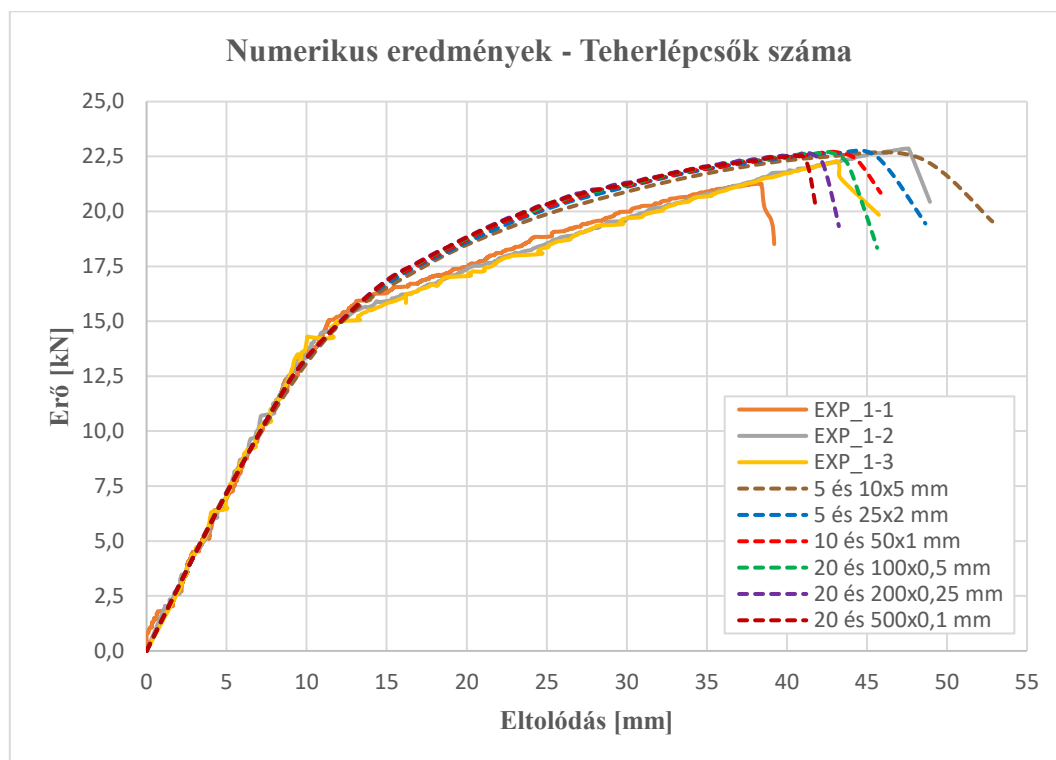
2. táblázat – Számszerű eredmények: Anyagmodellnél figyelembe vett biztonsági megfontolás hatása

Jelen fejezet célja a feszített gerenda modellezése során alkalmazott, paramétervizsgálattal a feladatra szabott egyéni beton anyagmodell kiindulási alapját biztosító anyagmodell prototípus és variáns megadása volt. A bemutatott eredmények és megállapítások tükrében a *Cementitious2* prototípusra épülő *EC2* jelű anyagmodellt és *várható* értékeket alkalmaztam.

### 5.3. Teherlépcsők számának hatása

Az analízis során a nemlineáris viselkedés (beton morzsolódása, repedése, tönkremenetele) modellezhetősége érdekében szükség van az egyes terhek, hatások időbeliségének figyelembevételére. Az időbeliséget a 4.5. fejezet szerint megfelelően felvett *teherlépcsők* adják meg. Ez azt jelenti, hogy a teherlépcsők száma határozza meg, hogy az adott terhelési esetben szereplő teher vagy terhek mennyi idő (azaz hány lépés) alatt fejtik ki a hatásukat a vizsgált szerkezetre. Ezt a folyamatot a valós viselkedés szempontjából tekinthetjük időbeliségnek, vagy a numerikus vizsgálat szempontjából mintavételezési sűrűségnek, hiszen a szoftver az egyes lépések során végzi el a számításokat. Az egyes terhelési esetek felbontásának sűrűsége, a teherlépcsők számának meghatározása tehát jelentőséggel bíró tényező a modellezett viselkedés szempontjából: kellően sok teherlépcső szükséges a tényleges viselkedés megfelelő közelítéséhez, de a feleslegesen sűrű felbontás kerülendő, hogy a számítás hosszát célszerűtlenül ne növeljük.

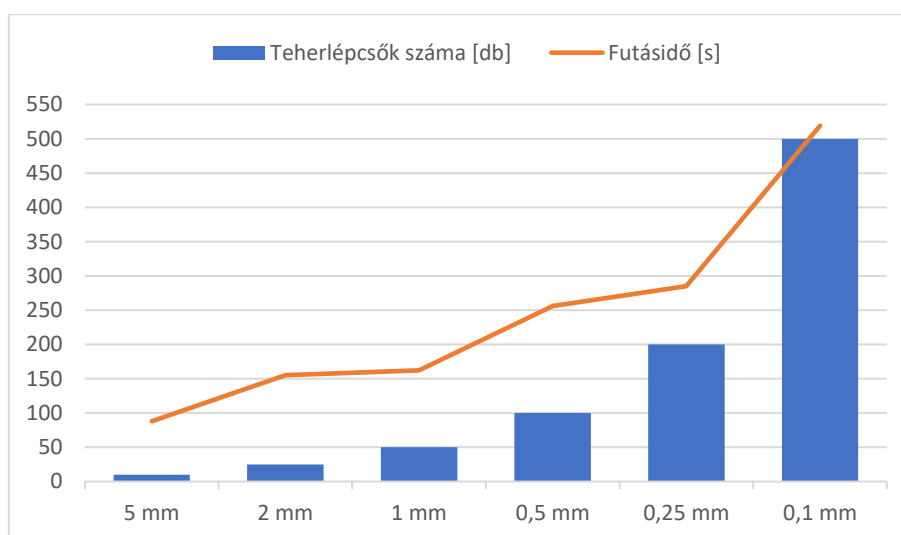
A teherlépcsők számának hatását hat különböző futtatás segítségével vizsgáltam, melyek eredményeit a 41. ábra és a 3. táblázat szemlélteti. A megnevezéseknél az első szám a feszítéshez tartozó, a második pedig a terheléshez tartozó teherlépcsők számát jelöli. A kísérleti eredmények alapján (3.3.) a tönkremenetelhez tartozó lehajlás 50 milliméter alatt várható.



41. ábra – Erő-eltolódás diagram: Teherlépcsők számának hatása

	EXP	5-10x5	5-25x2	10-50x1	20-100x0,5	20-200x0,25	20-500x0,1
<b>F<sub>max</sub> [kN]</b>	22,13	22,45 101%	22,65 102%	22,70 103%	22,71 103%	22,69 103%	22,53 102%
<b>e(F) [mm]</b>	41,87	48,21 115%	43,10 103%	43,08 103%	42,46 101%	41,23 98%	40,89 98%
<b>F(e) [kN] ↓</b>							
<b>e = 5 mm</b>	6,97	7,15 103%	7,17 103%	7,22 104%	7,18 103%	7,18 103%	7,18 103%
<b>e = 10 mm</b>	13,77	12,80 93%	13,24 96%	13,29 96%	13,31 97%	13,33 97%	13,34 97%
<b>e = 15 mm</b>	16,00	16,27 102%	16,65 104%	16,80 105%	16,83 105%	16,87 105%	16,84 105%
<b>e = 20 mm</b>	17,29	18,37 106%	18,58 107%	18,69 108%	18,77 109%	18,83 109%	18,81 109%
<b>e = 25 mm</b>	18,57	19,82 107%	20,09 108%	20,20 109%	20,29 109%	20,31 109%	20,33 109%
<b>e = 30 mm</b>	19,78	20,89 106%	21,11 107%	21,18 107%	21,21 107%	21,30 108%	21,23 107%
<b>e = 35 mm</b>	20,79	21,71 104%	21,92 105%	21,94 106%	21,99 106%	22,05 106%	22,04 106%
<b>e = 40 mm</b>	21,76	22,26 102%	22,45 103%	22,46 103%	22,55 104%	22,52 104%	22,49 103%

3. táblázat – Számszerű eredmények: Teherlépcsők számának hatása



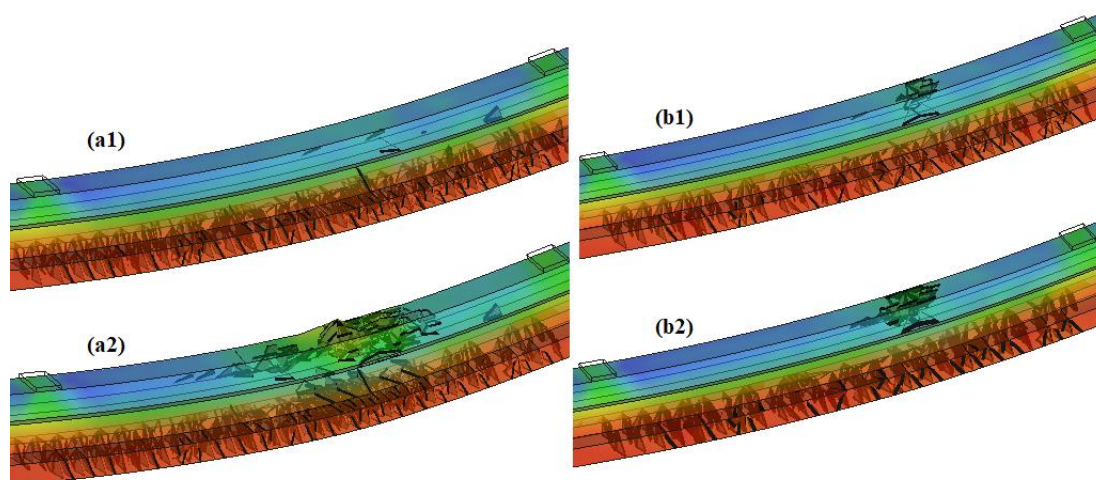
42. ábra – Teherlépcsők számának hatása a futásidőre

A kapott numerikus eredményeket a 41. ábra és a 3. táblázat alapján a kísérletekből származó eredményekkel, illetve egymással összevetve a következő megállapítások tehetők: Az I. és II. feszültségi állapothoz tartozó görbeszakaszt egy minimális számú (jelen esetben 25x2 mm) teherlépcső felett a teherlépcsők száma gyakorlatilag nem módosítja; a numerikus eredményeket egymáshoz hasonlítva mindössze 1-2%-os eltérések tapasztalhatók. Nagyon durva felbontás (10x5 mm teherlépcső) esetén ez a különbség további 1-2%-kal nő, és a teljes terhelés során némiképp lágyabb viselkedés tapasztalható. A tönkremenetelhez tartozó erőt és eltolódást vizsgálva a 3. táblázat alapján az tapasztalható, hogy a tönkremenetelhez tartozó erőt minden esetben 1-2% eltérésen belül visszakapjuk, de a hozzá tartozó lehajlást túl kevés teherlépcső esetén jelentősen, 10-15%-kal túlbecsüljük. A számszerű értékek alapján tehát (tévesen) azt állapíthatnánk meg, hogy egy minimális teherlépcső alkalmazása felett a teherlépcsők száma modellezett viselkedést nem befolyásolja. Azonban a kapott erő-eltolódás



diagramokat alapján (41. ábra) figyelembe kell venni, hogy a tönkremenetel módjára viszont jelentős hatással van a teherlépcsők száma. Látható, hogy minél több teherlépcsőt alkalmazunk, annál jobban hasonlít a numerikusan kapott tönkremenetel módja a tényleges, rideg, hirtelen tönkremenetelre, ellenben a nem kellően sűrű felosztás hosszabb, elnyújtott, képlékeny jellegű tönkremeneteli folyamatot eredményez.

Az eltérő tönkremeneteli módoknak az oka, hogy nem elég sűrű felosztás esetén a repedések (az egyes lépések közti nagy különbségek miatt) egyik lépésről a másikra, hirtelen, elnagyolva alakulnak ki (43. ábra, a), és emiatt a számított alakváltozás is torzított lesz. Sűrűbb felosztás esetén (43. ábra, b) a repedéseknek van ideje valósághűbb módon kialakulni, így jobban lekövetve a tényleges viselkedést. Több teherlépcső alkalmazásának további előnye, hogy az egyes lépések számítása során kevesebb iteráció szükséges, kisebb a maradó hiba nagysága, pontosabb numerikus eredmények számíthatók.



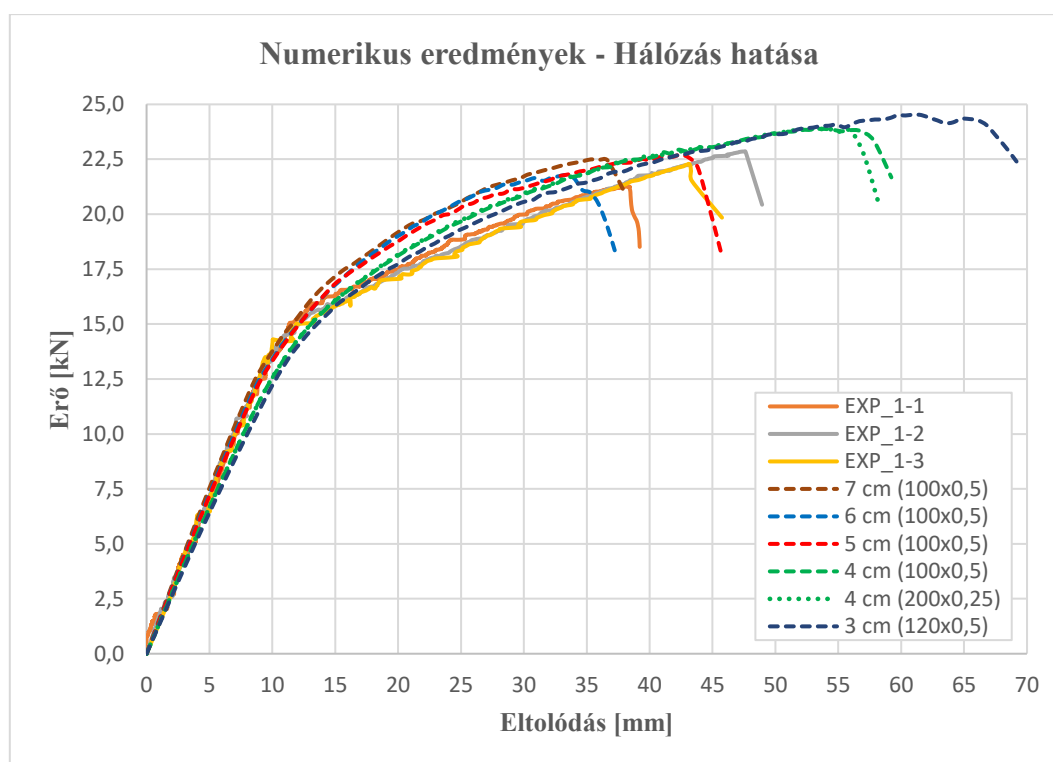
43. ábra – Repedéskép alakulása a teherlépcsők számának függvényében: egymást követő (1-2) teherlépcsők  
(a) 10x5 mm és (b) 500x0,1 mm előírt elmozdulás esetén

Összességében tehát a viselkedést grafikusán leíró erő-eltolódás diagram és a számszerű eredmények is azt mutatják, hogy érdemes minél több teherlépcsőt alkalmazni. A sűrítés mértékének meghatározásában az egyes modellek esetén tapasztalt futásidő segíthet. A 3. táblázat és a 42. ábra szerint a teherlépcsők számát 200-ról 500-ra növelve a futásidő a kétszeresére nőtt, de az eredmények pontossága kevesebb, mint 1%-ot javult. Ezen eredményeknek megfelelően egy ilyen elmozdulás-vezérelt vizsgálat esetén a várható elmozdulás (eltolódás) érték (jelen esetben 37-47 mm) század-kétszázad részének megfelelően vehető fel egy teherlépcsőben az előírt elmozdulás. A feszítés rugalmas állapotban megy végbe, így a feszítéshez tartozó tehereset felosztását csupán a feszítés hatásának, a feszítőerő és a feszültségek alakulásának vizsgálhatósága határozza meg.



## 5.4. Végeselem háló sűrűségének hatása

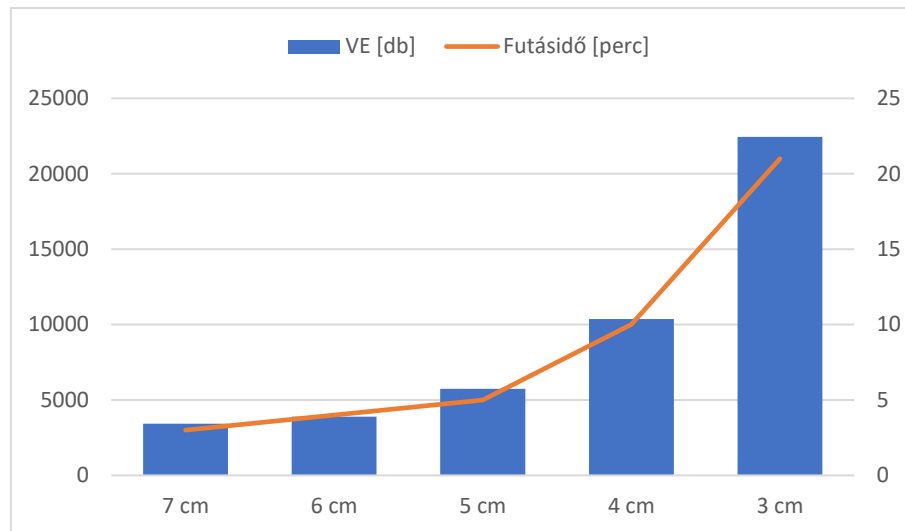
Mint már korábban kiemeltem (4.6. fejezet), a megfelelő hálózás minden numerikus analízis során kulcskérdés. A háló sűrűsége – a teherlépcsők számához hasonlóan – alapvetően befolyásolja a modell viselkedését, helyességét és a futásidőt. Az érzékenységvizsgálat eredményeit a 44. ábra és a 4. táblázat szemlélteti. A jelölésekben zárójelben az alkalmazott teherlépcsők száma található. A 45. ábra a végeselemháló sűrűségének a függvényében a végeselemek darabszámának és a modell futásidejének alakulását mutatja.



44. ábra – Erő-eltolódás diagram: Végeselem háló sűrűségének hatása

	EXP	7 cm (100)	6 cm (100)	5 cm (100)	4 cm (100)	4 cm (200)	3 cm (120)
<b>F<sub>max</sub> [kN]</b>	22,13	22,49 102%	21,78 98%	22,71 103%	23,88 108%	23,89 108%	24,53 111%
<b>e(F) [mm]</b>	41,87	35,34 84%	33,38 80%	42,46 101%	53,92 129%	54,56 130%	60,97 146%
		<b>F(e) [kN] ↓</b>					
<b>e = 5 mm</b>	6,97	7,57 109%	7,28 104%	7,18 103%	6,67 96%	6,67 96%	6,41 92%
<b>e = 10 mm</b>	13,77	13,76 100%	13,39 97%	13,31 97%	12,55 91%	12,57 91%	12,21 89%
<b>e = 15 mm</b>	16,00	17,25 108%	16,78 105%	16,83 105%	16,06 100%	16,09 101%	15,81 99%
<b>e = 20 mm</b>	17,29	19,18 111%	19,01 110%	18,77 109%	18,12 105%	18,16 105%	17,73 103%
<b>e = 25 mm</b>	18,57	20,56 111%	20,60 111%	20,29 109%	19,67 106%	19,71 106%	19,31 104%
<b>e = 30 mm</b>	19,78	21,72 110%	21,50 109%	21,21 107%	20,88 106%	20,95 106%	20,56 104%
<b>e = 35 mm</b>	20,79	22,45 108%	-	21,99 106%	21,85 105%	21,89 105%	21,45 103%
<b>e = 40 mm</b>	21,76	-	-	22,55 104%	22,57 104%	22,60 104%	22,33 103%

4. táblázat – Számszerű eredmények: Végeselem háló sűrűségének hatása



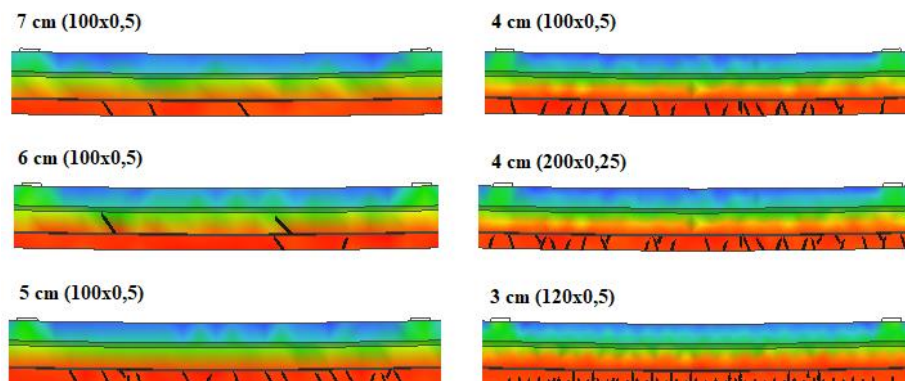
45. ábra – Végeselemháló sűrűségének hatása a futásidőre

Bármilyen végeselemes analízis esetén alapvetően azt várhatjuk, hogy túl durva hálózást alkalmazva pontatlan, elnagyolt eredményeket kapunk, de a háló felbontásának finomításával, a hálózás sűrítésével a modellezett viselkedés és a kapott eredmények egyre pontosabbak lesznek. Viszont egy bizonyos hálósűrűség felett már csak a végeselemek darabszáma, és ezáltal a modell futásideje nő, a számítás eredménye pedig már csak kis mértékben változik. Általában ez a határ szabja meg a feladathoz célszerűen alkalmazandó végeselem hálóméretet.

A megadott hálóméretekkel kapcsolatban kiemelendő, hogy ezek az alkalmazott tetraéder végeselemek (34. ábra) esetén megengedhető *legnagyobb* oldalhossz nagyságát adják meg. Azaz a geometria lekövetése, a keresztmetszet feloszthatósága szempontjából a tényleges hálóméret ennél mindenképpen kisebb.

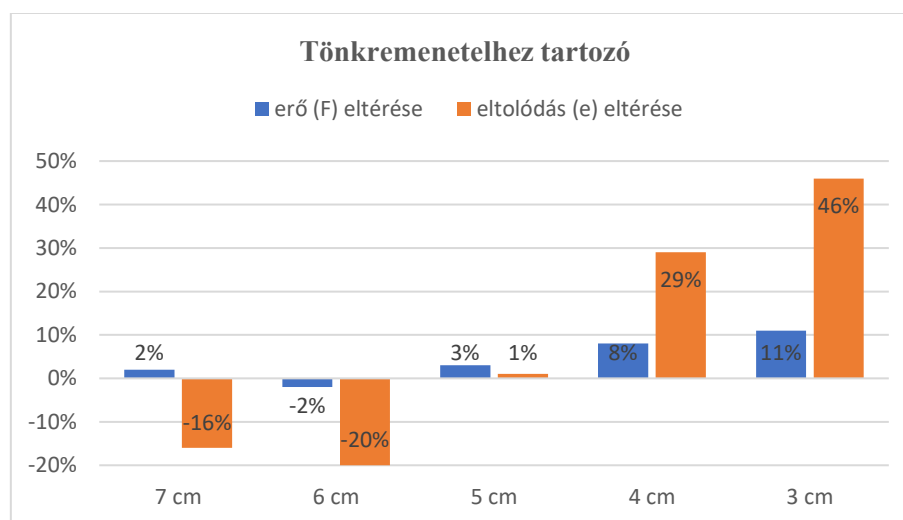
A 44. ábra, a 45. ábra és a 4. táblázat alapján a következő megállapítások tehetők: Durvább hálózást (6+ cm) alkalmazva az I. feszültségi állapothoz tartozó görbeszakasz és berepedés jól modellezhető, illetve a tönkremenetelhez tartozó erő jól számítható, de a nagyobb végeselemkből eredő ridegebb viselkedés miatt a berepedés a ténylegesnél kisebb merevségcsökkenést eredményez és a teherbíráshoz tartozó lehajlás jelentősen (15-20%) alul becsült lesz. A háló sűrűségének a növelésével (4-5 cm) a modell viselkedése lágyítható, a II. feszültségi állapothoz tartozó görbeszakasz és egy darabig a tönkremenetel pontja is jobban közelíthető. Egy bizonyos hálósűrűség (3-4 cm) felett azonban a vártnál jóval duktilisabb viselkedést tapasztalunk: a rugalmas görbeszakasz merevsége (merevsége) csökken, a berepedést követő görbeszakasz jobb közelítést ad (3-6%), de nagyon elnyúlik és a valós hirtelen, rideg tönkremenetellel szemben, a várakozások szerinti eltolódás akár 150%-át elérő,

képlékenyen jellegű tönkremenetel következik be. Ennek a jelenségnek az oka az alkalmazott beton anyagmodellben meghatározott repedésmodell, illetve törési feltétel, törési felület jellemzőire vezethető vissza.



46. ábra – Repedéskép különböző végeelem hálóméret esetén,  $F = 20 \text{ kN}$  terhelő erő hatására, 0,05 milliméter feletti repedéseket figyelembe véve

A 46. ábra a modellezés során, különböző végelem hálóméretek esetén tapasztalható (felnagyított) repedésképet szemlélteti, 20 kN nagyságú terhelő erő hatására, 0,05 milliméter feletti megnyílással rendelkező repedéseket figyelembe véve. Az ábra azt mutatja, hogy minél sűrűbb végelem hálót alkalmazunk, annál sűrűbb repedésképet, és ezáltal egyre duktilisabb viselkedést kapunk. Nagyobb végelemek esetén az egyes repedések hirtelen alakulnak ki és a tönkremenetel is egy-két teherlépcső alatt végbemegy. Ezzel szemben sűrű hálózás, azaz kisebb végelemek mellett jóval lassabban, fokozatosan nyílnak meg a repedések, és a végelemek nagy száma, valamint a feszítés hatása miatt a teher növekedésével nem a repedések megnyílása, hanem darabszáma növekszik. A nagy számú repedés pedig a valóságban tapasztalhatótnál jóval sűrűbb repedésképet eredményez, így irreálisan növelve a modellezett gerenda tönkremenetelhez tartozó lehajlását és elnyújtva a tönkremenetel módját.



47. ábra – Tönkremenetelhez tartozó erő (F) és eltolódás (e) eltérése a kísérleti eredményekhez (EXP) képest

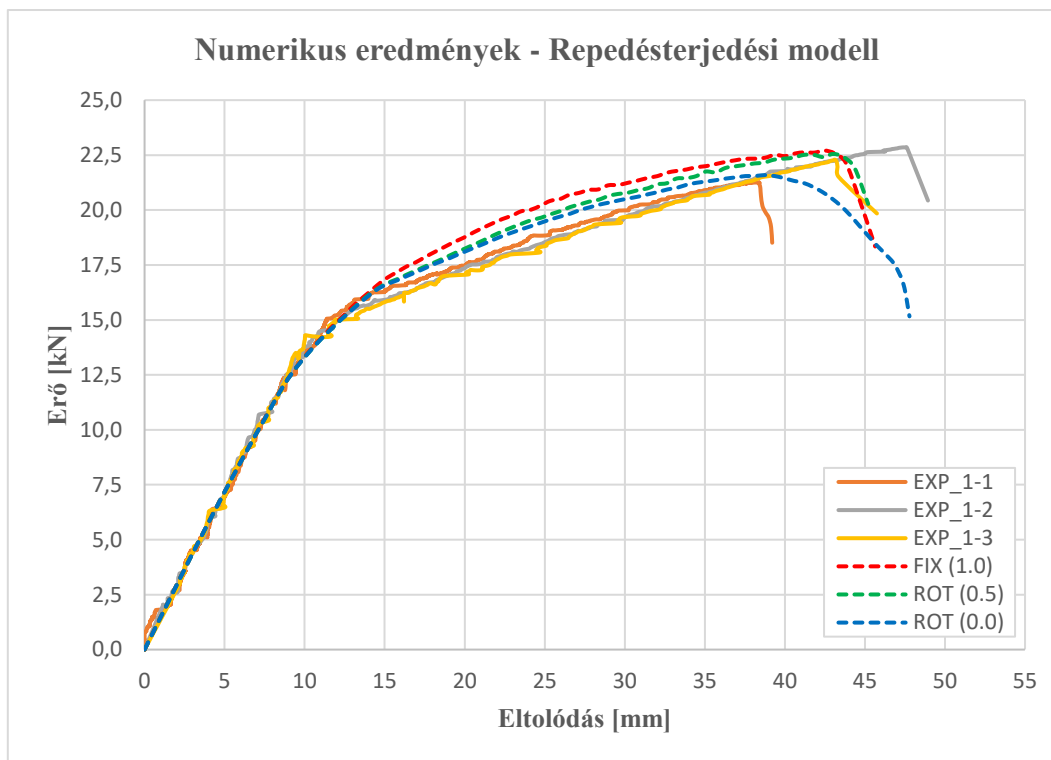
Az előző megállapításokat a 47. ábra is megerősíti: A tönkremenetelhez tartozó erő durvább hálózással is pontosan (2-3% eltérés) számítható, sűrűbb hálózásnál pedig a valóságnak nem megfelelő tönkremeneteli mód miatt az eltérés fokozatosan nő. A diagram alapján megállapítható, hogy a kialakuló repedéskép miatt a tönkremenetelhez tartozó eltolódás számított értéke jóval érzékenyebb a hálózásra; durva hálózással 15-20%-kal alul, túl sűrű hálózással pedig akár 50%-kal túlbecsüljük a lehajlás értékét. Ehhez fontos viszont hozzátenni, hogy a II. feszültségi állapothoz tartozó görbeszakaszon a sűrűbb hálózással rendelkező modellek jobban közelítik a valós viselkedést (44. ábra és 4. táblázat).

Összességében tehát jelen esetben nem határozható meg egyértelműen a végeelem háló méretének optimuma kizárólag a hálózásra vonatkozó érzékenységvizsgálat alapján, hanem figyelembe kell venni a várható (valós) repedésképet is. A tapasztaltak alapján ameddig van berepedetlen végeelem a húzott gerendaszakaszon, addig a feszítés modellezése miatt gyakorlatilag az összes be fog repedni. Ennek tükrében a hálóméretet a várt repedésképhez igazítva a vizsgált előfeszített gerenda tényleges viselkedése 4-5 centiméteres maximális oldalhosszúságú végeelemekkel közelíthető a legjobban.

## **5.5. Különböző repedésterjedési modellek hatása**

A numerikus analízis során a korábban említettek (4.2.2.) szerint két féle (rögzített irányú; FIX és elforduló; ROT) repedésterjedési modell alkalmazható. A modell típusa a beton anyagmodellen belül, egy 0 és 1 közti értékű tényezővel adható meg. 0 esetén minden teherlépcső során elfordulni képes, 1 esetén pedig végig rögzített irányú repedéseket vesz figyelembe a szoftver a futtatás során (lásd 20. ábra). Köztes érték megadásával lehetőség van a repedésterjedés, a repedéskép alakulásának befolyásolására. Ezen paraméter segítségével megadható, hogy a kezdeti húzófeszültség hány százalékos (berepedés miatti) csökkenését követően legyen fixálva a repedések iránya. Így lehetőség van alacsonyabb teherszint mellett elforduló, magasabb teherszinten pedig fix repedésmodell alkalmazására. [15]

Az egyes repedésterjedési modellek viselkedésére, előnyeire, hátrányaira, célszerű alkalmazására és a repedésterjedési modellek közti átmenetet megadó tényező pontos értékének a meghatározására a hivatkozott kutatási program (lásd 1.2. fejezetben) keretein belül jelenleg is folyó külön kutatómunka irányul. Ennek megfelelően jelen dolgozatban csupán a két szélsőérték (ROT; 0 és FIX; 1), valamint szemléltető jelleggel egy köztes érték (ROT; 0.5) modellezett viselkedésre, eredményekre gyakorolt hatását vizsgálom.



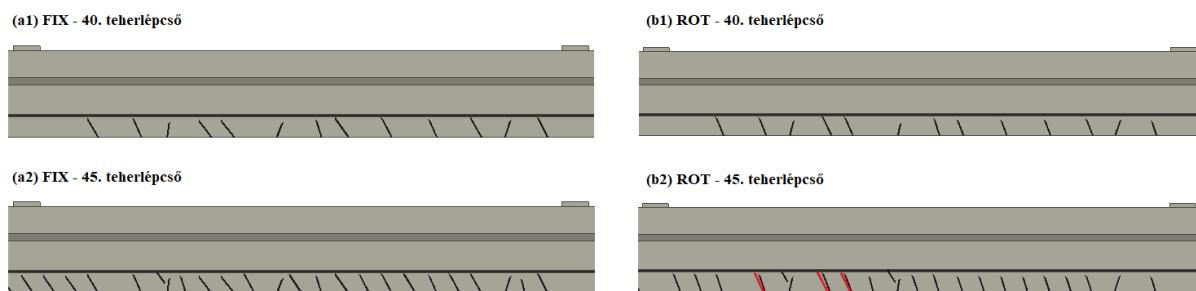
48. ábra – Erő-eltolódás diagram: Repedésterjedési modellek hatása

	EXP	FIX (1.0)	ROT (0.5)	ROT (0.0)
<b>F<sub>max</sub> [kN]</b>	22,13	22,71 103%	22,55 102%	21,59 98%
<b>e(F<sub>max</sub>) [mm]</b>	41,87	42,46 101%	43,01 103%	38,76 93%
	<b>F(e) [kN] ↓</b>			
<b>e = 5 mm</b>	6,97	7,18 103%	7,17 103%	7,17 103%
<b>e = 10 mm</b>	13,77	13,31 97%	13,29 96%	13,29 96%
<b>e = 15 mm</b>	16,00	16,83 105%	16,61 104%	16,57 104%
<b>e = 20 mm</b>	17,29	18,77 109%	18,24 105%	18,10 105%
<b>e = 25 mm</b>	18,57	20,29 109%	19,71 106%	19,48 105%
<b>e = 30 mm</b>	19,78	21,21 107%	20,77 105%	20,49 104%
<b>e = 35 mm</b>	20,79	21,99 106%	21,73 105%	21,29 102%
<b>e = 40 mm</b>	21,76	22,55 104%	22,34 103%	-

5. táblázat – Számszerű eredmények: Repedésterjedési modellek hatása

A 48. ábra és az 5. táblázat alapján a repedésterjedési modellekkel kapcsolatban a következő megállapítások tehetők: Az alkalmazott repedésmodell a berepedéshez tartozó erőt és eltolódást gyakorlatilag egyáltalán nem befolyásolja, ellenben a berepedt keresztmetszet viselkedésére, a II. feszültségi állapot görbeszakaszára láthatóan számottevő hatással van. Az egyes teherlépcsőkben elfordulni képes (ROT) repedések figyelembevétele esetén a berepedés jóval nagyobb merevségcsökkenéssel jár, mint rögzített irányú (FIX) repedésterjedési modell alkalmazásával. A kisebb merevség kisebb meredekségű görbeszakaszt eredményez, ezáltal a 48. ábra szerint ezen a szakaszon jobban követi a kísérleti eredményeket. Az első repedések

megjelenéséhez tartozó lehajlás egységesen 8-10 milliméter, a tönkremenetelhez tartozó lehajlás várható értéke 42-43 milliméter. Ezen értékek alapján a berepedt keresztmetszethez tartozó görbeszakaszon (15-35 milliméter) vizsgálva egy adott lehajlási értékhez tartozó terhelő erőt, az 5. táblázat alapján az állapítható meg, hogy elforduló repedések mellett (fix repedésekhez képest) 3-4%-kal pontosabb eredményeket kapunk. Viszont a mellékelt diagram és táblázat alapján is látszik, hogy az elforduló repedésmodell jóval pontatlanabban adja vissza a tönkremenetel pontját és módját is. Ennek okára a repedésterjedési modellek által eredményezett eltérő viselkedés ad magyarázatot.



49. ábra – Repedéskép alakulása az alkalmazott repedésmodell függvényében: egymást követő (1-2) teherlépcsők (a) rögzített irányú (FIX) és (b) elfordulni képes (ROT) repedések esetén

A 49. ábra (a) fix és (b) elforduló repedésmodell esetén szemlélteti a repedésképet egymást követő teherlépcsőkben (1-2 jelölés), 0,01 milliméternél nagyobb megnyílású repedések figyelembevétele mellett. Az ábra alapján látszik, hogy fix repedésmodell esetén a teher növekedésével a már meglévő repedések iránya nem változik, hanem új repedések nyílnak meg, vagy a meglévő repedések tágulnak. A szoftver egy végelemen belül legfeljebb három különböző repedést tud kezelni, ezek kialakulása után már csak a repedésmegnyílás tud növekedni. Ennek megfelelően a kialakuló repedésképre jelentős hatással van az alkalmazott végelem hálóméret is. A hálómérettől függetlenül azt tapasztaljuk viszont elforduló repedésmodell esetén, hogy – a megnevezéshez híven – a teher növekedésével (fix modellhez képest 10-15%-kal) kevesebb új repedés keletkezik, helyett a meglévő repedések iránya változik meg (49. ábra, b1-b2) a főfeszültségi irányok megváltozásának megfelelően. A minden teherlépcsőben elfordulni képes repedések azonban a 48. ábra alapján a valósánál jóval duktilisabb viselkedést eredményeznek, ezáltal pedig elnyújtott, kissé képlékeny jellegű tönkremenetelt okoznak.

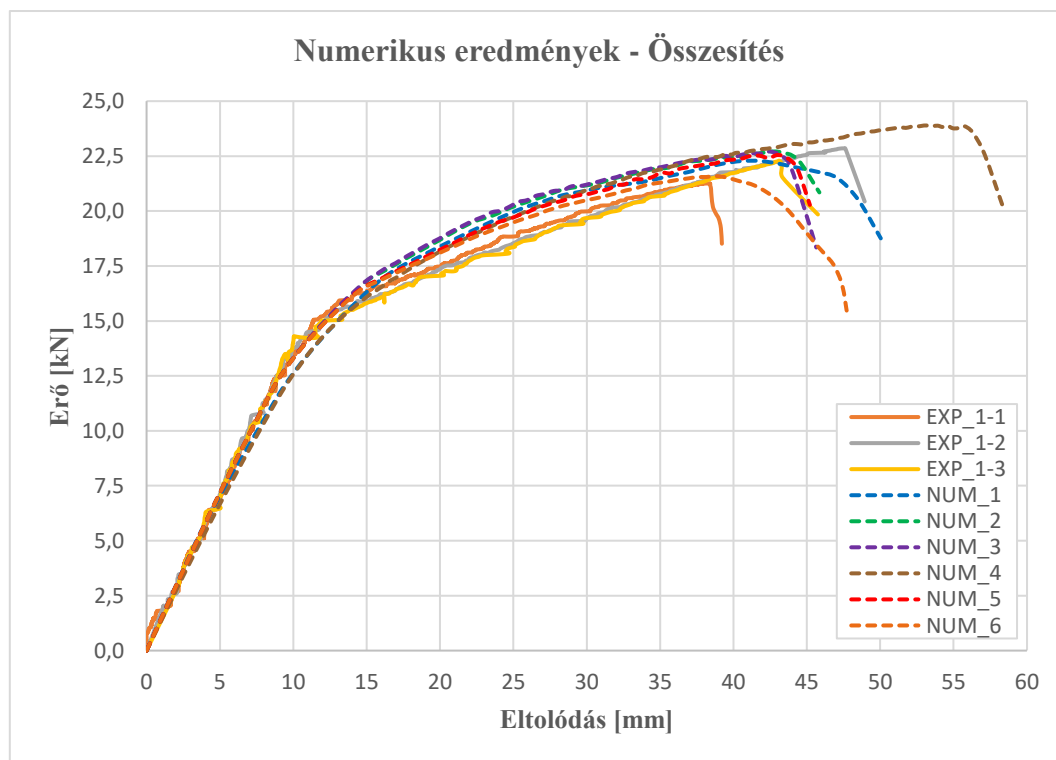
Megállapítható tehát, hogy a gerenda viselkedése a II. feszültségi állapotban (pontosabban a II. feszültségi állapothoz tartozó viselkedési szakasz nagyjából közepéig) elforduló, a III. feszültségi állapotban (teherbírás, tönkremenetel vizsgálata) pedig rögzített irányú

repedésmodell segítségével közelíthető pontosabban. Ennek megfelelően a tényleges viselkedés a két modell együttes, átmenetes alkalmazásával közelíthető a legjobban. Ezt igazolja a *ROT (0.5)* jelölésű (50%-os húzószilárdság csökkenés esetén fixálódó repedések) modell futtatási eredménye is: a tönkremenetelre a fix modellhez hasonlóan jó eredményt ad (2-3% eltérés), de a berepedt keresztmetszeti viselkedésre annál 1-4%-kal jobban közelíti. Ez az eredmény rámutat a megfelelő repedésterjedési modell alkalmazásának fontosságára, de a két repedésterjedési modell közti átmenetet leíró paraméter pontos, feszültségi alapon felvehető értékének részletesebb vizsgálatával jelen tanulmány nem foglalkozik.

## 5.6. Eredmények összevetése a kísérleti eredményekkel

A numerikus modellfejlesztés során számos bemeneti adatot, paramétert és tényezőt vizsgáltam, melyek közül – a kapott eredményekre gyakorolt hatásuk alapján – a legfontosabbakat az előző fejezetekben részletesebben bemutattam, jelen fejezetben pedig a numerikus eredményeket összesítem, és a kísérleti eredmények alapján értékelem.

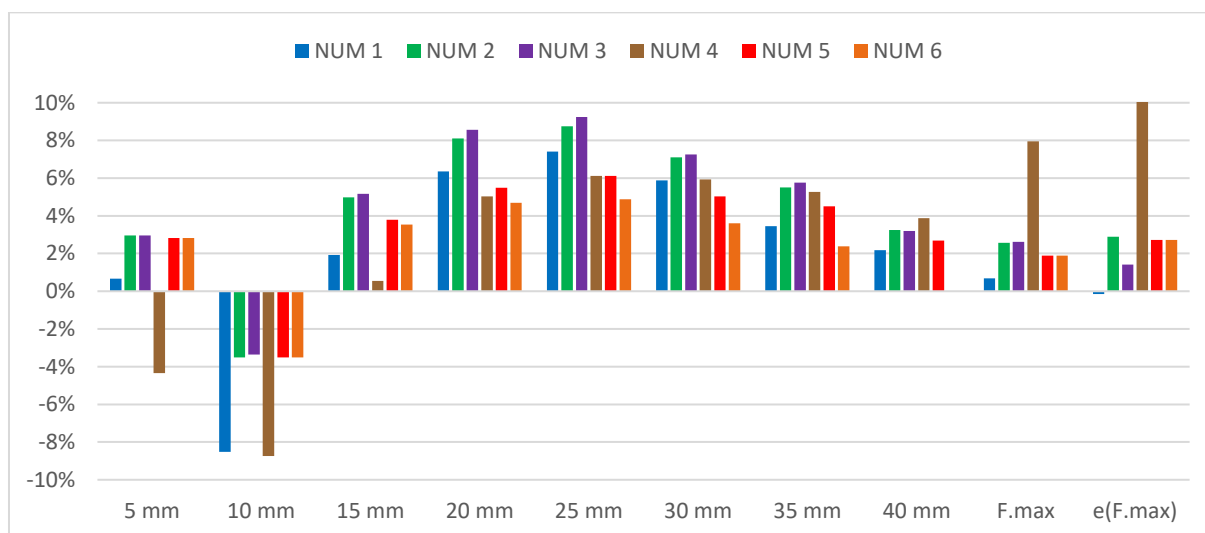
Az összesített numerikus eredményeket grafikusán az 50. ábra, számszerűleg pedig a 6. táblázat szemlélteti. Az 51. ábra adott eltolódások esetén számított terhelő erő értékek, illetve a tönkremenetelhez tartozó erő és lehajlás értékek kísérleti eredményhez viszonyított százalékos eltéréseit szemlélteti.



50. ábra – Erő-eltolódás diagram: Összesített numerikus eredmények

	EXP	NUM 1	NUM 2	NUM 3	NUM 4	NUM 5	NUM 6
<b>Anyagm.</b>	-	Cem2 User	Cem2 EC2	Cem2 EC2	Cem2 EC2	Cem2 EC2	Cem2 EC2
<b>VE háló</b>	-	5 cm	5 cm	5 cm	4 cm	5 cm	5 cm
<b>Lépcső</b>	-	50x1 mm	50x1 mm	100x0,5 mm	200x0,25 mm	100x0,5 mm	100x0,5 mm
<b>Repedésm.</b>	-	FIX	FIX	FIX	FIX	ROT 0.5	ROT
<b>F<sub>max</sub> [kN]</b>	22,13 -	22,28 101%	22,70 103%	22,71 103%	23,89 108%	22,55 102%	22,55 102%
<b>e(F<sub>max</sub>) [mm]</b>	41,87 -	41,81 100%	43,08 103%	42,46 101%	54,56 130%	43,01 103%	43,01 103%
		<b>F(e) [kN] ↓</b>					
<b>e = 5 mm</b>	6,97 -	7,02 101%	7,18 103%	7,18 103%	6,67 96%	7,17 103%	7,17 103%
<b>e = 10 mm</b>	13,77 -	12,60 91%	13,29 96%	13,31 97%	12,57 91%	13,29 96%	13,29 96%
<b>e = 15 mm</b>	16,00 -	16,31 102%	16,80 105%	16,83 105%	16,09 101%	16,61 104%	16,57 104%
<b>e = 20 mm</b>	17,29 -	18,39 106%	18,69 108%	18,77 109%	18,16 105%	18,24 105%	18,10 105%
<b>e = 25 mm</b>	18,57 -	19,95 107%	20,20 109%	20,29 109%	19,71 106%	19,71 106%	19,48 105%
<b>e = 30 mm</b>	19,78 -	20,94 106%	21,18 107%	21,21 107%	20,95 106%	20,77 105%	20,49 104%
<b>e = 35 mm</b>	20,79 -	21,51 103%	21,94 106%	21,99 106%	21,89 105%	21,73 105%	21,29 102%
<b>e = 40 mm</b>	21,76 -	22,23 102%	22,46 103%	22,45 103%	22,60 104%	22,34 103%	- -

6. táblázat – Számszerű eredmények: Összesített numerikus eredmények



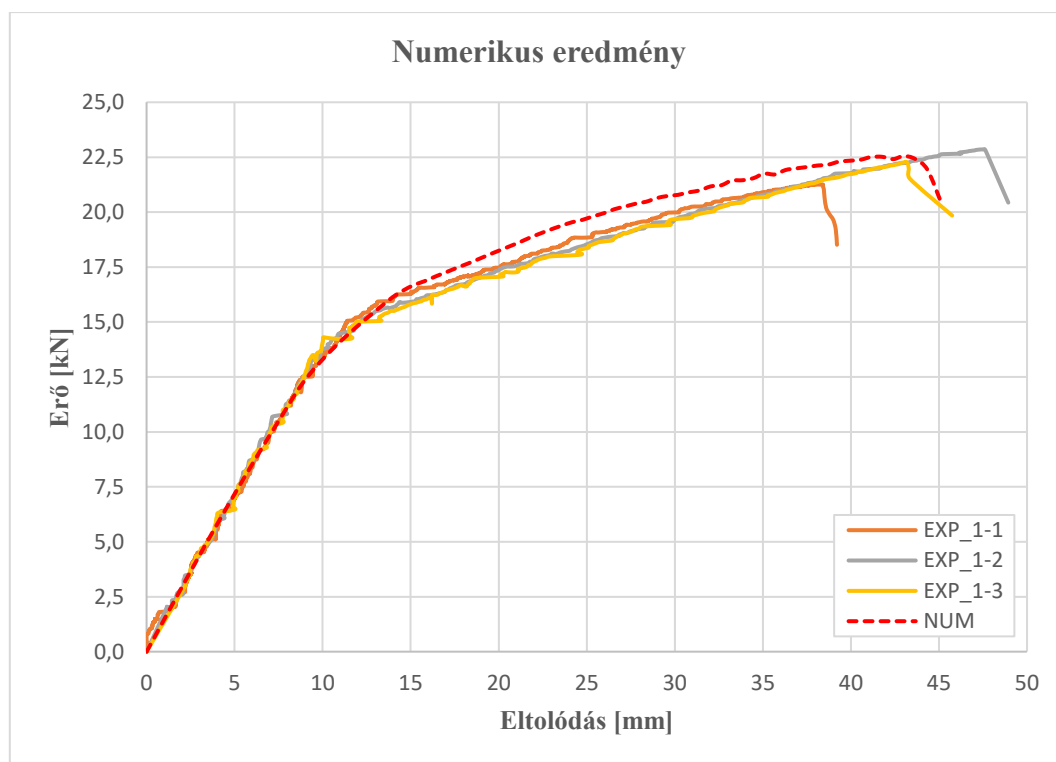
51. ábra – Adott eltolódás értékeknél ( $e = 5 - 40$  mm) a számított erő ( $F$ ), illetve a tönkremenetelhez tartozó erő ( $F_{max}$ ) és eltolódás ( $e(F_{max})$ ) értékeinek százalékos eltérése a kísérleti eredményekhez (EXP) képest

A numerikus eredményeket a 6. táblázat és az 51. ábra alapján számszerűleg értékelve a megadott modellekkel a lineáris görbeszakasz átlagosan 3-5%, a berepedt keresztmetszeti viselkedéshez tartozó görbeszakasz átlagosan 3-7%, a tönkremenetelhez tartozó erő és lehajlás pedig átlagosan 2-3% eltérést mutató pontossággal modellezhető. Az 51. ábra összehasonlító szolgáló diagramjai szerint a legkisebb eltérések *NUM 1*, majd sorrendben *NUM 6* és *NUM 5* modellek esetén tapasztalhatók. Az összkép megfelelő értékeléséhez azonban figyelembe kell venni a kapott erő-eltolódás diagramok esetén (50. ábra) megfigyelhető eltéréseket; a minél kisebb számszerű eltérések mellett a tényleges viselkedés modellezése céljából nagyon fontos,



hogy a számított eredmények a valós mérési eredményekkel alakra is minél jobban egyező viselkedési görbét mutassanak. *NUM 1* és *NUM 6* modellek esetén ez az elvárás nem teljesül, a modellek a tönkremenetel módját nem megfelelően adják vissza. *NUM 4* modell ugyan a tönkremenetel módját jól írja le, de a korábban ismertetett okok miatt (lásd 5.4. fejezetben) a tönkremenetel csak magasabb teherszinten, nagyobb lehajlást követően megy végbe.

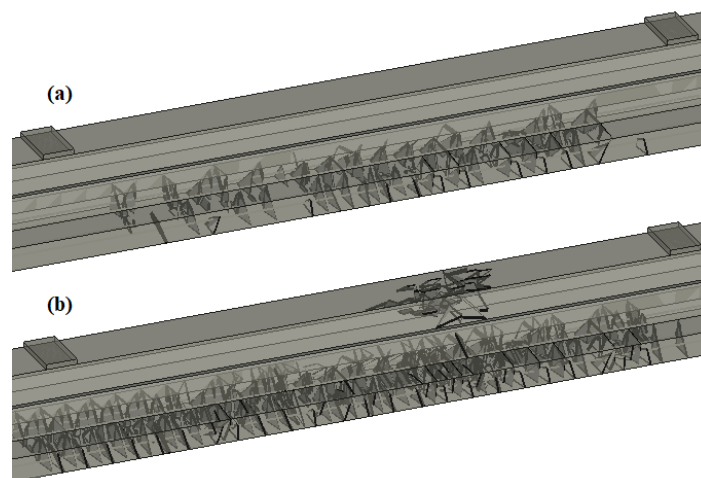
Ezen következtetések alapján a kísérleti eredményekkel a legjobb egyezést a *NUM 5* jelölésű modell adja. Az átláthatóság érdekében ezen eredményt az 52. ábra különállóan is szemlélteti. Ez a modell *Cementitious2 (EC2)* prototípuson alapuló beton anyagmodell, legfeljebb 5 centiméter oldalhosszúságú tetraéder végelemek, 100x0,5 milliméter teherlépcsőt és 0,5 értékű repedésterjedési modell tényezőt alkalmaz. A 6. táblázat értékei alapján a számított eredmények a kapott erő-eltolódás görbe egyetlen pontján sem mutatnak 6%-nál nagyobb eltérést, a teherbíráshoz tartozó erő (22,55 kN) és lehajlás (43,01 mm) pedig 2%, illetve 3% pontossággal modellezhető. A legnagyobb eltérés a berepedt keresztmetszeti viselkedésben tapasztalható; itt 4-6%-ban túlbecsüli a modell az adott eltolódásértékhez tartozó erő nagyságát.



52. ábra – Erő-eltolódás diagram: Legpontosabb numerikus eredmény

A modell az 53. ábra szerint a valóságnak megfelelő repedésképet ad: a berepedést követően az alsó övön közel függőleges hajlítási repedések kezdenek megjelenni, a tönkremenetel pedig

hirtelen (2-3 teherlépcső alatt), a felső öv nagyfokú berepedésével (a nyomott betonöv összemorzsolódásával) megy végbe.



53. ábra – Repedéskép (a) II. feszültségi állapotban és (b) a tönkremenetelt követően

A kapott különböző numerikus eredményeket a kísérleti eredményekkel összehasonlítva tehát a fejlesztett modellezési eljárással kapcsolatban összességében a következő megállapítások tehetők: A lineárisan rugalmas viselkedés egészen pontosan modellezhető, kis végeelem hálóméret esetén a ténylegesnél valamivel kisebb merevség tapasztalható. A berepedés az alkalmazott anyagmodellel jól modellezhető. A II. feszültségi állapothoz tartozó görbeszakaszt a kapott numerikus eredmények rendre fentről közelítik, ezáltal az adott eltolódásokhoz (lehajlásokhoz) tartozó erőket ezen a szakaszon legfeljebb 9-10%-kal (átlagosan 3-7%-kal) túlbecsülve. A berepedést követő merevségcsökkenés, a berepedt keresztmetszethez tartozó viselkedés kisebb végeelem méret és/vagy elforduló repedésmodell alkalmazásával tovább pontosítható, ezen módosítások viszont jelentős hatással vannak a tönkremenetel módjára. Az előzőekben megadott megfelelő paramétercsomagot tartalmazó numerikus modell segítségével a teljes viselkedési (erő-eltolódás) görbe minden pontja 2-6% pontossággal modellezhető. A terhelés során tapasztalható repedésképet és a tönkremenetel módját a numerikus modell valóságként visszaadja.

## 6. Összefoglalás

A tanulmányom célja egy olyan végeselemes eljárás összeállítása volt, amely segítségével nagy pontossággal modellezhető egy előregyártott, előfeszített vasbeton gerenda valós viselkedése. A modellfejlesztés alapjaként egy korábbi, lágyvasalású vasbeton szerkezetek numerikus modellezésével foglalkozó kutatási program eredményeit használtam fel, majd fejlesztettem tovább feszített szerkezetekre való alkalmazhatóság érdekében.

A dolgozatban röviden bemutattam a különböző feszített szerkezeteket, előnyeiket, felhasználási módjukat, valamint a számításuk elvét. Ismertettem a vasbeton szerkezetek modellezésének lehetőségeit, illetve a feszített szerkezetek modellezésének nehézségeit. Bemutattam továbbá egy kifejezetten vasbeton szerkezetek nemlineáris analízisére fejlesztett végeselemes szoftvert, több fejlett beton anyagmodellt és azok elméleti hátterét.

A numerikus modellfejlesztés alapjaként a *BME Szerkezet- és Anyagvizsgáló Laboratórium* által rendelkezésemre bocsátott mérési eredmények szolgáltak. A nyers mérési eredményeket kiértékeltem és erő-eltolódás (lehajlás) diagramon szemléltettem. A kísérleti eredmények átlaga szerint a jelen dolgozatban vizsgált 380 centiméter hosszúságú, 360 centiméteres nyílás áthidalására alkalmas előregyártott, előfeszített E jelű födémgerenda tönkremeneteléhez tartozó erő 22,13 kN, a tönkremenetelhez tartozó lehajlás pedig 41,87 mm.

Részletesen szemléltettem az alkalmazott szoftverkörnyezetben a numerikus modellépítés főbb lépéseit, a legfontosabb bemenő paramétereket pedig külön is ismertettem, és a modellfejlesztés során legjobbnak talált paraméter értékeket számszerűleg is megadtam.

A modellfejlesztés során több különböző modellezési jellemző és tényező hatását vizsgáltam paramétervizsgálat, érzékenységvizsgálat segítségével. Minden numerikus futtatás alapján a laboratóriumi mérésekkel közvetlenül összehasonlítható erő-eltolódás diagramot állítottam elő. A modellezési eredményekre, a modell viselkedésére legnagyobb hatást gyakorló paraméterek, illetve modellezési jellemzők, és azok vizsgálatának eredményei a következők:

A dolgozatban hivatkozott korábbi tanulmányokhoz képest a modellfejlesztés szempontjából a legnagyobb előrelépés a feszítés modellezésének bevezetése. Ennek megfelelően vizsgáltam a feszítés modellezésének lehetőségeit, módjait, a feszítés hatását a modellezett viselkedésre és a feszítés modellezésének helyességét a valós, illetve várt viselkedés tükrében. Megállapítottam, hogy az előfeszítés a feszítőhuzal *kezdeti megnyúlásával* (mint teher) jól modellezhető, a

feszítési veszteségek a modellezés során figyelembe vehetők, és a feszítés a várakozásoknak megfelelő feszültségeloszlást és alakváltozást eredményez.

A feszített beton megfelelő modellezéséhez megvizsgáltam különböző anyagmodell prototípusokat. A teljes viselkedési görbét tekintve a legjobb eredményeket a *Cementitious2* prototípusra épülő *EC2* jelölésű anyagmodell adja, *várható* értékeket figyelembe véve. Ezen kiindulási adatokkal a feszített gerendához egyéni beton anyagmodellt hoztam létre.

Vizsgáltam a nemlineáris analízis időbeliségét kifejező teherlépcsők számának hatását. Megmutattam, hogy az I. és II. feszültségi állapothoz tartozó görbeszakaszt, valamint a tönkremenetelhez tartozó erő számított értékét egy minimális számú teherlépcső felett a teherlépcsők száma gyakorlatilag nem befolyásolja, ellenben a tönkremenetel módját és a tönkremenetelhez tartozó lehajlás nagyságát számottevően módosítja. Az eredmények alapján azt a következtetést tettem, hogy egy ilyen elmozdulás-vezérelt vizsgálat esetén a valóságot jól közelítő numerikus eredmények érdekében a várható eltolódás (lehajlás) század-kétszázad részének megfelelően kell felvenni az előírt elmozdulás nagyságát egy teherlépcsőben.

A hálózás érzékenységvizsgálata megmutatta, hogy a lineáris görbeszakasz és a tönkremenetelhez tartozó erő durvább hálózással (6-7 cm) is pontosan (2-3% eltérés) modellezhető, a II. feszültségi állapothoz tartozó görbeszakasz viszont sűrűbb (3-4 cm) hálózással közelíthető jobban. A hálózásra a tönkremenetelhez tartozó eltolódás igen érzékeny; durva hálózással 15-20%-kal alul, túl sűrű hálózással pedig akár 50%-kal túlbecsüli a számított érték a ténylegest. Ennek oka, hogy a feszítés miatt a megfelelő hálóméretet a várható (valós) repedésképhez kell igazítani. Ezt figyelembe véve a vizsgált gerenda tényleges viselkedése 4-5 centiméteres maximális oldalhosszúságú végelemekkel közelíthető a legjobban.

Vizsgáltam a numerikus analízis során alkalmazható két féle repedésterjedési modell (rögzített irányú; FIX és elforduló; ROT) modellezett viselkedésre gyakorolt hatását. Megállapítottam, hogy az alkalmazott repedésmodell a berepedéshez tartozó erő és eltolódás értékét gyakorlatilag egyáltalán nem befolyásolja, ellenben a berepedt keresztmetszeti viselkedésre, a II. feszültségi állapot görbeszakaszára számottevő hatással van. Ezen a szakaszon az elforduló repedésmodell 3-4%-kal pontosabb eredményeket ad, viszont a tönkremenetel pontját és módját pontatlanabban adja vissza. Az eredmények alapján a valós viselkedés a két repedésterjedési modell közti (feszültségfüggő) átmenettel (0-1 tényező) írható le a legjobban. Ezt grafikusán és számszerűleg szemléltettem, de a pontos meghatározással jelen dolgozatban nem foglalkoztam.

A különböző numerikus eredmények helyességét, megfelelőségét és pontosságát a kísérleti eredményekkel való egyezés alapján értékeltem. A numerikus eredményeket számszerűleg értékelve a lineáris görbeszakaszon átlagosan 3-5%-os, a berepedt keresztmetszeti viselkedéshez tartozó görbeszakaszon átlagosan 3-7%-os, a tönkremenetelhez tartozó erő és eltolódás esetén pedig átlagosan 2-3%-os pontosságot sikerült elérni. A kísérleti eredményekkel való legjobb egyezést *Cementitious2 (EC2)* prototípuson alapuló beton anyagmodell, legfeljebb 5 centiméter oldalhosszúságú tetraéder végelemek, 100x0,5 milliméter teherlépcső és 0,5 értékű repedésterjedési modell tényező alkalmazása esetén kaptam. A számított értékek a kapott erő-eltolódás görbe egyetlen pontján sem mutatnak 6%-nál nagyobb eltérést, a teherbíráshoz tartozó erő (22,55 kN) és lehajlás (43,01 mm) pedig 2%, illetve 3% pontossággal modellezhető. A legnagyobb eltérés a berepedt keresztmetszeti viselkedésben tapasztalható; itt 4-6%-kal túlbecsüli a modell az adott eltolódásértékhez tartozó erő nagyságát.

A tanulmány keretein belül elértéssel kapcsolatos megállapításokat, konklúziót a 7. fejezetben, a témával kapcsolatos további fejlesztési, kutatási lehetőségeket a 8. fejezetben részletezem.

## 7. Konklúzió

A numerikus eredményeket a laboratóriumi kísérleti eredményekkel összevetve a tanulmány keretein belül fejlesztett modellel, modellezési eljárással kapcsolatban a következő megállapítások tehetők:

Egy előfeszített szerkezeti elem modellezéséhez a *Cementitious2* beton anyagmodell prototípus alkalmazható a legjobban. Ezen anyagmodell figyelembe veszi a beton nyomás hatására bekövetkező képlékenyedéséből (fellazulás, morzsolódás), illetve húzás hatására való repedéséből eredő nemlinearitást is. Az anyagmodellel jól modellezhetők a feszítésből származó feszültségek is.

Az előfeszítés a bemutatott szoftverkörnyezetben, a bemutatott anyagmodellekkel, előre definiált kezdeti megnyúlás segítségével jól modellezhető, a feszítés a valóságnak megfelelő sajátfeszültségi állapotot és alakváltozást eredményez. A rugalmas alakváltozásból eredő feszítési veszteségek a feszítés alatt, a feszítést követően a szoftverrel számíthatók. A zsugorodás és kúszás hatása a beton anyagmodellen belül figyelembe vehető.

A teherlépcsők száma a teherbírásra és a tönkremenetel módjára is számottevő hatással van. Feszített tartó esetén kellően kis léptékű teherlépcsők alkalmazandók a várt hirtelen, rideg tönkremeneteli mód elérése érdekében.

A végeelem háló optimális sűrűségének meghatározása a feszítés miatt összetettebb feladat. A túl gyér hálózás a lehajlásértékeket alul becsüli, a túl sűrű hálózás viszont a valóságtól eltérő, a valósánál jóval sűrűbb repedésképet ad, és ezáltal a ténylegesnél jóval duktilisabb viselkedést ír le. A háló optimális méretének meghatározásában figyelembe kell venni a várható (valós) repedésképet és az anyagmodell további beállításait, paramétereit is.

Az alkalmazott repedésterjedési modell jelentős hatással van a teherbírásra, a tönkremenetel módjára és a II. feszültségi állapotot leíró görbeszakasz közelítésének pontosságára. A valós viselkedés a legpontosabban a két repedésmodellt vegyesen alkalmazva modellezhető.

Összességében a tanulmány keretein belül fejlesztett modellezési eljárással kapott legjobb eredmény – a kísérleti eredményekkel összevetve – a görbe egyetlen pontján sem mutat 6%-nál nagyobb eltérést, a repedésmentes viselkedést, a berepedést és a teherbírást pedig 2-3% pontossággal adja meg. A modellezett repedéskép és tönkremenetel a valóságnak megfelelő.

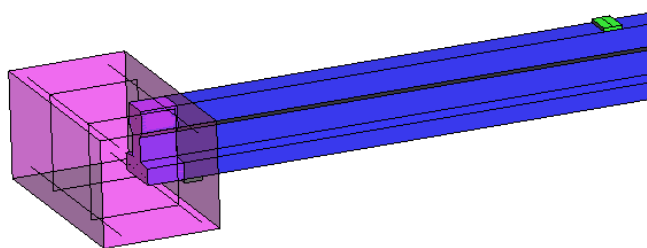
## 8. További kutatási lehetőségek

A kapott modellezési eredmények alapján tehát kijelenthető, hogy az alkalmazott szoftverkörnyezettel fejlesztett modellezési eljárás a feszítés modellezésére, feszített tartók numerikus vizsgálatára alkalmas, a valós viselkedést jól közelítő, 2-6% eltérés alatti eredményeket ad. Az elért eredmények azonban csupán a jelen tanulmány szempontjából tekinthetők végeredménynek, a téma szempontjából pedig inkább kiindulási alapnak.

A kísérleti eredményekkel validált numerikus eredmények ismeretében a vizsgált E gerenda további, összetettebb paramétervizsgálatra ad lehetőséget, ezáltal még részletesebben vizsgálva a modellezett viselkedést befolyásoló paramétereket, tényezőket, anyagjellemzőket és még pontosabban közelítve a tényleges viselkedést.

Pontosabban kalibrált paraméterhalmaz alkalmazásával akár tetszőleges keresztmetszetű és kialakítású feszített tartók numerikus modellezése is lehetővé válik. A modellezési eljárás továbbfejleszhető nagy fesztávolságú T vagy I keresztmetszetű előregyártott, előfeszített tartókra is, így segítve a tervezés, ellenőrzés, optimalizálás folyamatát.

További kézenfekvő kutatási terület a gerenda beépített állapotban történő vizsgálata. Jelen esetben a kísérleti és modellezési elrendezés statikai váza is egy idealizált, tökéletesen csuklós kéttámaszú tartónak felelt meg. A vizsgált E gerendás födémrendszer esetén azonban a valóságban a gerendavégek monolit koszorúba kerülnek beépítésre (54. ábra), és a födém kialakításától függően a gerenda a teljes hosszában 4-6 centiméter felbetont is kap. Így az egyedi, terhelőpadon vizsgált gerenda és a kész födémrendszerben alkalmazott gerenda viselkedése igen eltérő. A kidolgozott modellezési eljárás lehetőséget biztosít arra, hogy a monolit és az előregyártott elemek kapcsolatát, az építési állapotokat és a helyszíni vasalás kialakítását is figyelembe véve a beépített gerendát és az együttdolgozó szerkezetet is részletesen vizsgálhassuk, ezáltal összevetve a feltételezett és a tényleges szerkezeti viselkedést. Ebben a témában *Fási Fanni* [18] folytat jelen tanulmánnyal párhuzamos kutatást.



54. ábra – További kutatási lehetőségek: Beépített állapot vizsgálata [18]

## 9. Irodalomjegyzék

- [1] Farkas Gy., *Feszített tartószerkezetek jegyzet*, Budapest: BME ÉMK Hidak és Szerkezetek Tanszék, 2018.
- [2] Hegyi D., *Különleges tartószerkezetek*, Budapest: BME ÉPK Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék, 2012.
- [3] Roszevák Zs., *Előregyártott vasbeton gerendák numerikus és kísérleti vizsgálata*, Budapest: BME ÉMK Hidak és Szerkezetek Tanszék TDK, 2015.
- [4] Haris I. és Roszevák Zs., „Előregyártott vasbeton gerendák numerikus és kísérleti vizsgálata,” *Vasbetonépítés*, pp. 40-49, április 2016.
- [5] Bodó P. B., *Vasbeton síklemez egyenértékű kerettel történő helyettesítése vízszintes teherre, numerikus vizsgálatok alapján*, Budapest: BME ÉMK Hidak és Szerkezetek Tanszék TDK, 2019.
- [6] Bogár B. és Blázsán D., *Különböző csomóponti numerikus modellek hatása egyszerű előregyártott vasbeton keretváz igénybevételeire*, Budapest: BME ÉMK Hidak és Szerkezetek Tanszék TDK, 2019.
- [7] Koris K. és Haris I., *Magasépítési vasbetonszerkezetek: Tervezési segédlet előfeszített vasbeton tetőgerenda gyakorlati tervezési feladatahoz*, Budapest: BME ÉMK Hidak és Szerkezetek Tanszék, 2016.
- [8] Koris K. és Haris I., *Magasépítési vasbetonszerkezetek előadásanyaga*, Budapest: BME ÉMK Hidak és Szerkezetek Tanszék, 2019.
- [9] M. Al-Ilani és Y. Temsah, *Comparative study of modeling methods used to simulate initial stresses in prestressed beams towards manual analysis*, INCER: MATEC Web of Conferences, 2019.
- [10] O. Yapar, P.K. Basu és N. Nordendale, „Accurate finite element modeling of pretensioned prestressed concrete beams,” in *Engineering Structures Volume 101*, ScienceDirect, 2015, pp. 163-178.
- [11] N. Zhang, C.C. Fu és H. Che, „Experiment and numerical modeling of prestressed concrete curved slab with spatial unbonded tendons,” in *Engineering Structures Volume 33*, ScienceDirect, 2011, pp. 747-756.
- [12] Szinvai Sz., *Acélbetétek tapadásának numerikus modellezése repedésmentes betonban*, Budapest: BME ÉMK Hidak és Szerkezetek Tanszék TDK, 2020.
- [13] Roszevák Zs. és Haris I., *Vasbeton szerkezetek korszerű numerikus modellezése*, XXV. Nemzetközi Építéstudományi Konferencia, 2021.
- [14] Simon J., *Feszített gerenda vizsgálata*, Budapest: BME Hidak és Szerkezetek Tanszék, 2015.
- [15] Cervenka V., Jendele L. és Cervenka J., *ATENA Program Documentation - Part 1: Theory*, Prága: Cervenka Consulting, 2018.
- [16] Cervenka J. és Jendele L., *ATENA Program Documentation - Part 6: ATENA Input File Format*, Prága: Cervenka Consulting, 2020.
- [17] Pryl D. és Cervenka J., *ATENA Program Documentation - Part 11: Troubleshooting Manual*, Prága: Cervenka Consulting, 2020.
- [18] Fási F., *Előregyártott, előfeszített vasbeton gerenda feltámaszkodásának vizsgálata numerikus módszerekkel*, Budapest: BME ÉMK Hidak és Szerkezetek Tanszék, 2021.

---

<sup>a</sup> <https://www.sw-umwelttechnik.hu/termekek>

<sup>b</sup> <https://axisvm.eu/hu/vasbeton-szerkezetek/>

<sup>c</sup> <https://www.cervenka.cz/products/atena/>

<sup>d</sup> <https://www.cervenka.cz/projects/>

<sup>e</sup> <https://szega.hu/showbook/138/TA/89>

<sup>f</sup> <https://www.gidhome.com/>